Jm. 4860.

Ant. Gr. Vet. 278. p. 774.

FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS MATHEMATICI CELEBERRIMI EXACTISSIMA

Commentaria

IN LIBROS OCTO MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

PAPPI ALEXANDRINI

E GRAECO IN LATINVM A SE accuratissimè conuersos.

Ad Serenissimum Franciscum Mariam II. Vrbini Ducem.

Pisauri, Apud Hieronymum Concordiam 1602.

FEDERICI

COMMANDINI

VRBINATIS

MATHEMATICI CELEBERRIMI

EXACTISSIMA

COMMENTARIA

IN LIBROS OCTO MATHEMATICARVM

COLLECTIONVM

PAPPI ALEXANDRINI

E GRAECO IN LATINVM A SE

accuratissimè conuersos.

Ad Serenissimum Franciscum Mariam II.

Vrbini Ducem.

SERENISSIMO FRANC.co MARIAE II. VRBINI DVCI:

Valerius Spacciolus S. P. D.

IX plurimis operibus, quæ nimia cum cura, & diligentia conscripserat Federicus Commandinus Vrbinâs, socer meus, qui te Sereniſſime, & Opt. rinceps Patrem, & Dominum semper agnouit, & debitam tibi beneuolentiam præstitit, vnius Pappi lexandrini mathematicæ collectiones in latinum ab eo versæ, & commentarijs, & castigationibus refertæ, atque nonnullis exornatę figuris, remanserant; quòd quantumcunque vel ingenij viribus, vel assiduo labore pręstare potuit, in huius celeberrimi authoris illustranda, & emendanda scripta collatum fuit, vt veluti Augiæ stabulum pœnitus essent purgata: coniectura enim prouidebat, se dæ hu ius disciplinæ studiosis omnibus optime meriturum. Hoc igitur opus tam præclarè texuit, præter quędam admodum pauca, quæ incohata reliquit; vt trium mensium spatio ad sulmum, in lucem, & in apertum proferre, ac typis imprimere, nominique tuo consecrare, & te, vt aliorum etiam operum maximè concupiuerat, tanquam Patronum, & tutorem con-

ſtituere, ſibi certiſſimum eſſet. At ſtatim ſenſit, non licere cuiquam mortalium, quid facturus, aut non facturus ſit, certò pronunciare,& morte cõſilia ſœpe noſtra confringi. Nam graui, & mortifero affectus morbo, cum maximo omnium mœrore, & dolore ereptus eſt nobis, & Pappus ipſe a mathematicis omnibus vehementer exoptatus,diu, multùmque latens,in luctu quodam modo iacuit: non ſolùm quia Commandinum hoc eſt fideliſſimum interpretem,& Patronum ſuum amiſerat; ſed quia ſibi fieri non poſſe videbatur, vt in doctiſſimorum hominum, ſuìque cupidiſſimorum manus aliquando veniret: duæ nanquè Commandini filiæ,quibus vniuerſa patris hæreditas venerat, per aliquot annos inter ſe non leuiter deſiuerunt. Quo circa Pappus angebatur (vt ita dicam) compreſſus, & diutius multò quidem comprimendus erat, niſi tu Clementiſſime Princeps,cum moleſtè ferres,tam eximium opus perire, cùmque cuperes pręſtantiſſimis ingenijs prodeſſe,quæ huius Commandini noſtri compoſitionis miro tenerentur deſiderio,& authoris præſertim nomini conſulere, cui immortales debentur laudes, Piſauri Ciuitate tua illum accuratiſſimè, & impensè excudendum curâſſes. Quamobrem te duce Dux Sereniſſime in lucem Pappus editur; per te cum Commandino lætiſſimus Italia tota vagatur,atque adeò vniuerſo terrarum orbe,per te plaudente literatorum cœtu viget latinè redditus; Sed quo tempore exoritur Pappus? eo nimirum,quo multò magis optandum, quàm ſperandum putarem. Hinc facile cognoſcitur, quanti litteras facias; facias verò? cui non patet, te ſic ingenuas artes omnes amplexum eſſe, vt opinione quoque, ac iudicio hominum non opes, quę tibi ſunt ampliſſimæ, non Vrbes, & hunc Principatum tibi à tuis relictum, non quidquid ſpetiem quandam dignitatis,& gloriæ habere putatur, tanti ducere videaris. Teſtes nos Populi tui, qui te in literas quotidie abditum videmus, nec continuò principatus tui adminiſtrationem deſerere: propterea quod in magna ſtudiorum occupatione commoda omnia, voluptatèſque contemnis; in animo puritatem, in actionibus prudentiam, in victu abſtinentiam, in Dei cultu vigilantiam, denique ſingularem in omni vita moderationem, temperantiámque ſeruas. Ecquis eſt, qui tuas non admiretur virtutes, nec colat? quis (inquam) te, tanquam clariſſimum lumen,&

ornamentum, non veneratur? Ecquis liberalitatem magnificentiam tuam non expertus est? Ecquis te minimi cuiusque beneficij immemorem sensit? quod, ita sit, vel ex hoc ipso intelligitur: non enim oblitus es te ab ineunte ętate Commandi no pręceptore in mathematicis disciplinis plurimùm profecisse, & propterea, & ipsum, & familiam, & Patriam eius laudibus ornare maximis voluisse, cum tuo iussu, tua opera tuàque pecunia Pappum in lucem edi iusseris. Quo nobis tam singulari beneficio metum absterssisti, ne, quas partes sibi Commandinus sumpserat, eas aliquis alius pręoccuparet. Hoc est maximũ, hoc glorioſissimum authori. Hoc nos, qui pendemus ab eo, sed ego in primis, cuius maximè omnium interest; cum alterã ex filiabus (vt tu nôsti) vxorem duxerim, tibi tantum debemus, quantum per soluere difficile est. Verùm quoniam per mortem non licuit ei hunc celsitudini tuę librum dicare, nec mihi per dissensiones ipsas (alioquin hac in re illius voluntati, vt cæteris in rebus obsecuturus eram) tanto tuo beneficio deuincti his literis nostrum esse duximus, eximię tuę in familiam nostram voluntatis tibi nos non immemores declarare: nam de referenda gratia, quòd cogitemus nihil est: istius enim in nos meriti magnitudinẽ, atque pręstantiam considerantes, & quàm dispari in ordine, & fortuna vtrique versamur, (quod tu maximus es Dominus, ego verò minimus seruus) mihi pręter summam voluntatem ad tanti officij remunerationem reliquum nihil esse video. Hoc ergo superest, vt à DEO Opt Max. tibi diutiſſimam, & felicissimam vitam precemur. Vale.

CANDIDO LECTORI.

HABES candide lector Pappi Alexandrini mathematicas collectiones à Federico Commandino in latinam linguam translatas, & commentariis illustratas, iandiu tibi promissas, & fortasse a te desideratas. Quod nũc habeas, & diutius illas morari non coactus fueris, id totum Francisco Mariæ Serenissimo Vrbini Duci, acceptũ referre debes: is enim tua, & Cõmãdini causa, quia illius hæredes nunquam hucusque in harum impressione concordes fuerunt, suis hortationibus, & impensis, vt ederentur, curauit. Quòd huic operi primus, & secundus liber desunt, edaci rerum tempori non Commandini negligentiæ est adscribendum: tantam enim diligentiam in illis perquirendis adhibuit quã forsam in reperiendis tot aliis antiquorum mathematicorum libris illi opus fuit: non tamen propterea quod ita sit, timeas, te ex eo parùm in Geometria profecturum, & operam in illius lectione ponendam perditurum: nam nisi ego decipior, & Commandinus ipse decipiebatur, contrarium experiere. Si hoc opus non ita vt alia ab eodem authore edita expolitum videbitur, mortem, quæ illum nobis nimis propere subripuit, & ne summam illi impone ret manum, impediuit, accusa; non illum, nec eius hæredes: nam licet tu primo aspectu forsitan ab eis, vt nonnulli ante impressionem cupiebant, desideres, vt onus libri corrigendi, & poliendi alicui mandauissent, & non tibi reseruassent: tamen re maturius perspecta, cognosces eos, quamuis id commode facerè potuessent, quia non deerant viri Geometriæ periti, qui hanc curam suscepissent, prudenter iudicasse cum consenserint magis tibi, & Commandino expedire, si, vt repertus est liber, nulla ne addita quidem, nec dempta syllaba, imprimeretur. Quod igitur ita factum fuit, Aequi bonique consule, & libenter librum lege, & cum tibi authoris labores profuisse perspicies, gratias pro illo Diuinam Misericordiam implorando, referre non detrectabis. Vale.

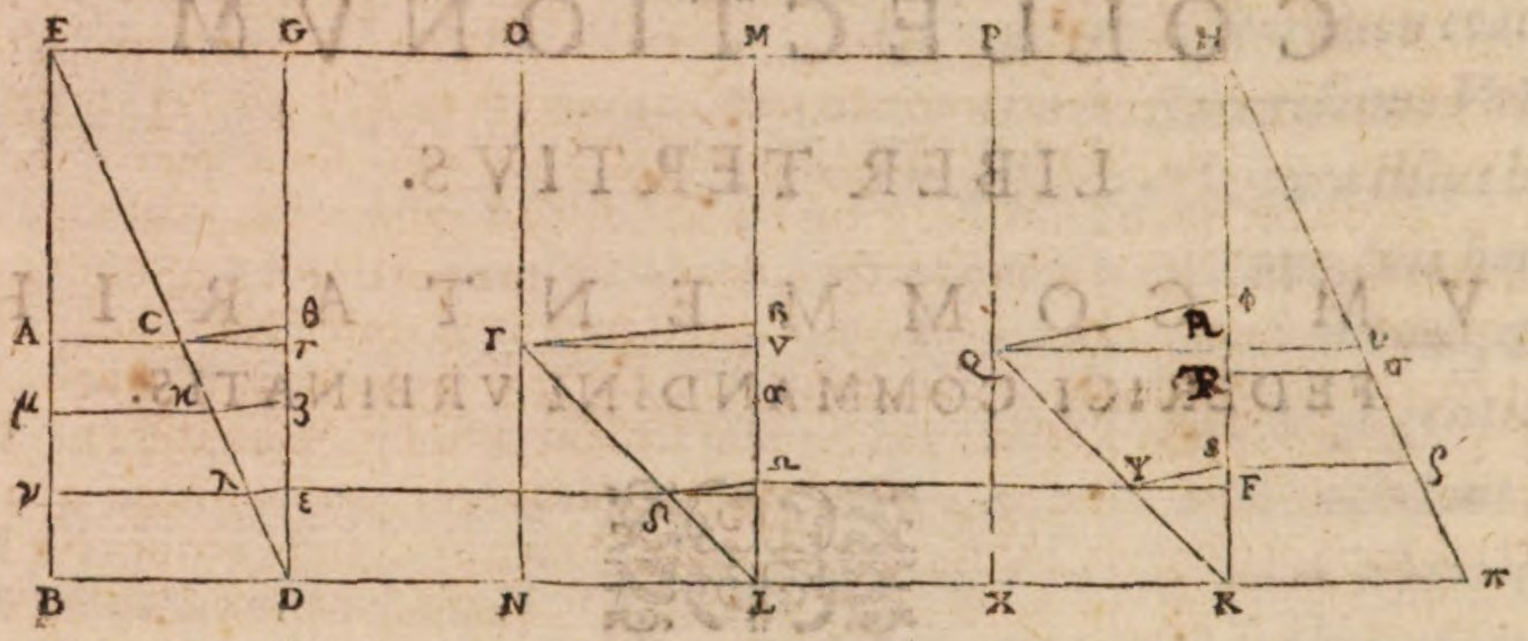
PAPPI
ALEXANDRINI
MATHEMATICARVM
COLLECTIONVM

LIBER TERTIVS.

CVM COMMENTARIIS
FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

QVICVMQVE ea, quæ in Geometria inuestigantur, diligentius expendere volunt, ò Crati ste, omne problema appellari existimant. in quo aliquid faciẽdum, & construendum proponitur. Theorema vero, in quo aliquibus positis consequens ad ea, & omnino contingens consideratur, cum antiquorũ alij problemata omnia, alij theoremata esse dixerint. Qui igitur theorema proponit, sciẽs quodammodo consequens eius, putat quæstione dignum, & non aliter recte proponat. Qui vero proponit problema, siquidem inductus est, & omnino rudis, quamquam proponat id, quod construi quodammodo non possit, dignus venia est, & culpa vacat. quærentis enim officium est, & hoc determinare, & id, quod fieri, & quod minime fieri potest. & si fieri potest, quando, & quomodo, & quotupliciter fieri possit. Quòd siquis imperite proponat, cum mathematicas scientias profitentur, non est extra culpam. Nuper quidam eorum, qui mathematicas scientias profiteatur, per tuas problematum propositiones imperite nobis determinarunt. de quibus & similibus oportebat nos ad tuam, & studiosorum vtilitatem in tertio libro collectionum mathematicarum demonstrationes afferre. Primum igitur problema quidam, qui magnus Geometra videbatur, inscite

determinauit. etenim datis duabus rectis lineis duas medias proportionales in continua analogia inuenire, sese dixit per planorum contemplationem. voluitque vir ille nos, cum constructionem ab ipso factam diligenter expendissemus, de ea respondere. Quæ quidem hoc modo se habet.



Sint duæ rectæ lineæ AB AC ad rectos inter se angulos: & a puncto B ducatur BD ipsi AC parallela: ponaturque ipsi AB æqualis BD, & iungatur DC, quæ ipsi BA in E occurrat. a puncto autem E ducatur EH parallela ipsi AC; producaturque BD; & a puncto D ducatur DG parallela BE: & ipsi BD æquales ponantur DN, NL, LX, XK. deinde per puncta N L X K ducantur NO LM XP, KH ipsi BE parallelę: & ponatur KR æqualis BA, secetur; bifariam in puncto S: & vt KH ad HS, ita fiat SH ad HT. vt autem, SH ad HT, ita TH ad Hφ: & a recta linea XP auferatur QX æqualis AB. iungantur; QK Qφ atq; a puncto S ipsi Qφ parallela ducatur SΨ. a pũcto autẽ Ψ ducatur ΨΩ parallela KX.
A & sit vt LM ad MΩ, ita ΩM ad Mα, vtq; ΩM ad Mα, ita αM ad Mβ, & ab ipsa ON auferatur Nγ æqualis AB: iunganturque γL γβ. Deinde a puncto Ω ipsi βγ parallela ducatur Ωδ, & a δ ipsi LN parallela δε, & ut DG ad Gε, ita
B sit εG ad Gζ. ut autem εG ad Cζ, ita ζG ad Gθ. iungaturque θC, & ipsi θC parallelę ducantur ζκ ελ. postremo ducantur a punctis κ λ ipsis AC BD parallelæ κμ λν. ostendendum est ipsarum AC BD medias proportionales esse μκ, ν λ.

Hæc igitur ille conscribens mihi tradidit, non continentia demonstrationẽ propositi problematis. Sed quoniam & Hieronymus philosophus, & alij complures ex eius amicis, qui mihi cogniti erant, voluerunt me de proposita constructione interim respondere, cum ille demonstrationem facere promisisset. hæc habui nunc quæ dicerem. Eum scilicet non recte, sed perperam constructione vsum fuisse. bipartito enim secans rectam lineam RK in S, & ut KH ad HS, ita faciens SH ad HT; constituit in eadem proportione, & TH ad Hφ. necesse autem omnino est neque illum, neque nos punctum sectionis in tertia proportione, velut Φ inuenire. Hac igitur dubitatione ad causam eius consequente, ostendit se non intelligere hoc consequens. nam cum determinari non possit sectionis punctum, vt Φ
C in tertia proportione, nisi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR, hoc

est

est BE ad EA, non solum ipse conatur quærere, quod inuenirí non potest, sed C
etiam nos censet. Itaque posita proportione, quam KH habet ad HR; hoc est
BE ad EA, & data HK, datur minor recta linea tertiæ proportionis. datũ aũt
est punctum H. ergo & alterum extremum minimæ rectæ lineę est datum. quod
vel inter HR, vel inter RT cadere manifesto cõstat. At punctum T etiam cade-
re inter RS demonstrabimus. & prius punctum ϕ aliquando quidem cadere
inter HR, aliquando autem inter RT iuxta positionem proportionis, quam
habet KH data ad HR. ponatur enim primum data proportio KH ad HR,
hoc est BE ad EA, vel BA ad AC dupla. proportio igitur & KH ad HR est
ea quam habent duo ad vnum, videlicet quattuor ad duo. quam & proportio KH
ad HS est, quam habent quattuor ad tria. atque est vt KH ad HS. videlicet vt
quattuor ad tria, ita SH ad HT, hoc est ita 3 ad $2\frac{1}{4}$. Vt autem 3 ad $2\frac{1}{4}$, D
ita $2\frac{1}{4}$ ad aliam quandam. Si igitur ita fiat, erit ad minorem, quàm sint 2, hoc
est, quam sit HR, ita vt minor recta linea tertię proportionis, & omnium mi-
nima minor sit, quam HR; & sectionis punctum ut ϕ inter HR cadat. Sed sit
data proportio quadrupla. ergo ipsius KH ad HR proportio est, quam habent
8 ad 2: & proportio KH ad HS, quam habent 8 ad 5. est autem ut 8 ad 5, E
ita 5 ad $3\frac{1}{8}$: & vt 5 ad $3\frac{1}{8}$, ita $3\frac{1}{8}$ ad minorem, quàm sint 2. quare rur-
sus tertiæ proportionis sectio inter HR cadit. ponatur deinde proportio KH ad
HR quintupla. ergo proportio KH ad HR est, quam habent 10 ad 2. & pro-
portio KH ad HS, quam habent 10 ad 6. Sed ut 10 ad 6, ita 6 ad $3\frac{3}{5}$
& $\frac{3}{5}$, hoc est ad $3\frac{3}{5}$ & ut 6 ad $3\frac{3}{5}$, ita $3\frac{3}{5}$ ad maiorẽ, quam 2. atq; est $\frac{2}{HR}\frac{10}{2}$. cadit $\frac{3}{5}$ igitur sectionis $\frac{3}{5}$ pũctum tertiæ proportionis inter RT. &
manifestum est omnes quidẽ proportiones, quæ sunt minores quadrupla facere
talem sectionem inter RH; quæ vero maiores quintupla facere sectionis pun-
ctum inter RT, quemadmodum & lemma huiusmodi proportionis utile
præmisimus. Itaque quoniam ostendimus sectionis punctum vt ϕ aliquan-
do cadere inter HR, aliquando inter RT, quod ab eo animaduersum
non est ob eam, quam diximus, causſam. ipse autem dicit, proposi--
tum ostendit, siue punctum ϕ sit inter HR, siue inter RT: illud ante
omnia considerare oportet. Vbicumque sumat punctum ϕ siue infra
R, siue supra, non esse, ut SH ad HT, hoc est ut KH ad HS, ita &
TH ad HR. Si igitur dixerit, fiat ut KH ad HS, ita SH ad HT, &
TH ad HR, ipse per sese redarguitur, sumens quæsitum ut concessum. F
protracta enim XK, ipsiqúe XK facta æquali Kϖ, & iuncta ϖH, atque G
per puncta STR ductis parallelis ipsi Kϖ, factum erit, quod quæritur. &
perspicuum est quo pacto hoc sequatur: Erat namque & ut Kϖ ad Sϱ, ita H
Sϱ ad Tσ, & Tσ ad RY. æqualis autem est Kϖ ipsi BD, & KR ipsi BA,
& BE ipsi KH, ita ut & AC sit æqualis Rυ, & duarum BD AC, hoc
est duarum Kϖ Rυ inuentæ sint duę mediæ proportionales Sϱ Tσ, quod
fieri non potest: nimirum recta linea existente HK, & puncto in ipsa R.
non enim per contemplationem eam, quæ in plano fit inter RK duo puncta
velut T S sumi possunt, ita ut sit sicut KH ad HS, sic SH ad HT, & TH
ad HR. & quamquam sumat F pro S, tamen problema fieri nequit. quod
natura solidum est. quare & ipse sciens quæsitum ut concessum sumi, non
ausus est dicere alterum minimæ rectæ lineæ terminum esse punctum R.
supra uero, hoc est inter RH sumens ipsum ad ϕ reliquam constructio-
nem complet, ut uult. & nihilominus imprudens in difficultatem ab ini-
tio propositum delabitur, non enim quod pluribus agens falsa scribere voluerit; ut
quoscumq; in errorẽ induceret, sed φ in ipsis rationes non rectæ cõcludẽtes afferat.
vt ostendã prius in corrupto, ac sano modo percurrẽs id, quod proponitur. deinde
reprehendens eius positionẽ nõ recte sumptam. Quoniam igitur data est propor- K

tio KH ad HR, atque est data KH (hoc enim ponere oportet) data erit & HR, & reliqua RK. Sed & SR, quæ dimidia est ipsius RK erat autem & RH data tota igitur HS data erit quare & data proportio KH ad HS. atque est vt KH ad HS, ita SH ad HT. & data est SH, vt ostensum fuit ergo & HT erit data. Eadem ratione data erit & Hφ quare & data differentia rectarum linearum HR Hφ: & inuentum est φ inter HR, sicut & per numeros demonstratum iam fuit. Et quoniam data est differentia φR & RQ recta linea coniungens, quæ est æqualis XK, datum erit specie & magnitudine triangulum orthogonium φQR. angulus igitur RφQ est datus, qui est æqualis angulo exteriori KSΨ. ergo & producta ΩΨ ad F datum erit SFΨ triangulum orthogonium & specie, & magnitudine. quoniam enim data est vtraque ipsarum RK RQ data erit & QK & proportio QK ad KΨ est data; quòd eadem sit datæ proportioni φK ad KS. quare & data ΨK. sed & ΨS est data, siquidem & vt φK ad KS, ita φQ ad ΨS. & ostensa est data φQ data igitur & ΨS. erat autem & angulus ΨSK datus. ergo & triangulum ΨSF orthogonium specie & magnitudine dabitur. quare & ΨF parallela ipsi XK & in directum ipsi Ψω. data igitur & ω L æqualis FK. & quoniam HK est æqualis ML, minor autem ω L, quam SK. etenim ω L est æqualis ipsi KF atque est vt KH ad HS, ita SH ad HT, & TH ad Hφ, vt autem LM ad Mω, ita ωM ad Mα, & αM, ad Mβ; erit Mβ maior, quàm Hφ. etenim & hoc deinceps demonstrabitur. ergo & reliqua βL minor est, quàm φK. Rursus quoniam data est ω L, cum ostensa sit æqualis ipsi FK datæ; data autem & LM, quòd & KH; erit proportio LM ad Mω data. atque est ut LM ad Mω, ita & ω M ad Mα: & data est ω M. ergo & Mα, dabitur. Eadem ratione dabitur quoque Mβ quare & punctum β, est datum; quod positum sit vbi vult, vel inter VM, vt nunc est, vel inter Vα, nempe recta linea VL æquali posita vnicuique ipsarum KR AB, QX rN. Si enim dicit β cadere in V, quæsitum nihilominus, ut concessum sumit. apparet namque rursus in recta linea ML positione data, & puncto aliquo in ipsa dato V sumere inter LV duo puncta ω, A, & facere vt LM ad Mω, ita ωM ad Mα, & αM ad MV; quod nullus ipsorum concedit. Hoc enim & antiqui quærentes dubitarunt, per plana inuenire, vt etiam demonstrabo illorum verba apponens. & ipse nihil habet dicere, quod hoc refellat. cum dicamus. Si V necessario est sectionis punctum tertiæ proportionis, ostende neque inter Vα, neque inter MV cadere posse. etenim nos in principio ostendimus punctum φ cadere & supra R & infra. cadit namque iuxta positionem propositionis. Similiter igitur resolutione procedente ex eo, quod datur triangulum V, β, r. specie & magnitudine, quamuis β sectionis punctum cadat inter Vα. dato autem & δ, ω L triangulo quemadmodum supra, & data δ, ε, dabitur enim proportio DG ad G, ε. hoc est proportio, ζG ad Gθ & nullo modo rursus DG ad GE, cum æquales ponatur, & nunc KR, hoc est AB ipsi D, τ, quamquam θ velit cadere inter, ζ, τ, nihil enim habet dicere, quod refellat; audiens a nobis ostende neque inter τ, G, neque inter τ, ζ cadere. Si autem ex concessione simpliciter velit huiusmodi sectionis punctum esse in τ, quæsitum etiam nunc vt concessum sumit. Quod si ipsi non concedatur sectionem esse in puncto τ, quoniam neque R concedimus in recta linea KH demonstrationem facere. & si aliquod aliud inter εG sumere velit, ut ζ, ipse non nouit, quomodo deceptus θ sumit. Sed vt vult, ponatur separabile esse secundum τ, & coniungens θ, C, ducensque ipsi C, θ parallelas, ζ, κ, ε, λ, per κ, λ, vero ipsi AC parallelas. κμ, λν, ostendit se non intellexisse problema. etenim recta linea θC non facta parallela ipsi EG angulus Cθ G obtusus quidem est, puncto θ inter G τ, cadente, acutus autem θ cadente inter τ ζ, namque angulus ad τ, rectus est, secundum quem dumtaxat problema efficitur. Quòd si quis concedat, quemadmodum supra diximus, in recta linea DG positione data, & puncto dato τ, sumere duo puncta, velut ε, ζ, ita ut quam proportionem habet DG ad G, ε, habeat εG ad G ζ, & ζG ad G τ.

hoc

hoc autem non dato, quod propositum est ab eo per plana inueniri non poterit; vt etiam per numeros ipsos congruenter resolutioni, ijs, qui velint, persuadere licebit, vtentibus tabula Ptolemæi de rectis lineis in circulo datis. Sed de hoc dubitare vna cum alijs satius erat, quàm ita inuenire. Nos autem ea, quę superius posita sunt, nunc ostendemus.

COMMENTARIVS.

Et sit vt LM ad MΩ, ita ΩM ad Mα] *Græcus codex mendose habebat.* καὶ ἔστω ὡς λμ πρὸς μω, οὕτως ἡ ωμ πρὸς μθ *cum legendum sit* πρὸς μα. A

Et ipsi θC parallelæ ducantur, ζκ, ελ. postremo ducantur a punctis κ, λ ipsis AC BD parallelæ κμ, λν. ostendendum est ipsarum AC BD medias proportionales esse μκ, νλ,] *Græcus codex* καὶ ἄχθωσαν τῇ θΓ παράλληλοι αἱ, ζκ εα, καὶ ἀπὸ τῶν κα τοῖς αγ βα παραλλήλοι αἱ κμ αν λείξαι, *&c.* αἱ μκ να. *Sed legendum* καὶ ἤχθωσαν τῇ θγ παράλληλοι αἱ, ζκεν, καὶ ἀπὸ τῶν κλ τοῖς αγ βλ παράλλκλοι αἱ κμ, λν λείξαι αἱ μκ, νλ. B

Nisi prius ponatur proportio, quam habet KH ad HR, hoc est BE ad EA.] *Græcus codex,* μὴ πρότερον ὑποτεθέντος τοῦ λόγου ὃν ἔχει ἡ κλ πρὸς κε, τουτέστι τοῦο ἔχει ἡ πρὸς την βα. *Sed legendum puto ex iis, quæ deinceps sequuntur.* ὃν ἔχει ἡ κθ πρὸς θε τουτέστι τοῦο ἔχει ἡ βε πρὸς την εα. C

Vt autem 3 ad $2\frac{1}{4}$, ita $2\frac{1}{4}$ ad aliam quandam] *Græcus codex* ὡς δὲ καὶ τὰ γ πρὸς τὰ δύο καὶ δ, οὕτως αὐτὰ τὰ βδ πρός ἄλληλα. *Sed legendum* πρὸς ἀλλήν τινα. D

Et proportio KH ad HS, quam habet 10 ad 6.] *Græcus codex* καὶ τῆς κθ ἄρα πρὸς την θσ λόγος ἐστιν, ὃν τὰ ε προς τὰ ς. *Sed legendum* ὃν τά ι πρὸς τὰ ς. E

Ipse per sese redarguitur, sumens quæsitum ut concessum] *Græcus codex* αὐτόθεν ἐλέγχεται τό ζητούμενον ἐν ὁμολογούμενον λαβών *lege* τὸ ζητούμενον ὡς ὁμολογούμενον λαβών. F

Atque per puncta STR ductis parallelis ipsi Kϖ factum erit quod quæritur] *Græcus codex hoc loco, & infra corruptus erat, quem nos restituimus.* G

Erat namque & ut Kϖ ad sϱ, ita sϱ ad Tσ] *Sequitur hoc ex 4. sexti elementorum ob triangulorum similitudinem.* H

Quoniam igitur data est proportio KH ad HR.] *Græcus codex* ἐπεὶ, τίνην δοθείσης ἐστὶν ὁ τῆς κθ πρὸς θϱ *lege* ἐπεὶ τόνην δοθεὶς ἐστὶν ὁ τῆς κθ πρός θϱ. K

Angulus igitur RΦQ est datus, qui est æqualis angulo exteriori KSΨ] *Græcus codex* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ϱΦ γονία καὶ ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ κσΦ ἐκτος γωνία. *Sed legendum* δοθεῖσα ἄρα ἡ ὑπὸ ϱΦχ γωνία. καὶ ἴση ἐστιν τῇ ὑπὸ κσΨ ἐκτὸς γωνία. L

Ergo & producta AΨ ad F datum erit SFΨ triangulum orthogonium specie & magnitudine] *Græcus codex* ἐκβληθείσης ἄρα *&c.* τῷ εἴδει ὅυτως. *Legendum arbitror* τῷ εἴδει καὶ μεγεθει, *quod ex iis, quæ sequuntur manifesto apparet.* M

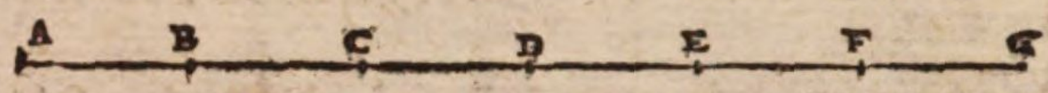
Si N necessario est sectionis punctum tertiæ proportionis] *Græcus codex* εἰ τὸ ς ἐστὶν ἐξ ἀνάγκης τό τῆς τομῆς σημεῖον τῶν τρίτου λογων. *Sed pro* ς *ego libenter ponerem* β. *hoc est* V *vt nos vertimus.* N

THEOREMA PRIMVM, PROPOSITIO I.

Sit quędam recta linea AG diuisa in partes æquales ad puncta BCDEF. Dico ut AC ad CB, ita esse BC ad ipsius CB dimidiam

diam : & vt AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipsius
C CB : vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipsius CB quartam; & vt AF ad FB, ita BF ad FC, & quintam CB : Denique vt AG ad GB, ita BG ad GC, & ipsius CB sextam.

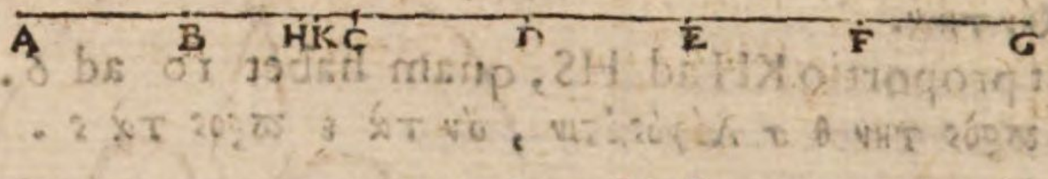
Perspicuum autem est numeris semper hoc pacto assumptis, vt datus rectarum linearũ æqualium numerus a puncto A ad numerum vnitate minorẽ, ita esse numerũ vnitate minorem ad alium adhuc eo minorem vnitate, & particulam ipsius CB, quæ datæ rectarum linearum æqualium multitudini respondent.



COMMENTARIVS.

A Dico vt AC ad CB, ita esse BC ad ipsius CB dimidiam] *Vt enim AC ad eius dimidiam CB, ita & BC ad eius dimidiam.*

B Et ut AD ad DB, ita BD ad DC, & tertiam ipsius CB] *Fiat enim vt AB ad BD, ita BH ad HD. erit componendo, ut AD ad DB, ita BD ad DH; & quarum partium AD est 9, earum DB est 6 : & DH 4. ergo BH est 2, & HC 1. Vt igitur AD ad DB, ita BD ad DC, & CH, hoc est ipsius CB tertiam.*

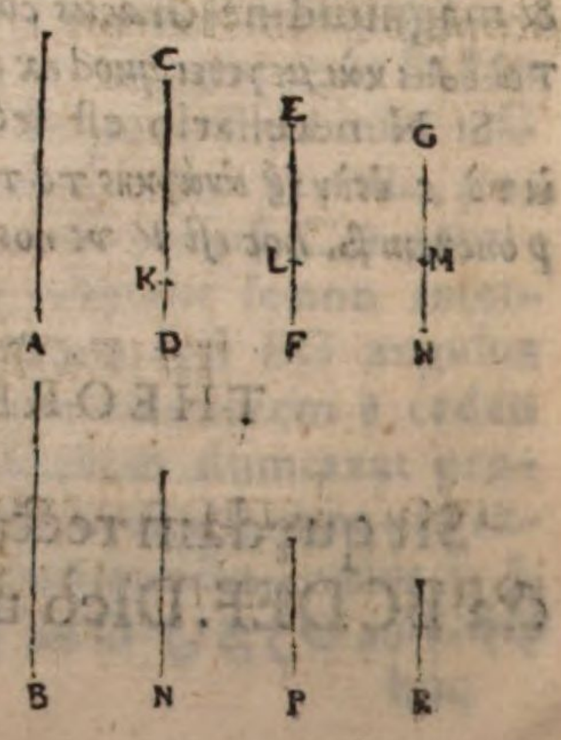


C Vt autem AE ad EB, ita BE ad EC, & ipsius EB quartam] *Rursus fiat ut AB ad BE, ita BK ad KE : quare & componendo, vt AE ad EB, ita erit BE ad EK. Quarum vero partium AE est 16, earum EB est 12, & EK 9. ergo BK erit 3, & KC, 1. Vt igitur AE ad EB, ita BE ad EC, & CK, videlicet quartam ipsius CB. Eodem modo & reliquæ demonstrabuntur.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sint æquales rectæ lineæ, A, B; & CD minor, quàm utraq; ipsarum A B; maior vero, quàm N: fiatq; ut A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH: vt autem B ad N, ita fiat N ad P, & P ad R. Dico ipsam R, quàm GH minorem esse.

Quoniã enim CD maior est, quam N; ponatur ipsi N æqualis CK. ergo ut A ad CK, ita B ad N. Rursus quoniã ut A ad CD, ita CD ad EF; fiat ut A ad CK, ita CK ad CL. est autem & ut B ad N, ita N ad P: atq; est A quidem ipsi B æqualis; CK vero æqualis N. ex æqua
22 quinti 9 li igitur ut A ad EL, ita B ad P. ideoq; EL ipsi P æqualis erit. Eadem ratione, cum sit ut A ad CD, ita CD ad EF, & EF ad GH; erit & ut A ad CK, ita CK ad EL, & EL ad minorem, quàm GH sit ad GM. Itaque quoniam ut CK ad EL, ita EL, ad GM; & ut N ad P, ita P ad R; est aũt CK æqualis N, & EL æqualis P; erit GM ipsi R æqualis; ac propterea R minor, quã GH.



ALI-

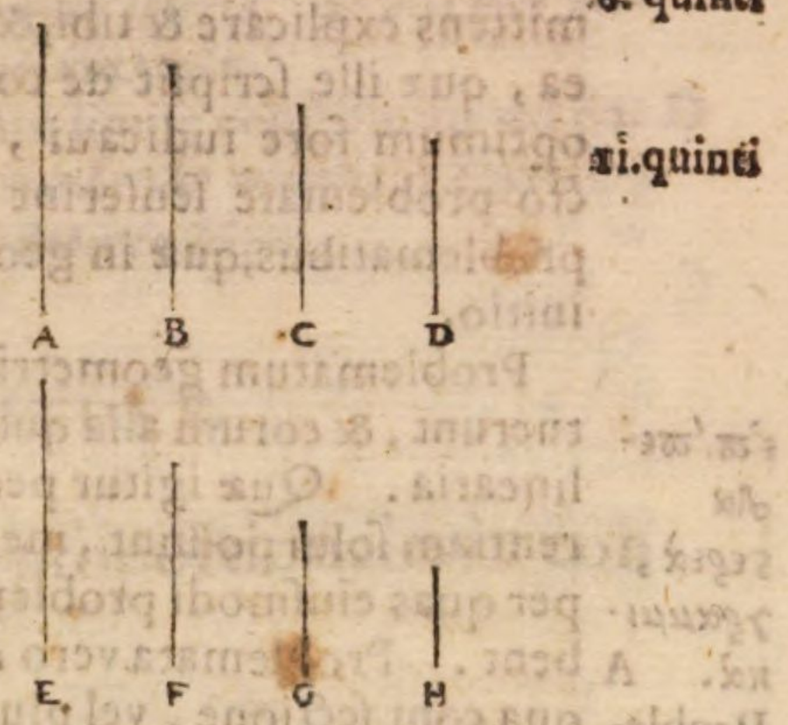
ALITER

Sit A æqualis E, maior autem B, quàm F: & fiat vt A quidem ad B, ita B ad C, & C ad D. vt vero E ad F, ita F ad G, & G ad H. Dico D maiorem esse, quàm H.

Quoniam enim B maior est, quàm F, & A ipsi E est æqualis; habebit B ad A maiorem proportionem, quàm F ad E: & contra A ad B minorem habebit, quam E ad F. vt autem E ad F, ita F ad G, & ut A ad B, ita B ad C; ergo B ad C minorem habet proportionem, quam F ad G. & ut B ad C, ita C ad D. quare C ad D minorem propositionem habet, quam F ad G. Sed ut F ad G, ita G ad H. ergo C ad D minorem habet, quam G ad H. Quoniam igitur A ad B minorem habet proportionem, quam E ad F. B uero ad C minorem, quam F ad G; & C ad D minorem, quam G ad H; habebit ex æquali A ad D minorem proportionem, quam E ad H, vt deinceps ostendetur. & sunt A E inter se æquales. maior igitur est D quam H, quod demonstrare oportebat.

8. quinti

xi. quinti



10. quinti

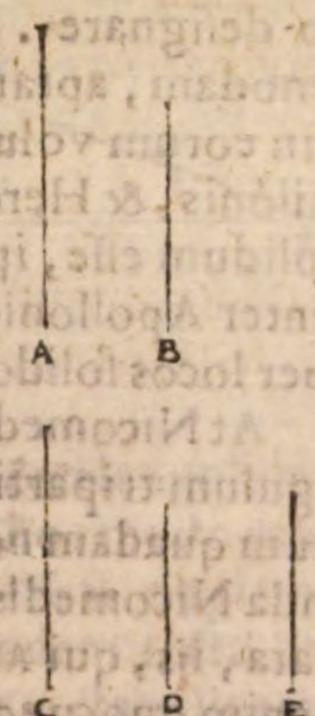
THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Habeat A ad B minorem proportionem, quàm C ad D. Dico & permutando A ad C minorem proportionem habere, quàm B ad D.

Fiat, ut A ad B, ita C ad E. maior igitur est E quam D. Et quoniam vt A ad B, ita C ad E; erit permutando, ut A ad C, ita B ad E. Sed B ad E minorem habet proportionem, quam B ad D. ergo & A ad C minorem proportionem habebit, quam B ad D.

10. quinti

8. quinti



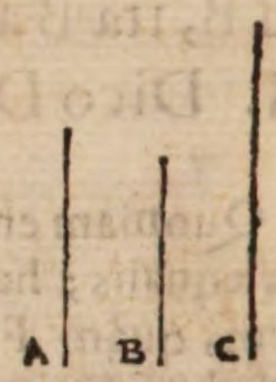
THEOREMA IIII. PROPOSITO IIII.

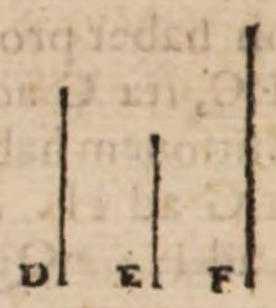
Hoc demonstrato, habeat A ad B minorem proportionem, quàm D ad E: & B ad C proportionem mino-

rem

rem habeat, quàm E ad F. Dico ex æquali A ad C minorem habere proportionem, quàm D ad F.

Quoniam enim A ad B minorem proportionem habet, quam D ad E; habebit permutando A ad D minorem proportionem, quam B ad E. Et eadem ratione B ad E minorem, quam C ad F. ergo rursus permutando A ad C minorem habet proportionem, quam D ad F.





Quæ igitur me præmisisse oportebat, hęc sunt. Itaque omittens explicare & tibi, & iis, qui in geometria exercitati sunt, ea, quæ ille scripsit de constructione, & quæ nos obiecimus; optimum fore iudicaui, si exponerem quid antiqui de dicto problemate senserint: & primum nonnulla dicerem de problematibus, quæ in geometria considerantur, inde sumpto initio.

Problematum geometricorum antiqui tria genera esse statuerunt, & eorum alia quidem plana appellari, alia solida, alia linearia. Quæ igitur per rectas lineas, & circuli circumferentiam solui possunt, merito plana dicantur; etenim lineæ, per quas eiusmodi problemata soluuntur, in plano ortum habent. Problemata vero quæcunque soluuntur, assumpta in constructionem aliqua coni sectione, vel pluribus, solida appellantur namque ad constructionem necesse est solidarum figurarum superficiebus, nimirum conicis vti. Restat tertium genus, quod lineare appellatur. Lineæ enim alię præter iam dictas in constructionem assumuntur, varium, & transmutabilem ortum habentes, quales sunt helices, & quas græci τετραγωνίζουσας appellant, nos quadrantes dicere possumus. conchoides, & cissoides, quibus quidem multa, & admirabilia accidunt. Cum igitur tales sint problematum differentiæ, antiqui geometræ problema ante dictum in duabus rectis lineis, quod natura solidum est, geometrica ratione C innixi construere non potuerunt, quoniam neque coni sectiones facile est in plano designare. instrumentis autem ipsum in operationem manualem, & commodam, aptamque constructionem mirabiliter traduxerunt. quod videre licet in eorum voluminibus, quæ circumferuntur, vt in Eratosthenis mesolabo, in Philonis, & Heronis mechanicis, & catapulticis. Hi enim asserentes problema solidum esse, ipsius constructionem instrumentis tantum perfecerunt, congruenter Apollonio pergæo, qui & resolutionem eius fecit per coni sectiones: alij per locos solidos Aristæi: nullus autem per ea, quæ proprie plana appellantur. At Nicomedes, & ratione illud fecit per lineam conchoidem, per quam & angulum tripartito diuisit. Exponemus igitur quattuor eius constructiones vna cum quadam nostra tractatione. Quarum prima quidem est Eratosthenis, secunda Nicomedis, tertia Heronis, maxime ad manuum operationem accommodata, ijs, qui Architecti esse volunt. vltima autem est a nobis inuenta. solido enim quocunque dato, alterum solidum dato simile constructur ad datam proportionem, si duabus datis rectis lineis, duæ medię in continua analogia assumantur, ut inquit Hero in mechanicis, & catapulticis.

ἐπίπεδα σερεὰ, γραμμικὰ. A Problemata plana.

Problemata solida. B

Coni sectiones nõ facile est i plano designare. C

COMMENTARIVS.

Problematum vero quæcumque ſoluuntur, aſſumpta in conſtructionem aliqua coni ſectione, vel pluribus, ſolida appellantur] *Græcus codex ſic habet*, παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *ego libentius legerem* παραλαμβανομένης εἰς τὴν κατασκευὴν μιᾶς τῶν τοῦ κώτου τομῶν. A

Quales ſunt helices, & quas Græci τετραγωνίζουσας appellant] *Græcus codex mancus eſt, qui ſic habet*, ὁποῖαι τυγχάνουσιν . . . . . καὶ τετραγωνίζουσαι. *Fortaſſe autem legendum erit*, ὁποῖαι τυγχάνουσιν αἱ ἕλικες, καὶ τετραγωνίζουσαι. B

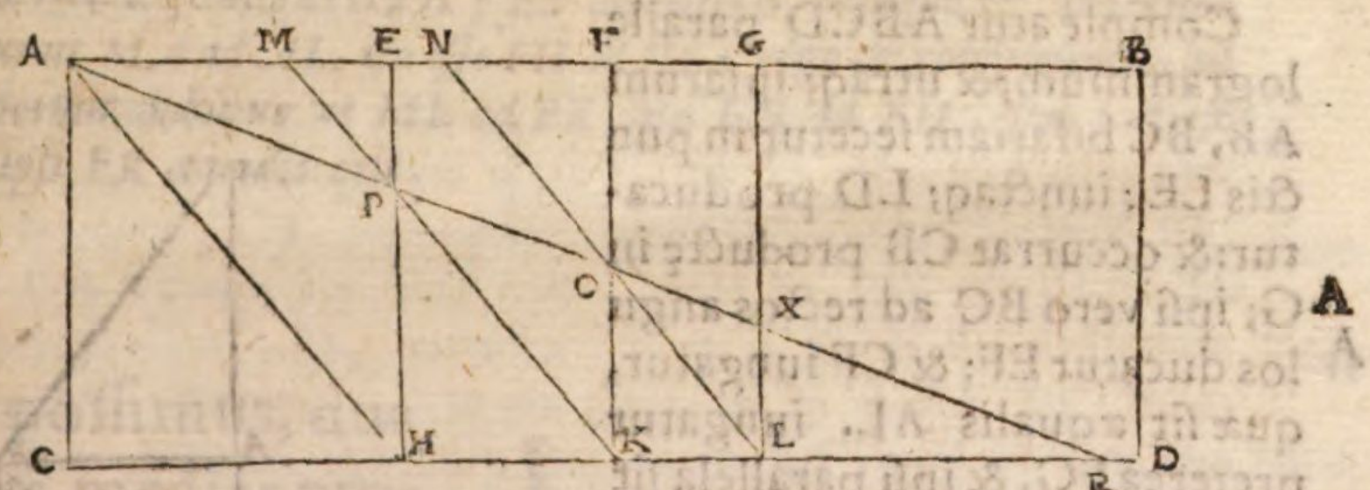
Quoniam neque coni ſectiones facile eſt in plano deſignare] *In Græco codice legitur*. ἐπεὶ μὴ δὲ τὰς τοῦ κώνου τομὰς ῥᾴδιον ἐν ἐπιπέδῳ γράφειν ἦν. *quæ vero ſequuntur ſuperuacanea, & abolenda cenſeo. vt pote librarii errore inſerta.* ὡς δεῖ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν συνεχεῖ ἀναλογίᾳ. C

Solido enim quocumque dato, alterum ſolidum dato ſimile conſtituitur ad datam proportionem] *Græcum codicem ita corrigemus*. στερεοῦ γάρ τινος δεδομένου, ἕτερον στερεὸν ὅμοιον τῷ δοθέντι κατασκευάζεται πρὸς τὸν δοθέντα λόγον. D

PROBLEMA I. PROPOSITIO V.

Duabus datis rectis lineis, duas medias proportionales in continua analogia inuenire.

VT ERATOSTHENES.



Sit plinthium cõpactum ABCD, & in ipſo triangula orthogonia æqualia AEH, MFK, NGL; quę rectos angulos habeãt ad pũcta EFG: & triangulũ quidẽ AEH affixũ maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD, ita ut MF in regula AB feratur, canalẽ per totũ habẽte & vertex K ĩ CD; nempè canali per totam longitudinem excauato: Similiter & triangulum NGL in regulis AB, CD, per dictos canales moueatur. His igitur hoc modo præparatis, ſi quis velit cubum cubi duplum facere, aſſumens AC ipſius LX duplam. diſtrahenſque triangula MFK, NGL, quoad puncta AX in eadem recta linea conſtituantur, in qua triangulorum ſectiones P O, contingat rectam lineam APOX occurrentem ipſi CD in R; hoc enim neceſſario fieri oportet. Et ita quod propoſitum eſt, aſſequetur. Nam cum ſit, ut AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK, & PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX; erunt linearum AC, LX, duæ mediæ PH, OK, in continua analogia; atq; eſt AC dupla LX. cubus igitur, qui fit ex AC duplus erit eius, qui ex PH cubi. Quòd ſi cubus ad cubũ aliam quandam proportionẽ habeat,

eandem habere oportet AG ad LX, & reliqua simili ratione construentur. Ex quo perspicue constat fieri non posse, vt propositum per plana soluatur.

COMMENTARIVS.

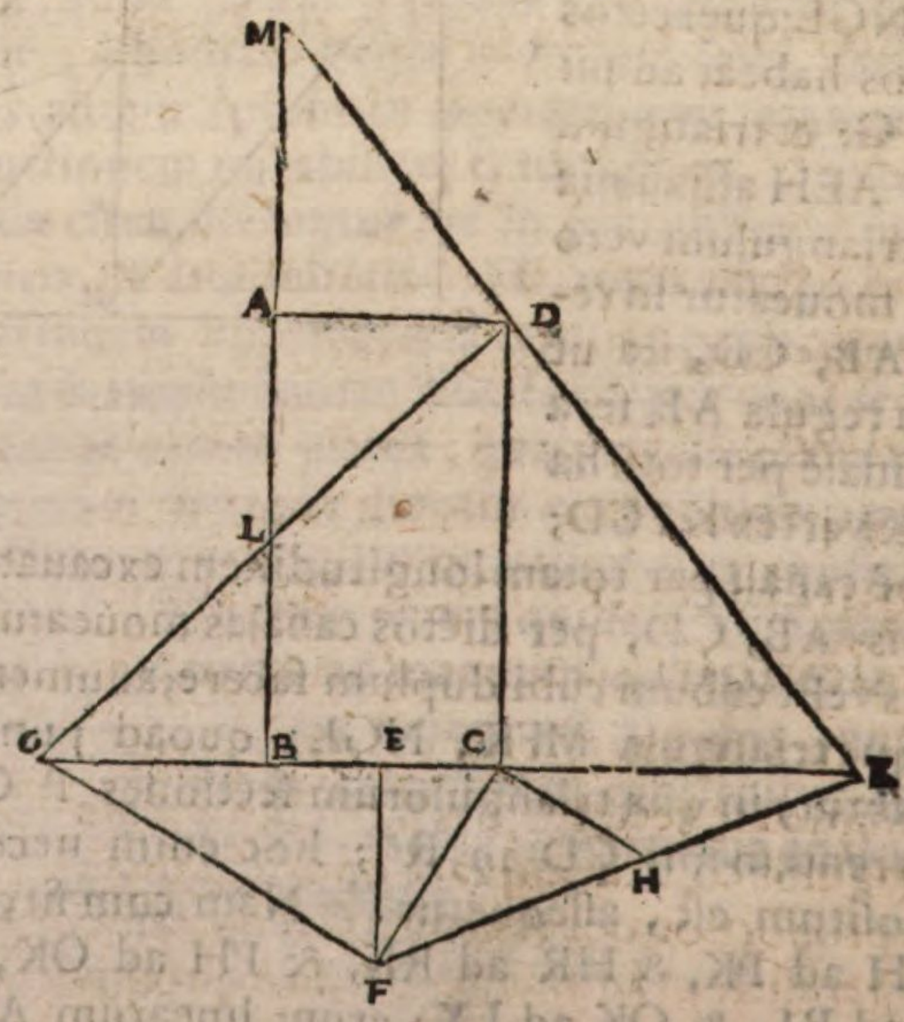
A Et triangulum quidem AEH affixum maneat, triangulum vero MFK moueatur in regulis AB, CD] *Ex epistola Eratosthenis, quæ legitur in commentariis Eutocii in secundum librum Archimedis de Sphæra, & Cylindro, apparet ipsum voluisse medium parallelogrammum, seu triangulum affixum esse, & manere, non primum. Sed res in idem recidit, nam etiam si vltimum maneat, & alia duo moueantur, idem plane continget. græcus autem codex corruptus est, & mancus, qui fortasse ita restituetur.* Τὸ δὲ μ ϛ κ τὴν κίνησιν ἐχέτω ἐπὶ τῶν α β, γ δ κανόνων, *adscribantur reliqua ex codice manuscripto.*

B Nam cum sit vt AC ad PH, ita AR ad RP, & AH ad PK, & HR ad RK] *Ex quarta propositione sexti libri elementorum; sunt enim triangula ARC, PRH inter se similia, itemque similia ARH, PRK. quare vt AC ad PH, ita AR ad RP: & vt AR ad RP, ita & AH ad PK, & HR ad RK.*

C Et PH ad OK, & PR ad RO, & PK ad OL, & KR ad RL, & OK ad LX] *Rursus enim fiunt triangula PRH, ORK similia, & similia PRK, ORL, Vt igitur HR ad RK, ita est & PH ad OK, & PR ad RO. Sed vt PR ad RO, ita PK ad OL, & KR ad RL. atque ob eandem causam, vt KR ad RL, ita OK ad XL. Ex quibus sequitur per undecimam quinti elementorum, vt AC ad PH, ita esse PH ad OK, & OK ad XL.*

VT NICOMEDES.

Duabus datis rectis lineis CD, DA; duæ mediæ in continua analogia, hoc modo assumuntur:



Compleatur ABCD parallelogrammum; & utraq; ipsarum AB, BC bifariam secetur in punctis LE; iunctaq; LD producatur: & occurrat CB productę in G; ipsi vero BC ad rectos angulos ducatur EF; & CF iungatur, quæ sit æqualis AL. iungatur prętera FG, & ipsi parallela sit CH. Quòd cum angulus continetur KCH, a dato puncto F ducatur FHK, quæ faciat lineam HK ipsi AL, vel CF æqualem. hoc enim fieri posse per lineam conchoidem ostensum est. & iũcta KD producatur, occurratq; ipsi BA productæ in puncto M. Dico vt DC ad CK, ita esse CK ad MA, & MA ad AD. Quoniam enim BC bifariam secta est in E, & ipsi adiicitur CK; rectangulum BKC

A

6. secundi.

una cum quadrato ex CE æquale est quadrato ex EK. commune apponatur ex EF quadra-

quadratum. ergo rectangulum BKC vna cum quadratis ex CE, EF; hoc est vna cum quadrato ex CF æquale est quadratis ex KE, EF, hoc est quadrato ex FK. 2. Sexti.
Et quoniam vt MA ad AB, ita est MD ad DK; vt autem MD ad DK, ita BC ad CK; erit ut MA ad AB, ita BC ad CK, atque est ipsius AB dimidia AL, & ipsius BC dupla CG. est igitur & vt MA ad AL, ita GC ad CK, sed ut GC B C
ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. quare & componendo D
vt ML ad LA, ita FK ad KH. Sed AL ponitur æqualis HK, quoniam & ipsi CF. 2. sexti.
ergo & ML æqualis erit FK. & quadratum ex ML quadrato ex FK æquale. est 6 secundi
autem quadrato ex ML æquale rectangulum BMA vna cum quadrato ex AL: & quadrato ex FK æquale ostensum est rectangulum BKC vna cum quadrato ex CF. quorum quidem quadratum ex AL est æquale quadrato ex CF; ponitur enim AL ipsi CF æqualis. ergo & reliquum BMA rectangulum æquale est reliquo BKC. 14 sexti.
vt igitur MB ad BK, ita CK ad MA. Sed ut MB ad BK, ita DC ad CK. qua- 4. sexti.
re ut DC ad CK, ita est CK ad MA. vt autem MB ad BK, ita MA ad AD. 4. sexti.
ergo & vt DC ad CK, ita CK ad MA, & MA ad AD.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri posse per lineam conchoidem ostensum est] *Quomodo illud per li-* A
neam conchoidem fiat, vide in quarto libro propositione 24. & apud Eutocium in commentariis in secundum librum Archimedis de sphæra & cylindro.

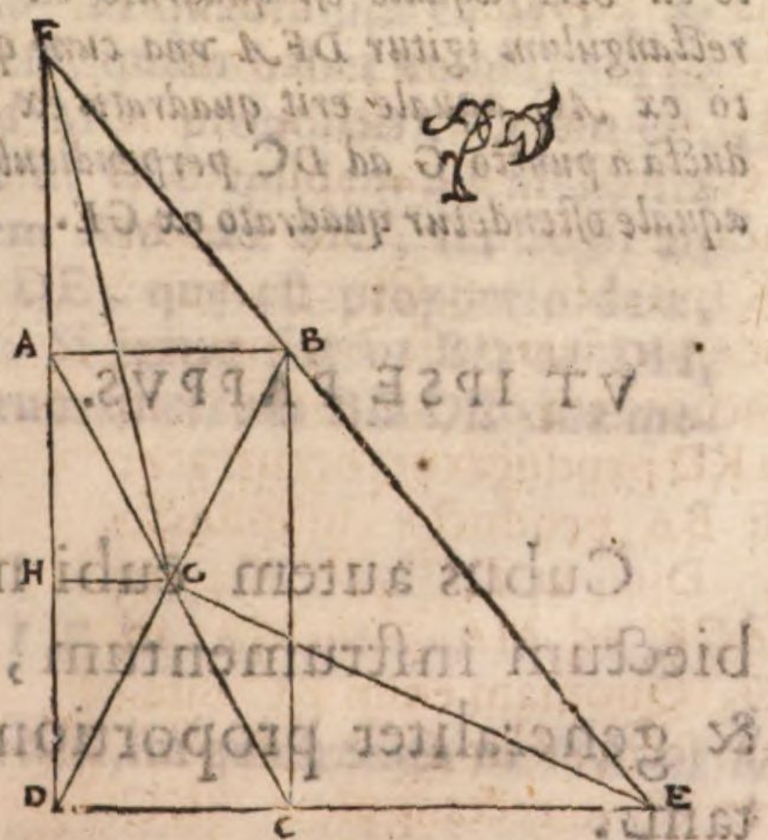
Et ipsius BC dupla CG] *Ob similitudinem namque triangulorum DGC, LGB, ut DC* B
ad LB, ita est CG ad GB. Sed AB hoc est DC dupla est ipsius LB. ergo & CG ipsius GB dupla erit. ac propterea etiam dupla ipsius BC.

Est igitur, & ut MA ad AL, ita GC ad CK] *Quoniam enim est ut MA ad AB,* C
ita BC ad CK: & ut BA ad AL, ita CG ad BC; erit ex æquali in perturbata ratione, ut MA ad AL, ita GC ad CK.

Quare & componendo, ut ML ad LA, ita FK ad KH, sed AL ponitur æqualis HK, D
quoniam & ipsi CF. ergo & ML æqualis erit FK] *Ex antedictis namque & undecima quinti lib. elementorum sequitur ut MA ad AL, ita esse FH ad HK. ergo & componendo, vt ML ad LA, ita FK ad KH, permutandoque vt ML ad FK, ita LA ad KH. sed LA est æqualis KH, quare & ML ipsi FK æqualis erit.*

VT HERO.

Quo autem modo possimus, duabus rectis lineis duas medias proportionales organice inuenire, ostendemus; quoniã problema hoc, vt etiã inquit Hero, solidũ ẽ. exponem⁹ igitur demõstrationẽ ad manuũ operationes maxime accõmodatã.



Sint enim datæ rectæ lineæ AB, BC ad rectos iter se angulos cõstitutæ, quarũ oporteat duas medias proportionales inuenire. Compleatur ABCD parallelogrammũ, & DC, DA producantur; iungantur q; DB, AC: & aptetur regula ad punctũ B, quæ quidem mota secet lineas CE, AF, quoad ea, quæ a puncto G ducitur

ad ſectionem CE, æqualis fiat illi, quæ ab eodem puncto G ad ſectionem AF ducitur. Itaque factum iam ſit, & regulæ poſitio ſit EBF, æquales autem EG GF. Dico rectas lineas AF, CE medias proportionales eſſe ipſarum AB, BC.

A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ
B lineę DG, GA, BG, GC æquales ſunt inter ſeſe. & quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG æquale erit quadrato ex GF. Et eadem ratione rectangulum DEC vnà cum quadrato ex CG, æquale eſt quadrato ex GE. & ſunt æquales FG, GE. ergo & rectangulum DFA vna cum quadrato ex AG erit æquale rectangulo DEC vna cum quadrato ex CG. quorum quadratum ex CG eſt æquale quadrato ex GA. reliquum igitur rectangulum DEC rectangulo DFA eſt æquale.
14 sexti 4 ergo vt ED ad DF, ita FA ad CE. vt autem ED ad DF, ita & BA ad AF, & EC ad CB. quare & vt BA ad AF, ita & FA ad CE; & EC ad CB. rectarum igitur linearum AB, BC mediæ proportionales ſunt AF, CE.

COMMENTARIVS.

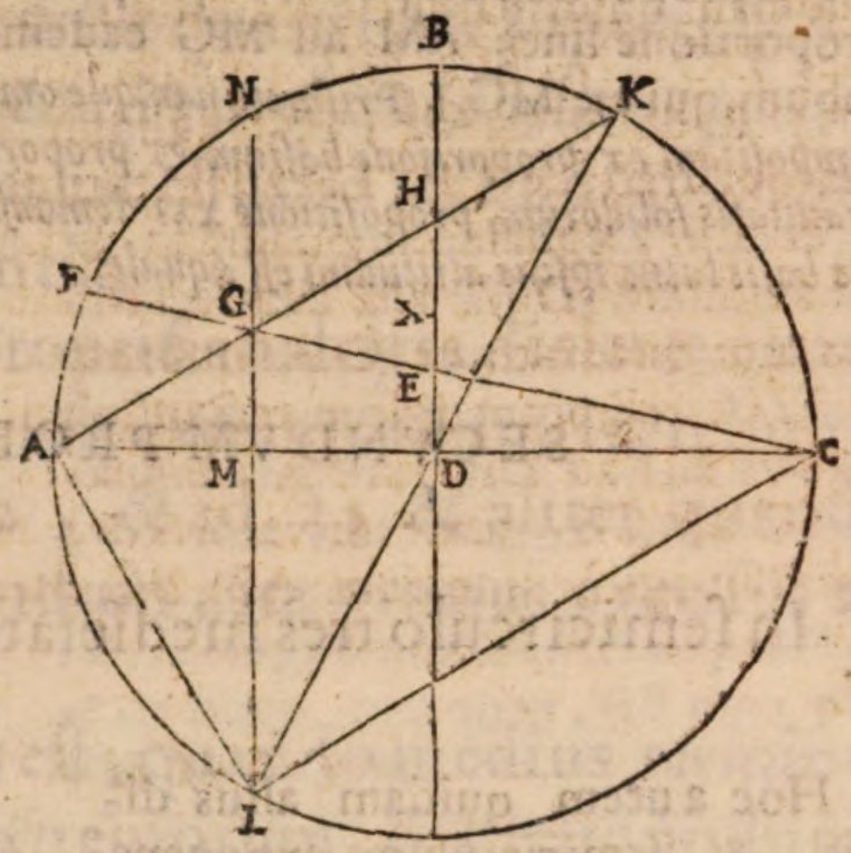
A Quoniam enim parallelogrammum ABCD rectangulum eſt, quattuor rectæ lineę DG, GA, BG, GC, æquales ſunt inter ſeſe] *Sunt enim trianguli ABC duo latera CB, BA æqualia duobus lateribus BC, CD trianguli DCB, & angulus ad B rectus æqualis recto ad C. ergo & baſis AC baſi BD æqualis erit. Sed AGB*
29 primi *angulus eſt æqualis angulo DGC, quòd ſint ad verticem; & angulus ABG æqualis eſt angulo CDG, anguluſque BAG ipſi DCG. triangulum igitur ABG triangulo CDG ſimile; & vt AB ad BG, ita CD ad DG: & permutando vt AB ad CD, ita BG, ad GD. ergo BG, GD æquales ſunt. & eodem modo oſtendentur æquales AG, GC. vt igitur BG ad GD, ita AG ad GC. & componendo vt BD ad DG, ita AC ad CG rurſusque permutando vt BD ad AC, ita DG ad GC. Sunt autem BD, AC æquales; quod oſtenſum fuit. ergo & æquales DG, GC, & propterea BG, GA, & omnes inter ſe æquales.*

B Et quoniam æquales ſunt DG, GA; & ducta eſt GF; rectangulum DFA vna cum quadrato ex AC æquale erit quadrato ex GF] *Ducatur a puncto G ad*
4. sexti. *AD perpendicularis GH. erit triangulum AGH triangulo DGH ſimile: & vt GH ad HA, ita GH ad HD. ergo AH eſt æqualis HD. Et quoniam AD bifa-*
6 secũdi *riam ſecta eſt in H: & ipſi adiicitur AF, rectangulum DFA vna cum quadrato ex AH æquale eſt quadrato ex HF. commune apponatur quadratum ex GH,*
47 primi *rectangulum igitur DFA vna cum quadratis ex AH, HG: hoc eſt una cum quadrato ex AG æquale erit quadratis ex FH, HG, videlicet quadrato ex FG. & ſimiliter ducta a puncto G ad DC perpendiculari, rectangulum DEC una cum quadrato ex CG æquale oſtendetur quadrato ex GE.*

VT IPSE PAPPVS.

Cubus autem cubi non ſolum duplus inuenitur per ſubiectum inſtrumentum, quod a nobis excogitatum eſt, ſed & generaliter proportionem habens quamcumque imperatam.

Deſcribatur enim ſemicirculus ABC: & a centro D ad rectos angulos ducatur DB; & moueatur regula circa A punctum, ita. ut unus quidem eius terminus clauulo quopiam ſuperponatur puncto A, reliqua uero pars circa clauulum, veluti circa centrum inter BC moueatur. His hoc modo conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire, qui inter ſe datam proportionem habeant. Fiat proportio BD ad DE eadem, quę proportio data; & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius interiecta inter lineas FE, EB æqualis ſit ei, quæ inter BE rectam lineam & circumferentiam BKC interiicitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionem habeat AGHK, ita ut GH, HK inter ſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex linea DH datam habere proportionem: videlicet quę eſt BD ad DE. Intelligatur enim circulus completus: iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur. parallela igitur eſt LG ipſi BD, propterea quòd & KH eſt æqualis HG, & KD ipſi DL. Iungantur etiam AL, LC, Et quoniam angulus GAL in ſemicirculo rectus eſt; & perpendicularis AM: erit vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc eſt, vt recta linea CM ad rectam MA, ita quadratũ ex AM ad quadratum ex MG: etenim ut LM ad MA, ita eſt MA ad MG. ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & recta linea CM ad MA. communis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio compoſita ex proportione CM ad MA, & proportione AM ad MG, uidelicet proportio CM ad MG, eadem eſt, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG; & ex proportione rectæ lineę AM ad MG. Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & ex proportione rectæ lineæ AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio, eadem eſt, quam cubus ex AM habet ad cubum ex MG. Sed ut CM quidem ad MG, ita CD ad DE, hoc eſt BD, ad DE. Vt autem AM ad MG, ita AD ad DH, hoc eſt BD ad DH. ergo & ut BD ad DE, quę eſt proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum: Si igitur fiat ut BD ad DH, ita DH ad aliam quampiam, ut DX; erunt rectarum linearum BD DE duæ mediæ proportionales, DH, DX.



2. sexti.

Cor. 8.

A
B
C

4. sexti.

COMMENTARIVS.

Ergo & ut quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG.] *ex 22. Sexti.* A

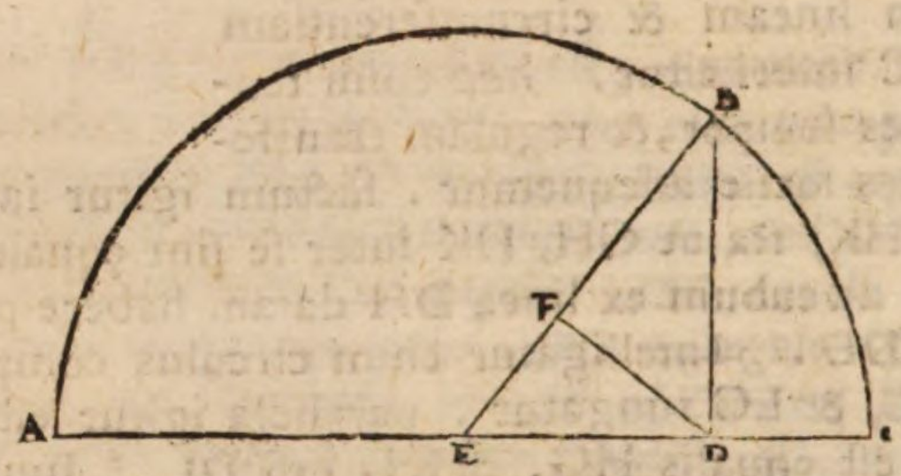
Et recta linea CM ad MA] *Rurſus enim quoniam angulus ALC in ſemicirculo eſt rectus & perpendicularis LM, erunt tres rectæ lineæ CM, ML, MA in continua analogia.* B

gia. quare ut CM ad MA, ita quadratum ex CM, ad quadratum ex ML, hoc eſt quadratum ex LM ad quadratum ex MA.

C Sed proportio compoſita ex proportione quadrati AM ad quadratum MG, & proportione lineę AM ad MG eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG] *Priſmata namque omnia, & pyramides inter ſe proportionem habent compoſitam ex proportione baſium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis ſolidorum, propoſitione xxi. demonſtrauimus. Eſt enim cubus priſma quoddam, cuius baſis latus ipſius altitudini eſt æquale.*

SECVNDVM PROBLEMA HOC ERAT.

In ſemicirculo tres medietates ſumere.



Hoc autem quidam alius dixit, & ſemicirculum exponens ABC, cuius centrum E, aſſumenſque in recta linea AC quoduis punctum D & ab eo ad rectos angulos EC ducens DB, ipſam EB coniunxit: ad quam a puncto D ducta DF perpendiculari, tres medietates ſimpliciter in ſemicirculo exponi aſſeruit. ipſam quidam EC mediam arithmeticam, DB geometricam, & BF harmonicam. At uero BD mediam eſſe inter AD, DC in geometrica analogia, & EC mediam inter AD, DC in medietate arithmetica perſpicuum eſt. vt enim AD ad DB, ita eſt DB ad DC: & ut AD ad ſeipſam, ita exceſſus ipſarum AD, AE, hoc eſt AD, EC ad exceſſum EC, CD. Quo autem pacto FD media ſit in harmonica medietate, vel qualium rectarum linearum, non dixit, ſed tantum affirmauit tertiam eſſe proportionalem rectarum linearum EB, BD, ignorans ab ipſis EB, BD, BF, quæ ſunt in geometrica analogia, medietatem harmonicam formari. oſtendetur enim a nobis inferius, duas EB, & tres DB, & unam BF, coaceruatas efficere maiorem extremitatem harmonicæ medietatis; & duas BD, & unam BF efficere mediam; unam uero BD, & unam BF, minimam. Sed primum de tribus medietatibus diſſerendum eſt; ſecundo loco de iis, quæ in ſemicirculo, deinde de aliis tribus, quæ ipſis opponuntur ſecundum antiquos: poſtremo de quattuor medietatibus, quę ſunt apud recentiores, ex eorum ſententia, & quo pacto vnaquęque decem medietatum per geometricam analogiam inueniri poſſit. ut & id quod propoſitum eſt, pluribus redarguamus.

A

B

8. ſexti.

C

D

DIFFINITIONES.

μεσότης medietas

ἀναλογία analogia

Differt autem medietas ab analogia, nam ſiquid eſt analogia, hoc & medietas eſt; ſed non contra. medietates enim tres ſunt,

sunt arithmetica, geometrica & harmonica. Arithmetica quidem medietas dicitur, quando tribus existentibus terminis medius vnum extremorum pari excessu quantitate superat, & a reliquo superatur, vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quãdo sit vt primus terminus ad se ipsum, ita primus excessus ad secundum. prima vero intelligere oportet superantia. *Arithmetica medietas*

Geometrica medietas, quæ proprié analogia dicitur; quando sit vt medius terminus ad vnum extremorum, ita reliquus ad medium vt habet 6 ad 12, & ad 3; & aliter quando sit vt primus terminus ad secundum, ita primus excessus ad secundum. *Geometriga.*

Harmonica autem medietas est, quando medius terminus eadem parte & superat vnum extremorum, & a reliquo superatur; vt habet 3 ad 2 & ad 6; vel quando sit vt primus terminus ad tertium, ita primus excõssus ad secundum, vt habent. 6 3 2. *Harmonica.*

His positis inueniemus simul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque.

COMMENTARIVS.

Ipsam quidem AC mediam arithmeticam] *græcus codex* τὴν μενε ϡ μεσην αριθμητικὴν *sed mendose legendum enim est* τὴν μὲν γ μεσην ἀριθμητικὴν. A

Et EC mediam inter AD DC in medietate arithmetica perspicuum est] *Et hoc loco græcus codex mendosus est, in quo legitur,* ϡ δε ϡ ε τῆς α ϡ ϡ γ. *corrige* ϡ δὲ ε γ τῆς α ϡ ϡ γ. B

Et vt AD ad seipsam, ita excessus ipsarum AD, AE, hoc est AD, EC ad excessum EC, CD.] *Ostendit* EC *mediam esse inter* AD DC *in medietate arithmetica ex diffinitione ipsius, est enim arithmetica medietas, vt ipse inferius scribit, quando tribus existentibus terminis medius vnum extremorum pari excessu superat, & a reliquo, superatur. vt habet 6 ad 9 & ad 3, vel quando sit, vt primus ad seipsum, ita primus excessus ad secundum, est igitur vt* AD *ad seipsam, ita excessus primi & secundi* AD, EC, *hoc est* AD, AE, *qui est* ED *ad excessum secundi, & tertij* EC, CD, *qui est idem* ED, *sunt enim* AE EC *inter se æquales, cum* E *circuli centrum ponatur.* C

Ostendetur enim a nobis inferius duas EB & tres DB &c:] *in 20. huius.* D

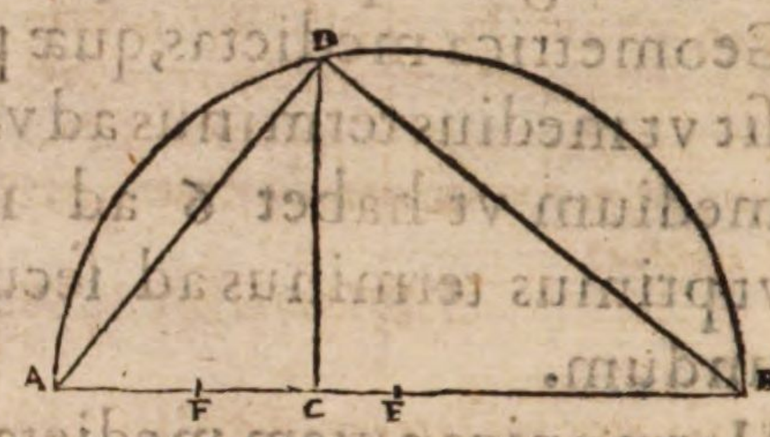
Harmonica autem medietas est, quando medius terminus eadẽ parte & superat vnum extremorum & a reliquo superatur, vt habet 3 ad 2 & ad 6] *Num 3 superat 2 dimidia parte ipsius 2 & separatur a 6 itidem dimidia ipsius 6.* E

His positis inueniemus simul tres medietates in minimis rectis lineis numero quinque] De *his posterius in xv. huius.* F

PRO-

PROBLEMA II. PROPOS. VI.

Oporteat autem primum datis rectis lineis AB, BC mediam in geometrica analogia inuenire.



Ducatur ad rectos angulos CD, & AB in puncto *E* bifariam secetur: circa centrum vero *E* per B circumferentia descripta secet eam, quæ ad rectos angulos ducta est in *D*; & coniungenti puncta BD æqualis auferatur BF; erit BF media, quam quærebamus. iuncta enim DA, rectum angulum con
A tinet cum *BD*, propterea quod vtraque ipsarum BE, EA æqualis est ei, quę
B DE puncta coniungit: est autem & angulus ad C rectus, æquiangulum igitur ABD triangulum triangulo BC*D*: & ob id latera, quæ circa B communem ipsorum angulum, sunt proportionalia. ergo vt AB ad B*D*, ita DB ad BC: linearum igitur AB, BC media est BD, & ipsi æqualis BF.

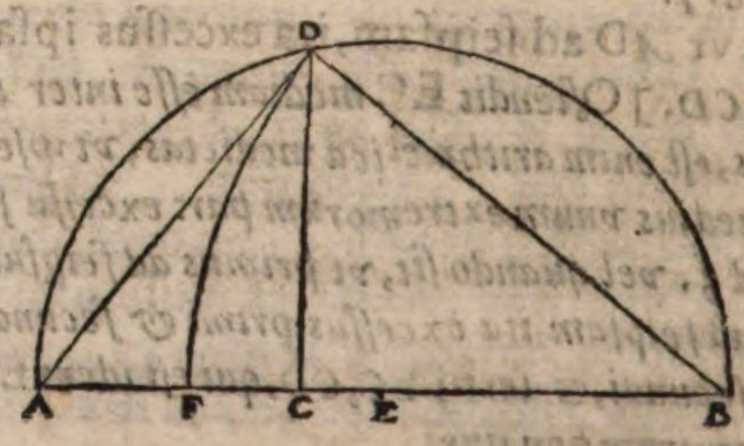
COMMENTARIVS.

A Propterea quod vtraque ipsarum BE, C*A* æqualis est ei, quæ *D*E coniungit.] *est enim A*D*B semicirculi circumferentia, quæ rectum angulum comprehendit, ex* 33. *tertii libri elementorum.*

B Aequiangulum igitur est AB*D* triangulum triangulo BCD] *ex octaua sexti elementorum.*

PROBLEMA III. PROPOS. VII.

Datis rectis lineis AB, BF; minorem extremam sumere.

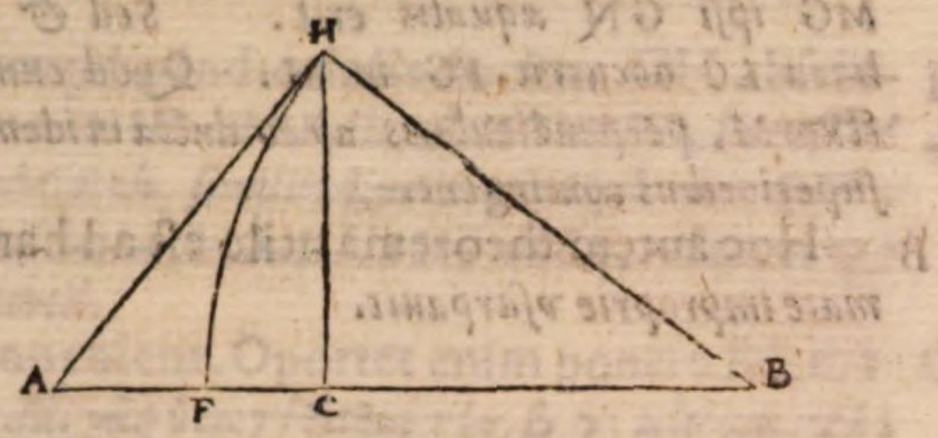


Secetur AB bifariam in E, & circa centrum E per B circumferentia describatur; quam circumferentia circa B centrum per F descripta secet in puncto D: & perpendicularis ducatur DC, facta est igitur *BC* tertia proportionalis ipsarum *AB* BF, quod ex antedictis in media proportionali demonstrari facile potest.

Et manifestum est si data analogiæ proportio dupla sit, ita vt AB sit quadrupla BC, quæ ipsi BD æqualis ponitur dimidia erit AB, videlicet EB. Et si proportio maior sit, quam dupla, erit dimidia minor: Si vero minor, quàm dupla, dimidia maior erit.

PROBLEMA IIII. PROPOSITIO VIII.

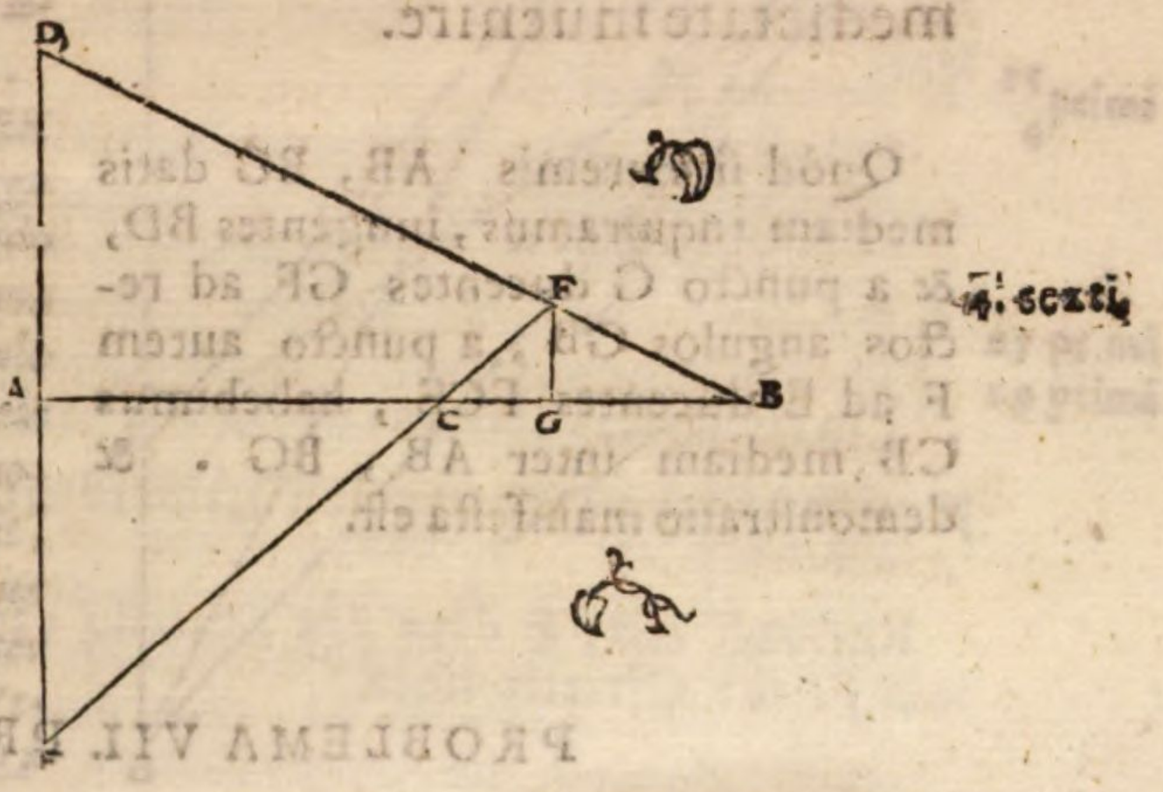
Datis rectis lineis FB, BC maiorem extremam inuenire.



Ducatur ad rectos angulos CH, quam circumferentia circa B centrum per F descripta ſicet in H, & ipſi BH iunctę ad rectos angulos ducatur HA. ergo AB eſt tertia proportionalis ipſarum CB, BF, hoc enim ex ante demonſtratis per ſpicue conſtat.

PROBLEMA V. PROPOSITIO IX.

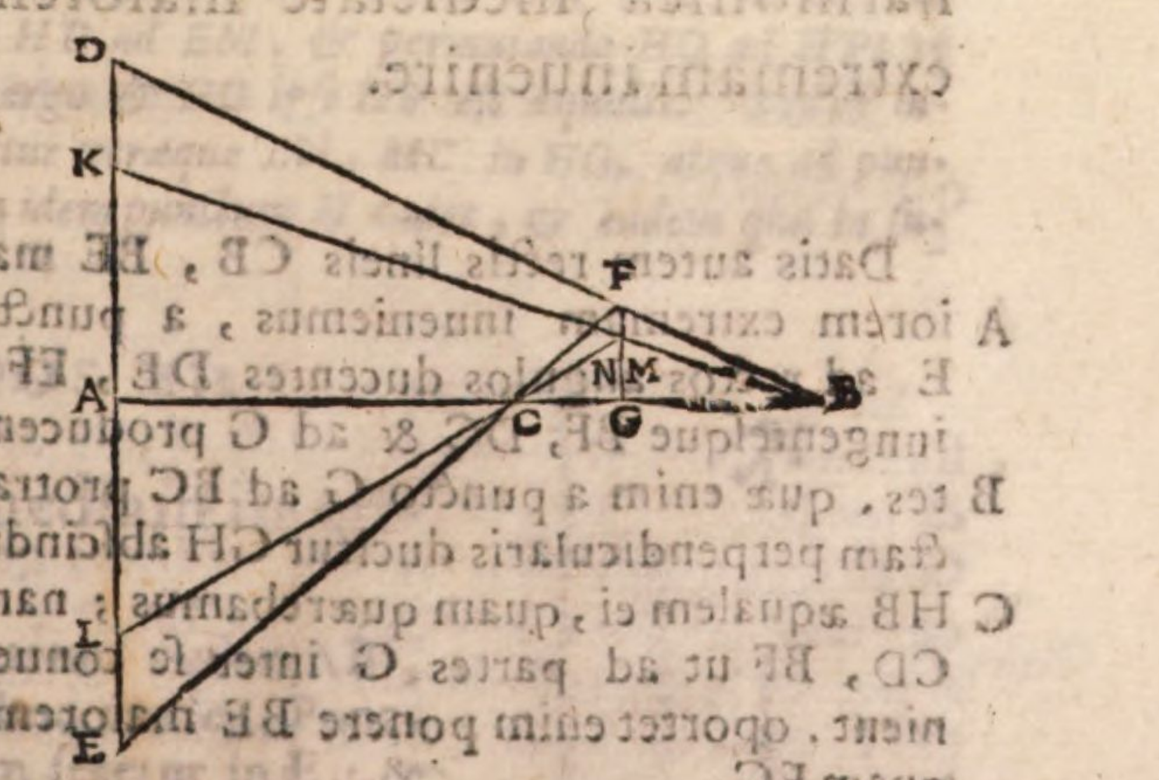
Datis rectis lineis AB, BC minorem extremam in harmonica medietate inuenire. A



Rurſus ſint duæ rectæ lineę AB, BC; & ad rectos angulos ipſi AB ducatur DAE, ita ut DA ſit æqualis AE: iũgan turq; BD, ECF: & a pũcto F ad CB per pendicularis ducatur FG. Dico ut AB ad BG, ita eſſe ipſarũ AB, BC exceſsũ ad exceſsũ CB, BG. Quoniã. n. ẽ, vt AB ad BG, ita DA ad FG; hoc ẽ AE ad FG: eſt. n. AE ipſi AD æqualis: erit ut AB ad BG, ita AE ad FG. Sed vt AE ad FG ita AC ad CG: propterea q̃ triangula ACE, CFG æquiãgula ſunt. vt igitur AB ad BG, ita AC ad CG. atq; eſt AC exceſſus rectarum linearũ AB, BC. & CG exceſſus ipſarum CB BG. ergo ut AB BG, ita ipſarũ AB BC exceſſus ad exceſſum CB BG. Hoc aũt theorema vtile eſt ad harmonicam medietatem. prima enim eſt AB, ſecunda BC, tertia BG. B

COMMENTARIVS.

Datis rectis lineis AB, BC minorẽ extremã in harmonica medietate inueni re.] *propoſitionẽ hãc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quemadmodum, & in iis, quæ ſequuntur.*



Animaduertẽdũ aũt ẽ Pappũ nõ determinare magnitudinẽ rectarũ linearũ DA, AE p̃pterea q̃ vtcumq; ſumantur, ſiue maiores, ſiue minores, idem prorſus contingat neceſſe eſt ſumantur enim aliæ duæ KA AL, ita tamen ut inter ſe æquales ſint: & iuncta KB, quæ rectam lineam FG in puncto M ſecet, ducatur LC. Dico LC productam occurrere ipſi FG in M. Si enim fieri poteſt, occurrat in alio puncto, videlicet in N. Quoniam igitur demonſtra-

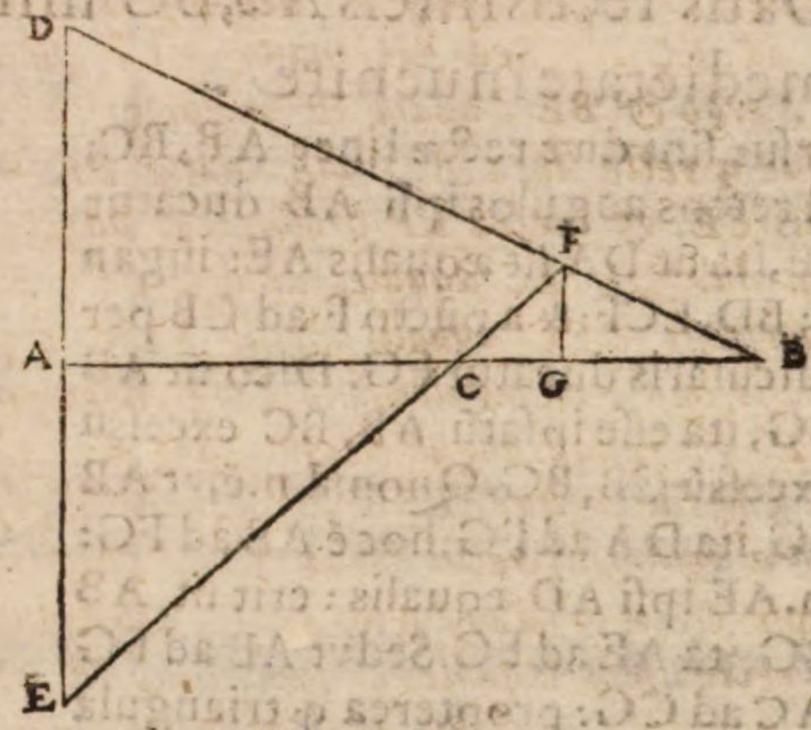
C *uimus*

timus, vt AB ad BG, ita esse AC ad CG: Vt autem AB ad BG, ita KA ad MG: & vt AC ad CG, ita AL ad NG. Ob similitudinem triangulorum ALC, CNG; erit vt KA ad MG, ita AL ad NG: permutandoque vt KA ad AL, ita MG ad GN. est autem KA æqualis AL. ergo & MG ipsi GN æqualis erit. Sed & inæqualis, quod fieri non potest. recta igitur linea LC occurrit FG in M. Quòd cum KB, LC inter se conueniant in FG ad punctum M, perpendicularis ab eo ducta in idem punctum G cadet. & omnia similiter atque in superioribus contingent.

B Hoc autem theorema utile est ad harmonicam medietatem] *Theorema pro problemate improprie vsurpauit.*

PROBLEMA VI. PROPOSITIO X.

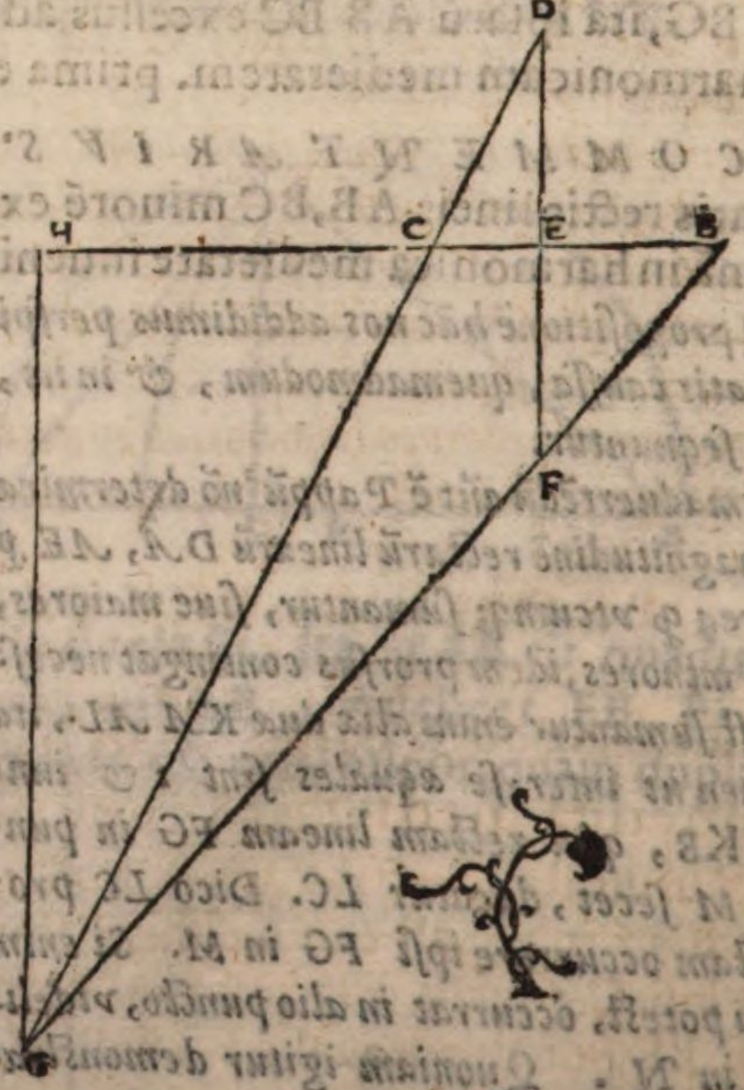
A Datis rectis lineis AB, BG mediam in harmonica medietate inuenire.



Quòd si extremis AB, BG datis mediam inquiramus, iungentes BD, & a puncto G ducentes GF ad rectos angulos GB, a puncto autem F ad E ducentes FCE, habebimus CB mediam inter AB, BG. & demonstratio manifesta est.

PROBLEMA VII. PROPOSITIO XI.

A Datis rectis lineis CB, BE in harmonica medietate maiorem extremam inuenire.



Datis autem rectis lineis CB, BE mà-
A iorem extremam inueniemus, a puncto E ad rectos angulos ducentes DE, EF, iungentesque BF, DC & ad G producen-
B tes. quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abscindit
C HB æqualem ei, quam quærebamus; nam CD, BF ut ad partes G inter se conuenient. oportet enim ponere BE maiorem, quam EC.

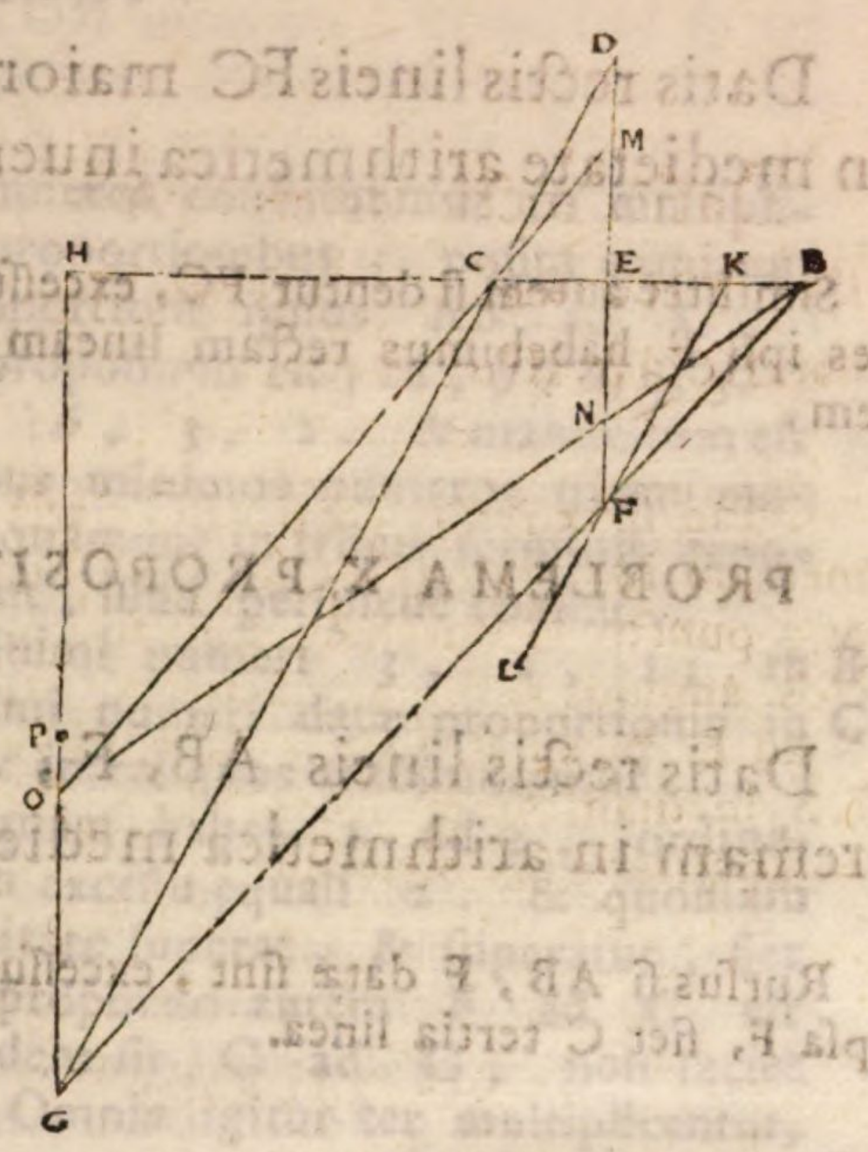
COM-

COMMENTARIVS.

A puncto E ad rectos angulos ducentes DE, EF] *Intelligendum autem DE, EF inter se æquales esse, vt in superioribus.* A

Quæ enim a puncto G ad BC protractam perpendicularis ducitur GH abscindit HB æqualem ei, quam quærebamus] *Vt enim HB ad BE, ita est HG ad EF, hoc est ad DE ei æqualem. Sed vt HG ad DE, ita est HC ad CE ob similitudinem triangulorum CGH, CDE. Vt igitur HB ad BE, hoc est vt primus terminus ad tertium, ita HC ad CE, videlicet excessus primi, & secundi ad excessum secundi & tertii.* B 4. sexti.

Nam CD, BF vt ad partes G inter se conuenient. Oportet enim ponere BE maiorem, quàm EC.] *In Græco codice legitur* δεῖ γὰρ ὑποτίθεσθαι τὴν β γ μείζονα τῆς δ γ. *Sed puto legendum* τὴν β ε μείζονα τῆς ε γ. *quoniam in medietate harmonica tertius terminus maior est excessu, quo medius ipsum tertium superat. Vt enim HB ad BE, ita HC ad CE: & permutando vt BH ad HC, ita BE ad EC. Sed BH maior est, quàm HC. ergo & BE, quàm EC maior erit. Itaque a recta linea BE abscindatur EK æqualis CE, & iuncta KF producatur ad L. erunt duæ DE, EC æquales duabus FE, EK & angulus DEC æqualis angulo FEK. ergo & basis basi, triangulumque CDE triangulo KFE, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur EFK est æqualis angulo EDC: & ob id recta linea KFL parallela est ipsi DC: & duo anguli CDF, DFL duobus rectis sunt æquales. quod cum ita sit, duo anguli CDF, DFG erunt minores duobus rectis. ac propterea rectæ lineæ DC, BF inter se ad partes G necessario conuenient. Vtcumque autem sumantur rectæ lineæ DE, EF modo æquales sint, idem continget. sint enim aliæ duæ ME, ON, & ducta BN producatur vsque ad HG in O, iungaturque MC. Dico MC protractam occurrere ipsi HG in puncto O. Si enim fieri potest, occurrat in alio puncto, quod sit P. Et quoniam vt HB ad BE, ita est HC ad CE: vt autem HB ad BE, ita HO ad EN: & vt HC ad CE, ita HP ad EM, erit HO ad EN, vt HP ad EM. & permutando HO ad HP; vt NE ad EM. est autem NE æqualis EM. ergo & HO ipsi HP est æqualis. Sed & inæqualis, quod fieri non potest. conuenient igitur vtræque BN, MC in HG, atque ad punctum O. quare perpendicularis ab eo ducta in idem punctum H cadet, & eadem quæ in superioribus sequentur.*

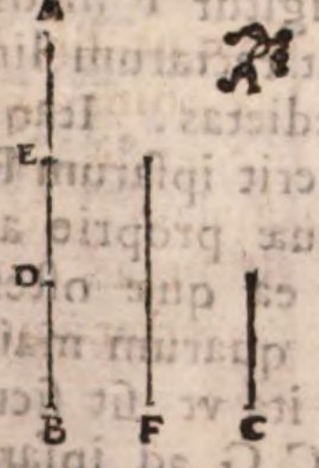


15 primi
4 primi
1
27 primi
29 primi
4. sexti.

PROBLEMA VIII. PROPOS. XII.

Datis rectis lineis AB, C, mediam in arithmetica medietate inuenire.

Rursus datis rectis lineis AB, C, quarum maior AB, mediam inæquali excessu inueniemus hoc modo. Ponatur ipsi C æqualis BD, & DA bifariam secetur in E: & ipsi BE ponatur æqualis F. constat igitur F rectam lineam esse quam quærebamus.

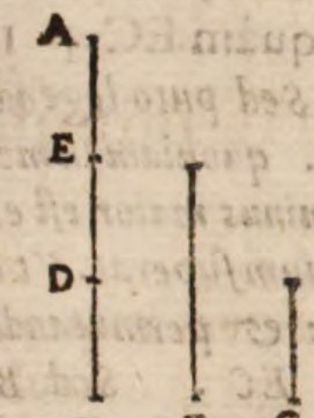


COMMENTARIVS.

Ponatur ipsi C æqualis BD, & DA bifariam diuiditur in E] *Græcus codex* χαὶ σθω τῆ γ ἴ σ η ἡ Λ ε, καὶ ἡ Λ α λί χα τετμὴ σθω τὸ ε κ. *Sed legendum erit hoc pacto, vt arbitror,* κείσθω τῆ γ ἴ σ κ ἡ β Λ, καὶ Λ α λίχα τετμησθω κατὰ τὸ ε.

PROBLEMA IX. PROPOSITIO XIII.

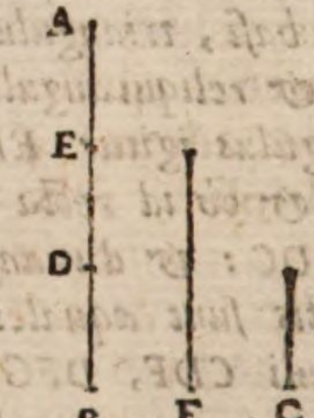
Datis rectis lineis FC maiorem extremam in medietate arithmetica inuenire.



Similiter autem si dentur FC, excessum earum addentes ipsi F habebimus rectam lineam ipsi AB æqualem.

PROBLEMA X. PROPOSITIO XIIII.

Datis rectis lineis AB, F, minorem extremam in arithmetica medietate inuenire.



Rursus si AB, F datæ sint, excessu earum ablato ab ipsa F, fiet C tertia linea.

PROBLEMA XI. PROPOSITIO XV.

Tres medietates simul in minimis rectis lineis numero quinque inuenire.

Sit igitur F media inter AB C in excessu æquali, erit rectarum linearum AB, F, C arithmetica medietas. Itaque fiat ut F ad C, ita C ad G: & erit ipsarum F, C, G, medietas geometrica, quæ proprie analogia appellatur, Quòd si per ea quæ ostensa sunt, datis rectis lineis CG, quarum maior sit C, tertiam inueniamus H, ita vt sit sicut C ad H, sic excessus ipsarum C G ad ipsarum G H excessum, erit & rectarum linearum C G H harmonica medietas.

Ea-

Eadem autem proportio est rectæ lineæ AB ad C, quæ est C ad A
H; qui sunt extremi termini in arithmetica, & harmonica medietate.
ergo quinque numero erunt minimæ rectæ lineæ, tres medietates continentes,
quæ etiam inter se incommensurabiles esse possunt.

ALITER.

Idem in minimis numeris inuenire.

Simul autem & per quinque minimos numeros constituuntur in multiplicibus, superparticularibus, & reliquis proportionibus. posita nimirum unitate indiuisibili. In dupla enim proportione ipsius AB ad C, erunt minimi numeri facientes id, quod propositum est, 12, 9, 6, 4, 3. In tripla autem proportione. 18, 12, 6, 3, 2. & manifestum est quomodo oporteat & in aliis proportionibus minimos numeros trium medietatum inuenire. At si seorsum unamquamque in tribus terminis exponere quis uelit; ex iis, quæ antedicta sunt, illud perspicue constat.
In arithmetica quidem medietate erunt minimi numeri 3, 2, 1; in B
geometrica autem 4, 2, 1. Et minimi numeri datæ proportionis in C
æquemultiplices, & superparticulares, & in reliquos transmutentur.
Vt in proportione dupla AB ad C, quam habet 2 ad 1, ordinabimus pro 2, 4; & pro 1, 2: in excessu æquali 2. & quoniam ipsorum medium est, quod & pari quantitate superat, & superatur, fiet recta linea F unitatum trium media. proportio autem F ad C est sesquialtera, vt 3 ad 2, & cum eadem sit C ad G, non faciet problema unitate indiuisibili manente. Omnia igitur ter multiplicentur, & fient pro 4 quidem 12, pro 3 uero 9, & pro 2, 6, & re- D
cta linea G fiet unitatum 4, & H 3. ergo trium medietatum numeri erunt, 12, 9, 6, 4, 3.

COMMENTARIVS.

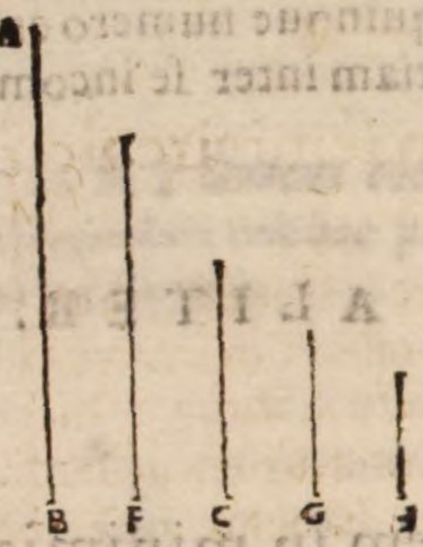
Eadem autem proportio est rectæ lineę AB ad C, quæ est C ad H.] A
Exponatur recta linea KL ipsi AB æqualis, quæ secetur in punctis M N O ita vt LM quidem sit æqualis lineæ F; LN uero C æqualis, & LO, ipsi G. Quoniam igitur in lineis KL, LM, LN medietas arithmetica consistit, erunt excessus KM, MN inter se æquales. & quoniam in ipsis ML, LN, LO consistit geometrica medietas siue analogia, vt ML ad LN, ita erit NL ad LO. hoc est vt tota ad totam, ita pars ad partem. ergo & MN reliqua ad reliquam NO, vt ML ad LN. Sed cum ML sit maior, quàm LN; erit & MN quàm NO maior, ex demonstratis a nobis ad sextamdecimam quinti libri elementorum, abscindatur a linea MN ipsa NQ, quæ sit æqualis NO. vt autem ML ad LN, ita & omnes antecedentes MN,

K
M
Q
N
O
P
L

19 quinti

ML ad

ML ad omnes conſequentes NQ, LN, ex duodecima quinti libri elementorum. Sed lineis MN, ML æquales ſunt KM ML, hoc eſt KL: ipſis vero NO NL ſunt æquales QN, NL, hoc eſt QL. Vt igitur KL ad LQ, ita ML ad LN & permutando ut KL ad LM, ita QL ad LN. ergo reliqua KQ ad MN reliquam erit ut KL ad LM. Sed vt MN ad NO, ita ML ad LN: quod ſuperius demonſtratum fuit. quare ex æquali vt KQ ad NO, hoc eſt ad QN, ita KL ad LN. Itaque fiat, vt KQ ad QN, hoc eſt vt KL ad LN, ita NO ad OP. erit componendo vt KN ad NQ, ita NP ad PO, permutandoq; vt KN ad NP, ita NQ ad PO hoc eſt NO ad OP. erat autem NO ad OP, vt KL ad LN. Vt igitur KL ad LN, ita KN ad NP. quare reliqua NL ad LP reliquam, ut KL ad LN, hoc eſt vt NO ad OP: ac propterea LP æqualis erit lineæ H; & vltimus terminus in harmonica medietate. Vt igitur KL ad LN, videlicet ut AB ad C, ita NL ad LP, hoc eſt C ad H. quod demonſtrare oportebat.



B In geometrica autem .4 2 01.] *Græcus codex ſic habet* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ς γ β *Sed mendoſe. non enim in his terminis 6 3 2 geometrica analogia conſiſtit. legendum autem puto* ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς δ β α *vel* θ γ α.

C Et minimi numeri datæ proportionis in æque multiplices, & ſuperparticulares, & reliquos tranſmutentur.] *In Græco codice legitur* καὶ τῶν κατὰ τὸν δίδομενον λόγον πυθμένων εἰς τοὺς ἰσάκις πολλαπλασίους, καὶ τοὺς ἐπιμορίους μεταλαμβανομένων, καὶ τοὺς λοιποὺς *quamquam nonnulla deſiderari videantur. per* πυθμένας *autem intellige numeros in qualibet proportione minimos, qui ſunt veluti radices quædam, a quibus reliqui gignuntur. Diophantes* ὑποστάσεις *appellat. Videtur autem docere quo pacto inueniantur minimi numeri, tres medietates continentes.*

Si enim velimus primum terminum in arithmetica medietate ad vltimum, vt AB ad C proportionem habere duplam, ita faciemus. Primum exponentur minimi numeri in proportione dupla, qui ſunt 2 1. Sed quoniam inter hos non cadit numerus medius, pro 2 quidem 4, & pro 1, 2 accipiemus, quorum medius in arithmetica medietate eſt 3. oportet autem 2 ad alium numerum eam proportionem habere, quam habet 3 ad 2. videlicet ſeſquialteram, quod cum fieri non poſsit, vnitate indiuiſibili manente, neceſſe erit ad alios tranſire. eos igitur duplabimus, & erunt 8 6 4. Sed cum rurſus non detur tertius numerus in geometrica analogia, eoſdem triplabimus, vt ſint 12, 9, 6. & ſi fiat vt 9 ad 6, ita 6 ad alium, erit is numerus 4. tertius autem in medietate harmonica, & vltimus erit 3; nam vt 6 ad 3, ita exceſſus ipſorum 6, 4, qui eſt 2 ad exceſſum 4, 3; videlicet ad 1. At ſi velimus AB ad C triplam proportionem habere, exponentur minimi numeri eius proportionis, qui ſunt 3, 1, & horum dupli 6, 2, quorum medius eſt 4. vt autem 4 ad 2, ita 2 ad 1. cumque vlterius progredi non liceat, ad eorum duplos deueniemus, videlicet 12, 8, 4. in quibus tertius quidem numerus geometricæ medietatis datur qui eſt 2, tertius autem harmonicæ dari non poteſt. Itaque triplabimus, & fient 18, 12, 6. quartus autem erit 3, & vltimus 2. Numeri igitur trium medietatum in tripla proportione minimi erunt 18. 12. 6. 3. 2. & eodem modo in aliis.

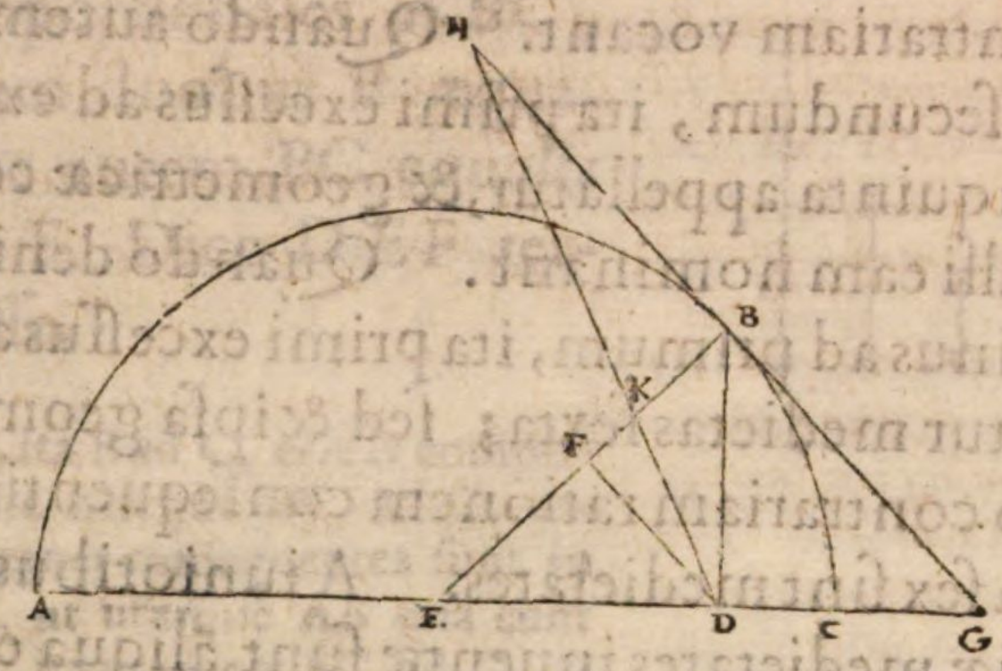
D. Omnia igitur ter multiplicentur.] *Græcus codex* πάντα ἅπαξ τρὶς. *lege* τρὶς.

PROBLEMA XII. PROPOSITIO XVI.

In ſemicirculo tres medietates conſtituere.

Hæc igitur de tribus medietatibus ex antiquorum ſententia dicta ſint, At vero fieri poſſe, vt in ſemicirculo etiam tres medietates in minimis rectis lineis numero ſex conſtituantur, ex his manifeſtum fiet.

Exponatur enim ſemicirculus, habens BD perpendicularem, & EB eā, quæ ex centro, & rurſus perpendicularem DF. ducatur autem per B recta linea HG circulum contingens, productaq; ECG, ponatur ipſi BG æqualis BH, & DKH iungatur. Dico EK in harmonica medietate inter BE EF, mediam eſſe, quarum maxima BE, & EF minima. Quoniam enim anguli ad BF recti ſunt, parallela eſt DF ipſi HG. atque eſt EGB triangulum triangulo EFD æquiangulum. & triangulum BHK triangulo KDF. vt igitur BE ad EF, ita BG ad FD. eſt autem BG æqualis BH. ergo & ut BE ad EF. ita BH ad DF. ſed ut BH ad DF, ita BK ad KF. atque eſt BK rectarum linearum BE EK exceſſus: & KF exceſſus ipſarum KE, EF. quare ut BE ad EF, ita exceſſus rectarum linearum BE EK ad ipſarum KE EF exceſſum. harmonicam igitur medietatem continent rectę lineæ BE, EK, EF, quarū media EK, maxima BE, & EF minima. Oſtenſum autem eſt rectas lineas quidem AD, EC, CD arithmeticam medietatem continere. ipſas uero EG EC ED geometricam. tres igitur medietates in ſemicirculo ordinatę ſunt.



A B C D

COMMENTARIVS.

Habens BD perpendicularem] *Græcus codex* ἔχον τὴν β Δ καθ' ἑκαζον. *lege* ἔχον τὴν β Δ κάθετον. A

Et DKH iungatur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ κ θ. *lege* ἡ Δ κ Δ. B

Et triangulum BHK triangulo KDF.] *Græcus codex* τὸ δὲ β θ κ τρίγωνον τῷ ε ζ Δ. *lege* τῷ κ ζ Δ. C

Ipſas uero EG, EC, ED geometricam] *Eſt enim ex corollario octauæ ſexti elementorum, EB, hoc eſt EC, media proportionalis inter EG ED.* C

Quoniam autem Nicomachus pythagoreus, & quidam alij non ſolum de primis tribus medietatibus diſſeruerunt, quæ maxime utiles ſunt ad antiquorum lectiones;

ctiones; sed etiam de aliis tribus ex antiquorum sententia; & insuper de quatuor aliis, quæ a iunioribus inuentę sunt: conabimur etiam de iis accurate, diligenterque conscribere, veteres imitati, qui quidem a maiori termino ordientes; tres prędictas medietates exposuerunt; a minori vero maiora metientes, tres alias, quæ a primis differunt.

DIFFINITIONES.

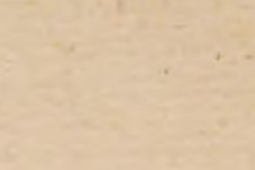
Medietas. Quando enim sit, vt tertius terminus ad primum, ita primi termini excessus ad excessum secundi, medietatem harmonicæ contrariam vocant. Quando autem sit, vt tertius terminus ad secundum, ita primi excessus ad excessum secundi, medietas quinta appellatur, & geometricæ contraria; sic enim nonnulli eam nominant. Quando denique sit, vt secundus terminus ad primum, ita primi excessus ad excessum secundi, vocatur medietas sexta; sed & ipsa geometricę contraria dicitur; ob contrariam rationem consequentiam, vt ex eorum sententia sex sint medietates. A iunioribus autem, vt dixi, quattuor aliæ medietates inuentæ sunt, aliqua ex parte vtiles; qui quidem & propriis terminis vtuntur. excessum enim, quo primus terminus superat secundum, primum excessum vocant; eum vero, quo secundus superat tertium, secundum; & quo primus tertiũ superat, tertium appellant; intelligentes, vt etiam in principio diximus, pro primo termino maximum, pro secundo mediũ, & pro tertio minimum. Et quando sit, vt tertius excessus ad primum, ita secundus terminus ad tertium; vocant septimam medietatem. Quando sit, vt tertius excessus ad primum, ita primus terminus ad secundum, octauam medietatem nominant. Quando sit, vt tertius excessus ad primum, ita primus terminus ad tertium, nonam. Quando autem sit vt tertius excessus ad secundum, ita secundus terminus ad tertium; decimam medietatem appellant. His igitur terminis positis ortus decem medietatem explicabimus & per geometricam analogiam, vt dictum est. Analogia autem ex proportionibus constat. At proportionis cuiusque principium ęqualitas est. Geometrica igitur medietas, cum ex ęqualitate primum ortum habeat, & ipsa seipsam, & alias medietates constituit, ostendens (quemadmodum diuinissimus Plato inquit) analo-

Quarta. Quinta. Sexta. Excessus primus. Secũdus. Tertius. Medietas septima. Octaua. Nona. Decima. analogia Proportionis ca iusq; principium ęqualitas est. Geometrica medietas & seipsam, & alias medietates constituit,

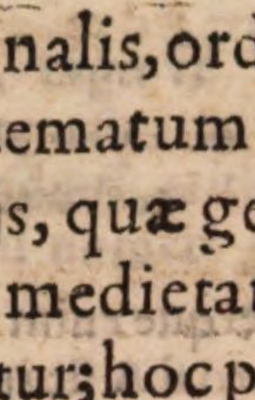
giæ

gię naturam, cauſam harmoniæ omnibus; & rationalis, ordinatique ortus. Dicit enim unum uinculum eſſe mathematum omnium. Cauſa autem ortus, & vinculum omnibus ijs, quæ generantur, eſt analogię diuina natura. Itaque decem medietatum conſtitutio per geometricam analogiam oſtendetur; hoc prius conſiderato.

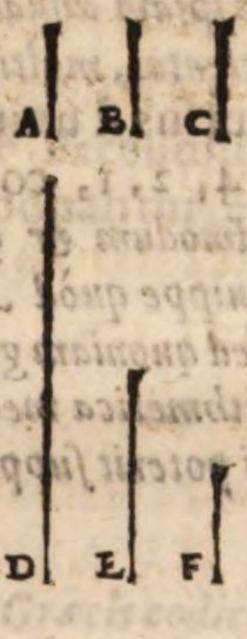
THEOREMA V. PROP. XVII.



Sint tres termini proportionales A B C, & vtrique A C vna cum duobus B æqualis ponatur D: Vtrique autem B C ęqualis ſit E, & ipſi C ęqualis F. Dico D E F terminos proportionales eſſe.

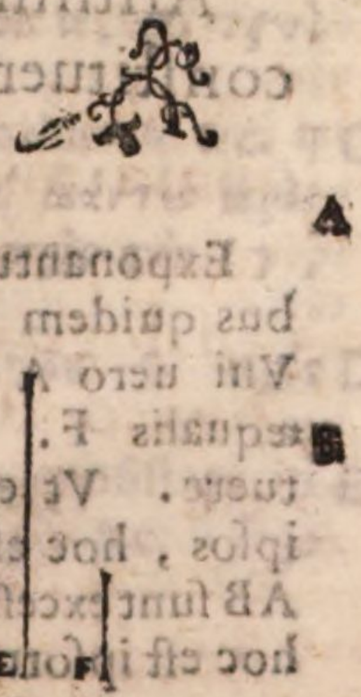


Quoniam enim eſt, vt A ad B, ita B ad C, erit & componendo ut vterque A B ad B, ita uterque B C ad C. ergo & omnes antecedentes ad omnes conſequentes ſunt in eadem proportione, uidelicet, ut uterque A B una cum utroque B C ad vtrumque B C, ita uterque B C ad C. & eſt vtrique A B vna cum utroque B C æqualis D; vtrique autem B C æqualis E; & F ipſi C æqualis: tres igitur termini D E F proportionales ſunt in ea proportione, quam habet uterque A B ad B.



PROBLEMA XIII. PROPOS. XVIII.

Geometricas medietates per analogiam inuenire.



Itaque ſi ponantur æquales A B C, fient D E F in dupla analogia. Vterque enim A C una cum duobus B duplus eſt vtriuſque B C. Vterque uero B C ipſius C eſt duplus. At A B C in dupla analogia conſtitutis, ſi quidem A eorum maximus ſit, fient D E F in tripla analogia. Si vero ſit minimus in ſeſquialtera. Vterque enim A B ipſius B triplus eſt, ſi quidem A ſit duplus ipſius B; ſeſquialter uero ſi A ſit ipſius B dimidius. & ita a proportionibus, quæ deinceps ſunt; conſequentes & multiplices, & ſuperparticulares inuenientur. & rurſus ſi, unitates ſint A B C, geometrica medietas, quę eſt D E F in minimis numeris 4, 2, 1 conſiſtere dicetur.

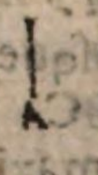
COMMENTARIVS.

A Vterque enim AB ipsius B triplus est, siquidem A sit duplus ipsius B, sesquialter uero si A sit ipsius B dimidius] *In Græco codice sic legitur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρου α β γ τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἔστιν, εἰ διπλάσιος εἴη ὁ β τοῦ α. ἡμιόλιος δὲ ἡ θ α τοῦ β ἥμισις εἴη. *Sed legendum videtur.* καὶ γὰρ συναμφοτέρος α β τοῦ β τριπλάσιος μὲν ἔστιν, εἰ διπλάσιος εἴη ὁ α τοῦ β, ἡμιόλιος δὲ εἰ α τοῦ β ἥμισις εἴη. *Est enim D ad E, vt AB ad B, vel vt BC ad C ex iis, quæ ante demonstrata sunt. Postquam vero ostendit ex analogia æqualitatis duplam analogiam generari, nunc declarat quomodo ex dupla fiat tum tripla, tum sesquialtera. Sint enim ABC in dupla analogia, ita vt A sit 4, B 2, C 1, fiet D 9, E 3, F 1. in quibus tripla anologia consistit. Sit rursus A 1, B 2, C 4, erit D 9 E 6 F 4; in quibus est sesquialtera, Eodem modo ex tripla analogia gignitur & quadrupla, & sesquitertia. nam si ABC ponantur 9, 3, 1 fient DEF, 16, 4, 1: & si ponantur 1, 3, 9. fient 16, 12, 9. & ita ex quadrupla oritur quintupla, & sesquiquarta. & deinceps reliquæ tum multiplices, tum superparticulares. Ex superparticularibus vero & multiplices superparticulares nascuntur, & superpartientes. quippe cum ex sesquialtera 9, 6, 4 nascatur dupla sesquialtera 25, 10, 4; ex qua rursus fit tripla sesquialter, a 49, 14, 4; & deinceps aliæ. Ex subsequialtera vero 4, 6, 9 nascitur superbipartiens tertias 25, 15, 9. ex qua fit dupla superbipartiens tertias. 64, 24, 9. deinde reliquæ. At ex sesquitertia 16, 12, 9, fit dupla sesquitertia 49, 21, 9. deinde tripla sesquitertia 100, 30, 9. deinde aliæ. Ex subsesquitertia vero 9, 12, 16 fit supertripartiens quartas 49, 28, 16. ex qua dupla supertripartiens quartas 121, 44, 16; & reliquæ. Ex quibus perspicue apparet ipsam æqualitatis analogiam omnes alias, nimirum multiplices, superparticulares, superpartientes, multiplices superparticulares, & multiplices superpartientes generare.*

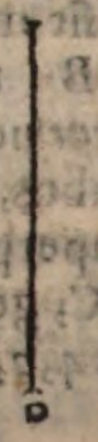
B Et rursus si unitates sint ABC geometrica medietas, quę est DEF in minimis numeris 4, 2, 1, consistere dicetur] *Sunt enim 4, 2, 1 minimi numeri in dupla analogia, quemadmodum & 9, 3, 1, in tripla. & 16, 4, 1. in quadrupla, & reliqui, de quibus diximus. quippe quòd A B C vnitates ponuntur. In græcis codicibus sequitur harmonica medietas. Sed quoniam geometrica, & seipsam & reliquas generat. vt dictum est, videtur desiderari arithmetica medietas, quæ fortasse intercidit, quemadmodum & septima. Nos igitur eam, vt fieri poterit supplere aggrediemur.*

PROBLEMA XIIII. PROPOS. XIX.

Arithmeticam medietatem per analogiam constituere.



A Exponantur tres termini proportionales A B C, & duobus quidem A, & duobus B, & uni C æqualis sit D. Vni uero A, uni B, & uni C sit E æqualis; & uni C æqualis F. Dico D E F arithmeticam medietatem constituere. Vt enim duo A, duo B, & unus C sunt ad seipsos, hoc est ut D ad seipsum, ita AB ad seipsos. Sed AB sunt excessus, quo duo A, duo B, & unus C superant ABC, hoc est ipsorum D E excessus: suntque iidem A B excessus, quo

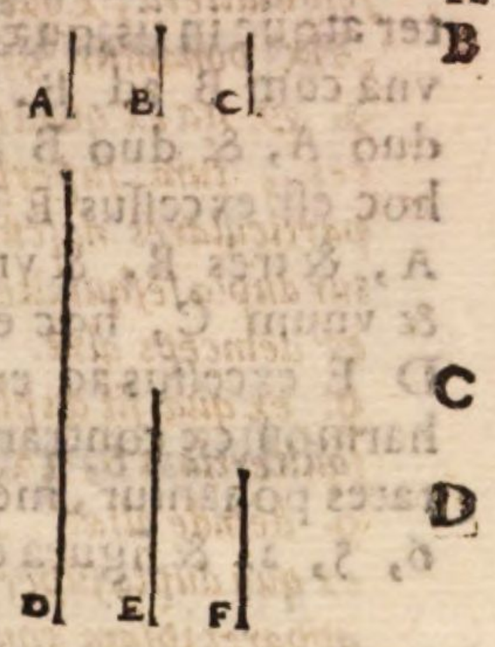


quo A B C superant ipsum C, hoc est excessus E F, ergo vt D ad seipsum, ita D E excessus ad excessum E F. Quando autem sit; ut primus terminus ad seipsum, ita primus excessus, ad excessum secundum, arithmetica medietas est. Quòd si A B C vnitates ponantur, minimi numeri 5, 3, 1 eam continebunt.

PROBLEMA XV. PROPOSITIO XX.

Harmonicam medietatem per analogiam constituere.

Harmonica medietas per analogiam ita constituetur, Ponantur tres termini proportionales A B C, & duobus quidem A, & tribus B & vni C sit æqualis D. duobus autem B & vni C sit E æqualis, & vni B & vni C æqualis F. Dico D E F harmonicam constituere medietatem. Quoniam enim proportionales sunt A B C, erunt vt duo A vnà cum B ad B, ita duo B una cum C ad C. & omnes ad omnes, videlicet vt duo A vna cum tribus B & vno C ad BC, hoc est ut D ad F, ita duo A vna cum B ad B. Sunt autem duo A vna cum B excessus, quo duo A una cum tribus B, & uno C superant duos B, & vnum C, hoc est excessus ipsorum D E: & vnus B excessus est, quo duo B, & vnus C superant BC, hoc est excessus EF. Quando autem sit, vt D ad F, ita excessus DE ad FF excessum; medietas harmonica est. & manifeste patet, si A B C vnitates ponantur, eam consistere in minimis numeris 6, 3, 2.



COMMENTARIVS.

Harmonica medietas per analogiam ita constituetur] *In Græcis codicibus hæc leguntur, quæ nos omittenda censuimus, tamquam superuacanea, & ab alio aliquo inserta.* καὶ τῆς ἰσότητος ἐν τῇ τάξει τῆς ἀναλογίας διαφόρως κανταῦτα καὶ τῶς ἐξῆς παραλαμβανομένης. A

Et duobus quidem A, & tribus B, & uni C sit æqualis D] *Græcus codex.* καὶ δύο μὲν τοῖς Δ, καὶ τρισὶ τοῖς δύο. *Sed corrige.* καὶ δυὸ μὲν τοῖς α, καὶ τρισὶ τοῖς β. B

Ita duo B una cum C ad C, & omnes ad omnes, videlicet ut duo A &c.] *Græcus codex.* οὕτω δύο οἱ δύο μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο ὅ ε α. *Sed legendum*, οὕτω δύο οἱ β μετὰ τοῦ γ πρὸς τὸν γ, καὶ πάντες πρὸς πάντας δύο οἱ α. C

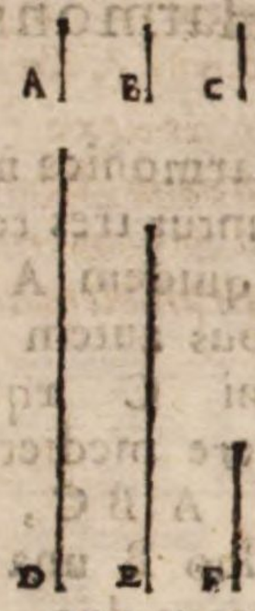
Ita duo A una cum B ad B] *Græcus codex* οὕτω δέ οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. *lege* οὕτω δύο οἱ α μετὰ τοῦ β πρὸς τὸν β. D

Et manifeste patet, si A B C similiter unitates ponantur, eam consistere in minimis numeris 6, 3 2.] *Græcus codex* καὶ δῆλον ὅτι λέγει τὰ μὲν &c. *lege* καὶ δῆλον ὅτι λέγοι τ' ἂν ἐν. E

PROBLEMA XVI. PROPOSITIO XXI.

Harmonicæ contrariam medietatem per analogiam constituere.

Harmonicæ contraria medietas ex analogia sic constituetur. Positis terminis proportionalibus ABC, duobus quidem A, & & tribus B, & vni C æqualis sit D. duobus uero A, & duobus B, & uni C sit E æqualis: & vni B & vni C æqualis F.

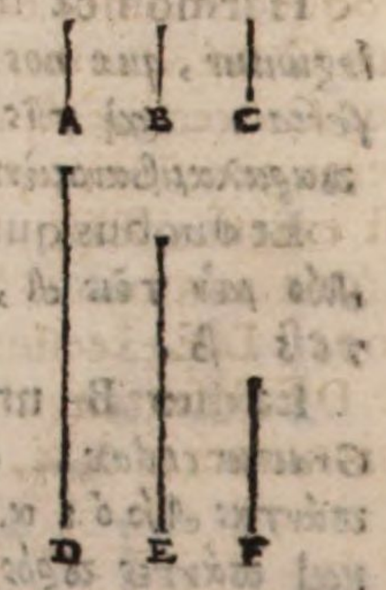


Dico DEF medietatem dictam efficere. Rursus enim similiter atque in iis, quæ ostensa sunt, ut D ad F, ita erunt duo A vna cum B ad B. & sunt duo A una cum B excessus, quo duo A, & duo B & vnus C superant unum B, & unum C, hoc est excessus E F. Vnus autem B excessus est, quo duo A, & tres B, & vnus C superant duos A, & duos B, & vnum C, hoc est excessus D E. Vt igitur F ad D, ita D E excessus ad excessum EF, quod pertinet ad medietatem harmonicæ contrariam. perspicuum autem est, si A B C vnitates ponantur, medietatem eam in minimis numeris constitui 6, 5, 2. & figura est eadem.

PROBLEMA XVII. PROPOSITIO XXII.

Quintam, & geometricæ contrariam medietatem per analogiam constituere.

Quinta medietas ex analogia in hunc constituetur modum. Exponantur tres proportionales termini A B C, & uni quidem A, & tribus B, & uni C, equalis fit D; vni autem A, & duobus B, & uni C æqualis E; sitque F vni B, & uni C æqualis. Dico DEF quintam medietatem constituere. Quoniam enim ob analogiam est ut A vna cum B ad B, ita B una cum C ad C; erit & vt uterque antecedens A B una cum utroque BC ad vtrumque consequentem BC, hoc est vt E ad F, ita vterque AB ad B. Est autem uterque AB excessus, quo vnus A, & duo B, & unus C superant vnum B, & unum C. hoc est excessus E F; & B. est excessus, quo unus A, & tres B, & unus C superant vnum A, & duos B, & unum C; hoc est excessus D E. Vt igitur F ad E, ita DE excessus ad excessum EF, quod quintæ medietati accidit. & dicetur consistere in minimis numeris, 5, 4, 2. cum ABC unitates ponentur, figura autem eadem erit.



COMMENTARIVS.

Erit & vt vterque antecedens AB &c.] *Græcus codex* ἔσαι καὶ συναμφότερος. *Sed legendum* ἔσαι καὶ ὡς συναμφότερος. A

Hoc est excessus EF] *Græcus codex* τουτέσιν ἡ τῶν Δ Ε ὑπεροχὴ. *corrige* τουτέσιν ἡ τῆς Ε Ζ ὑπεροχὴ. B

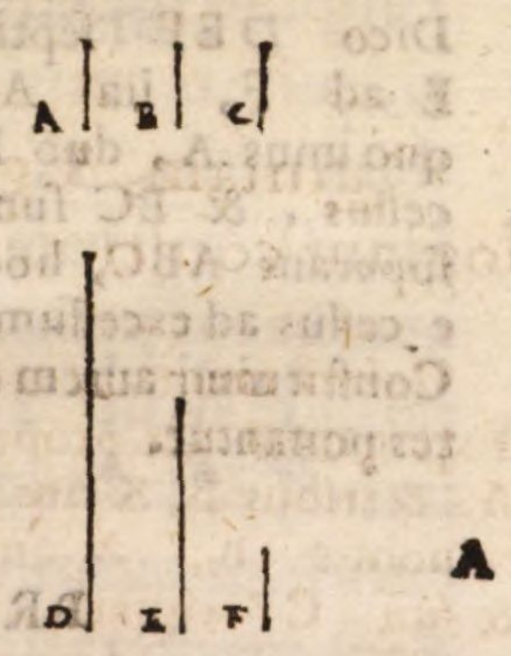
Hoc est excessus D E] *Græcus codex* τουτέσιν ἡ τῆς Ε Ζ ὑπεροχὴ. *lege* τουτέσιν ἡ τῆς Δ Ε ὑπεροχὴ. C

Vt igitur F ad E, ita D E excessus ad excessum E F] *Græcus codex* ὡς ἄρα Δ Ε πρὸς τὸν Ζ, οὕτως ἡ τῆς Δ Ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς Ε Ζ ὑπεροχήν. *Sed legendum vt opinor* ὡς ἄρα Ο Ζ πρὸς τὸν Ε, οὕτως ἡ τῆς Δ Ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς Ε Ζ ὑπεροχήν. *Quoniam enim ex antedictis sequitur, vt E ad F, ita esse E F excessus ad excessum DE, erit & conuertendo vt F ad E, ita excessus DE ad EF excessum. Eodem modo & in sequenti problemate concludit.* D

PROBLEMA XVIII. PROPOS. XXIII.

Sextam, & geometricę contrariam medietatem per analogiam constituere.

Sexta medietas ex analogia sic constituetur. Exponatur eadem analogia terminorum A B C; & vni quidem A, & tribus B, & duobus C sit æqualis D. Vni vero A & duobus B, & uni C æqualis E: & sit F excesius, quo vterque AB superat C. Dico D E F propositam efficere medietatem. Quoniam enim per analogiam est, vt A una cum duobus B ad vtrumque AB, ita B una cum duobus C ad utrumque BC: & omnes antecedentes ad omnes consequentes in eadem sunt proportione. vt A & tres B & duo C ad utrumque AB vna cum vtroque BC, hoc est ut D ad E; ita B una cum duobus C ad vtrumque BC. & est B quidem una cum duobus C excessus, quo A una cum duobus B & uno C superat excessum, quo vterque AB ipsum C superat; hoc est excessus EF. Vterque autem BC est excessus, quo A una cum tribus B, & duobus C superat ipsam A una cum duobus B, & uno C, hoc est D E excessus. Vt igitur E ad D, ita D E excesus ad excesum E F. Quare D E F sextam medietatem efficiunt. quæ quidem similiter constituitur in minimis numeris 6, 4, 1. si A B C unitates ponantur. Et est eadem figura.



COMMENTARIVS.

Et est B quidem una cum duobus C exeessus, quo A una cum duobus B, A & vno C superat excessum, quo vterque AB ipsum C superat] *Est enim B vnà cum duobus C, & vna cum excessu, quo vterque AB superat C æqualis ipsi A vna cum duobus B, & vno C, vt mox ostendetur. quare sequitur vt B vna cum duobus C*

sit

sit excessus, quo A vna cum duobus B & vno C superat excessum, quo vterque AB superat C. Illud autem sic patet. nihil enim aliud est excessus, quo AB superat C, nisi AB dempto ab eis C. ergo si A B vna cum duobus C, & cum AB dematur C relinquentur duo B una cum C & A, hoc est A vna cum duobus B & vno C, Græcus autem codex ita habet, τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β μετὰ τοῦ συναμφοτέρου τοῦ β γ. *Sed legendum puto,* τῆς ὑπεροχῆς, ἣ ὑπερέχει συναμφότερος ὁ α β τοῦ γ.

B Vterque autem BC est excessus, quo A vna cum tribus B, & duobus C superat ipsum A una cum duobus B & vno C.] *Græcus codex* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἣ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τριῶν τῆς δύο, καὶ δύο τῆς τριῶν ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς δύο, καὶ ἑνὸς τοῦ γ. *Sed mendose, corrigendus enim est hoc modo:* συναμφότερος δὲ ὁ β γ ὑπεροχή ἐστιν, ἣ ὑπερέχει ὁ α μετὰ τῶν τῆς β, καὶ δύο τῆς γ, ἑνὸς τοῦ α, καὶ δύο τῆς β, καὶ ἑνὸς τοῦ γ.

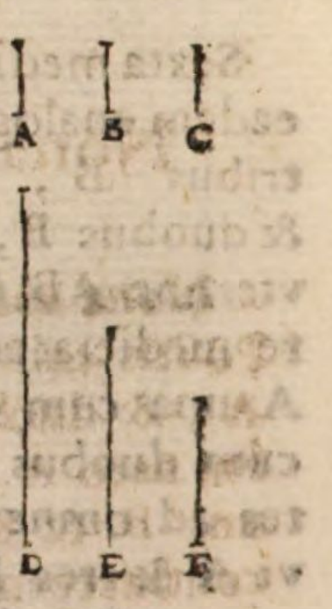
C Vt igitur E ad D, ita DE excessus ad excessum E F.] *Conuertendo scilicet. Ostensum enim est, vt D ad E, ita esse excessum EF ad excessum DE.*

Sequens problema intercidit in græcis codicibus, quod nos nequid desideretur supplere tentauimus in hunc modum.

PROBLEMA XIX. PROPOSITIO XXIIII.

Septimam medietatem per analogiam constituere.

Exponantur tres proportionales termini ABC, & uni quidem A, duobus B, & duobus C fit D æqualis: uni uerò A, uni B & uni C sit æqualis E, & uni B & uni C æqualis F.
Dico DEF septimam medietatem constituere. est enim ut E ad F, ita ABC ad BC. Sed ABC sunt excessus, quo unus A, duo B, & duo C superant BC, hoc est D F excessus. & BC sunt excessus, quo unus A duo B, & duo C superant ABC, hoc est excessus DE. Vt igitur E ad F, ita DF excessus ad excessum DE, quod ad septimam pertinet medietatem. Constituitur autem ea in minimis numeris 5, 3, 2. Si ABC vnitates ponantur.

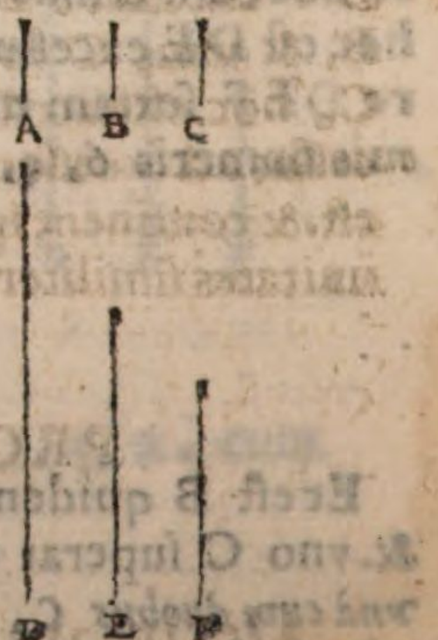


A

PROBLEMA XX. PROPOSITIO XXV.

Octauam medietatem per analogiam constituere.

Octaua autem medietas ex analogia hoc modo constituetur. Exponantur proportionales termini ABC: & duobus quidem A, & tribus B, & uni C æqualis sit D. vni uero A, & duobus B, & uni C sit E æqualis; & duobus B, & uni C æqualis F.
Dico DEF octauam medietatem constituere. Quoniam enim per analogiam, ut duo A una cum B ad utrumque AB, ita duo B una cum C ad utrumque BC; & omnes ad omnes, ut duo A, & tres B, & unus C ad unum A, & duos B, & unum C, hoc est vt D



ad

ad E, ita duo A una cum B ad vtrumque AB: & sunt duo A una cum B ex- A
cessus, quo duo A, & tres B, & unus C superant duos B, & unum C, hoc est excessus ipsorum DF: uterque autem AB est excessus, quo duo A, & tres B & vnus C superant unum A, & duos B & unum C, hoc est D E excessus. Vt B
igitur D ad E, ita excessus DF ad DE excessum. quod octauam medietatem efficit; quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3 cum ABC C
vnitates ponantur.

COMMENTARIVS.

Ita duo A una cum B ad utrumque AB] *Græcus codex* οὕτως δύο ὅι α μετὰ τοῦ A
β πρὸς συναμφότερον τὸν ζ ε. *lege* πρὸς συναμφότερον τὸν α β.

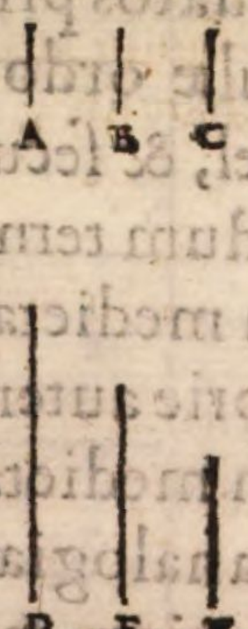
Vt igitur D ad E, ita excessus DF ad DE excessum.] *Græcus codex* καὶ ὡς B
ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ζ, ἡ τῆς δ ε ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς α ζ ὑπεροχήν. *Sed corrigendum, vt opinor,* καὶ ὡς ἄρα ὁ δ πρὸς τὸν ε, ἡ τῆς δ ζ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῆς δ ε ὑπεροχήν.

Quæ quidem contineri dicetur in minimis numeris 6, 4, 3] *Græcus codex* C
καὶ λεγοιτ' ἂν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς κ δ γ. *lege* ς δ γ. *qui numeris harmonicam quoque medietatem continent. Vt enim primus ad tertium, ita primus excessus ad secundum.* A

PROBLEMA XXI. PROPOSITIO XXVI.

Nonam medietatem per analogiam constituere.

Nona medietas ex analogia ita constituetur. Positis enim ABC proportionalibus, uni quidem A, & duobus B, & uni C æqualis sit D. vni uero A, & uni B, & uni C sit E æqualis. & uni B & uni C æqualis F. Dico DEF nonam continere medietatem. Quoniam enim est, vt uterque AB ad B, ita uterque BC ad C. & omnes ad omnes: Vt A una cum duobus B, & uno C ad utrumque BC, hoc est ut D ad F, ita uterque AB ad B. Sed uterque AB est excessus, quo unus A, & duo B, & unus C superant utrumque BC, hoc est DF excessus. B uero est excessus, quo unus A, & duo B, & unus C superant unum A, & unum B, & unum C, hoc est excessus DE. Vt igitur D ad F, ita DF excessus ad excessum DE. quod nonæ medietatis proprium est. & continent ipsam minimi numeri 4, 3, 2 si ABC unitates similiter ponantur: atque est eadem figura.



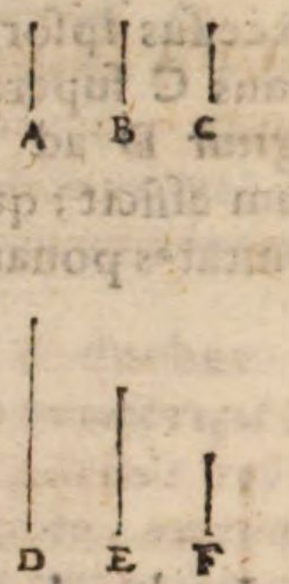
PROBLEMA XXII. PROPOSITIO XXVII.

Decimam medietatem per analogiam constituere.

Decima

Decima medietas ex analogia hoc modo conſtituetur.

Rurſus poſitis tribus proportionalibus ABC, ſit ipſis quidem ABC æqualis D; ipſis vero BC ſit E æqualis, & ipſi C æqualis F. Dico DEF decimam medietatem conſtituere. Quoniam enim eſt, vt vterque BC ad C, hoc eſt ut E ad F, ita vterque AB ad B. & eſt vterque AB exceſſus, quo ABC ſuperant ipſam C, hoc eſt DF exceſſus. B vero exceſſus, quo BC ſuperant C; hoc eſt exceſſus EF. eſt igitur vt E ad F, ita D F exceſſus ad exceſſum EF, quod decimæ medietati accidit. & conſtituunt ipſam minimi numeri 3, 2, 1, poſitis nimirum ABC vnitatibus.



COMMENTARIVS.

A Quoniam enim eſt, ut uterque BC ad C] *Græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ὡς συναμφότερος
B α β πρὸς τὸν γ. *lege* β γ πρὸς τὸν γ.
B vero exceſſus, quo BC ſuperant C.] *Græcus codex* ὁ δὲ β ᾧ ὑπερέχουσιν οἱ α β γ τοῦ γ. *lege* οἱ β γ τοῦ γ.

Exponuntur autem commoditatis cauſſa, & numeri deinceps, a quibus vnuſquiſque terminus analogiæ multiplicatus ſingulas medietates conſtituit. & apponuntur minimi numeri, qui eas continent: vt in tabula extæ medietatis. primus quidem ordo, 1, 3, 2. Significat primum analogiæ terminum ſemel ſumptum, & ſecundum ter, & tertium bis ſumptum, coaceruatos primum medietatis terminum complere. Secundus tabulæ ordo 1, 2, 1, ſignificat primum analogiæ terminum ſemel, & ſecundum bis, & tertium ſemel ſumptum complere ſecundum terminum medietatis. tertius autem ordo in aliis quidem medietatibus ſimpliciter, vt deſcriptum eſt, compoſitus; proprie autem in hac 1, 1, 1, vti ante diximus, ſignificat tertium medietatis terminum fieri ab exceſſu, quo primus terminus analogiæ ſemel ſumptus, & ſecundus item ſemel, coacerua ti. tertium terminum ſemel ſumptum ſuperant. at numeri, qui ſunt in tabula 6, 4, 1, ipſam continent medietatem. Vt enim ſecundus terminus ad primum, hoc eſt ut quattuor vnitates ad ſex, ita exceſſus primi, & ſecundi, hoc eſt exceſſus, quo ſex unitates ſuperant quattuor, videlicet vnitates duæ ad exceſſum ſecundi, & tertii termini, quo ſcilicet quattuor vnitates unam ſuperant; hoc eſt unitates tres. Vtraque enim

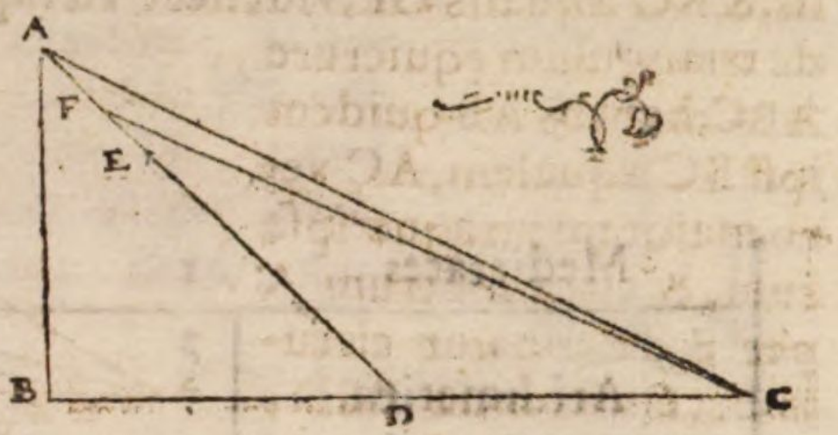
utriuſ-

vtriusque proportio subsesquialtera est. nam quattuor unitates ad sex, & duæ ad tres eandem habeat proportionem, nimirum subsesquialteram. Similia & in aliis tabulis intelligentur.

Medietates	1	2	3	Minimi numeri continentes medietates.		
Arithmetica.	2	3	1	6	4	2
		2	1			
	1	1	1			
Geometrica.	1	2	1	4	2	1
			1			
		1	1			
Armonica.	2	3	1	6	3	2
		2	1			
		1	1			
Contraria.	2	3	1	6	5	2
		2	1			
	2	1	1			
5	1	3	1	5	4	2
		4	1			
	4	1	1			
6	1	3		6	4	1
	1	4				
	1	1				
7	7	Atticus.		7	4	3
8	2	3		6	4	3
	1	2				
	1	2				
9	1	2		4	3	2
		4				
	1	1				
10		1		3	2	1
		1				
11						
	1					

PROBLEMA XXIII. PROPOSITIO XXVIII.

Tertium problema erat huiuſmodi.

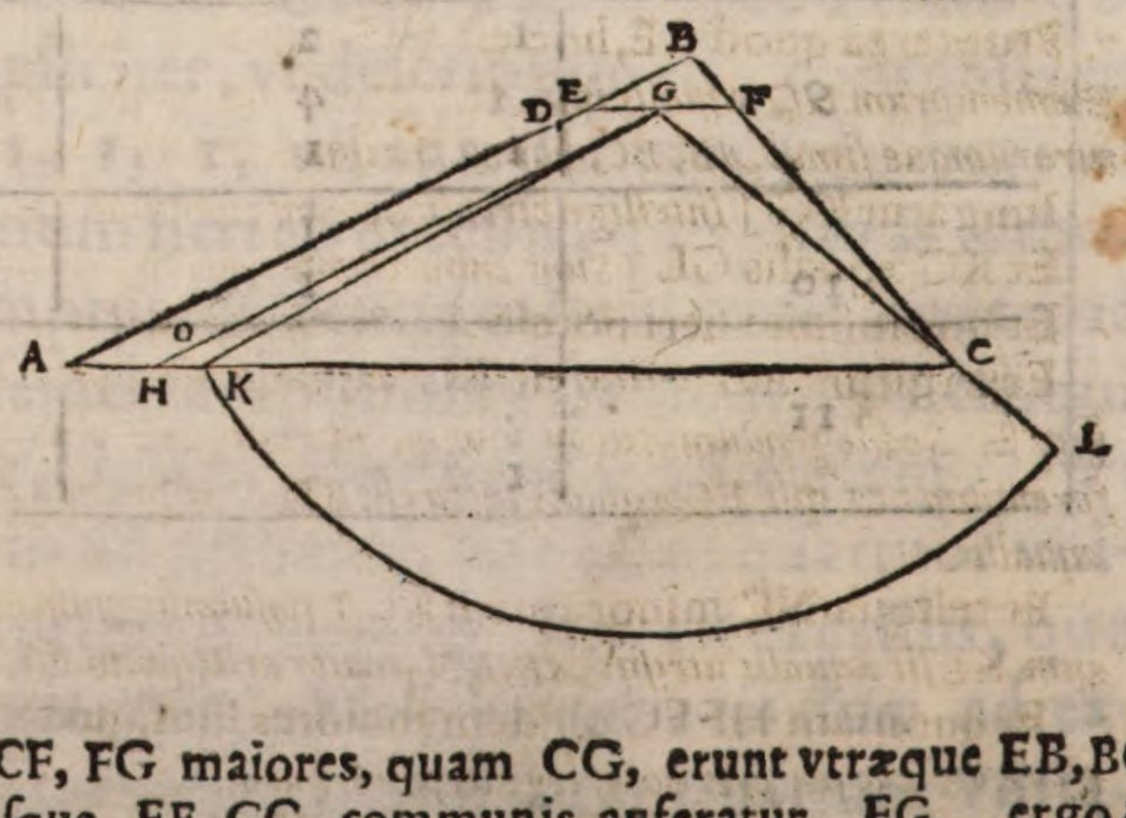


Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad B, & ducatur quædam recta linea AD: ponatur autem DE ipſi AB æqualis,& EA bifariam ſecta in F; iunctaque FC, duce reduo latera DF FC intra triangulum, maiora vtrisque ſimul BA AC, quæ ſunt extra. Et id quidem manifeſtum eſt. Quoniam enim CF FA hoc eſt CF FE maiores ſunt, quàm CA: æqualis autem DE ipſi AB; erunt CF FD duabus CA AB maiores. Satius autem erat illud in hunc modum proponere.

Triangulo orthogonio quouis dato ABC, ſumere aliquod punctum intra triangulum, & ab ipſo rectas lineas ducere: vnam quidem, quæ ſecet BC; aliam vero, quæ ad C tendat, ita vt vtræque ſimul maiores ſint ijs, quæ ſunt extra. Vt ſcilicet cum is, qui proponit, lineam AD duxerit vtcumque, feceritque DE æqualem ipſi AB; & ſecuerit bifariam AE in F, oſtendat punctum F problema efficere. iuncta enim CF, duæ rectæ lineæ CF FD duabus, quæ ſunt extra CA AB maiores erunt. Sed hoc quomodocumque proponere quis velit, infinite oſtendi poſſe manifeſtum eſt. Non inopportunum autem videtur generalius de eiuſmodi problematibus diſſerere, à parodoxis Erycemi, quæ circumferuntur, initium facientes.

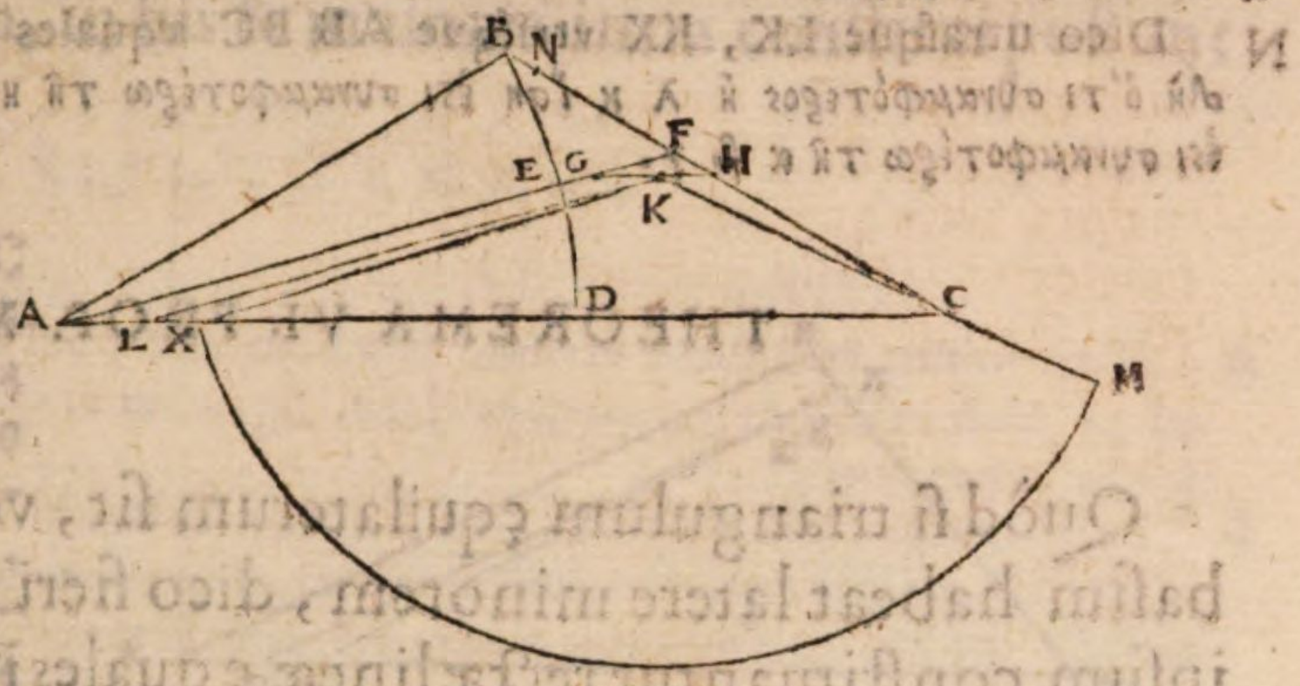
PROBLEMA XXIIII. PROPOSITIO XXIX.

In omni triangulo præterquá in æquilatero, & æquicruri baſim latere minorem habente, fieri poteſt, vt in baſi intra conſtituantur duæ rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra, ſimul ſumptæ.



Sit prius triangulum nõ æquicrure ABC, quod habeat AB maiorem, quàm BC, & ſecentur vtræque ſimul AB, BC bifariam in D: & inter D B ſumatur quoduis punctam E; ipſi vero AC parallela ducatur EF, in qua ſumpto quouis puncto G ducatur GH parallela ipſi AE, & iuncta GC producatur. Itaque quoniam EB, BF maiores ſunt, quam EF; & CF, FG maiores, quam CG, erunt vtræque EB, BC vna cum GF maiores vtriſque EF GC communis auferatur FG. ergo & vtræque

vtrque EB, BC vtrisque EG GC maiores sunt: & multo maiores, quam GC. Sit vtrisque EB, BC æqualis GL: & circa centrum G per L describatur circuli circumferentia LKO, quæ vtramque CH, HG secabit, propterea quod AE. hoc est HG maior sit vtrisque EB, BC, hoc est GL. iungatur KG. Dico utrasque HG, GK, utrisque AB, BC equales esse; quod quidem manifeste constat. est enim GH ipsi AE æqualis, & KG æqualis GL, videlicet vtrisque EB, BC: & hoc infinite fieri potest. Sit deinde triangulum equicrure ABC, habens AB quidem ipsi BC æqualem, AC vero maiorem vtraque ipsarum, & circa centrum A per B describatur circuli circumferentia BED; & ducatur recta linea quidem AEF secans BC extra circuli circumferentiam: sumaturque in linea EF quoduis punctum G, & ipsi AC parallela ducatur GH. sumpto autem in linea GH puncto K, ducatur KL parallela AF; iunctaq; KC ad M producatur: & ipsi EG æqualis abscindatur BN. erit igitur AG, hoc est KL æqualis utrisq; AB, BN, & reliqua NC minor, quam KL. Et quoniam HF, FG maiores sunt, quam HG; & CH, HK maiores, quam KC; erunt vtræque CF FG una cum HK maiores utrisque KC, GH. communis auferatur HK. ergo reliquæ, videlicet vtreque CF, FG maiores sunt vtrisque CK, KG. communis apponatur AG. vtræque igitur AF, FC sunt maiores ipsis AG, GK, KC. Sed vtrisque AF, FC maiores sunt vtræque AB, BC. ergo AB, BC ipsis AG, GK, KC maiores sint necesse est. quarum utræque AB, BN ipsi AG sũt æquales. reliqua igitur NC maior est vtrisque GK, KC, & multo maior, quam KC. Itaque ipsi NC æqualis ponatur KM: & circa centrum K per M descriptà circuli circumferentia secet CL in X, & iungatur KX. Dico utrasque LK, KX utrisque AB, BC æquales esse. quod quidé perspicue apparet. est enim KL æqualis vtrisque AB, BN: & KX ipsi KM, hoc est ipsi NC æqualis. & hoc infinite fieri potest.



COMMENTARIVS.

A Propterea quod AE, hoc est HG maior sit utrisque EB, BC] *Est enim ex 34 primi Elementorum HG æqualis ipsi AE: & est AE maior vtrisque EB, BC, quòd AD sit dimidia utrarumque simul AB, BC, hoc est vtrisque DB, BC æqualis.*

B Iungatur KG] *Intellige circuli circumferentiam LKO secare KH in puncto K.*

C Et KG æqualis GL] *Sunt enim a centro ad circuli circumferentiam.*

D Et hoc infinite fieri potest] *Nam rectæ lineæ DB, EF infinite secari possunt.*

E Erit igitur AG, hoc est KL æqualis utrisque AB, BN] *Græcus codex* ἔσαι οὖν ἡ α β. *Sed legendum* ἔσαι οὖν ἡ α χ. *est enim AE æqualis AB, quòd a centro ad circumferentiam: & ipsi EG æqualis facta est BN. ergo AG, hoc est LK vtrisque AB BN est æqualis.*

F Et reliqua NC minor, quam KL] *posuimus enim AB, BC inter se æquales esse, Quòd cum KL sit æqualis utrisq; AB, BN, maior erit, quam BC, & multo maior, quam NC.*

G Et quoniam HF FG quidem maiores sunt, quam HG] *Græcus codex*, καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν θ ῆ ς τῆς μείζονες εἰσὶν. *lege* αἱ μὲν θ ζ η.

H Erunt vtreque CF FG una cum HK maiores utrisque KC GH] *Græcus codex* συναμφότερος ἄρα αἱ η γ ζ η. *lege* συναμφότερως ἄρα αἱ γ ζ η.

K Sed utriſque AF FE maiores ſunt utræque AB BC] *Ex 21 primi libri elementorum.*

L Quarum vtræque AB BN] *Græcus codex ὧν συμμφότερος ἡ α β μ, ſed legendum ἡ α β ν.*

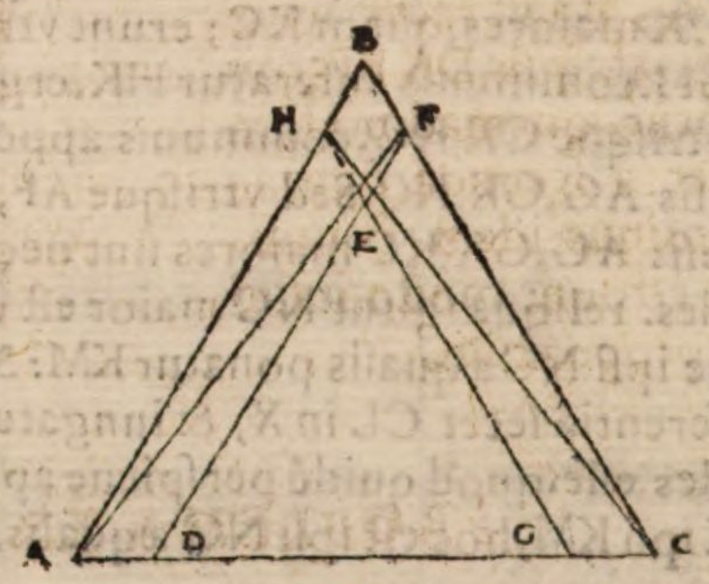
M Et circa centrum K per M deſcripta circuli circumferentia ſecet CL in X] *Quoniam enim NC, hoc eſt KM minor eſt, quàm KL; circuli circumferentia ipſam CL inter L & C ſecabit.*

N Dico utraſque LK, KX vtriſque AB BC æquales eſſe] *Græcus codex* λέγω δὴ ὅτι συναμφότερος ἡ λ κ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ η α β γ. *lege* ἡ λ κ ξ ἴση ἐστὶ συναμφοτέρῳ τῇ α β γ.

THEOREMA VI. PROP. XXX.

Quòd ſi triangulum æquilaterum ſit, vel æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, dico fieri non poſſe, vt intra ipſum conſtituantur rectæ lineæ æquales ijs, quæ ſunt extra: ſed intra minores erunt.

Sit enim ABC triangulum æquilaterum, vel æquicrure habens AC baſim minorem vtraque ipſarum AB BC; & intra conſtituantur aliquæ rectæ lineæ DE, EG. Dico eas minores eſſe, quàm AB BC. Producatur DE vſque ad F, & AF iungatur. Itaque quoniam æqualis eſt BAC angulus angulo BCA; erit angulus BCA maior ipſo FAC.
16 primi Sed angulo BCA maior eſt angulus FDA, ergo FDA angulus angulo FAD multo maior erit; & ideo AF
A maior eſt, quàm FD. Et quoniam angulus AFB maior eſt, quàm BCA: & BCA ob hypotheſim non minor, quam ABC, erit AFB maior, quam ABF; & propterea AB quam AF maior. Sed AF maior oſtenſa eſt, quam FD.
B ergo AB quam FD eſt maior, & multo maior, quam ED. Similiter oſtendetur &
C BC maior, quam GE. minores igitur ſunt DE, EG ipſis AB, BC.



COMMENTARIVS.

A Et BCA ob hypotheſim non minor, quàm ABC] *Si enim triangulum ABC æquilaterum ſit, angulus BCA æqualis eſt angulo ABC: ſi vero æquicrure, quod baſim habeat latere minorem, angulus BCA angulo ABC eſt maior: quippe cui maius latus ſubtenditur.*

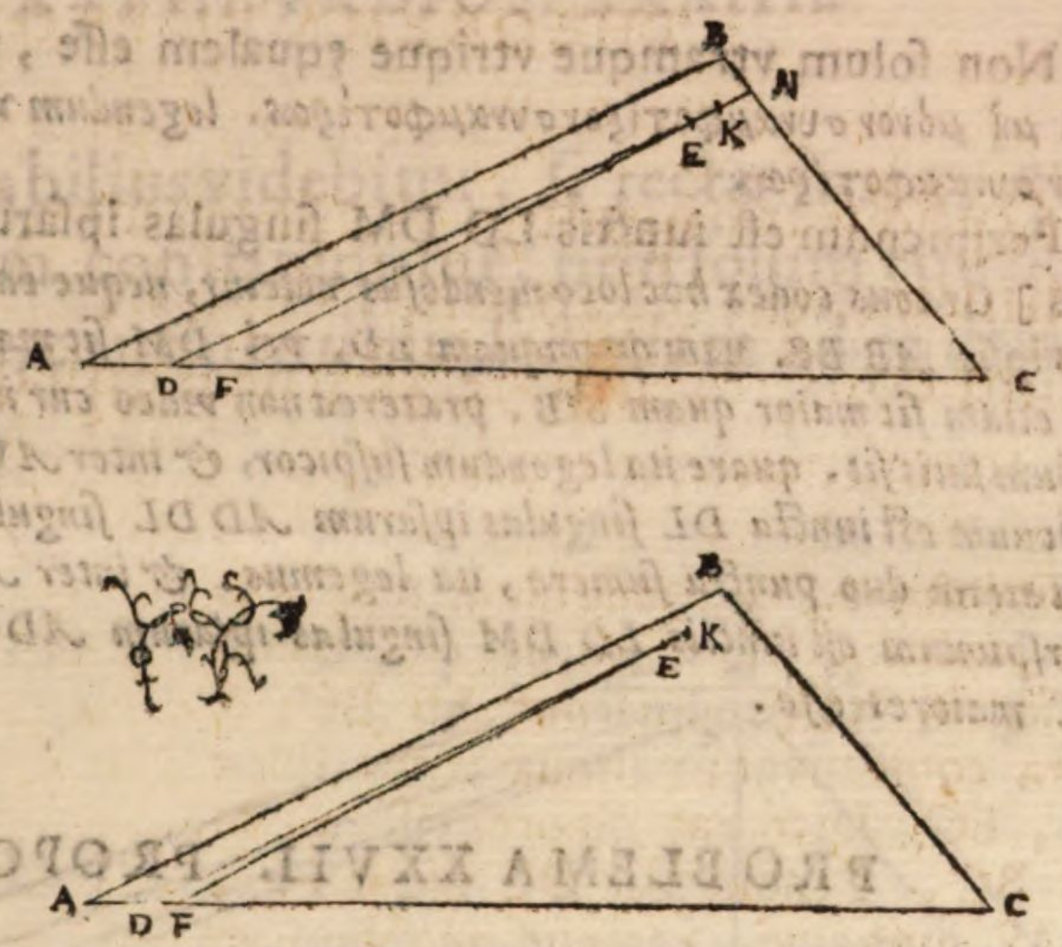
B Similiter oſtendetur & BC maior, quam GE] *producta nimirum GE vſque ad AB, vt in punctum H, & iuncta CH.*

C Minores igitur ſunt DE EG ipſis AB, BC.] *Græcus codex* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ ν δ τῆς α β, *corrige,* ἐλάσσονες ἄρα εἰσὶν αἱ δ ε ε η. τῶν α β β γ.

PRO-

PROBLEMA XXV. PROPOSITIO XXXI.

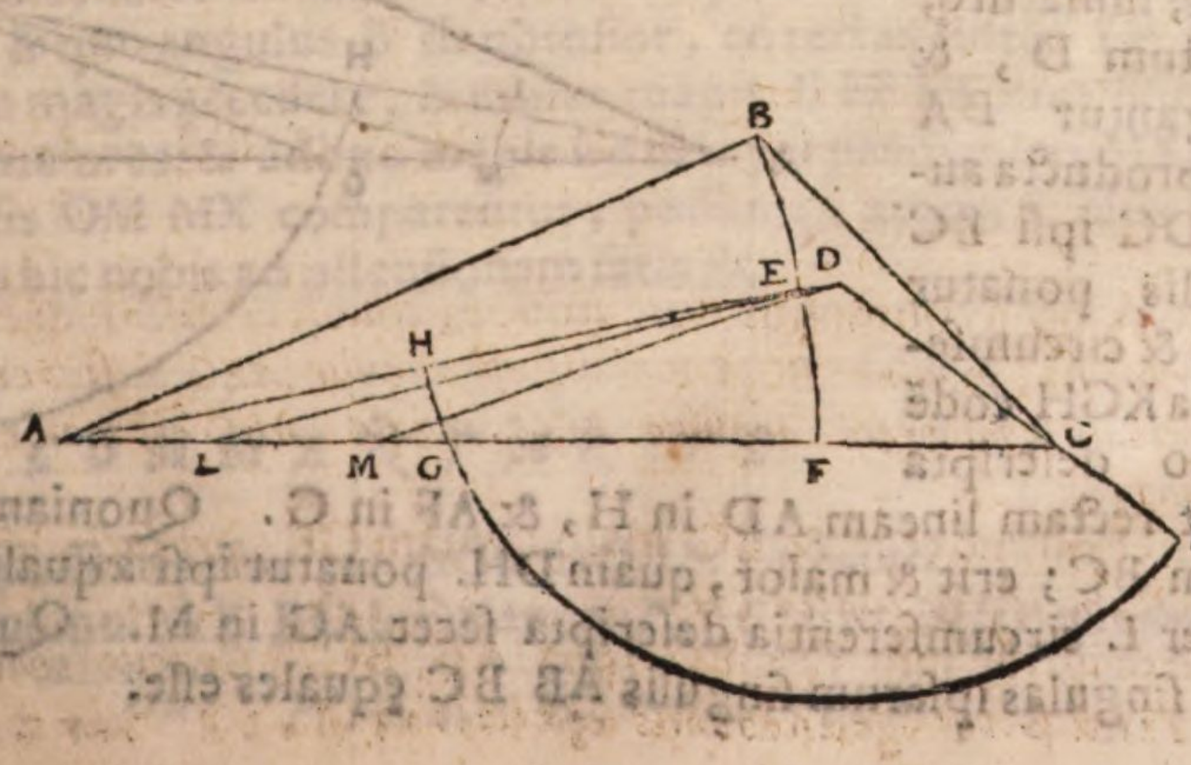
In quibus triangulis intra constituuntur rectę lineæ ęquales ijs, quę sunt extra, in his & maiores intra constitui possunt simul sumptæ.



Sint enim in triãgulo ABC lineæ DE EF æquales ipsis AB BC: & producatur vna ipsarum intra, ut DE usque ad N; & inter E N sumatur quod vis punctum K, iungaturque KF. erunt vtique DK, KF maiores, quã DE EF: & ideo maiores, quam ABC. Manifestum autem est etiam si intra triãgulum ABC sumatur punctum K, ita ut rectæ lineæ DE EF. ab ipsis DK KF contineantur, quemadmodum apparet in secunda figura; nihilominus idem continget. & vtroque modo infinite erit propositum.

PROBLEMA XXVI. PROPOS. XXXII.

Et cum hoc admirabile videatur ijs, qui geometrię ignari sunt, admirabilius erit, non solum vtramq; vtriq; ęqualem esse, A vel maiorem, sed etiam singulas earum, quę intra constituũtur singulis earũ, quę extra, & æquales, & maiores esse posse, quod ita ostenditur.



Sit triangulũ ABC habens AB quidem nõ minorẽ BC; AC uero utraq; ipsarũ maiorẽ: & circa centrũ A per B describatur

patur circuli circumferentia BEF; ſumaturque inter ipſam, & rectam lineam BC quoduis punctum D; & AD, DC iungantur. Itaque quoniam AD maior eſt, quam AB, & propter hypotheſim maior, quam BC; DC uero, quam BC minor: ſi producentes DC vnamquamque ipſarum DH DK ipſi BC æqualem faciamus, circulus, qui circa centrum D per HK deſcribitur, rectam lineam AF
B ſecabit. ſecet in puncto G: & inter A G quęuis puncta ſumantur L M. perſpicuum eſt iunctis LD DM, ſingulas ipſarum ſingulis AB, BC eſſe maiores.

COMMENTARIVS.

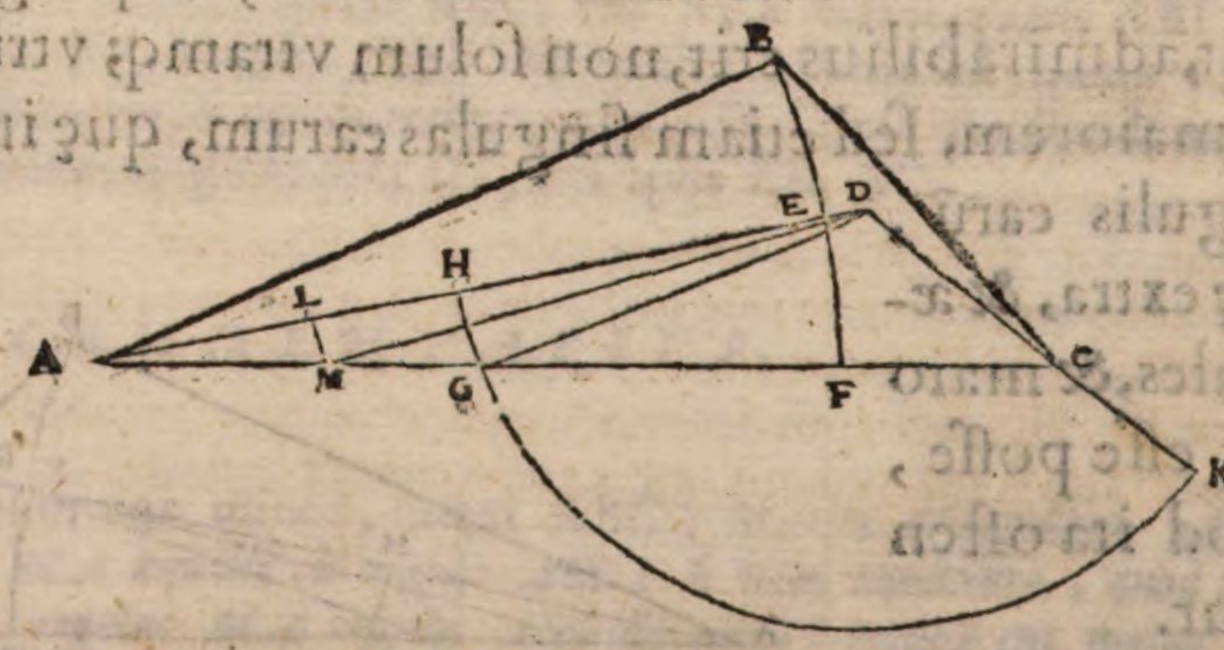
A Non ſolum vtramque vtrique æqualem eſſe, uel maiorem] *Græcus codex* τὸ μὴ μόνον συναμφοτέρον συναμφοτέρως. *legendum vt opinor* τό μὴ μόνον συναμφότερον συναμφοτέρῳ.

B Perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum ſingulis AB BC eſſe maiores] *Græcus codex hoc loco mendoſus videtur, neque enim LD DM neceſſariò ſunt maiores ipſis AB BC. nam quamquam LD, vel DM ſit maior, quam BC, nulla eſt neceſsitas vt etiam ſit maior quam AB. præterea non video cur inter AG duo puncta ſumantur, cum vnum ſatis ſit. quare ita legendum ſuſpicor, & inter AG quod vis punctum ſumatur L. perſpicuum eſt iuncta DL ſingulas ipſarum AD DL ſingulis AB BC maiores eſſe. vel ſi placet etiam duo puncta ſumere, ita legemus. & inter AG quæuis puncta ſumantur L M. perſpicuum eſt iunctis LD DM ſingulas ipſarum AD DL, vel AD DM ſingulis AB BC maiores eſſe.*

PROBLEMA XXVII. PROPOSITIO XXXII.

Quòd ſi velimus ſingulas ſingulis æquales eſſe, oportebit ponere AC maiorem, quam AB; & CB, quam BA minorem.

A Sit enim, vt dictum eſt, & ſimiliter circumferentia BEF deſcribatur; ſumaturq; punctum D, & iungantur DA DC. producta autem DC ipſi BC æqualis ponatur DK: & circumferentia KGH eodē modo deſcripta



A B C Secet rectam lineam AD in H, & AF in G. Quoniam igitur AB maior eſt, quam BC; erit & maior, quam DH. ponatur ipſi æqualis DL: & circa centrum D per L circumferentia deſcripta ſecet AG in M. Quare conſtat iunctis MD, DG, ſingulas ipſarum ſingulis AB BC æquales eſſe.

COM-

COMMENTARIVS.

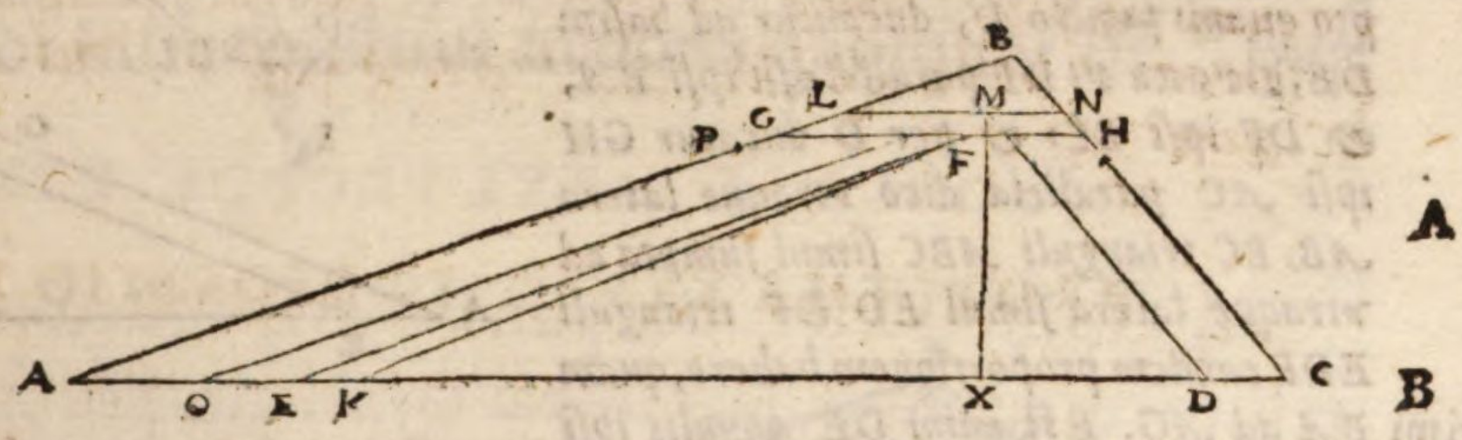
Secet rectam lineam AD in H, & AF in G.] *Græcus codex* τεμνὲτω A
τὴν α Δ κατὰ τὸ θ, τὴν δὲ α ζ κατὰ τὸ γ. *lege* τεμνέτω τὴν α Δ κατά τὸ θ, τὴν
δὲ α ζ κατά τὸ η.

Quoniam igitur AB maior est, quàm BC] *Græcus codex* ἐπεί δὲ μείζων ἡ α Δ B
τῆς β γ. *Ego legendum puto* ἡ α β τῆς β γ.

Ponatur ipsi æqualis DL] *Videlicet ipsi AB.* C

PROBLEMA XXVIII. PROPOS. XXXIIII.

Multo autem admirabilius videbitur, si rectæ lineæ, quæ in basi intra triangulum constituuntur, non solum æquales, vel maiores sint lateribus continentibus, sed etiam ad ea datam habeat proportionem.



A
B
C

Constituantur enim rectæ lineæ EF FK ipsis AB BC æquales. quod quidem fieri posse in principio dictum est; & secentur vtræq; simul AB, BC bifariam in P: ipsi uero AC parallela ducatur GFH: & FE parallela sit ipsi AB: sitque propor- D
tio BA ad AL eadem, quæ proportio data: & parallela ducatur LMN: & in E
LMN sumatur punctum M, ita ut per ipsum ductæ MO, MD ipsis BA BC pa F G
rallelæ punctum F comprehendant. erit & vtrarumque AB BC, hoc est EF H
FK ad utrasque AL, NC, hoc est ad OM MD proportio data. In triangulo K
igitur OMD intra existentes EF FK ad rectas lineas OM MD quæ ipsas conti
nent, datam habent proportionem. Sed quoniam LMN debet cadere supra L
GFH, oportebit rectam lineam BA minorem esse, quàm duplam ipsius AL. qua M
re & proportio data necessario minor erit, quàm dupla. Constat autem quo ma N
ior sit AB ipsa BC, & quo angulus B sit obtusior, eo rectas lineas EF FK ad
duplam proportionem magis accedere, & multo magis, si EF FK non sint æqua- O
les ipsis AB BC, sed maiores. & adhuc magis si ducta perpendiculari MX, rectæ P
lineæ EF FK cum ipsis OM MX comparentur, possumus autem & aliis modis
idem efficere. sed unus hic nobis ad ostensionem satis sit.

COMMENTARIVS.

Quod quidem fieri posse in principio dictum est] *In 29 huius.* A
Et secentur utræque simul AB BC bifariam in P,] *Græcus codex mendosus est,* B
qui

qui sic habet, καὶ τὸν μὲν ϖ ΔΙ' ΧΑ . . . . : . συναμφότερον τῆν α β γ. *fortasse autem legendum erit, quemadmodum in 29.* καὶ τετμήσθω μέν συναμφότερος ἡ α β γ κατὰ τὸ ϖ. *quamquam superuacanea omnino esse videantur, neque enim rectæ lineæ EF FK ipsis AB BC æquales constitui possunt, nisi prius AB BC simul sumptæ bifariam secentur, vt in 29. apparet.*

C Ipsi vero AC parallela ducatur GFH] *hoc est ducatur per F ipsi AC parallela GH. Græcus codex* ἡ ΔΕ θ η ζ ϖαράλληλος ἤχθω τῆ α γ. *Sed corrigendũ* ἡ ΔΕ η ζ θ *&c.*

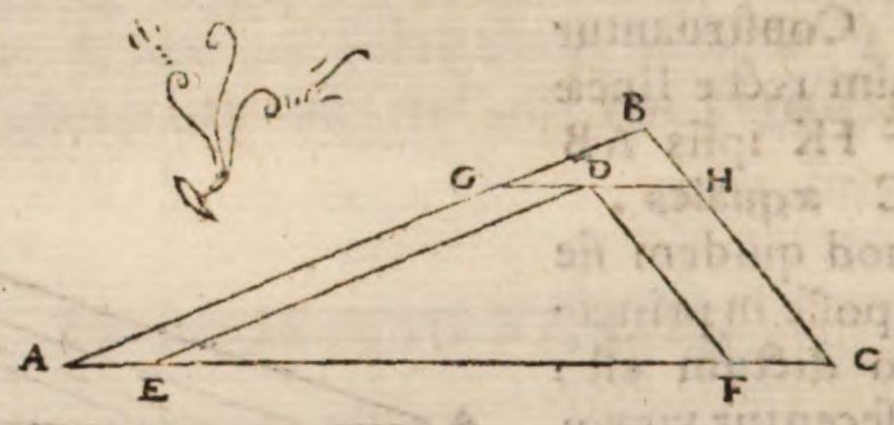
D Sitque proportio BA ad AL eadem, quæ proportio data] *Græcus codex corrigendus est, in quo legitur* καὶ τῷ ΔοθέντΙ λόγω ὁ ἀυτος ἔςω ὁ τῆς α β ϖρὸς β λ. *lege* ὁ τῆς β α ϖρὸς α λ:

E Et parallela ducatur LMN] *hoc est parallela ipsi AC Græcus codex* καὶ ϖαράλληλος ἤχθω ἡ ΔμΝ. *lege* ἡ λ μ ν, *vel* ἡ λ ν, *quod magis placet.*

F Et in LMN sumatur punctum M] *Græcus codex* καὶ ἐϖί τῆς λ ζ ν. *lege* λμν, *vel potius* λ ν.

G Ita vt per ipsum ductæ MO MD ipsis BA BC parallelæ punctum F comprehendant] *Græcus codex* ὥςαι ΔΙᾺ τοῦ ταῖς βα, β γ ϖαραλλήλους ἀγομένας τὰς μθ μΔ ϖεριλαμβάνειν τὸ ζ. *corrige* ὥςαι ΔΙᾺ τοῦ μ ταῖς β α, β γ ϖαραλλήλους ἀγομένας τάς μ ο, μΔ ϖεριλαμβάνειν τὸ ζ

H Erit & vtrarumque AB, BC, hoc est EF FK ad vtrasque AL NC, hoc est ad OM MD proportio data] *vtraque enim latera AB, BC ad vtraque OM MD eandem habent proportionem, quam BA ad AL. quod nos sequenti lemmate demonstrabimus.*



Sit triangulum ABC, intra quod sumpto quouis puncto D, ducantur ad basim DE, DF, ita vt DE parallela sit ipsi BA, & DF ipsi BC: & per D ducatur GH ipsi AC parallela dico vtraque latera AB, BC trianguli ABC simul sumpta ad vtraque latera simul ED DF trianguli EDF eandem proportionem habere, quam
34 primi elem. *BA ad AG. Est enim DE æqualis ipsi*
4. Sexti. 12. quinti *GA, & DF æqualis HC: & vt AB ad BG, ita CB ad BH ob triangulorum ABC, GBH similitudinem. quare per conuersionem rationis, vt BA ad AG, ita BC ad CH: & vt omnes ad omnes, ita vna ad vnam; videlicet vt AB BC ad AG, HC, hoc est ad ED DF, ita BA ad AG.*

K In triangulo igitur OMD intra existentes EF FK ad lineas OM, MD, quę ipsas continent, datam habent proportionem] *Græcus codex* ἐν ἄρα τῷ ομΔ τριγώνῳ ἐντός ἐυσαι αἱ ε ζ κ ϖρός τὰς α β γ ϖεριεχούσας *&c. lege* ϖρος τάς ο μ Δ ϖεριεχούσας.

L Sed quoniam LMN debet cadere supra GFH] *nisi enim supra caderent rectæ lineæ OM MD ipsas EF FK non continerent.*

M Oportebit rectam lineam BA minorem esse, quam duplam ipsius AL] *Serentur vtraque AB BC simul sumptæ bifariam in puncto P; erit BA minor, quàm dupla ipsius AP. recta autem linea GFH cadit supra P, alioqui non essent EF FK æquales ipsis AB BC, vt ex 29 huius constare potest & cum LMN cadat supra GFH, necesse est BA ipsius AL multo minorem esse, quàm duplam.*

N Constat autem quo maior sit AB ipsa BC, & quò angulus B sit obtusior, eò rectas lineas EF FK ad duplam proportionem magis accedere] *quò enim AB magis superat BC, eò punctum P magis accedit ad A, & proportio BA ad AL augeri potest, vt ad duplam propius accedat. Quò autem angulus B obtusior est, eò maior fit basis adeo vt rectæ quidem lineæ EF FK augeantur, si non æquales esse debēt; rectæ vero ipsas continentes OM, MX minuantur: nempe ducta MX perpendiculari, quæ minor est, quàm MD, vt in subiecta figura apparet, manentibus enim lateribus AB, BC si angulus obtusior*

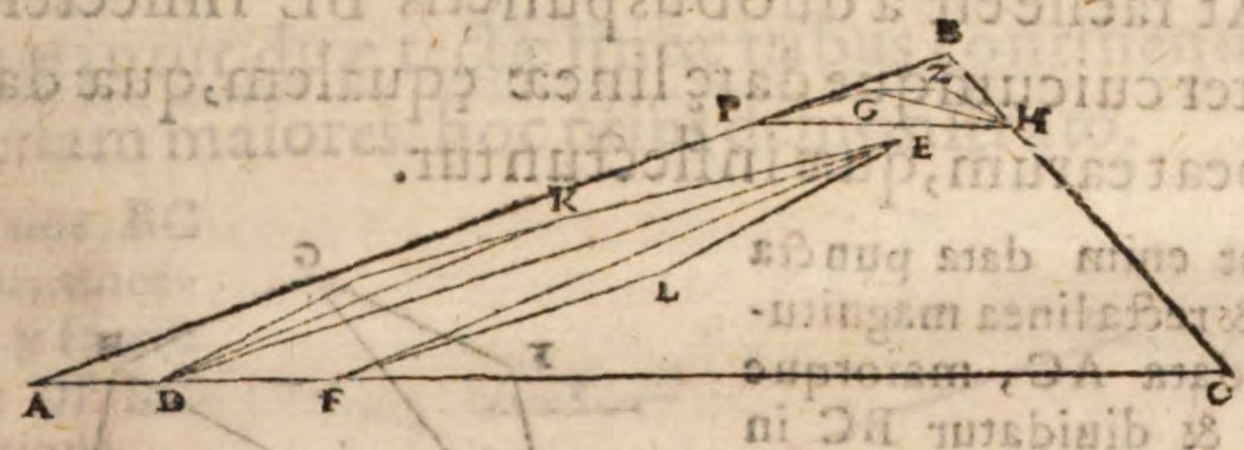
obtusior sit, augetur quidem basis AC; perpẽdicularis uero ad basim ducta imminuitur. Quãdo autem hoc facere uelimus, oportebit punctum M ita sumere, vt ducta perpendicularis MX punctum F *intra triangulum OMX comprehendat.*

Et multo magis si EF FK non sint æquales ipsis AB BC, sed maiores] *hoc est rectæ lineę EF FK cum ipsis OM MD comparatæ ad duplam proportionem magis accedent, si eas non æquales ipsis AB BC, sed maiores efficere uoluerimus. In quibus enim triangulis intra constituuntur rectę lineę æquales iis, quę sunt extra, in his & maiores intra cõstitui possunt, vt demonstratum est in* 31. *huius.* O

Et adhuc magis, si ducta perpendiculari MX, rectæ lineæ EF FE cum ipsis OM MX comparentur] *hoc est accedent EF FK adhuc magis ad duplam proportionem, si ducta perpendiculari MX non amplius cum OM MD, sed cum ipsis OM MX comparentur. Græcus codex* καὶ μάλλον εἰσὶ καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρός τὰς ο μ ξ συγκρινόμενα. *forte legendum erit* καὶ μάλλον καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρινομένας, *uel hoc modo* καὶ μάλλον ἐν καθέτου ἀχθείσης τῆς μ ξ πρὸς τὰς ο μ ξ συγκρίνομεν. P

PROBLEMA XXIX. PROPOSITIO XXXV.

Non solum autem in trianguli basi rectæ lineæ intra constituuntur, vtræque simul maiores ijs, quæ sunt extra, sed etiam in quadrilatero duæ tribus maiores, & tres item maiores tribus, & similiter in alijs, quæ plura habeat latera, possunt quotquot intra constitui maiores quotquot ijs, quæ sunt extra.



Si enim sit triãgulum ABC, in quo constituãtur rectæ lineæ DE EF maiores, quã AB BC; & ducatur quæuis linea PH supra E; erũt DE EF maiores ipsis AP, PH, HC in quadrilatero APHC & si aliqua inflectatur, vt DKE, tres simul DK, KE, EF maiores erunt tribus AP PH HC. Si vero inflectatur PGH; rursus erunt duæ DE EF; itẽq; tres DK, KE, EF maiores quattuor AP, PG, GH, HC in quinquelatero, & si inflectatur ELF, erunt & quattuor DK KE EL, LF maiores, quàm quattuor AP, PG, GH, HC. At si inflectatur PGZH, & ad plura puncta, quàm GZ, & ipsorum KD inflexio fiat, idem planè continget, atque hoc infinite, quotquot proponat quis intra, quotquot ijs, quæ sunt extra maiores esse, eodem modo constituetur. A B C

COMMENTARIVS.

Erũt DE EF maiores ipsis AP, PH, HC.] *Nã tres lineę AP, PH, HC, minores sunt duabus AB, BC; quòd PB BH ipsi PH sunt maiores ex* 20. *primi libri elementorum.* A

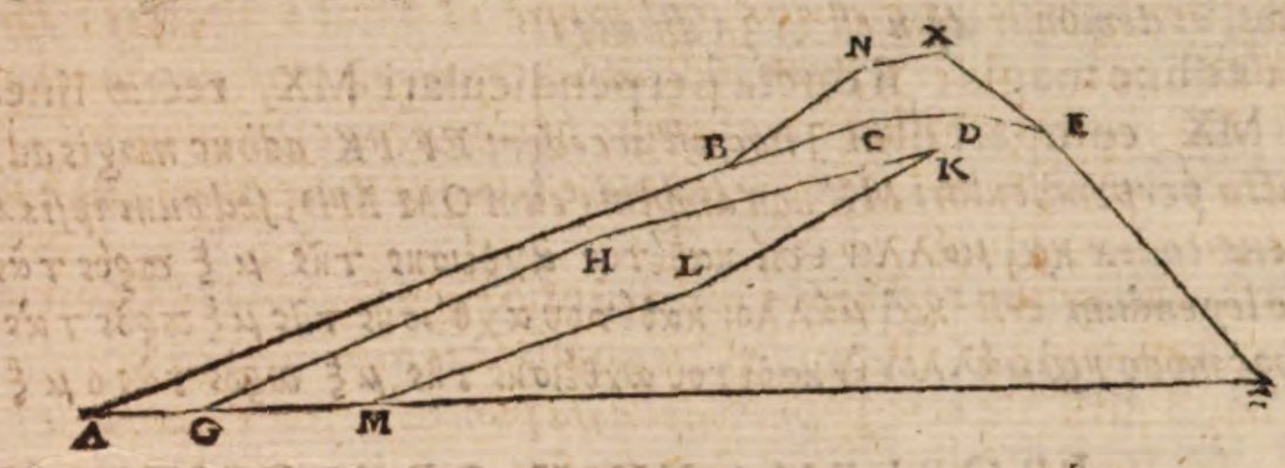
Si vero inflectatur PGH] *Græcus codex mancus est, quem nos ita restituendũ censuimus.* B

Rursus erunt duæ DE EF, itemque tres DK, KE, EF maiores quattuor AP, PG, GH, HC] *Sunt enim PG, GH adhuc minores ipsis PB, BH ex* 21. *primi libri elementorum.* C

PROBLEMA XXX. PROPOSITIO XXXVI.

Fieri autem potest, vt & quæ intra continentur, quotquot ijs, quæ extra, simul sumptæ omnes sint æquales.

A Si enim constituantur, vt demõstratum est, GH, HK, KL, LM maiores ipsis AB, BC, CD, DE, EF. & inflectatur BNXE æque maior ipsa BCDE. factũ iã erit, quod proponebatur.



COMMENTARIVS.

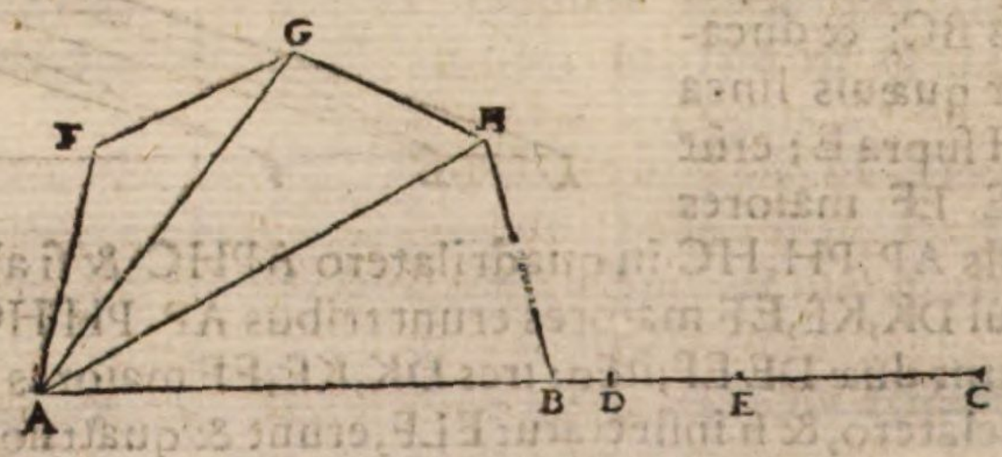
A Si enim constituantur] *Græcus codex* κατασκευασθεισῶν γὰρ μείζων ὅσων ἀπὸ τῶν α β. *forte legendum* μείζων ὄυσων τῶν α β.

Et inflectatur BNXE æque maior ipsa BCDE. factum iam erit, quod proponebatur] *Hoc est inflectatur BNXE, ita vt sit æqualis ipsi BCDE, & excessui, quo GHKLM superat ABCDEF. atque illud quidem facile fiet ex iis, quæ sequuntur.*

PROBLEMA XXXI. PROPOS. XXXVII.

At facile est à duobus punctis BE inflectere BNXE generaliter cuicumque datę lineæ ęqualem, quæ datum numerum habeat earum, quæ inflectuntur.

A Sint enim data puncta AB: & recta linea magnitudine data AC, maiorque AB: & diuidatur BC in quotcunque rectas lineas BD, DE EC vna minores, quam sit numerus earum, B quæ inflectuntur, & AFG quidem inflectatur adeo, vt superet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri potest. AGH vero inflectatur, ut superet AH quantitate DE, & AHB superet AB ipsa EC. numerus igitur rectarum linearum AF FG GH, HB est æqualis dato, & quæ ex omnibus constat, est ipsi AC ęqualis: etenim hoc ex constructione ipsa intelligere haud difficile erit; & quod infinite fieri potest.



COMMENTARIVS.

A Et diuidatur BC in quotcumque rectas lineas BD, DE, EC una minores, quã sit numerus earum, quæ inflectuntur] *Si enim quattuor sint, quæ inflecti debent, diuidatur BC in tres partes; si quinque in quattuor. & ita in aliis. græcus codex ita habet* καὶ διηρήσθω ἡ β γ &c. μία ἐλάσσονα, *lege* ἐλάσσονας.

Et

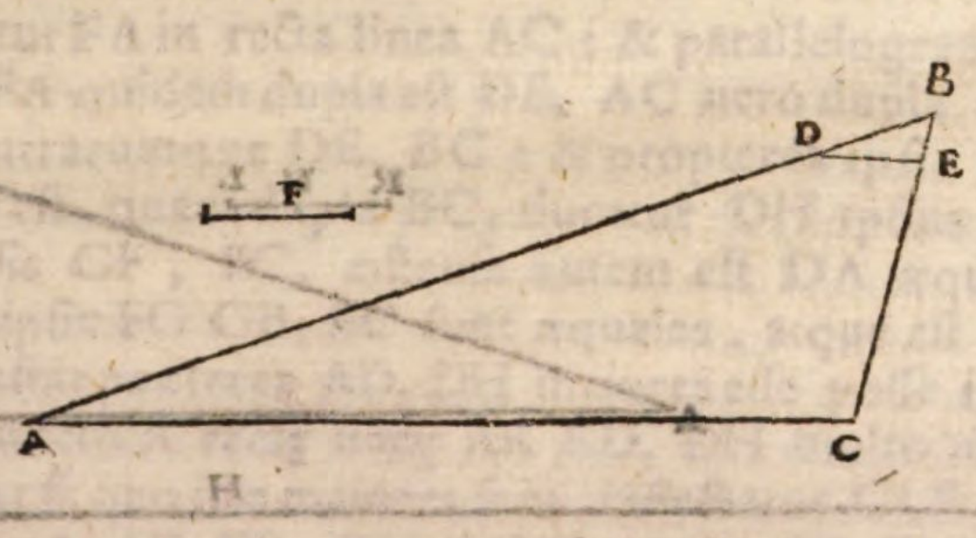
Et AFG quidem inflectatur, adeo vt superet AG quantitate lineæ BD. hoc enim facile fieri potest] *sit enim recta linea AG, cui adiiciatur GK ipsi BD æqualis, & AK vtcumque in puncto L secetur. deinde ex centro A, & interuallo AL describatur circulus. & rursus ex centro G & interuallo KL describatur alius circulus, qui priorẽ in puncto* F *secet: iunganturque* AF, FG. *erit inflexa linea AFG æqualis ipsi AK. & ob id rectam lineam AG quantitate GK, hoc est BD superabit. illud vero infinite fieri posse perspicuum est, quòd ipsa AH itidem infinite secetur Græcus codex corruptus est, in quo ita legitur* κφλ ἡ μεν α ζι ζ η. *lege* κφλ ἡ μεν α ζ η

Numerus igitur rectarum linearũm AF, FG, GH, HB est æqualis dato, & quæ ex omnibus constat est ipsi AC æqualis: etenim hoc ex constructione ipsa intelligere haud difficile erit] *sint enim data puncta AB, à quibus inflectere oporteat quatuor rectas lineas, ita vt simul sumptæ sint æquales ipsi AC datæ necesse autem est AC maiorem esse, quàm AB. diuidatur, BC in tres partes quomodocumque* BD, DE, EC. *& à duobus punctis AB, vt dictum est, inflectatur* AHB *ita ut superet* AB *quantitate* EC, *& rursus à duobus punctis* AH *inflectatur* AGH *vt superet* AH *quantitate DE postremo à pũctis* AG *inflectatur* AFG *superãs* AG *ipsa* BD. *dico rectas lineas* AF, FG, GH, HB *datæ rectæ lineæ* AC *æquales esse sunt enim* AF, FG *æquales ipsis* AG, BD. *&* AG, GH *æquales ipsis* AH, DE: *&* AH, HB *æquales* AB EC. *quare subiatis vtrinque communibus* AG, AH, *relinquentur* AF FG, GH, HB *æquales ipsis* AB, BD, DE, EC *hoc est lineæ* AC.

PROBLEMA XXXII. PROPOSITIO XXXVIII.

Fieri etiam potest vt parallelogrammũ inueniatur, in cuius basi intra constituantur duæ rectæ lineæ tribus continentibus æquales, atque etiam maiores. hoc prius demonstrato.

Sit AB data maior BC quam in proportione. ducere DE parallelam, & facere vt AD ad vtrasque DE BC in data sit proportione. Factum iam sit. quoniam AB data maior est BC, quam in proportione, erit proportio ipsius AB ad BC una cum data, quæ sit F. eadem autem est proportio & AD ad vtrasque DE, BC. ergo & reliquæ BD eadem erit ad excessum ipsarum F, DE. sed F est data. data igitur DE. & ideo positione data. quare si AB maior sit quam dupla ipsius BC, poterimus ducere DE parallelam, & facere vt AD vtrarumque DE, BC sit dupla.



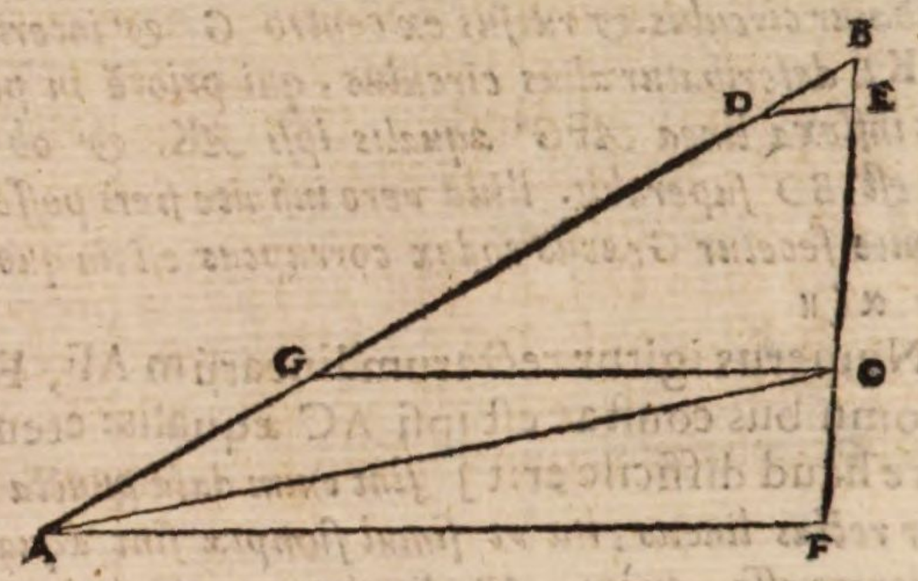
COMMENTARIVS.

Sit AB data maior BC quam in proportione] *magnitudo magnitudine dato maior est, quam in proportione, quando ablato dato reliquum ad idem proportionem habeat datam, vt Euclides in libro datorum diffiniuit. & similiter magnitudo magnitudine dato minor est quam in proportione, quando apposito dato totum ad idem proportionem habeat datam.*

B Ducere de parallelam, & facere vt AD ad vtrasque DE BC in data sit proportione] *hoc est ducere DE parallelam ei, quæ puncta* AC *coniungit, videlicet basi trianguli ABC.*

C Factum iam sit] *resolutio est problematis.*

D Quoniam AB data maior est BC, quam in proportione, erit proportio ipsius AB ad BC vna cum data, quæ sit F] *sit AB maior BC quàm in proportione, data linea AG, iungaturque GC; & per A ducatur AF ipsi GC parallela, habebit GB ad BC proportionem datam ex diffinitione: vt autem GB ad BC, ita AB ad BF. reliqua igitur AG ad reliquam CF erit vt AB ad BF. Et est data AG, quare & CF data erit: ex quibus sequitur vt AB ad BC vna cum data CF proportionem datam habeat: quam vero nos CF dicimus, ipse vno tantum elemento F expressit.*



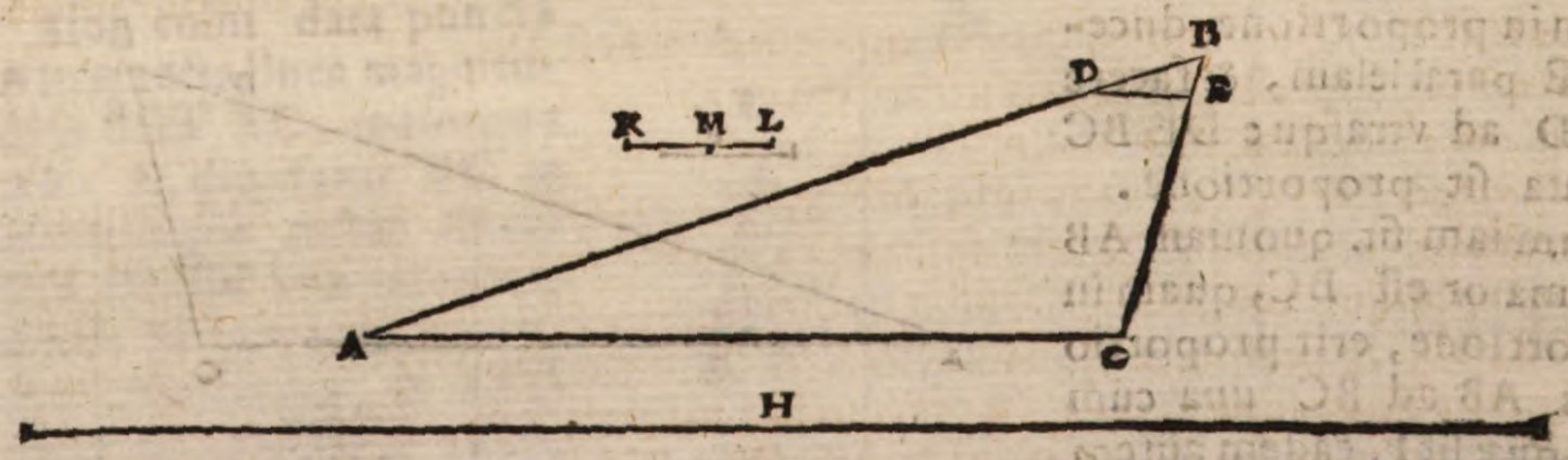
a datorũ

E Eadem autem est proportio AD ad vtrasque DE BC] *expositione scilicet.*

F Ergo & reliquæ BD eadem erit ad excessum ipsarum F DE] *quoniam enim vt AB ad BC vna cum F, ita est AD ad BC vna cum DE, erit reliqua BD ad id quod relinquitur, demptis BC & DE ab ipsis BC & F, hoc est dempta DE ab F, vt AB ad BC vna cum F, quare BD datam habebit proportionem ad excessum, quo ipsam F DE excedit.*

19 quinti

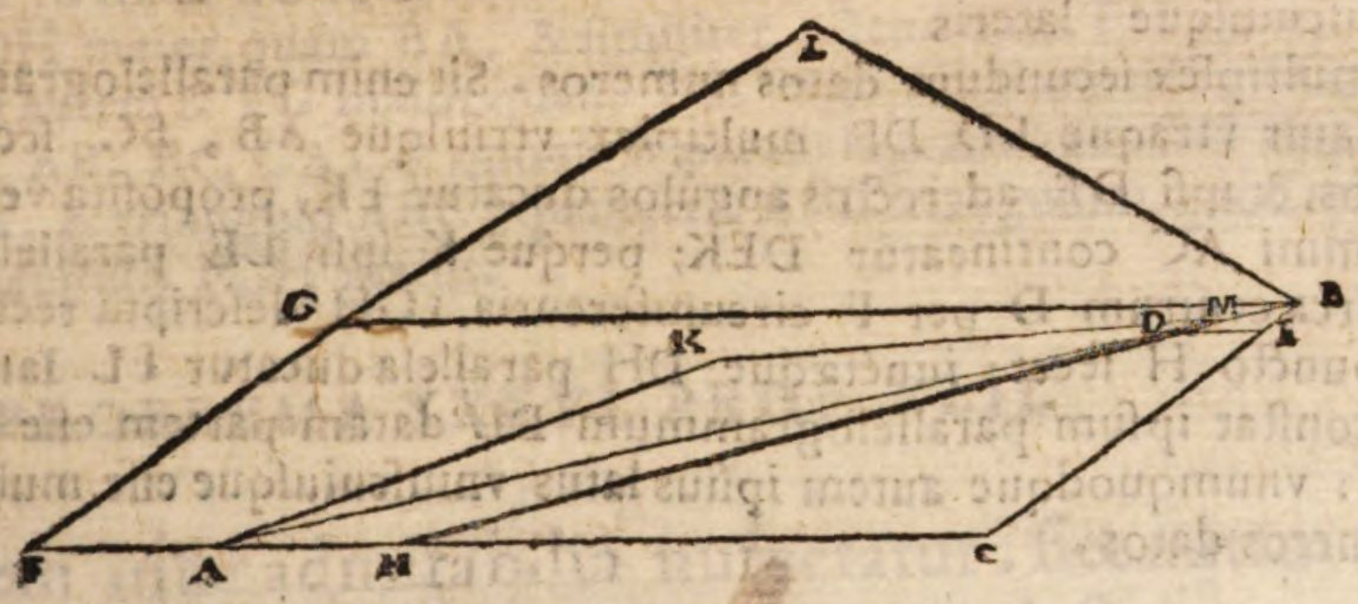
G Sed F est data, data igitur DE, & ideo positione data] *obscure nimis, & anguste hoc explicasse videtur Pappus, ex quibus non facile appareat, quo loco D ipsam AB secet. non enim compositionem, & fortasse non integram resolutionem apposuit. quamobrem nos vt ea, quæ desiderari videntur, suppleamus. pro viribus enitemur.*



Ponatur iam factum esse, & sit ipsi DE æqualis KM. quoniam igitur AB data maior est BC, quã in proportione, habebit AB ad BC una cũ alia aliqua data quæ sit KL eandem proportionem. Sed & eandem habet AD ad vtrasque DE, BC, hoc est KM, BC. ergo reliqua BD ad reliquam ML eandem proportionem habeat, necesse est. vt autem CA ad AB, ita est ED ad DB. triangula enim ABC DBE inter se sunt similia ob lineas parallelas. & vt DB ad ML, ita fiat alia quæpiam, in qua H ad CA. erit ex æquali in perturbata ratione vt H ad AB, ita DE, hoc est KM ad ML.

Compositio resolutioni congruens erit. fiat enim H ad AC in data proportione; & diuidatur KL in puncto M, ita ut KM ad ML eam proportionem habeat, quam H ad AB. Rursus ut CA ad AB, ita fiat KM ad aliam, quæ sit BD; & a puncto D ipsi AC parallela ducatur DE. Dico AD ad utrasque DE BC in data proportione esse. nam cum DE parallela sit ipsi AC, triangula ABC, DBE inter se similia erunt: & vt CA ad AB, ita ED ad DB. Sed & ita erat KM ad eandem DB. ergo DE ipsi KM est æqualis. Præterea vt H ad AB, ita facta est KM ad ML, hoc est DE ad ML: & ut BA ad AC, ita BD ad DE. quare ex æquali in perturbata ratione ut H ad AC, ita BD ad ML. & ideo DB ad ML est in data proportione. Itaque quoniam ut AB ad BC, & KL ita est DB ad ML, erit & reliqua AD ad reliquas KM, & BC, hoc est DE, BC, ut AB ad BC, & KL. ergo AD ad utrasque DE BC in data proportione erit. quod ipsum facere oportebat.

PROBLEMA XX. XIII. PROPOSITIO XXXIX.



Exponatur huiusmodi triãgulum ABC, ita ut AB maior sit, quam dupla BC: sitque AC ipsius BC dupla. & ducatur DE parallela, quæ faciat ad duplã utrarũq; DE, BC: ipsius vero DE dupla ponatur FA in recta linea AC: & parallelogrammũ compleatur. Quoniam igitur FA quidem dupla est DE, AC uero dupla CB, erit tota FC hoc est GB dupla utrarumque DE, BC: & propterea ipsi AD æqualis. & quoniam AD maior est, quam dupla BC, ducatur DH ipsius BC dupla. ergo DH est æqualis ipsis GF, BC. ostensa autem est DA æqualis GB. rectæ igitur lineæ AD, DH ipsis FG GB, BC sunt æquales. atque est parallelogrammum FG BC. Constat præterea AD, DH maiores esse posse ipsis FG, GB, BC. & sumpto aliquo puncto K rectę lineę AK KD, DH multo maiores erunt iis, quę sunt extra. At si quo illæ maiores sunt, inflectatur GLB eodem ipso maior, quàm GB; erunt & AK, KD, DH æquales ipsis FG, GL, LB, BC in quinquelatero, & in aliis, quæ plura latera habent, idem seruabitur modus, quemadmodum & in iis, quæ in quouis quadrilatero constituuntur, prius demonstratum fuit. A B

COMMENTARIVS.

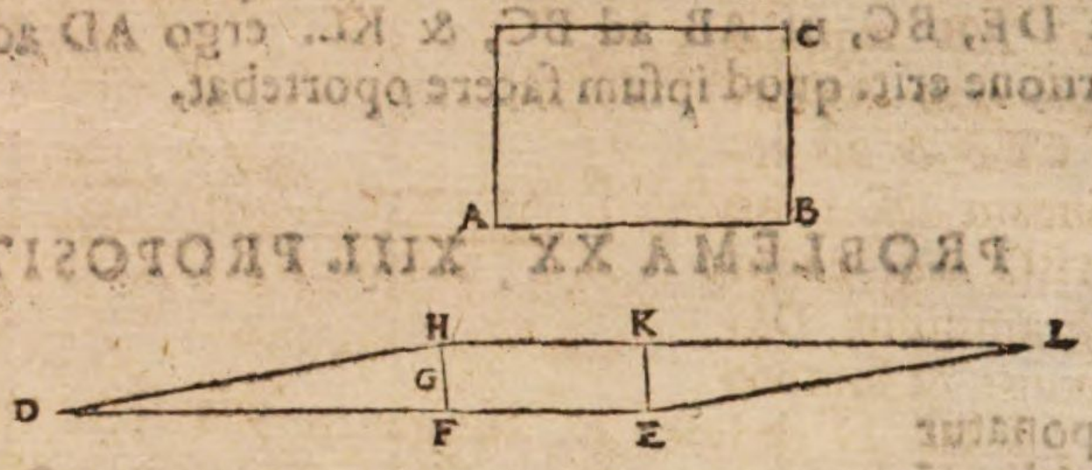
Constat pręterea AD, DH maiores esse posse ipsis FG GB, BC] *Si enim* A *inter D, & B aliud punctum sumatur, vt M, & AM MH iungantur, erunt hæ maiores,* 21 primi *quam AD, DH, videlicet quam* FG, *GB, BC. Ipse uero Pappus illud punctum similiter eodem elemento D notauit.*

At si quo illę maiores sunt, inflectatur GLB eodem ipso maior, quam GB, erunt B & AK,

& AK, KD, DH æquales ipsis FG, GL LB, BC] *hoc est si inflectatur GLB, quæ superet GB eadem quantitate, qua rectæ lineæ AK, KD LH superant ipsas FG, GB, BC.*

PROBLEMA XXXIIII. PROPOSITIO. XL.

Ex ijs, quæ ante dicta sunt, & hæc sequuntur.



Dato spacio parallelogrammo fieri posse vt alterum parallelogrammum inueniatur,
A quod quidem sit proposita pars dati paral-
B lelogrammi; vnumquodque autem latus vniuscuiusque lateris sit multiplex secundum datos numeros. Sit enim parallelogrammum ABC, & sumatur vtraque ED DF multiplex vtriusque AB, BC secundum numeros
C D datos, & ipsi DE ad rectos angulos ducatur EK, proposita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK; perque K ipsi DE parallela ducatur HKL: & circa centrum D per F circumferentia FGH descripta rectam lineam HKL
E F in puncto H secet: iunctæque DH parallela ducatur EL Iam ex constructione constat ipsum parallelogrammum DL datam partem esse parallelogrammi AC: vnumquodque autem ipsius latus vniuscuiusque esse multiplex secundum numeros datos.

COMMENTARIVS.

A Quod quidem sit proposita pars dati parallelogrammi] *hoc est vel dimidia, vel tertia, vel alia quæcumque imperata sit.*

B Vnumquodque autem latus vniuscuiusque lateris sit multiplex secundum datos numeros] *vt exempli gratia DE sit ipsius AB dupla, & DF vel dupla vel tripla, vel vtcumque multiplex ipsius BC: non solum autem multiplex, sed & quamcumque datam proportionem habens.*

C Et ipsi DE ad rectos angulos ducatur EK] *Græcus codex* καὶ ἤχθω ἡ ΔΕ πρὸς ὀρθὰς ἡ ε κ. *lege* καὶ ἤχθω τῇ ΔΕ.

D Proposita vero pars parallelogrammi AC contineatur DEK] *hoc est pars proposita dati parallelogrammi AC ad lineam DE applicata latitudinem faciat EK, ita vt rectangulum DEK dictæ parti sit æquale. Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω τὸ ὑπὸ ΔΕΘ τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α γ παραλληλογράμμου. *Sed corrige* τὸ ὑπὸ ΔΕ Κ.

E Iunctæque DH parallela ducatur EL] *Græcus codex* καὶ ἐπιζευχθείσαι τῇ ΔΘ παράλληλος καὶ ἤχθω ἡ ε λ. *lege* καὶ ἐπιζευχθείσῃ τῇ ΔΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ε λ.

F Iam ex constructione constat ipsum parallelogrammum DL datam partem esse parallelogrammi AC] *Græcus codex* δηλονότι ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ ΔΛ παραλληλόγραμμον τοῦ δοθέντος μέρος ἐστὶ τοῦ α γ ὀρθογωνίου *sed fortasse legendum* δῆλον ἐκ τῆς κατασκευῆς ὅτι αὐτὸ μὲν τὸ ΔΛ παραλληλόγραμμον τὸ δοθὲν μέρος ἐστί τοῦ α γ παραλληλογράμμου.

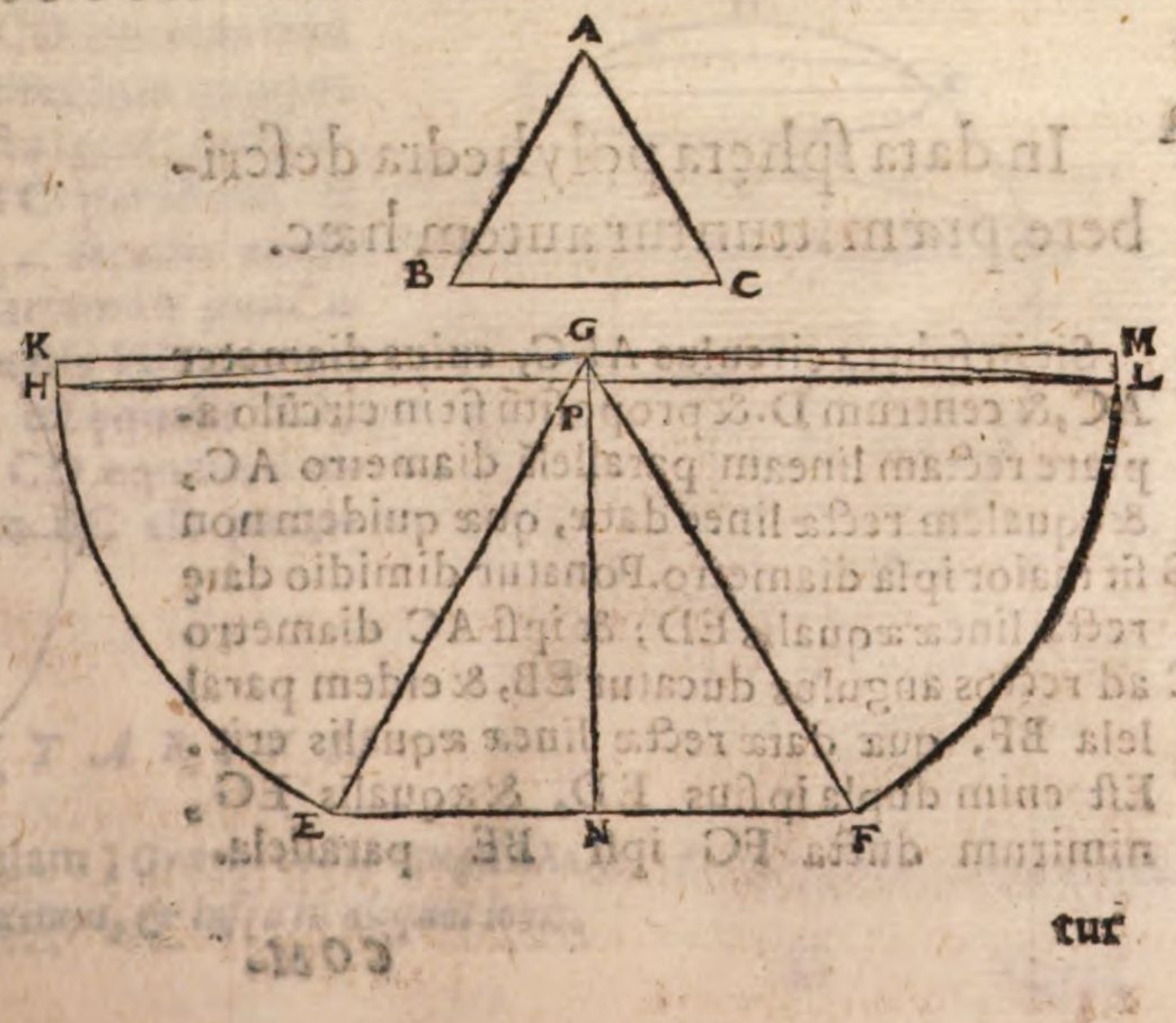
PROBLEMA XXXV. PROPOSITIO XLI.

Rursus triangulo dato minus triangulum inuenitur habens unumquodque laterum vnoquoque latere maius.

Sit enim triangulum ABC: & producatur basis BC ex utraque parte; ponaturque ipsi quidem AB æqualis BD, ipsi vero AC æqualis CE; & ad rectam lineam DE triangulo ABC æquale parallelogrammum DG applicetur: & sumpto quouis puncto H in linea BC iungantur FH HG. quoniam igitur AB æqualis est BD, erit DH maior, quam BA. & similiter ostendemus EH quam AC maiorem esse. est autem & FG maior quam BC. ergo tres lineæ HF, FG, GH maiores sunt ipsis AB, BC, CA. & quoniam parallelogrammum DG duplum est trianguli FHG, & triangulo ABC æquale, erit ABC triangulum, quod minora latera habet, triangulo FGH maius.

PROBLEMA XXXVI. PROP. XLII.

Hoc quidem inter admirabilia numeratur. fiet autem admirabilius, si triangulum inueniatur, quod sit pars dati trianguli, & vnumquodque latus uniuscuiusque lateris multiplex sit secundum datos numeros, vt in parallelogrammo ante dictum est.



Sit enim triangulum ABC: & aliud triangulum EFG constituatur, habens vnumquodque latus uniuscuiusque lateris triāguli ABC multiplex secundum datos numeros, uel etiam maius quam multiplex: & circa centrum G per E quidem circumferentia describatur EHK, per F uero circumferentia FLM: & per G ipsi EF parallela ducatur

A tur KGM a puncto autem G ad EF perpendicularis agatur GN: sitque pars
proposita trianguli ABC, quæ KM, & GP continetur: & ipsi KM parallela du
B catur HPL, & HG, GL iungantur. Patet igitur ex constructione triangulum
HGL minus esse, quam dimidium sumptæ partis trianguli ABC, nam HL mi-
C nor est, quam KM. & vnumquodque latus ipsius uniuscuiusque lateris trianguli
ABC multiplex secundum datos numeros, vel etiam maius, quam multiplex et-
enim HL maior est, quam EF.

COMMENTARIVS.

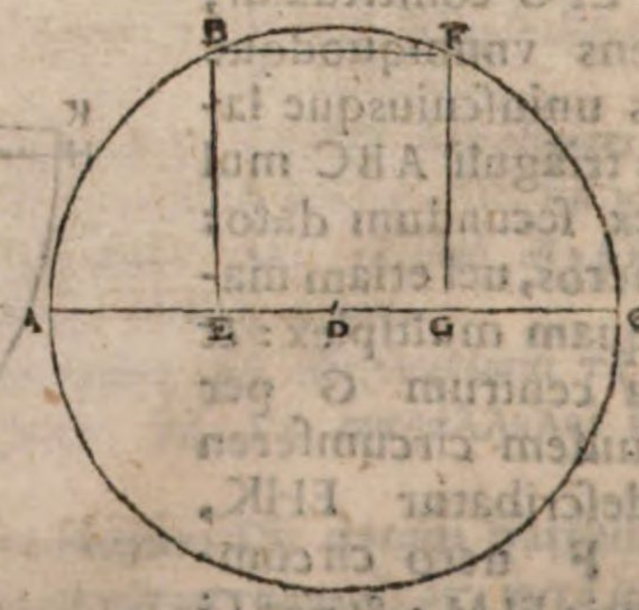
A Sitque pars proposita trianguli ABC, quæ KM GP continetur] *hoc est sit rectangulum, quod KM, GP continetur, æquale dictæ parti trianguli ABC. græcus codex.* καὶ ἔσω τὸ ἐπιταχθὲν μέρος τοῦ α β γ τριγώνου τοῦ ὑπὸ κ μ ἢ π. *lege* τὸ ὑπὸ κ μ, ἢ π. *quæ vero sequuntur* τοῦτο γὰρ προδέδεικται *nos consulto omisimus, neque enim hoc a Pappo ante demonstratum est, sed ex elementis petitur.*

B Patet igitur ex constructione HGL triangulum minus esse, quàm dimidium sumptæ partis trianguli ABC] *Est enim rectangulum, quod HL, & GP continetur, minus contento KM, & GP, quod HL minor sit, quam KM ex quintadecima tertii libri* 41 primi *elementorum, triangulum autem HGL dimidium est eius, quod HL, & GP continetur. ergo triangulum HGL minus est dimidio rectanguli ex KM, & GP; hoc est minus dimidio sumptæ partis trianguli ABC.*

C Et vnumquodque latus ipsius vniuscuiusque lateris trianguli ABC vel multiplex secundum datos numeros, vel maius quam multiplex] *quoniam enim triauguli EGF latera multiplicia facta sunt laterum trianguli ABC secundum datos numeros, erunt & trianguli HGL latera vel multiplicia secundum datos numeros, vel etiam maiora, quam multiplicia: nam latera quidem HG, GE inter se æqualia sunt, vt pote quæ a centro ad circumferentiam ducuntur; & eadem ratione latera LG, GF æqualia. latus vero HL maius est latere EF. ex eadem 15. tertii elementorum. Græcus codex* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ μείζων ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς λοβεύτας ἀριθμούς *legendum autem* ἑκάστη δὲ αὐτοῦ πλευρὰ ἑκάστης τῆς τοῦ α β γ ἢ πολλαπλασία κατὰ τοὺς λοβέντας ἀριθμοὺς ἢ μείζων ἢ πολλαπλασία.

PROBLEMA XXXVII. PROPOSITIO XLIII.

A In data sphęra polyhedra describere, præmittuntur autem hæc.



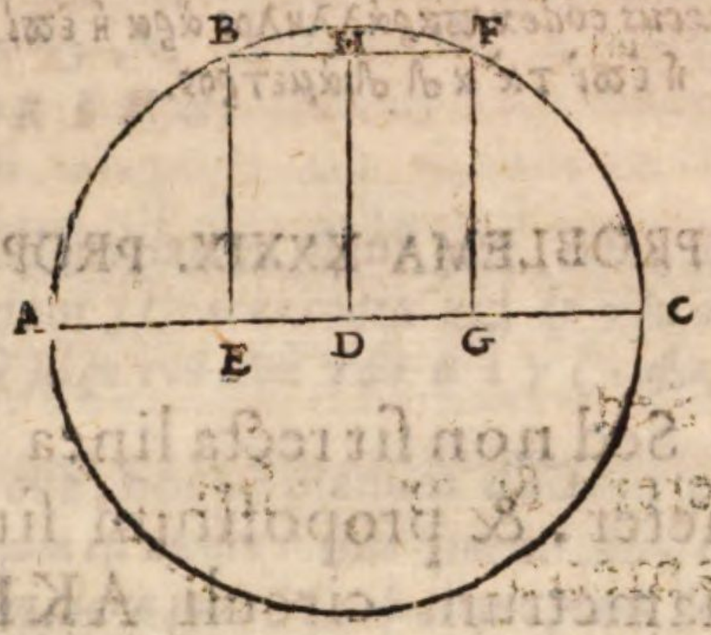
M Sit in sphęra circulus ABC, cuius diameter AC, & centrum D. & propositũ sit in circũlo aptare rectam lineam, parallelã diametro AC, & ęqualem rectæ lineę datæ, quæ quidem non
B sit maior ipsa diametro. Ponatur dimidio datę rectæ lineæ æqualis ED; & ipsi AC diametro
C ad rectos angulos ducatur EB, & eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineæ æqualis erit. Est enim dupla ipsius ED, & æqualis EG, nimirum ducta FG ipsi BE parallela.

COMMENTARIVS.

In data ſphęra polyhedra deſcribere. prępittuntur autem hæc] *In Græco codice* A
ἐις δοθεῖσαν σφαῖραν ἐγγράψαι τε πολύεδρα. *lege* ἐγγράψαι τὰ πολύεδρα. *in iis uero, quæ ſequuntur, vereor ne aliquid deſit, ut ita legatur* προγράφεται δὲ τάδε ἐσῶ ἐν σφαίρᾳ κύκλος.

Ponatur dimidio datę rectæ lineæ æqualis ED] *Græcus codex* κείσθω ἡ δοθεῖσα B
ἴση ἡ ε δ. *Sed mendoſe. legendum enim erit* κείσθω τῆ ἡμισείᾳ τῆς δοθείσης ἴση ἡ ε δ. C

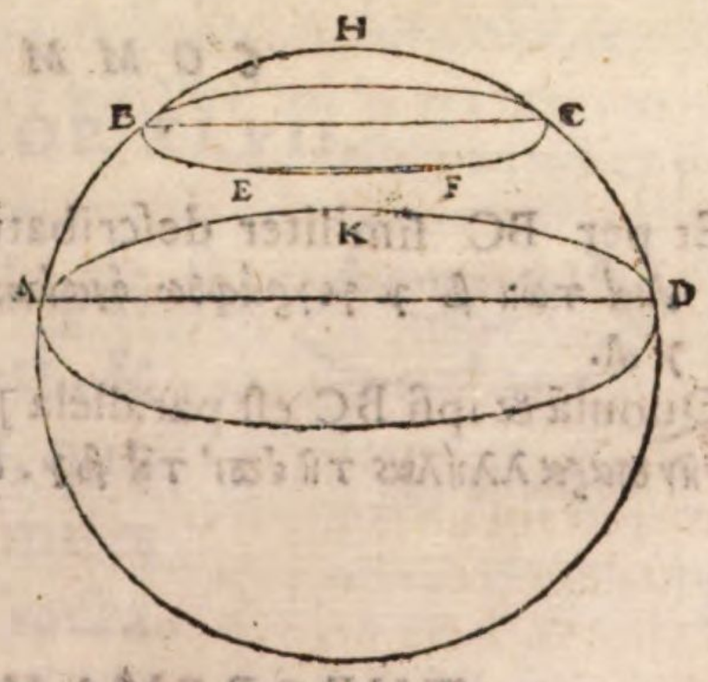
Et eidem parallela BF, quæ datæ rectæ lineæ ęqualis erit] *ducatur a puncto D ad BF perpendiculari DH, erit ea parallela ipſi EB, & lineam BF bifariam ſecabit in H. ergo BH eſt ęqualis HF: & ideo tota* FB *dupla ipſius BH, hoc eſt ipſius ED, quod cum data recta linea etiam ſit dupla ED, erit* BF *datę rectæ lineę ęqualis.* 28 primi 3 tertii. 9 quinti.



PROBLEMA XXXVIII. PROPOSITIO XLIIII.

Sint in ſphæra paralleli circuli AKD BEFC. & per puncta BC ducta recta linea ſit circuli diameter. propoſitum autem ſit ducere diametrum circuli AKD ipſi BC diametro parallelã. A

Ducatur per puncta BC planum ad circulum rectum, quod faciat ſectionem circulum maximum ABCD. ergo ABCD circulus tranſibit per polos ipſorum, & circulum quoque AKD bifariam ſecabit. iuncta igitur recta linea AD diameter eſt ipſi BC parallela. & id quidem manifeſtum eſt. ſecetur namque circumferentia BC bifariam in puncto H. & quoniam HA eſt æqualis HD, ex polo enim ſunt, quarum HB eſt ęqualis HC, erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis diameter igitur AD diametro BC eſt parallela. B C D E F G



COMMENTARIVS.

Ipſi BC diametro parallelam] *Græcus codex* παραλλήλον τῆ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ, *quæ verba nos ita vertenda duximus, & infra in aliquot locis.* A

B Quod faciat sectionem circulum maximum ABCD] *Græcus codex* καὶ ποιήσει τὸ μὲν α β γ Δ μέγιστος κύκλος. *corrige* καὶ ποιήσει τομὴν α β γ Δ μέγιστον κύκλον.

C Ergo ABCD circulus transibit per polos ipsorum, & circulum quoque AKD bifariam secabit] *Ex 13. primi libri sphæricorum Theodosii. Græcus codex* α β γ Δ ἄρα ἥξει διὰ τῶν πολλῶν αὐτῶν. *corrige* διὰ τῶν πόλων αὐτῶν.

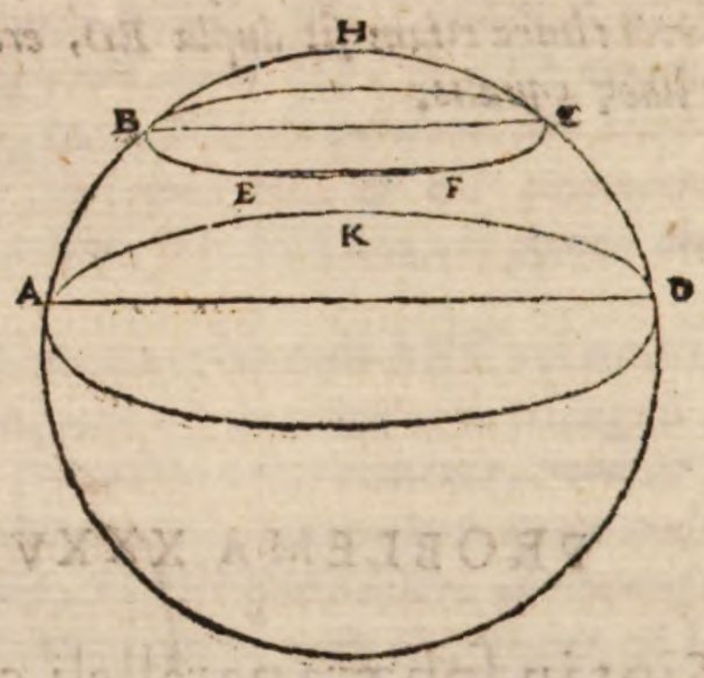
D Iuncta igitur recta linea AD diameter est ipsi BC parallela, & id quidem manifestum est] *Græcus codex* ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α β ἐπιζευγνυμένη διάμετρός ἐστι τῇ ἐπὶ τὰ β γ παράλληλος, ἔστι δὲ φανερόν. *Sed legendum* ὁ ἄρα ἐπὶ τὰ α Δ.

E Et quoniam HA est æqualis HD, ex polo enim sunt] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἡ θ α τῇ θ Δ ἴση ἐστὶν ἐκ πολλῶν γὰρ. *corrige* ἐκ πόλων γὰρ, *uel* ἐκ πόλου γὰρ.

F Erit & reliqua AB reliquæ CD æqualis] *illud etiam per se patet ex 10 secundi libri sphæricorum Theodosii.*

H Diameter igitur AD diametro BC est parallela] *Ex 16. vndecimi elementorum. Græcus codex* παράλληλος ἄρα ἡ ἐπὶ τὰ α Δ διαμέτρῳ τῇ ἐπὶ τὰ β γ διαμέτρῳ. *corrige* ἡ ἐπὶ τὰ α Δ διάμετρος.

PROBLEMA XXXIX. PROP. XLV.



Sed non sit recta linea EF diameter, & propositum sit ducere diametrum circuli AKD lineæ EF parallelam.

Ponatur vtraque EB, FC æqualis dimidio excessus, quo semicirculus circumferentiam EF excedit: & per BC similiter describatur circulus maximus ABCD. erit igitur AD
A diameter circuli AKD parallela ipsi EF; quo-
B niam & ipsi BC est parallela.

COMMENTARIVS.

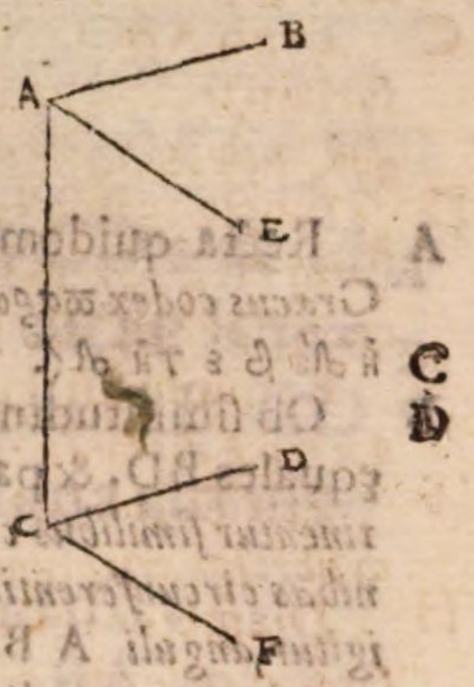
A Et per BC similiter describatur circulus maximus ABCD] *Græcus codex* καὶ διὰ τῶν β γ γεγράφθω ὁμοίως μέγιστος ὁ α β γ Δ. *corrige* μέγιστος κύκλος α β γ Δ.

B Quoniã & ipsi BC est parallela] *Ex 9. undecimi elementorum. Græcus codex* ὅτι καὶ αὐτὴν παραλλήλους τῇ ἐπὶ τὰ β γ. *lege* ὅτι καὶ αὐτὴ παράλληλος τῇ ἐπὶ τὰ β γ.

THEOREMA VII. PROPOSITIO XLVI.

Sint in planis parallelis parallelæ rectæ lineæ AE CF, & in eisdem planis ducãtur AB, CD ad easdẽ partes plani per AE CF produ-

producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant. dico rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse. hoc est planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD.



Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea una cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod est absurdum, æqualis enim ponitur BAE angulus angulo DCF,

COMMENTARIVS.

Et in eisdem planis ducantur AB, CD ad easdem partes plani per AE, FF producti, quæ angulos BAE, DCF æquales faciant] *Græcus codex* καὶ ἐν τοῖς αὐτοῖς ἐπιπέδοις διήχθωσαν αἱ αβ, γδ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τοῦ διὰ τῶν αεγζ ἐμβαλλομένου ἐπιπέδου *lege* ἐκβαλλομένου ἐπιπέδου. A

Dico rectas lineas AB CD inter se parallelas esse, hoc est planum ductum per BAC facere in plano rectam lineam CD] *Idem enim est dicere rectas lineas AB, CD inter se parallelas esse & ab eodem fieri plano. nam cum plana parallela ab aliquo plano secãtur, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt ex 16. vndecimi libri elementorum.* B

Si enim aliam ibi faciet lineam, continebit ea una cum CF angulum æqualem angulo BAE. quod est absurdum] *Si enim planum per BAC ductum non faciet rectã lineam CD, sed aliam quampiam, erit ea parallela lineę AB ex 16. vndecimi iam dicta. & ex decima eiusdem, cum CF angulum continebit æqualem angulo BAE, quod fieri non potest. ponebatur enim angulus DCF angulo BAE æqualis. Græcus codex mendosus est, vt arbitror, qui sic habet.* ἐπεὶ γὰρ ἕτερον ποιήσει ἐκεῖ περιέξει μετὰ τῆς γδ γωνίας ἴσον τῇ ὑπὸ βαγ ὅπερ ἐστιν. *ego ita legerem* ἐὶ γὰρ ἕτερον ποιήσει ἐκεῖ, περιέξει μετὰ τῆς γζ γωνίαν ἴσην τῇ ὑπὸ βαε ὅπερ ἐστιν ἄτοπον. C

Æqualis enim ponitur BAE angulus angula DCF] *Græcus codex* ἴση γὰρ, ὑποκείσθω ἡ ὑπὸ βαε τῇ ὑπὸ δγ. *puto legendum* ἴση γὰρ ὑποκύται, *&c.* D

THEOREMA VIII. PROP. XLVII.

Ex hoc & illud constat. Si in planis parallelis circuli sint, ut inferius descripti, & in ipsis rectæ lineæ parallelę AB, CD, quę ad easdem partes centrorum EF similes circulorum portiones abscindant, recta quidem linea AE ipsi CF; recta uero BE ipsi DF parallela erit.

Ob similitudinem enim portionum fiunt anguli AC inter se æquales; itemque æquales BD: & parallelæ AE, CF, & BE, DF in planis parallelis.

COMMENTARIVS.

A Recta quidem linea AE ipsi CF: recta vero BE ipsi DF parallela erit] *Græcus codex* παράλληλος ἔσται ἡ μὲν α θ τῇ γ ζ, ἡ δὲ β η τῇ δ ζ. *lege* ἡ μὲν α ε τῇ γ ζ, ἡ δὲ β ε τῇ δ ζ.

B Ob similitudinem enim portionum fiunt anguli A C inter se æquales, itemque æquales BD. & parallelæ AE CF & BE DF] *Similes enim circulorum portiones continentur similibus circumferentiis, & rectis lineis, quæ eas abscindunt, vt in propositis portionibas circunferentiæ AB CD similes sunt, quibus æquales insistunt anguli* AEB, CDF. *reliqui igitur anguli* A B *reliquis angulis* CD *sunt æquales. & cum latera sint æqualia, erit angulus* A *æqualis angulo* B, *& eadem ratione angulus* C *angulo* D *æqualis. ergo angulus* BAE *est æqualis angulo* DCF, *& angulus* ABE *æqualis ipsi* CDF. *itaq; cum* AB *parallela sit* CD, *& angulus* BAE *sit æqualis angulo* DCF, *erit ex antecedente* AE *ipsi* CF *parallela, &* BE *parallella* DF. *Græcus codex* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τῆς τμημάτων ἔσαι α β καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις. καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ. καὶ β ε δ ζ ἐν παραλλήλοις ἐπιπέδοις. *corrigendum autem vt opinor.* ἴσαι γὰρ γίνονται διὰ τὴν ὁμοιότητα τὰ τῆς τμημάτων αἱ τε α ν, καὶ αἱ β δ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ παράλληλοι αἱ α ε γ ζ, καὶ β ε δ ζ.

THEOREMA IX. PROPOS. XLVIII.

A Si vero rectę lineæ parallelæ, quæ similes circulorum portiones abscindunt, non sint ad easdem partes centrorum; quę a centris ad terminos parallelarum, non similiter posi tos ducuntur, parallelæ erunt.

B Ostenditur enim hoc similiter, atque in superiori figura.

COMMENTARIVS.

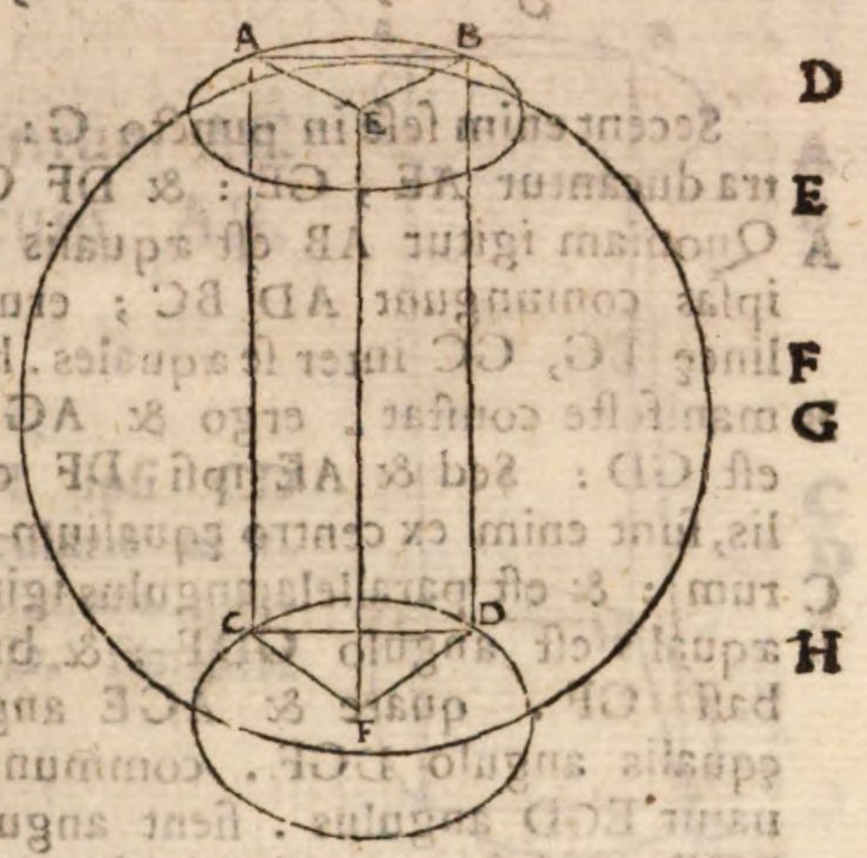
A Si uero rectæ lineæ parallelę, quæ similes circulorum portiones abscindunt] *Græcus codex* ἐαν δ' ἐπὶ τὰ ὅμοια τῆς τμημάτης κύκλων, *&c. forte legendum* ἐαν δὲ τὰ ὅμοια τμήματα τῆς κύκλων.

B Ostenditur enim hoc similiter, atque in superiori figura] *producantur enim* CF, DF *vsque ad circumferentiam in puncta* GH, *&* HG *iungatur. erunt trianguli* FGH *duo latera* GF, FH *æqualia duobus lateribus* CF, FD *triãguli* FCD. *& angulus* GFH *æqualis angulo* CFD. *ergo & basis basi, triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. cum igitur angulus* FGH *sit æqualis angulo* FCD, *& angulus* FHG *angulo* FDC; *recta linea* HG *ipsi* CD *parallela erit: & circulorum portiones* HG, CD *inter se æquales erunt, & similes. ergo* HG *portio similis est portioni* AB, *suntque ad easdem partes centrorum: &* HG *parallela est ipsi* AB, *quoniam & ipsi* CD. *sequitur igitur ex antecedenti rectam lineam* HF, *hoc est* DF *ipsi* AE, *&* GF, *hoc est* CF *ipsi* BE *parallelam esse.*

THEO-

THEOREMA X. PROP. XLIX.

Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli AB CD: & ad A
eaſdem partes centrorum æquales, & parallelæ rectæ lineæ B
AB, CD. dico rectas lineas, quæ earum terminos AB CD C
coniungunt, æquales, & parallelas eſſe, & ad plana circulorum perpendiculares.



Manifeſtum autem eſt ex iis, quæ prius oſtenſa ſunt iunctę enim AE, CF parallelæ erunt, & ſunt, inter ſe ęquales. ergo & AC, EF tum ęquales ſunt, tum parallelę. ſimiliter & EF, *BD*. eſt autem EF perpendicularis ad circulorum plana, etenim circa eoſdem polos ſunt; & recta linea per polos ipſorum ducta ad vtrumque eſt perpendicularis, & per eorum centra, & ſphęrę tranſibit, vt eſt in ſphęricis. rectę igitur lineæ AC, BD & æquales ſunt, & parallelæ inter ſeſe, atque ad plana circulorum perpendiculares.

COMMENTARIVS.

Sint in ſphæra circuli æquales, & paralleli] *Græcus codex* ἔσωσαν ἐν σφαίρᾳ παράλληλοι κύκλοι. *Sed videtur legendum* ἔσωσαν ἐν σφαίρᾳ ἴσοι, καὶ παράλληλοι. A

Et ad eaſdem partes centrorum æquales & parallelæ rectæ lineæ AB, CD] *Græcus codex* καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων ἴσαι, καὶ παράλληλοι, *quibus hæc addenda videntur* αἱ α β, γ δ. B

Dico rectas lineas, quæ earum terminos AECD coniungunt æquales, & parallelas eſſe] *Græcus codex* ὅτι αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα αὐτῆς τὰ γ η. *videtur legendum* τὰ πέρατα αὐτῶν τὰ α β γ δ. C

Iunctæ enim AE, CF parallelæ erunt] *Ex* 47. *huius.* D

Et ſunt inter ſe æquales] *Sunt enim ex centro circulorum.* E

Etenim circa eoſdem polos ſunt] *Ex prima ſecundi libri Sphæricorum Theodoſii.* F

Et recta linea per polos ipſorum ducta ad utrumque eſt perpendicularis, & per eorum centra, & ſphæræ tranſibit] *Ex decima primi libri ſphæricorum.* G

Rectæ igitur lineæ AC BD & æquales ſunt, & parallelę inter ſeſe, atque ad plana circulorum perpendiculares] *Æquales quidem ſunt, & parallelæ inter ſe,* 33 primi *quòd & ęquales, & parallelas AB CD coniungunt: perpendiculares vero ad circulorum plana hoc modo oſtendentur. Quoniam enim AC EF parallelę ſunt, atque eſt EF* H

perpen-

perpendicularis ad circulorum plana; erit AC *ad plana eorundem perpendicularis ex 8. vñ decimi elementorum. Rursus quoniam* AC *BD sunt parallelę, & AC perpendicularis ad circulorum plana, necesse est BD ad plana eorundem perpendicularem esse. Græcus codex* καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαί τε καὶ ὀρθαί εἰσι πρὸς τοῖς κύκλοις. *Sed legendum censeo, vt propositioni respondeat.* καὶ αἱ α γ β δ ἄρα ἴσαί τε καὶ παράλληλοι, καὶ ὀρθαὶ πρὸς τοῖς κύκλοις.

THEOREMA XL. PROPOSITIO L.

Non sint autem ad easdem partes centrorum æquales & parallelæ AB, CD. Dico rectas lineas, quę earum terminos coniungunt, & interse, & sphęrę diametro ęquales esse.

Secent enim sese in puncto G: & ad centra ducantur AE, GE: & DF GF.
A Quoniam igitur AB est æqualis CD, & ipsas coniungunt AD BC; erunt rectæ lineę BG, GC inter se æquales. hoc enim
B manifeste constat. ergo & AG æqualis est GD: Sed & AE ipsi DF est æqualis, sunt enim ex centro ęqualium circulo-
C rum; & est parallela; angulus igitur GAE
H æqualis est angulo GDF: & basis EG basi GF. quare & AGE angulus est ęqualis angulo DGF. communis apponatur EGD angulus. fient anguli AGE EGD, qui sunt æquales duobus rectis, ipsis EGD DGF æquales; ergo & EGD DGF duobus rectis ęquales erunt; ac propterea EG GF in eadem recta linea constituuntur. ostensa est autem EG æqualis GF.
D punctum igitur G sphęræ est centrum, cum
E circuli æquales ponantur: lineęque AD BC
3 ipsius sphærę diametri, & inter se æquales.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur AB est ęqualis CD, & ipsas coniungunt AD BC: erunt rectæ lineæ BG, GC inter se ęquales, hoc enim manifeste constat]
15 primi *Est enim angulus AGB ad verticem ęqualis angulo* CGD, *& angulus DAB an-*
29 primi *gulo* ADC *ęqualis, ob lineas parallelas: anguluſque* CBA *angulo* BCD. *trian-*
4 Sexti. *gulum igitur AGB triangulo* CGD *æquiangulum est; & ideo ut AB ad BG, ita DC*
C *ad CG: & permutando ut AB ad CD, ita BG ad CG. & sunt AB CD inter se ęquales. ergo & BG ipsi GC æqualis erit. & eadem ratione AG ipsi GD ęqualis demonstrabitur. In Græco autem codice nonnulla interciderunt, quę ego ita restituerem.* αἱ δὲ ἄρα β η η γ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσι. *post quę verba statim sequitur.* τοῦτο γὰρ μικρόν ἐστιν. *Sed vel legendum est* τοῦτο γὰρ φανερόν ἐστιν. *vel ita intelligendum, ut illud perfacile, & nullo negocio ostendi possit.*

Ergo

Ergo, & AG æqualis est GD] *quomodo hoc sequatur iam diximus. Græcus au-* B
tem codex mancus est, qui fortasse sic restituetur. ὅτι καὶ ἡ Α Η τῇ Η Α ἴση ἐστί.

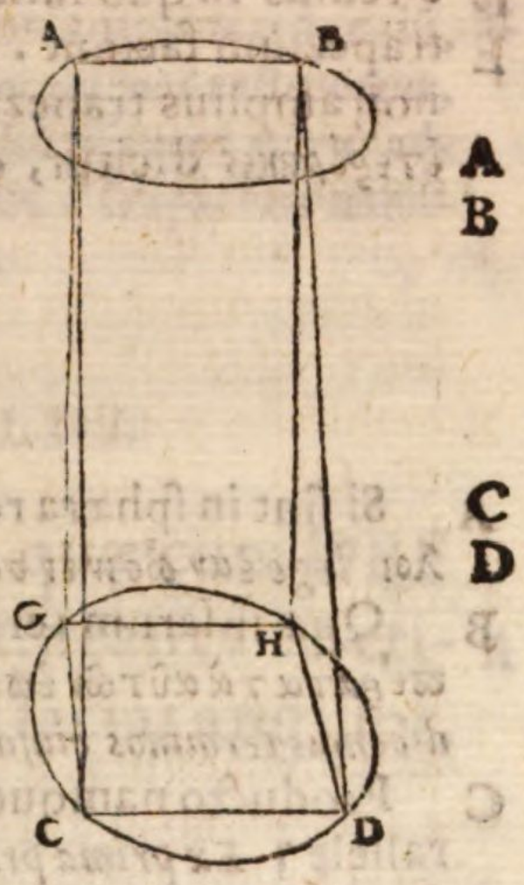
Et est parallela] *parallela enim est AE ipsi DE, vt in* 48 *huius demonstratum* C
fuit.

Punctum igitur G sphæræ est centrum, cum circuli æquales ponantur] *ex* 6 D
primi libri sphæricorum.

Lineæque AD BC ipsius sphærę diametri, & inter se æquales] *cum enim* E
AD BC sint sphæræ diametri, necessariò æquales sunt, ex quo sequitur AD BC & inter seſe, & sphæræ diametro æquales esse, quod ostendere oportebat.

THEOREMA XII. PROP. LI.

Si vero ad easdem partes iungantur AC BD, æquales erunt inter seſe, & cum AB, CD rectos angulos continebunt.



Aptata enim in circulo recta linea GH ipsi CD æquali, & parallela, erit HG perpendicularis ad vtramque ipsarum GC GA, & ad earum planum. quare & CD. rectum igitur est angulus ACD. similiter & teliqui recti erunt.

COMMENTARIVS.

Si vero ad easdem partes iungantur AC BD] *hoc est, si non intersecent seſe, vt* A
proxime dictum est, sed A cum C, & B cum D iungatur.

Aequales erunt interseſe] *Hoc non demonstrauit Pappus, quòd perspicue appareat.* B
nam cum rectas lineas AB, CD æquales, & parallelas ad easdem partes coniungant, & æquales, & parallelæ sint, necesse est.

Aptata enim in circulo recta linea GH ipsi CD æquali & parallela] *in eodem* C
circulo, in quo est CD, aptetur ex altera parte recta linea GH ipsi CD æqualis, & parallela, vt sit portio GH similis portioni CD; & portioni AB, quæ est in oppoſito circulo ad easdem centri partes. quod quomodo fieri oporteat, nos in 48 *huius ostendimus.*

Erit HG perpendicularis ad vtramque ipsarum GC, GA, & ad earum planum. quare & CD] *iunctis enim AG, BH, CG, DH; erunt* AG, BH, *ad circulorum plana perpendiculares, vt in* 49 *huius demonstratum est. quare anguli AGH,* BHG *sunt recti. sed & recti sunt* CGH, DHG; *quod in semicirculo sint, vt nos proxime demonstrabimus. Cum igitur recta linea* GH *duabus rectis lineis* AG GC *in communi seſtione ad angulos rectos insistat, ducto etiam per ipsas plano ad rectos angulos erit, ex* 4 *vndecimi elementorum. quare ex* 8 *eiusdem &* CD, *quæ ipsi est parallela. Eodem modo ostendemus CD ad angulos rectos esse plano per* BH HD *ducto, anguli igitur* D

ACD,

ACD, BDC, CAB, DBA *omnes recti erant. Græcus codex* ἔσαι ἡ θη ὀρθὴ πρὸς ἑκατέραν τῆς θγαγ. *Sed legendum* πρὸς ἑκατέραν τῆς ηγηα.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO LII.

A B Si sint in sphæra rectæ lineæ parallelæ, quę ipsarum terminos ex eadem parte coniungunt, æquales erunt inter sese. Si vero etiam æquales sint parallelæ, & illæ parallelæ erunt; & cum subiectis parallelis rectos angulos continebunt.

C Illud autem manifeste patet. producto namque per lineas parallelas plano, fiet
D circulus in quo sunt dictæ parallelæ. & quæ eas coniungunt, cum sint inæquales,
E trapezium faciunt. Si vero etiam æquales sint parallelæ, quæ ipsas coniungunt,
non amplius trapezium, sed vel quadratum, vel altera parte longius, quod græce
A ἑτερόμηκες dicitur, continent.

COMMENTARIVS.

A Si sint in sphæra rectę lineæ parallelæ] *Græcus codex* ἐαν ὦσιν αἱ σφάιραι παράλληλοι. *lege* ἐαν ὦσιν ἐν σφάιρα παράλληλοι.

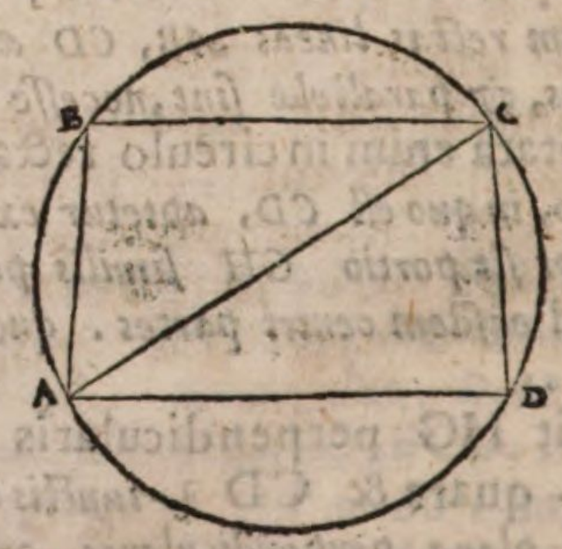
B Quæ ipsarum terminos ex eadem parte coniungunt] *Græcus codex* αἱ τὰ ὁμοταγῆ πέρατα τὰ αὐτῶν ἑπιζευγνύουσαι τὰ πέρατα ὁμοταγῆ *si verbum verbo reddere velimus, dicemus terminos eiusdem ordinis, sed nos ita vertere maluimus.*

C Producto namque per lineas parallelas plano, fiet circulus, in quo sunt dictæ parallelę] *Ex prima primi libri sphæricorum Theodosii, nam lineæ parallelæ in vno & eodem sunt plano, ex earum diffinitione. quod tamen Vitellio in principio suæ perspectiuæ demonstrare aggressus est.*

D Et quę eas coniungunt cum sint inæquales trapezium faciunt] *Ad horum explicationem sequens lemma præmittemus.*

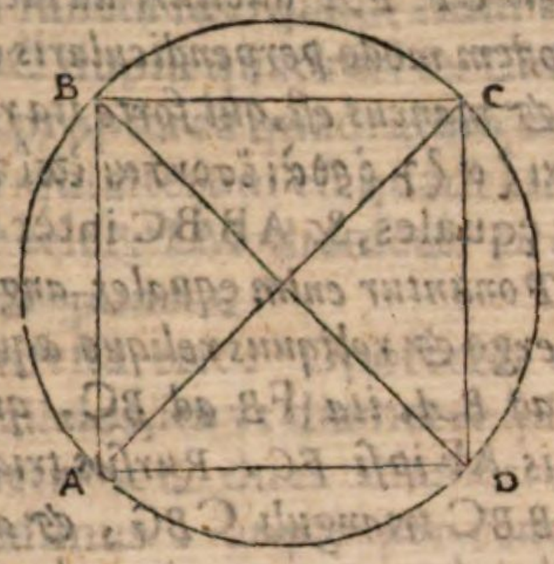
Rectæ lineæ parallelæ in circulo circumferentias æquales intra sese concludunt.

Sit circulus ABCD & in eo rectæ lineæ parallelæ AD BC. Dico circumferentiam AB circumferentiæ CD æqualem esse. Iungatur enim
29 primi *AC. erit angulus ACB æqualis angulo CAD. Sed angulus quidem ACB circumferentiæ AB insistit: angulus vero CAD circumferentiæ CD. circumferentia igitur AB circumferentiæ CD est*
26 tertii. *æqualis. in æqualibus enim circulis æquales anguli æqualibus circumferentiis insistunt.*



Itaque hoc demonstrato, iungantur AB, CD.
29 tertii. *erunt igitur hæ inter se æquales, quoniam & circumferentiæ. & si quidem parallelæ inæquales ponantur, trapezium continebunt, vt in superiori figura; si vero æquales, non trapezium, sed vel quadratum, vel altera parte longius, quòd parallelas ad rectos angulos coniungant.*

Sint



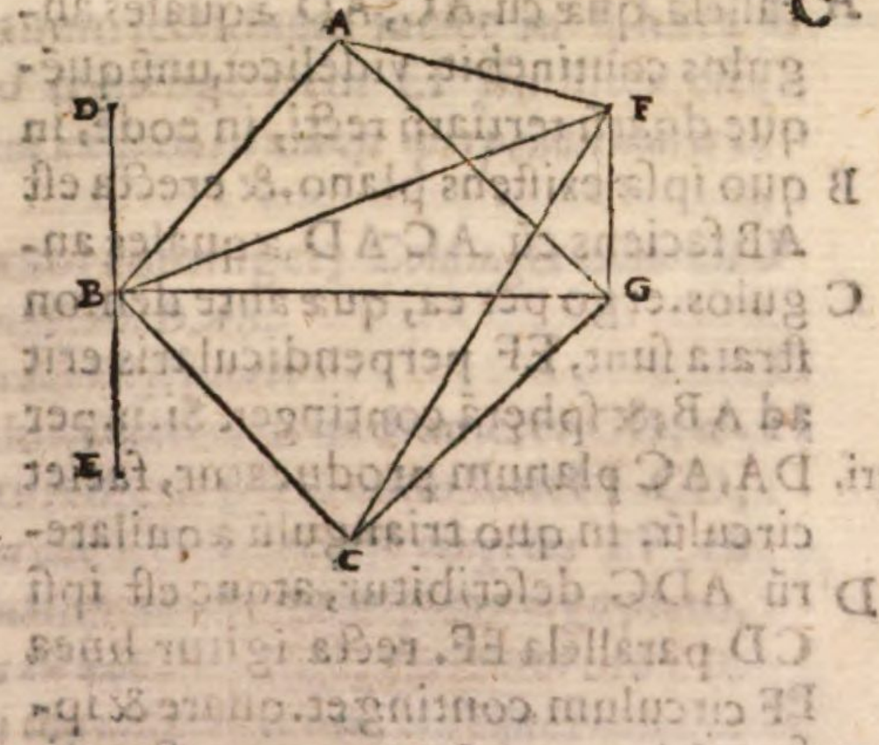
28 tertii.

Sint enim æquales AD BC, & iungantur AC, BD, quæ circuli diametri erunt, cum eius circumferentiam in partes æquales secent. nam circumferentia BC est æqualis circumferentiæ AD, & circumferentia AB circumferentiæ CD, ut demõstratum fuit. anguli igitur ABC CDA in semicirculo recti sunt, & similiter recti BCD DAB. græcus codex καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἐξ ἀρχὴς παραλλήλους ἀνυούσας τραπέζιον ποιήσουσιν. *forte per* ἀνυούσας *legendum est* ἀνίσας.

Si uero etiam æquales sint parallelæ, quæ ipsas coniungunt, non amplius trapeziũ, E sed uel quadratum, vel altera parte longius continent] *Hunc locum nos restituimus, nam in græco codice legitur* ἂν δὲ καὶ ἴσαι ὦσιν αἱ παράλληλοι, ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς οὐκ ἔτι τραπέζιον, ἀλλὰ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. *lege* ἀλλὰ τετράγωνον, ἢ ἑτερόμηκες περιέξουσιν. *nihil enim prohibet, quo minus etiam quadratum constituatur.*

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO LIII.

Sint in subiecto plano rectæ lineæ AB BC, quæ cum DBE in eodem plano existente æquales angulos contineant: & eri- A gatur BF, ita vt cum vtraque AB BC æquales faciat angulos. Dico FB ad DE perpendicularem esse.



Ducatur ad subiectum planum perpendicularis FG; & ad ipsas AB BC perpendiculares ducantur GA GC; iunganturque FA FC GB. erunt FA FC ad AB BC perpendiculares. & cũ anguli ABF CBF sint æquales, & AB BC inter se æquales erunt. itemque æquales AF FC, & AG GC. & angulus ABG æqualis angulo CBG. Sed & DBA angulus angulo EBC æqualis ponitur. ergo & totus æqualis toti. ac propterea GB ad DE est perpendicularis. est autem & FG perpendicularis ad planum. recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit.

COMMENTARIVS.

Et erigatur BF, ita ut cum utraque AB BC æquales faciat angulos] *Erigatur adeo* A *vt sit ad planum inclinata.*

Ducatur ad subiectum planum perpendicularis FG] *Græcus codex corruptus est,* B *& mancus, qui fortasse ita restituetur.* ἤχθω ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον ὀρθὴ ἡ ΖΗ.

Et ad ipsas AB BC perpendiculares ducantur GA GC; iunganturq; FA, FC, GB. C

erunt FA FC ad AB perpendiculares] *Quoniam enim FG perpendicularis eſt ad ſubiectum planum, etiam planum, quod per GF FA ducitur, ad idem planum rectum erit. ergo FA ad AB eſt perpendicularis: Et eodem modo perpendicularis oſtendetur FC ad CB. Græcus codex etiam hoc loco corruptus, & mancus eſt, qui forte ita reſtituetur.* καὶ ἐπὶ τὰς α β β γ ἢ ἡ α ἡ γ. αἱ ἄρα ἐπιζευχθεισαι ζ α ζ γ ὀρθαὶ ἔσονται ἐπὶ τὰς α β β γ.

18 vndecimi.

D Et cum anguli ABF CBF ſint æquales, & AB BC inter ſe æquales erunt: itemque æquales AF FC, & AG GC.] *Ponuntur enim æquales anguli ABF CBF, & angulus FAB rectus eſt æqualis recto FCB. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ABF ſimile triangulo CBF. Vt igitur FB ad BA, ita FB ad BC. quare AB ipſi BC eſt æqualis. & eodem modo oſtendetur æqualis AF ipſi FC. Rurſus trianguli ABG duo latera GB BA ſunt æqualia duobus lateribus GB BC trianguli CBG, & angulus GAB rectus æqualis recto GCB. ergo ex ſeptima ſexti libri elementorum triangulum ABG triangulo CBG ſimile erit, & AG ipſi GC æqualis. Græcus codex ita, vt opinor, corrigetur.* καὶ διὰ τὸ ἴσας εἶναι τὰς α β ζ γ β ζ γωνίας ἴσαι ἔσονται, καὶ αἱ α β β γ, καὶ ζ α ζ γ, καὶ ἡ α ἡ γ.

E Et angulus ABG æqualis angulo CBG] *Quod triangula ABG CBG ſunt ſimilia, ut oſtenſum eſt.*

F Eſt autem & FG perpendicularis ad planum: recta igitur linea FB ad DE perpendicularis erit] *Cum FG ſit perpendicularis ad ſubiectum planum, & planum, quod per FG GB tranſit, ad illud rectum erit, ex quo ſequitur, vt FB ad BE, hoc eſt ad DE ſit perpendicularis.*

18 vndecimi.

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LIIII.

In data ſphæra pyramidem deſcribere.

Sit iam deſcripta, & ſint angulorũ puncta, quæ ab ipſa efficiuntur in ſuperficie ſphæræ ABCD. ducatur autem per A rectalinea EF ipſi CD parallela, quæ cũ AC, AD æquales angulos continebit: videlicet unũquẽque duarũ tertiarũ recti, in eodẽ, in

A B quo ipſæ exiſtens plano, & erecta eſt AB faciens cũ AC AD æquales angulos. ergo per ea, quæ ante demonſtrata ſunt, EF perpendicularis erit ad AB, & ſphęrã continget. Si. n. per

C DA, AC planum producatur, faciet circulũ, in quo triangulũ æquilaterũ ADC deſcribitur, atque eſt ipſi

D CD parallela EF. recta igitur linea EF circulum continget. quare & ipſam ſphæram. Itaque per rectas lineas EF AB productum planũ ſectionem faciet in ſphæra circulũ, cuius diameter AB, propterea quòd ad cõtingẽtẽ EF ſimiliter eſt perpendicularis. & ſi

E per D ipſi AB parallela ducatur GH, ſphęrã cõtinget, & ad ipsã perpẽdicularis erit

F G H CD. Si uero per GH, CD planũ producatur circulũ faciet, cuius diameter CD, æqualẽ, & parallelũ circulo diametrũ habẽti AB, parallelæ. n. sũt EF CD, & AB GH. ducatur per K cẽtrum ipſi CD ad rectos angulos LM. parallela igitur eſt LM ipſi AB.

& ſi

& si iungantur BL, BM, erit BM quidem ad vtramque ipsarum AB LM, & ad plana circulorum perpendicularis: BL vero sphæræ erit diameter, quod antea demonstratum est. Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadrato ex MC est duplum, erit & quadratum ex BC duplũ quadrati ex CM. & rectus est angulus BMC. ergo BM est æqualis MC: & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplũ. quadratum igitur ex BL sesquialterum est quadrati ex LM. est autem data BL sphęræ diameter. data igitur erit & LM diameter circuli. quare & AB; circuliq́ue positione dati; & data ABCD puncta. L M N O P Q 2 datorũ

Compositio autem manifesta erit. Oportebit namque in sphæra describere duos circulos æquales, & parallelos, ita vt diameter sphærę potestate sesquialtera sit vniuscuiusque eorum diametri. & duas diametros ducere parallelas AB, LM, quemadmodum docuimus. atque per centrum ipsi LM ad rectos angulos ducatur CD, vt ABCD sint puncta angulorum ipsius pyramidis. At demonstratio resolutioni contrario modo respondebit: eritque simul demonstratum sphæræ diametrum lateris pyramidis potestate sesquialteram esse. R S

COMMENTARIVS.

Quæ cum AC AD æquales angulos continebit, videlicet vnumquemq; duarum tertiarum recti] *Nam cum recta linea EAF parallela sit ipsi CD, erit angulus DAF æquales angulo ADC: & angulus CAE ipsi ACD. Sed anguli ADC ACD in triangulo æquilatero inter se æquales sunt, continentque duas tertias recti, ergo & vnusquisque angulorum DAF CAE duas recti tertias continebit.* A 29 primi

Et erecta est AB æquales angulos faciens cum AC AD] *Sunt enim anguli quoque BAC BAD duarum tertiarum recti.* B

Ergo per ea, quę ante demonstrata sunt EF perpendicularis erit ad AB] *videlicet in antecedente.* C

Atque est ipsi CD parallelę EF, recta igitur linea EF circulum continget, quare & ipsam sphęram] *Quoniam enim EF parallela est ipsi CD, si a puncto A ipsi EF ad rectos angulos ducatur AK, secabit ea CD bifariam, atque ad angulos rectos, & per centrum transibit quare EF circulum & propterea ipsam sphęram contingat necesse est, ex 16 tertii libri elementorum, & 17 primi libri conicorum Apollonii.* D

Itaque per rectas lineas EF AB productum planum sectionem faciet in sphæra circulum, cuius diameter AB, propterea quòd ad contingentem EF similiter est perpendicularis] *Recta enim linea circulum contingens ad diametrum est perpendicularis. ex eadem 16. tertii libri elementorum.* E

Et si per D ipsi AB parallela ducatur GH sphęram continget] *Continget enim circulum factum a plano per GH DA ducto, in quo est triangulum DAB.* F

Et ad ipsam perpendicularis erit CD] *Ex antecedenti scilicet.* G

Si vero per GH, CD planum producatur circulum facies, cuius diameter CD, æqualem, & parallelum circulo diametrum habenti AB: parallelę enim sunt EF CD, & AB GH] *Sequitur illud ex 15. undecimi elem. etenim duę rectæ lineæ sese tangẽtes EF AB duabus rectis lineis sese tangentibus CD GH parallelæ sunt, & non in eodem plano. ergo plana, quæ ipsas ducũtur parallela erũt. circuli aũt sũt æquales cũ æquales habeãt diametros AB CD.* H

Parallela igitur est LM ipsi AB] *Ex 9. vndecimi libri elementorum. vtraque enim LM AB eidem GH est parallela.* K

Et si iungantur BL BM, erit BM quidem ad utramque ipsarum AB LM, & ad plana circulorũ perpendicularis; BL vero sphæræ erit diameter, quod antea demõstratũ est] *videlicet in 49. & 50. huius. Græcus codex* κἂν ἐπιζευχθῶσιν αἱ βγ βμ *lege* βλ βμ. L

Et quoniam iuncta MC quadratum ex LM quadratum ex MC est duplum] Iungantur MC, CL, *quæ inter se æquales sunt & ideo quadratum ex MC quadrato ex CL est æquale. quadratum autem ex LM æquale est duobus quadratis ex MC CL, cum angulus* M pẽ. primi

MCL in ſemicirculo ſit rectus. ergo quadratum ex LM quadrati ex MC duplum erit. Græcus codex ἐστὶ τῆς τὸ ἀπὸ τῆς λμ διπλάσιον τῶν ἀπὸ τῆς κμ γ ἐστιζευχθείσης. *forte legendum* ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς λμ διπλάσιον τῶν ἀπὸ τῆς μγ.

N Erit & quadratum ex BC duplum quadrati ex CM] *Eſt enim BC ipſi AB, videlicet ipſi LM æqualis. Græcus codex* ἔσται καὶ τὸ ἀπὸ τῆς βγ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς γβ. *lege* ἀπὸ τῆς γμ.

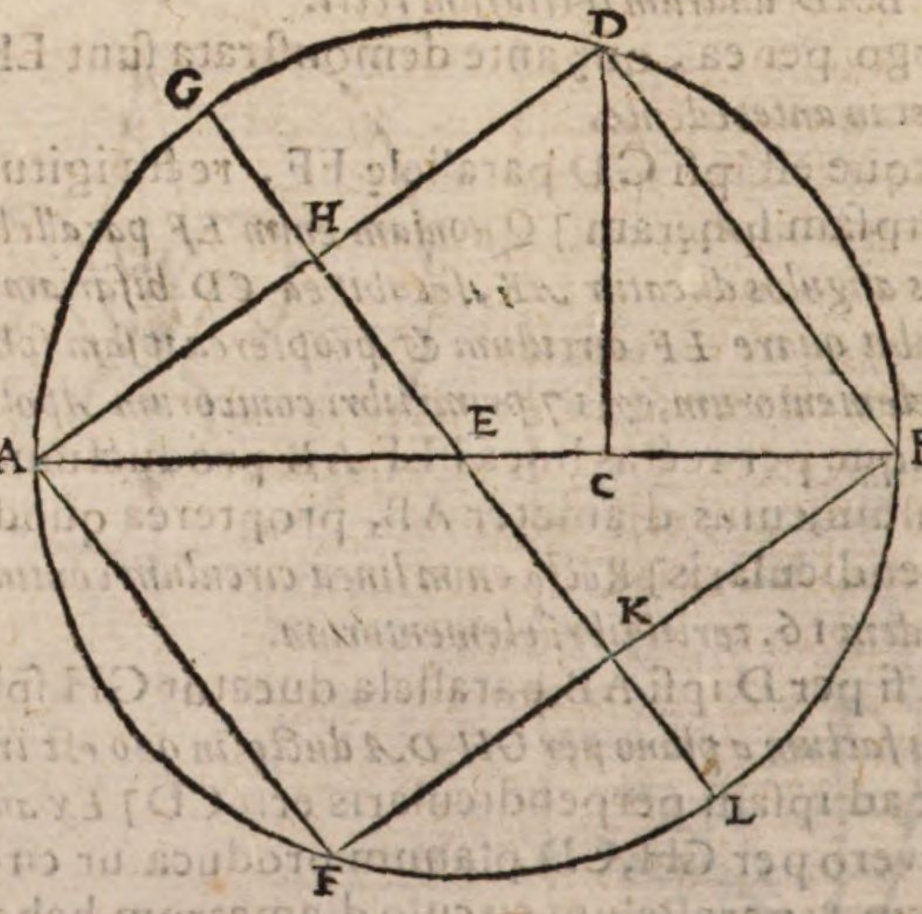
O Et rectus eſt angulus BMC] *Nam cum BM ſit perpendicularis ad planum circuli DMCL, & ad omnes rectas lineas, quæ ipſam contingunt, in dicto plano rectos efficit angulos.*

P Ergo BM eſt æqualis MC, & propterea quadratum ex LM quadrati ex MB duplum.] *Eſt enim quadratum ex BC æquale duobus quadratis ex BM MC, & eſt duplum quadrati ex MC, ut oſtendimus: quadratum igitur ex BM quadrato ex MC eſt æquale. ideoque quadratum ex BC, hoc eſt quadratum ex LM. quadrati ex MB duplum erit. Græcus codex* ὥσται διπλάσιον ἡ ἀπὸ λμ. *lege* ὥσται διπλάσιον τὸ ἀπὸ λμ.

Q Quadratum igitur ex BL ſeſquialterum eſt quadrati ex LM] *Rurſus enim quoniam rectus eſt angulus BML, erit quadratum ex BL æquale duobus quadratis ex BM ML, quorum quadratum ex LM duplum eſt quadrati ex MB. ergo quadratum ex BL quadratì ex LM ſeſquialterum erit. Græcus autem codex ita reſtituendus eſt.* ἡμιόλιον ἄρα τὸ ἀπὸ βλ τοῦ ἀπὸ λμ. καὶ ἐστὶ διπλασία ἡ βλ διάμετρος τῆς σφαίρας. διπλασία ἄρα καὶ ἡ λμ τοῦ κύκλου διάμετρος.

R Oportebit namque in ſphæra deſcribere duos circulos æquales, & parallelos, ita ut diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit uniuſcuiuſque eorum diametri] *Quo modo hoc efficiatur ipſe non docet, ſed nos breuiter explicabimus.*

Sit enim ſphæra, cuius centrum E, ſeceturque plano per E ducto; ut ſit ſectio maximus circulus ABD: & iungatur AEB, quæ circuli diameter erit. Itaque ſecetur AB in C, ita ut AC ſit dupla ipſius CB, & per C ipſi AB ad rectos angulos ducatur CD, iunganturque AD DB. erunt triangula ABD ADC inter ſe ſimilia, & ut BA ad AD, ita DA ad AC. quare vt prima ad tertiam, ita quadratum, quod fit a prima ad quadratum, quod a ſecunda; hoc eſt vt BA ad AC, ita ex AB quadratum ad quadratum ex AD. eſt autem BA ſeſquialtera AC, cum ipſius CB ſit tripla. ergo & quadratum ex BA quadrati ex AD ſeſquialterum erit. Compleatur parallelogrammum ADBF: & per E ipſis AF BD parallela ducatur altera diameter GHEKL, vt ſecet AD in H, & FB in K. Si igitur ſphæra ſecetur per H K duobus planis ad diametrum GL rectis, erunt ſectiones circuli æquales, & paralleli: & unius quidem diameter erit AD, centrum H, & polus G: alterius uero diameter FB, centrum K, & polus L. cum enim GL per centrum ducta ſecet AD FB ad angulos rectos, & bifariam ſecabit. ergo in ſphæra deſcripti ſunt duo circuli æquales & paralleli, ita ut diameter ſphæræ poteſtate ſeſquialtera ſit uniuſcuiuſque eorum diametri, quod facere oportebat.



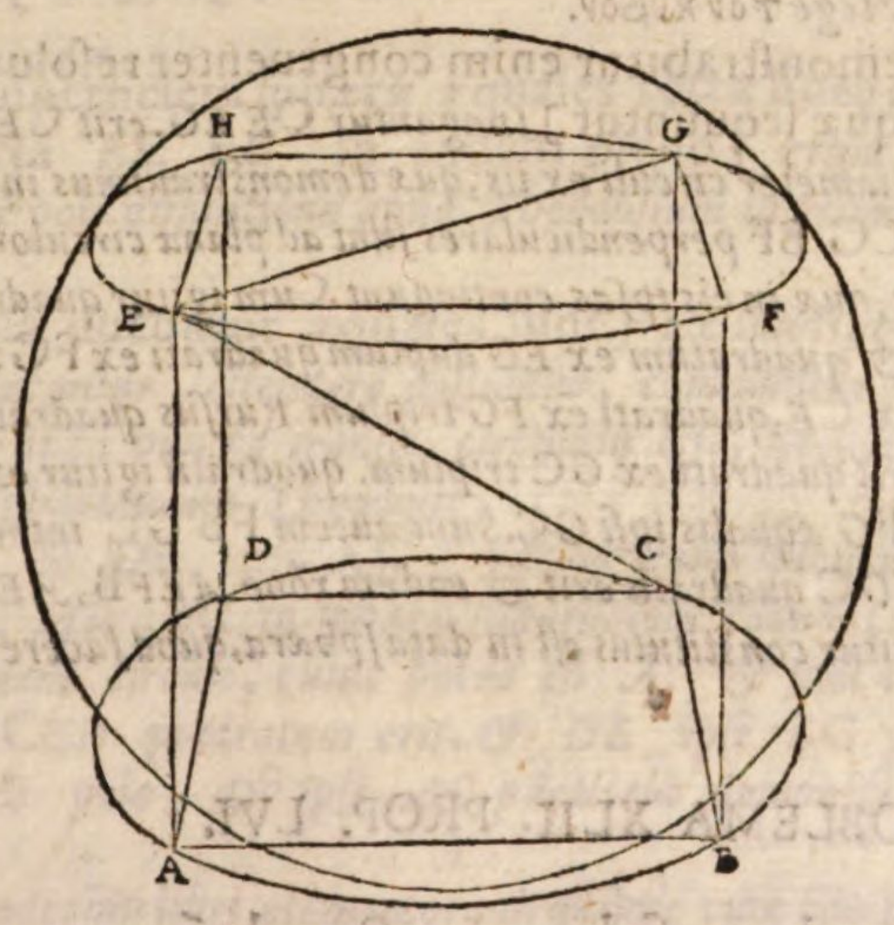
Cor.8.Sexti. 4.Sexti. Co.20.sexti.

S Et duas diametros ducere æſquidiſtantes AB LM, quemadmodum docuimus] *Deſcribantur igitur in ſphæra duo circuli, ut dictum eſt, & per polos eorum ducto plano, fiet ſectio maximus circulus, cuius & circulorum parallelorum communes ſectiones ſint AB, LM. erunt hæ circulorum diametri inter ſe æquales, & parallelæ, ut in ſphæricis demonſtratum*

ſtratum eſt. Deinde per centrum circuli, cuius diameter LM, atque ipſi ad angulos rectos ducatur CD. *Dico* ABCD *eſſe puncta angulorum ipſius pyramidis in ſphęra deſcriptę. Iungatur enim* BL, *quę diameter erit ipſius ſpherę, vt ſuperius demonſtratum eſt in* 50. *huius. Et quoniam quadratum diametri ſpherę ſeſquialterum eſt vniuſcuiuſque quadratorum ex* AB LM, *erit quadratum ex* BL *ſeſquialterum quadrati ex* LM; *& eſt angulus* BML *rectus. ergo quadratum ex* LM *quadrati ex* MB *eſt duplum. Sed & duplum eſt quadrati ex* MC; *eſtque angulus* BMC *rectus. quadratum igitur ex* BC *duplum eſt quadrati ex* BM. *& propterea quadratum ex* BC *æquale quadrato ex* LM: *& recta linea* BC *ipſi* LM, *hoc eſt ipſi* AB *æqualis. Eodem modo oſtendetur* CA *æqualis* AB. *ergo triangulũ* ABC *æquilaterum eſt. rurſus quoniam quadratum ex* LM *duplum eſt quadrati ex* MB, *& duplum quadrati ex* MD *iuncta, angulusque* BMD *rectus, ſequitur, vt etiam quadratum ex* BD *ſit duplum quadrati ex* BM. *& ob id recta linea* BD *æqualis* LM, *videlicet ipſi* AB. *non aliter oſtendetur* AD *æqualis* AB. *eſt autem* CD *ipſi* AB *æqualis, cum ſint æqualium circulorum diametri. triangula igitur* ABC, ADB, BDC CDA *æquilatera ſunt, & inter ſe ęqualia, ex quibus pyramis ipſa conſtat. ergo pyramis in ſphęra deſcripta eſt, cuius quidem anguli ſunt* ABCD, *vt proponebatur.*

PROBLEMA XLI. PROPOSITIO LV.

In data ſphæra cubum deſcribere.



A

B

C

Sit iam deſcriptus: & ſint inſuperficie ſphęrę pũcta angulorum ipſius ABCD EFGH: & per ea producantur plana, quæ facient ſectiones circulos æquales, & parallelos, etenim quadrata cubi, quæ in ipſis æqualia, & parallela ſunt. Iungatur CE ſphæræ diameter, & EG. Quoniam igitur quadratum ex GE duplum eſt quadrati ex GH, hoc eſt quadrati ex GC, & eſt angulus CGE rectus, erit quadratum ex CE quadrati ex EG ſequi alterum: datum autem eſt quadratum ex CE. ergo & quadratum ex EG datum erit. atque eſt AG diame ter circuli EFGH. quare & circulus ipſe, circulusque ABCD, & quadrata, quæ in ipſis, & puncta angulorum cubi dabuntur.

Compoſitio quoque manifeſta erit. oportet enim in ſphæra deſcribere duos cir culos parallelos, quorum diametri æquales ſint, & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera. deinde in vno ipſorum deſcribere quadratum ABCD: & re ctæ lineę BC in altero parallelam, & æqualem ducere FG, quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ ęqualem ducere oſtendimus. & ab ipſa quadratũ EFGH complere, atque ita cubum habere deſcritum. demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe, & reliqua, quæ ſequuntur; ſimulque demonſtratum erit ſphærę diametrum poteſtate triplam eſſe lateris ipſius cubi, & circulos eoſdem, tum pyramidis, tum cubi angulos continere. ſiquidem in ipſa pyramide diameter ſphæræ cuiuſcumque circulorum diametri poteſtate erat ſeſquialtera.

D

E

F

G

H

COM-

COMMENTARIVS.

A In data ſphæra cubum deſcribere] *Græcus codex* εἰς τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν κίκλον ἐγγράψαι. *lege* κύβον ἐγγραψαι.

B Etenim quadrata cub, quę in ipſis æqualia, & parallela ſunt] *Græcus codex*. καὶ γάρ τὰ ἐν αὐτοῖς τετράγωνα τοῦ του κύβου. *legendum puto* τοῦ κύβου.

C Iungatur CE ſphęræ diameter] *Græcus codex*. καὶ ἔσαι ἐπεζευγμένη ἡ γ ε, *ſed legendum, vt arbitror,* καὶ ἔσω ἐπεζευγνυμένη ἢ γ ε.

D Oportet enim in ſphæra deſcribere duos circulos parallelos, quorum diametri æquales ſint: & earum ſphæræ diameter poteſtate ſit ſeſquialtera.] *hoc eſt oportet in ſphæra deſcribere duos circulos æquales & parallelos, ita vt diameter ſphæræ vniuſcuiuſque eorum diametri poteſtate ſit ſeſquialtera, quod quomodo fiat, nos proxime oſtendimus.*

E Et rectæ lineæ BC in altero circulo parallelam & æqualem ducere FG] *Primum enim ex 45 huius ducemus in altero circulo diametrum parallelam ipſi BC deinde ex 43. in eodem circulo aptabimus FG diametro quidem parallelam, ipſi vero BC æqualem.*

F Quemadmodum antea generaliter cuicumque datæ æqualem ducere oſtendimus] *In 43. huius. oportet tamen datam rectam lineam diametro non eſſe maiorem.*

G Atque in cubum habere deſcriptum] *Græcus codex.* καὶ ἔχειν τὸν κύκλον ἐγγεχραμ-

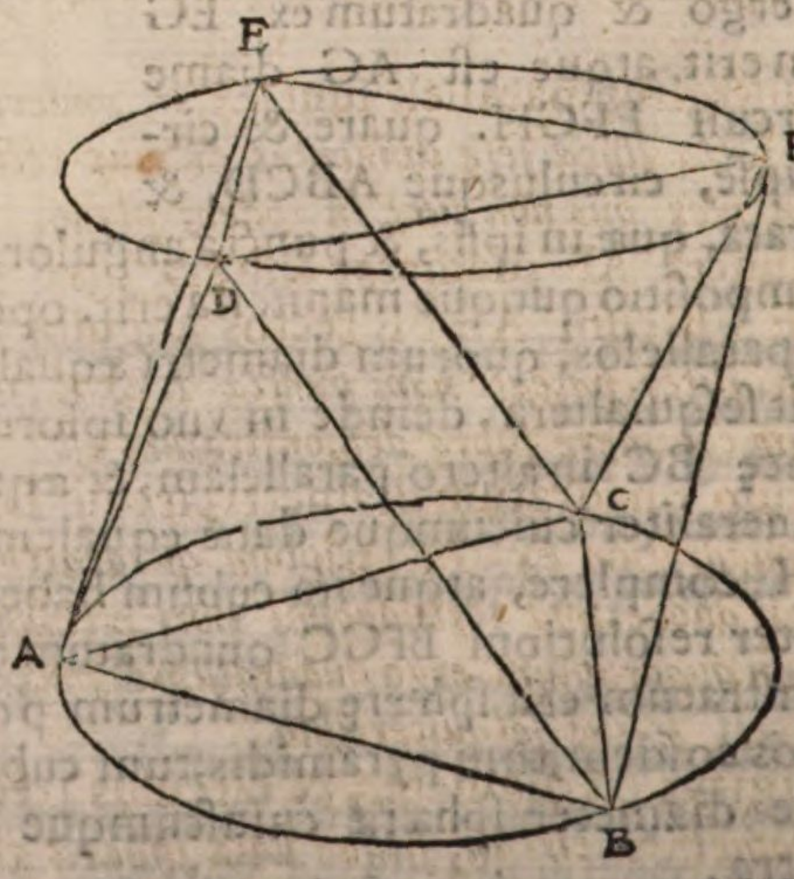
H μένον. *lege* τὸν κύβον.

Demonſtrabitur enim congruenter reſolutioni BFGC quadratum eſſe & reliqua, quæ ſequuntur] *Iungantur CE EG. erit CE ipſius ſphæræ diameter ex 50. huius: & EG diameter circuli ex iis, quæ demonſtrauimus in 52. huius. angulus autem CGE eſt rectus, nam CG BF perpendiculares ſunt ad plana circulorum. ex 49. huius, quare & ad omnes rectas lineas, quæ in eis ipſas contingunt. Cum igitur quadratum ex CE ſeſquialterum ſit quadrati ex EG, & quadratum ex EG duplum quadrati ex FG: ſitque angulus CGE rectus: erit quadratum ex CE, quadrati ex FG triplum. Rurſus quadratũ ex CE cum ſeſquialterum ſit quadrati ex EG; erit quadrati ex GC triplum. quadratũ igitur ex FG quadrato ex GC eſt æquale: & recta linea FG æqualis ipſi GC. Sunt autem FB GC inter ſe æquales, & anguli CGF BFG recti. ergo BFGC quadratũ erit & eadem rõne AEFB, AEHD, DHGC quadrata demonſtrabitur. Cubus igitur conſtitutus eſt in data ſphæra, quod facere oportebat.*

3. diffin. und.

PROBLEMA XLII. PROP. LVI.

In data ſphęra octaedrũ deſcribere.



Deſcriptum iam ſit. ſintque puncta angulorum ipſius in ſuperficie ſphæræ ABC DEF: & plana, quę per ea ducuntur, circulus faciant ABC DEF.

A Quoniam igitur a puncto D in ſuperficiem ſphæræ ęquales rectę lineę incidunt DA DB DE DF, erunt puncta AE. FB in eodem plano: etenim quę a centro ſphęrę ad ipſa ducũtur, ęquales ſunt: & ſunt æquales inter ſe

AB

AB AE BF FE, & in circulo. quadratum igitur AEFB, & EF ipsi AB paralle-
la. Similiter & DE parallela est BC, & DF ipsi AC. Circuli igitur paralleli C
sunt, & æquales inter se, quoniam & quæ in ipsis triangula æquilatera sunt æqua- D
lia. Et cum in sphęra æquales, & paralleli circuli sint, atque in ipsis rectæ lineæ
æquales, & parallelæ AB EF, quæ non sunt ad easdem partes centrorum, erit E
iuncta AF diameter sphæræ, & AE FB cum AB FE rectos angulos contine F
bunt; vt ante demonstratum fuit. sunt autem æquales AE EF. ergo quadra-
tum ex AF quadrati ex FE est duplum. Sed cum quadratum diametri circu- G
li DEF sit sesquitertium quadrati ex EF, erit quadratum ex AF quadrati
diametri circuli DEF sesquialterum. data igitur est diameter, & circulus, qua H
re & ABC, & puncta, quæ ab ipsis fiunt. K

Compositio autem manifesta erit. oportet enim similiter in sphæra describe
re duos circulos æquales, & parallelos, quorum vniuscuiusque diametri sphæræ
diameter potestate sit sesquialtera, & in altero quidem ipsorum describere trian
gulum æquilaterum ABC; in altero autem ducere rectam lineam EF ipsi AB L
æqualem, & parallelam. & ab ipsa triangulum DEF describere. atque ita o- M
ctaedrum habere constitutum. simul vero demonstrata est sphęrę diameter po
testate dupla lateris octaedri. constatque ad pyramidis, cubi, & octaedri descri-
ptionem eosdem assumi circulos, quorum polyedra in eandem sphæram accom-
modantur: & eundem circulum cubi quadratum, & octaedi triangulum com-
prehendere.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur à puncto D in superficiem sphæræ æquales rectæ lineę ca- A
dunt DA DB DE DF, erunt puncta AE FB in eodem plano] *erunt e-
nim in plano circuli, cuius polus est D, ex poli diffinitione apud Theodosium in primo li
bro sphæricorum.*

Etenim quæ à centro sphæræ ad ipsa ducuntur æquales sunt] *Ex lineis, quæ* B
*à centro ad ea puncta superficiei sphæræ ducuntur, ostendere possumus, communem se-
ctionem sphæræ, & plani illius, quod per dicta puncta transit, circulum esse, quemad-
modum in prima propositione primi libri sphæricorum Theodosii.*

Similiter & DE parallela est BC, & DF ipsi AC] *rursus enim quoniam* C
*à puncto A æquales rectæ lineæ AB AC AD AC in sphæræ superficiem cadunt, e-
runt puncta BCDE in circumferentia eiusdem circuli, cuius polus est A: & sunt in-
ter se æquales BC CE ED DB. ergo BCED quadratum erit, & DE ipsi BC pa
rallela. Eadem quoque ratione sumpto B polo, DF ipsi AC parallela demonstra-
bitur.*

Circuli igitur paralleli sunt] *ex 15 vndecimi libri elementorum, quippe cum non so- D
lum duæ rectæ lineæ sese tangentes duabus rectis lineis sese tangentibus parallelæ sint,
sed etiam tres, quæ non sunt in eodem plano.*

Erit iuncta AF diameter sphæræ] *ex 50 huius.* E

Et AE FB cum AB FE rectos angulos continebunt] *ex 51 huius, quamquam* E
*hoc etiam aliter pateat. nam puncta ABFE in circumferentia eiusdem circuli esse, &
quadratum continere supra demonstratum est.*

Sed cum quadratum diametri circuli DEF sit sesquitertium quadrati ex EF] G
*est enim quadratum ex EF triplum quadrati eius, quæ ex centro circuli, vt demonstra-
tum est in duodecima tertiidecimi libri elementorum. Sed quadratum diametri circuli
est eiusdem quadruplum. ergo quadratum diametri ad quadratum ex EF est, vt quatuor ad
tria, hoc est ipsius sesquitertium.*

Data igitur est diameter, & circulus] *cum enim data sit proportio diametri sphæ- H
ræ ad diametrum circuli; sitque data sphæræ diameter, & diameter circuli habitur, ac
propterea ipse circulus.*

Quarę

K Quare & ABC, & puncta, quæ ab ipsis fiunt] *Græcus codex* ὥσται καὶ ὁ αβγ. καὶ ἀπ' αὐτῶν σημεῖα *fortasse autem legendum erit* ὥσται καὶ τὸ αβγ, *vt per* αβγ *triangulum intelligatur. Dato namque circulo, datur & triangulum æquilaterum in ipso descriptum, & puncta, quæ ab eius angulis efficiuntur.*

L In altero autem ducere rectam lineam EF ipsi AB æqualem & parallelam] *ex* 43 *&* 45 *huius, ita tamen vt EF ad alteras centri partes aptetur.*

M Atque ita octaedrum habere constitutum] *iunctis videlicet DA AE, EC, CF, FB, BD descriptum erit octaedrum. triangula enim æquilatera ABC DEF æqualia sunt, cum in circulis æqualibus describantur. Et quoniam in circulis æqualibus, & parallelis ABC, DEF sunt rectæ lineæ AB EF æquales, & parallelæ, non tamen ad easdem partes centrorum, erunt iunctæ AF BE ipsius sphæræ diametri ex* 50 *huius, & ex* 51 *AE BF inter se æquales, & cum AB EF rectos angulos continebunt; quadratum igitur ex AF æquale est duobus quadratis ex AB BF, est autem duplum quadrati ex AB, vt superius ostensum fuit. ergo & ipsius quadrati ex BF duplum erit. & ob id quadrata ex AB BF inter se æqualia, & æquales rectæ lineæ AB BF. Sed AE est æqualis BF. quare omnes AB, BF, FE, EA inter se æquales erunt. Rursus quoniam BC DE æquales sunt, & parallelæ, & non ad easdem partes centrorum, erunt iunctæ BE CD diametri sphæræ. & eodem modo BC, CE, ED, DB inter se æquales ostendentur. postremo cum AC DF æquales, & parallelæ sint, similiter demonstrabimus CA, AD DF FC æquales esse. ergo sequitur triangula ABD, DAE, ACE ECF, CBF, FBD æquilatera esse, & ipsis ABC DEF æqualia. ex quibus octaedrum constat. octaedrum igitur in data sphæra constitutum est, quod seciſſe oportebat.*

ROBLEMA XLIII. PROPOSITIO LVII.

In data sphæra icosaedrum describere.

Sit iam descriptū: & in superficie sphæræ sint puncta angulorum ipsius ABC, DEF, GHK, LMN. Itaque quoniam a puncto B ad superficiem cadunt rectæ lineę AB, BC, BF, BG BE inter se æquales, puncta ACFGE in vno erunt plano:

A etenim quę a centro sphære ad ipsa ducuntur, æquales sunt, & æquales inter se AC CF FG GE EA, & sunt in circulo. æquiangulum igitur est

B AEGFC pentagonū. similiter & pentagona KEBCD, DHFBA AKLGB, AKNHC, CHMGB, æquilate-

ra

ra ſunt, & æquiangula, & in vno plano ſita. atque erit AC quidem ipſi EF iun- C D
ctæ parallela, EF vero parallela KH, & KH ipſi LM, quoniam LGFHM penta
gonum eſt. Eodem modo oſtendentur rectæ lineæ coniungentes puncta BC, ED,
GH, LN parallelæ eſſe, & itidem parallelæ, quæ puncta BA FD GK MN coniũgũt.
Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circulo E
qui eſt circa LMN; æqualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC LMN.
circuli vero, qui circa puncta DEF, KGH æquales ſunt, & paralleli, ſiquidem trian-
gula, quæ in ipſis æqualia, & æquilatera ſunt, vnumquodque enim latus pentago
ni angulum ſubtendit. Quoniam igitur circuli in ſphæra circa DEF KGH æqua
les ſunt, & in ipſis æquilaterorum triangulorum latera parallela EF, KH, quę non
ſunt ad eandem centrorum partes; erit recta linea coniungens FK diameter ſphæ F
ræ: & angulus FEK rectus; quod ante demonſtratum eſt. Et quoniam pentago- G H
num eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur: erit maior
eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni
ad decagoni latus: & vtraſque poteſt FK, propterea quòd EK ipſi AC eſt æqua- K
lis. habebit igitur FK diameter ſphęræ ad EF proportionẽ eandẽ, quã pẽtagoni la L
tus ad latus hexagoni: ad AC vero, eãdẽ quã pẽtagoni latus ad latus decagoni. atq; M
eſt data ſphærę diameter. ergo & vtraque EF AC data erit, & ob id quæ ex centro N
circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars rectarũ linearum EF AC. & circuli ipſi,
& qui item eis ſunt æquales, & paralleli iuxta puncta angulorum ipſius polyedri.

Compoſitio autem manifeſta erit. oportebit enim exponere duas rectas li-
neas, ad quas diameter ſphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni la-
tus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni. & in ſphæra duos circulos deſcri-
bere, quorum quæ ex centro ſint poteſtate tertia pars dictarum linearum, v-
traque vtriuſque, vt circuli DEF ABC: & ad alteras partes centri ſphęræ deſcri
bere circulos æquales ipſis, & parallelos KGH LMN: & in vnoquoque triangulo O
aptare latera parallela AC EF, KH LM ad oppoſitas centri partes: & omnia
triangula ſimiliter iuxta polygoni angulos deſcribere. & demonſtratio ex ipſa P
reſolutione in promptu erit. Simul vero deprehenſum eſt ſphæræ diametrum Q
poteſtate triplam eſſe lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti. etenim KF
ad FE eam proportionem habet, quam pentagoni latus ad latus hexagoni.
At FE ad latus hexagoni in eodem circulo deſcripti habet eam proportionem,
quam latus trianguli ad hexagoni latus: atque eſt latus trianguli poteſtate tri-
plum lateris hexagoni. Tripla eſt igitur poteſtate KF ſphærę diameter ad latus
pentagoni in circulo DEF deſcripti.

COMMENTARIVS.

Etenim quæ a centro ſphæræ ad ipſa ducuntur, æquales ſunt] *Græcus codex* κ α ὶ A
ἀ π ὸ τ ο ῦ κ έ ν τ ρ ο υ τ ῆ ς σ φ α ί ρ α ς. *Sed legendum vt opinor* κ α ὶ γ ὰ ρ ἀ π ὸ τ ο ῦ κ έ ν τ ρ ο υ τ ῆ ς
σ φ α ί ρ α ς, *quemadmodum in antecedente.*

Similiter & pentagona KEBCD DHFBA, &c.] *Corrigendus Græcus codex, vt* B
ex noſtra verſione apparet.

Atque erit AC quidẽ ipſi EF iunctæ parallela] *Hoc nos demõſtrauimus in libro de cen* C
tro grauitatis ſolidorum propoſitione prima. in Græco codice deſideratur π α ρ ά λ λ η λ ο ς, *vt ita*
legendum ſit. κ α ὶ ἔ σ τ α ι ἡ μ ὲ ν α γ τ ῇ ε ζ ἴ σ η ι ζ ε υ χ θ ε ί σ ε ι π α ρ ά λ λ η λ ο ς.

EF vero parallela KH] *Vtraque enim ipſi AC eſt parallela.* D

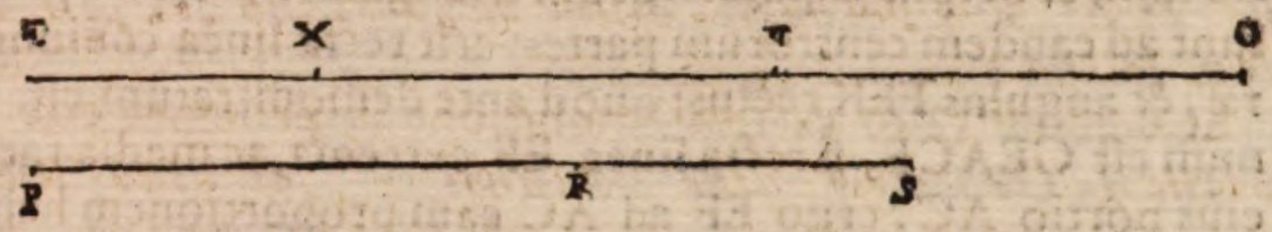
Similiter & circulus circa ABC puncta æqualis, & parallelus oſtendetur circu- E
lo, qui circa LMN, qualia enim & ſimilia in ipſis triangula ſunt ABC LMN]
Sunt enim AC LM inter ſe parallelæ, quòd ſint parallelę eidem KH. & eadem ratione pa-
*rallelæ CB LN. ergo quę per ipſas tranſeunt plana, parallela ſunt, propterea*que 9 vndec.
circulus ABC circulo LMN eſt parallelus. æqualis autem eſt, cum triangulum ABC æqua 15

le & ſimile ſit triangulo LMN. Eodem modo æquales, & paralleli oſtendentur circuli circa DEF KGH.

F Erit recta linea coniungens FK ſphęrę diameter] *ex 50. huius.*

G Et angulus FEK rectus] *ex 51 huius.*

H Et quoniam pentagonum eſt GEACF, ſi recta linea EF extrema, ac media ratione ſecetur, erit maior eius portio AC. ergo EF ad AC eam proportionem habet, quam latus hexagoni ad decagoni latus] *Sit recta linea* EF *extrema, ac media ratione ſecta in punctο X, ita ut* FX *ſit maior portio. erit* FX *æqualis lateri pentagoni, hoc eſt æqualis ipſi AC ex octaua tertii decimi libri elementorum. producatur* EF *uſque ad O, ut* FO *ſit æqualis* FX.

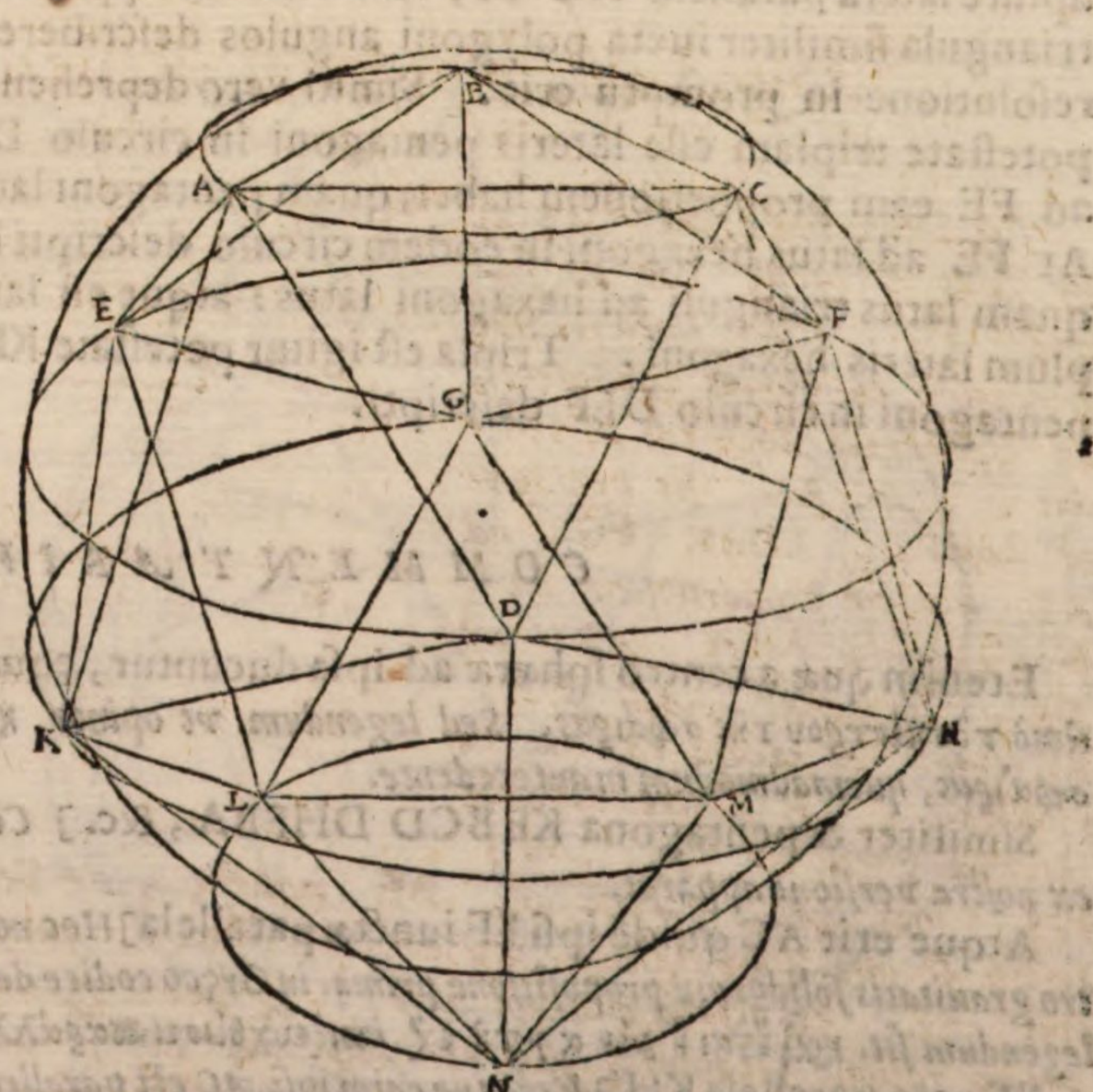


tota EO ſecta erit extrema, ac media ratione; atque eius maior portio erit EF, *ex quinta eiuſdem. Sit deinde* PR *latus hexagoni, & RS latus decagoni in eodem circulo deſcripti. rurſus ex nona eiuſdem erit PS extrema, ac media ratione ſecta in punctο R, & PR erit maior portio ipſius. Quoniam igitur duę rectæ lineæ EO PS extrema, ac media ratione ſecantur, erit EF ad FO, ut PR ad RS. Sed PR ad RS eam proportionem habet, quam hexagoni latus ad latus decagoni. ergo & EF ad FO, hoc eſt ad AC eandem proportionem habebit. Græcus codex ἡ ἄρα ε α πρὸς τὴν α Γ λόγον ἔχει lege ἡ ἄρα ε ζ πρὸς τὴν α Γ.*

Ex ulti. 14. ele. uel ex 44 quinti libri Pappi.

K Et utraſque poteſt FK, propterea quod EK ipſi AC eſt æqualis] *Quoniam. n. angulus* FEK *rectus eſt, quadratum ex* FK *eſt æquale duobus quadratis ex* FE EK, *hoc eſt* FE AC. *eſt .n.* EK *ipſi* AC *æqualis. Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν τῇ α Γ. *lege* τὴν ἐκ τῆ α Γ.

L Habebit igitur FK diameter ſphęrę ad EF proportionē eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni] *latus namque pētagoni poteſt & hexagoni, & decagoni latus in eodē circulo deſcriptorū ex 10. tertii decimi ele.*



M Ad AC uero eandem, quam pētagoni latus ad latus decagoni] *Nam cum ſphærę diameter* FK *ad* EF *proportionem habeat eandem, quam pentagoni latus ad latus hexagoni,* EF *uero ad* AC *eandem habeat, quam hexagoni latus ad latus decagoni, habebit ex æquali ſphæræ diameter ad* AC *eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni.*

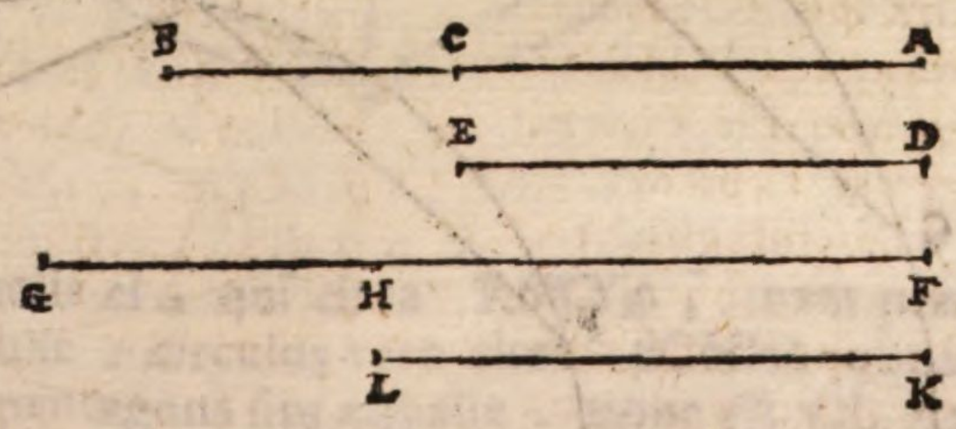
Et

Et ob id quæ ex centris circulorum, quæ sunt potestate tertia pars rectarum linearum EF AC] *Est enim latus trianguli æquilateri potestate triplum eius, quę ex centro circuli, ex 12. eiusdem. Græcus codex.* ὅσαι καὶ αἱ ἐκ τῶν κέντρων τῆς κύκλων τρίτον μέρος ἴσαι δυνάμει τῆς εζ αγ. *lege* τρίτον μέρος οὖσαι δυνάμει τῆς εζ αγ. N

Et in vnoquoque triangulo aptare latera parallela AC EF, KH LM ad oppositas centri partes, & omnia triangula similiter iuxta polygoni angulos describere] *Verbi gratia in circulis DEF, ABC ita triangula aptabimus, vt trianguli DEF latus EF parallelum sit lateri AC trianguli ABC, & ad oppositas centri partes statuatur. deinde iungemus AB BF, AD DC, & eodem modo in reliquis faciemus.* O

Et demonstratio ex ipsa resolutione in promptu erit] *Habet enim DE latus trianguli in circulo DEF descripti ad AB latus trianguli descripti in circulo ABC eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni; Sed quam proportionem habet latus hexagoni ad latus decagoni, in eodem circulo descriptorum, eandem habet recta linea, quę pentagoni æquilateri, & æquianguli angulum subtendit ad ipsum pentagoni latus, vt deinceps ostendetur. ergo DE pentagoni angulum subtendit, cuius latus est AB. & propterea DA AE sunt eiusdem pentagoni latera ipsi AB æqualia. Eadem ratione & DF pentagoni angulum subtendet: eruntque DC CF eius latera æqualia ipsi AB. Rursus cum EF pentagoni angulum subtendat, erunt EB BF eidem æqualia. atque ideo omnia triangula æquilatera, & inter se æqualia erunt. Non aliter ad oppositas partes centri sphęrę ex triangulis KGH LMN ostendemus reliqua triangula æquilatera, & æqualia esse, ex quibus icosaedrum ipsum constat. Icosaedrum igitur in data sphæra descriptum est, quod fecisse oportebat.* P

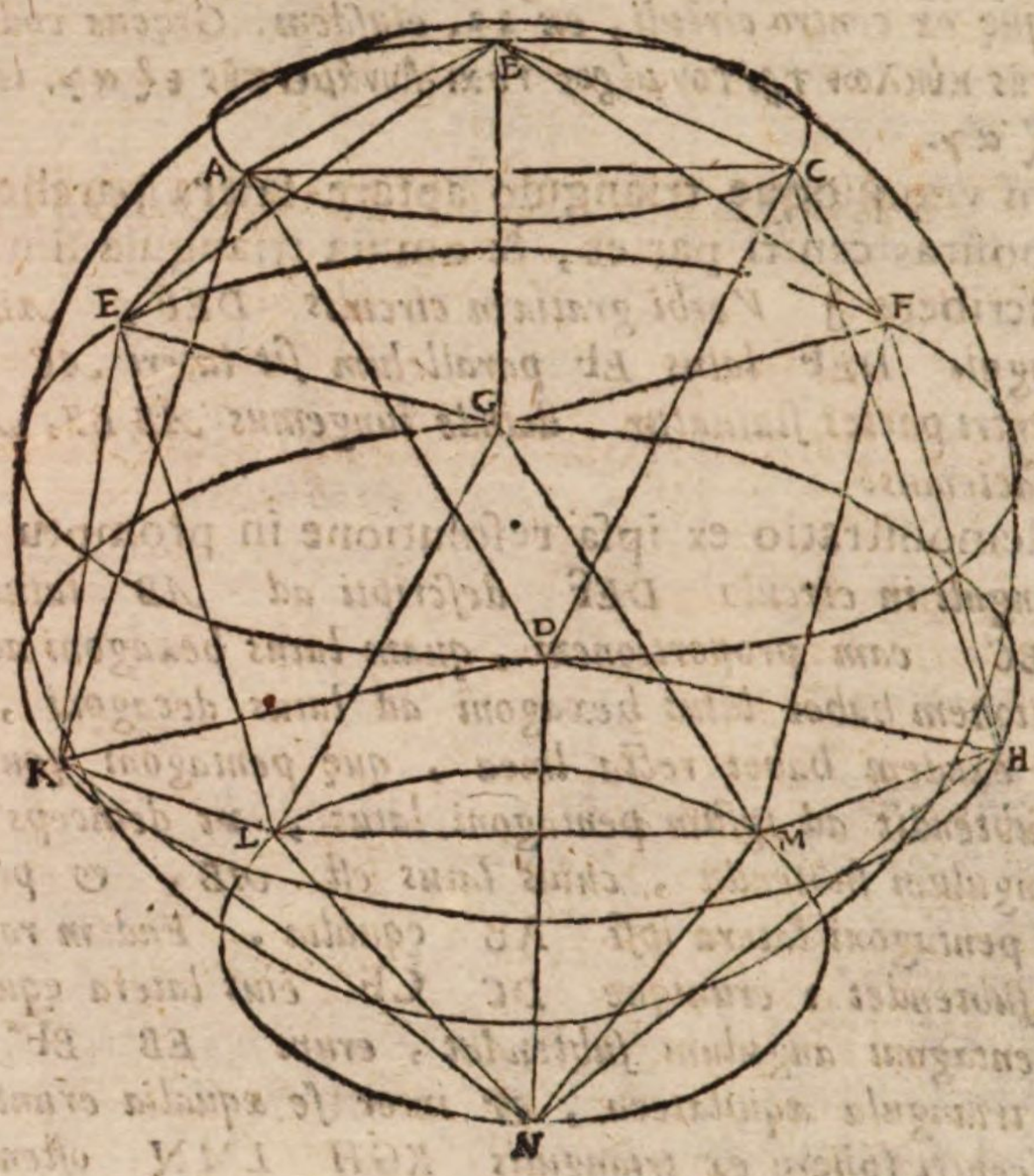
Quod autem positum est, sic ostendetur.

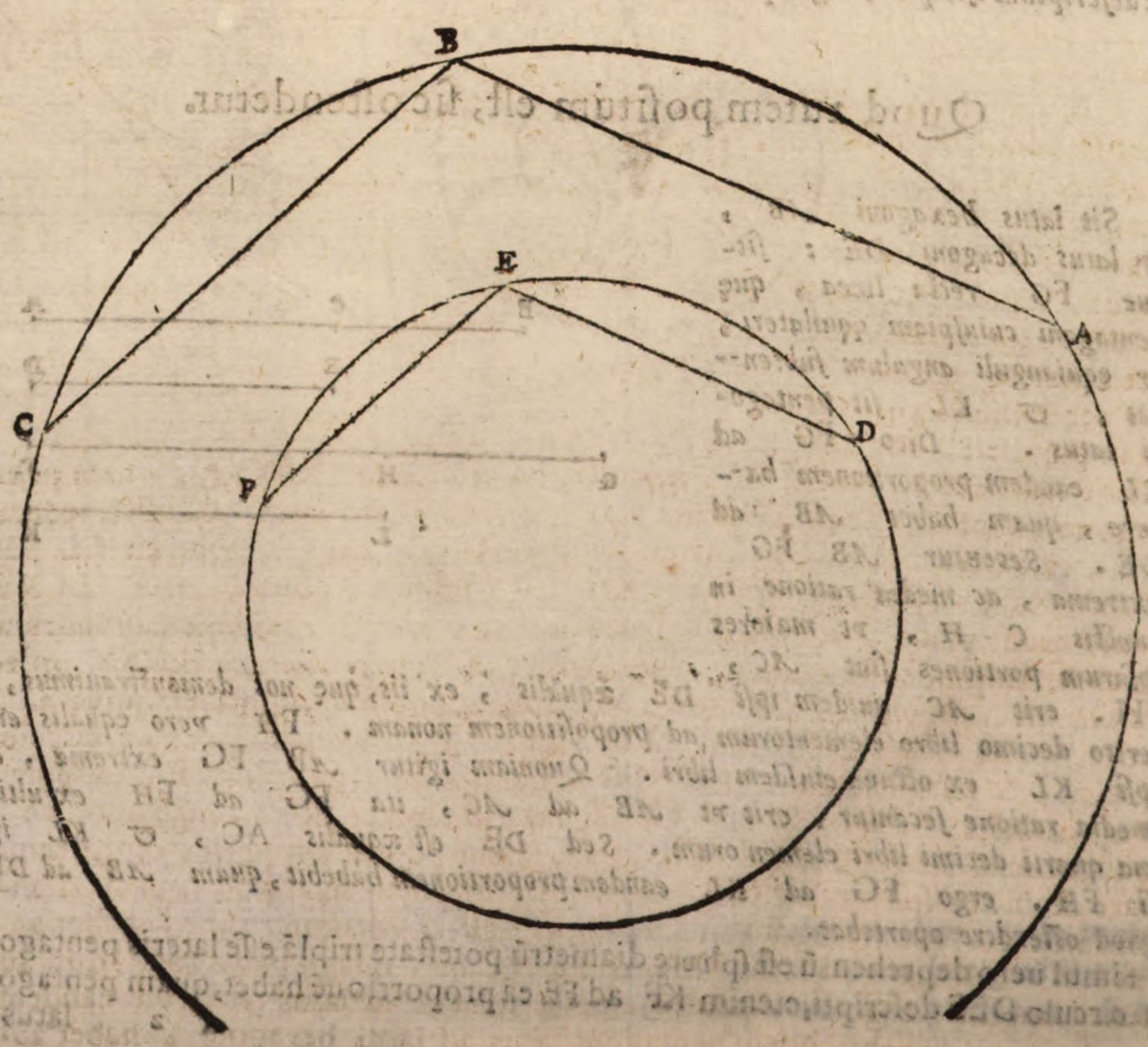


Sit latus hexagoni AB, & latus decagoni DE: sitque FG recta linea, quę pentagoni cuiusplam æquilateri, & æquianguli angulum subtendat, & KL sit pentagoni latus. Dico FG ad KL eandem proportionem habere, quam habet AB ad DE. Secentur AB FG extrema, ac media ratione in punctis C H, vt maiores ipsarum portiones sint AC, FH. erit AC quidem ipsi DE æqualis, ex iis, quę nos demonstrauimus, in certo decimo libro elementorum ad propositionem nonam. FH vero æqualis erit ipsi KL ex octaua eiusdem libri. Quoniam igitur AB FG extrema, ac media ratione secantur, erit vt AB ad AC, ita FG ad FH ex ultima quarti decimi libri elementorum. Sed DE est æqualis AC, & KL ipsi FH. ergo FG ad KL eandem proportionem habebit, quam AB ad DE. quod ostendere oportebat.

Simul uero deprehensũ est sphærę diametrũ potestate triplã esse lateris pentagoni in circulo DEF descripti, etenim KF ad FE eã proportionẽ habet, quam pentagoni Q

latus ad latus hexagoni.] *Describatur circulus* ABC, *cuius ea, quæ ex centro æqualis ipsi* EF: *& in ipso latus pentagoni* AB, *& latus hexagoni* BC. *erit* AB *æqualis* KF *diametro sphęrę, &* BC *ęqualis* EF. *describatur etiam circulus* DEF, *cuius ea, quę ex centro sit potestate tertia pars ipsius* EF, *& rursus in ipso latus pentagoni* DE *& hexagoni* EF, *habebit* AB *ad* BC *proportionem eandem, quam* DE *ad* EF. *Sed latus* BC *est potestate triplum lateris* EF. *ergo & la-*

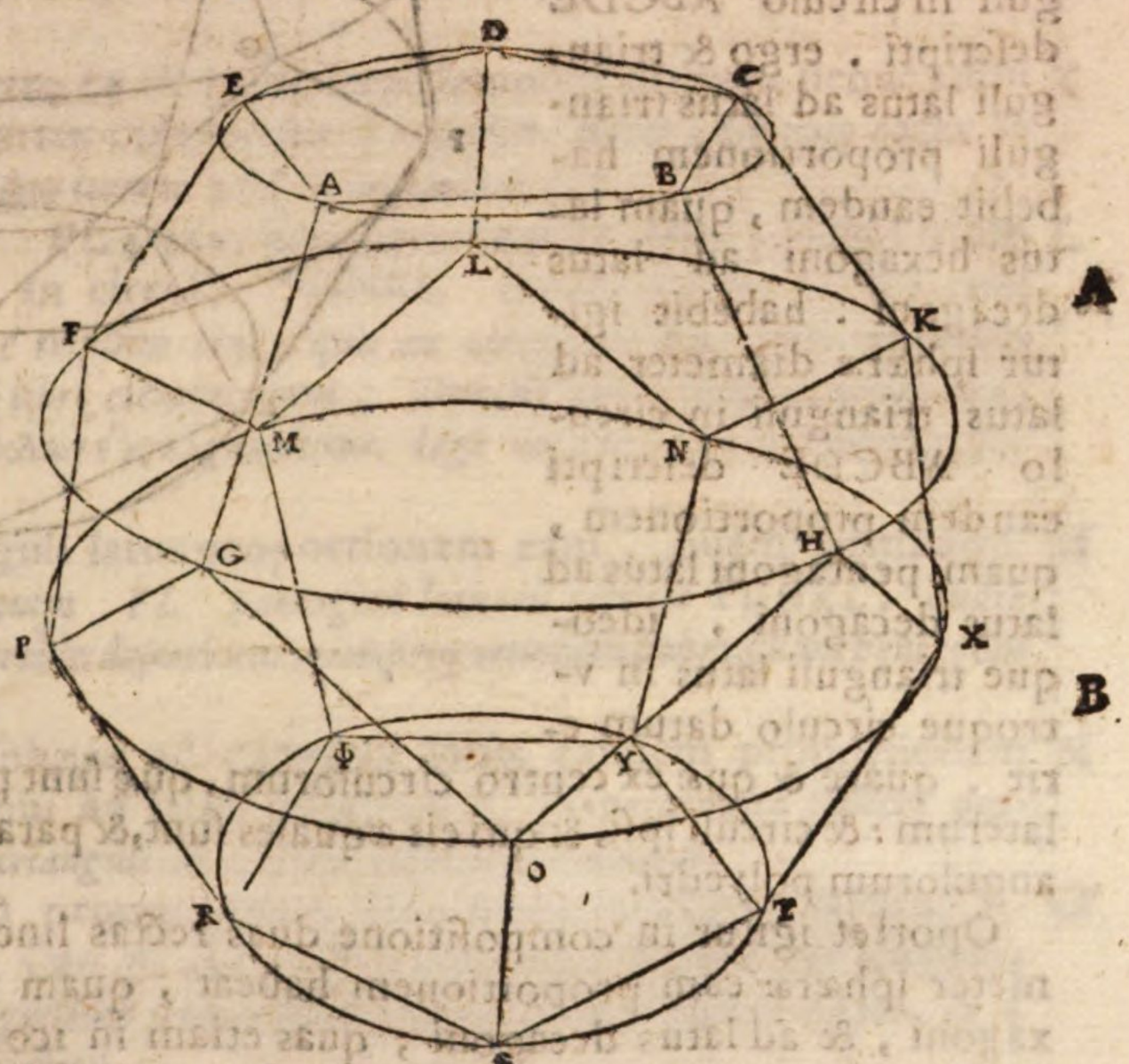




tus AB, hoc eſt ſphæræ diameter KF poteſtate tripla erit ipſius DE lateris pentagoni in circulo DEF deſcripti.

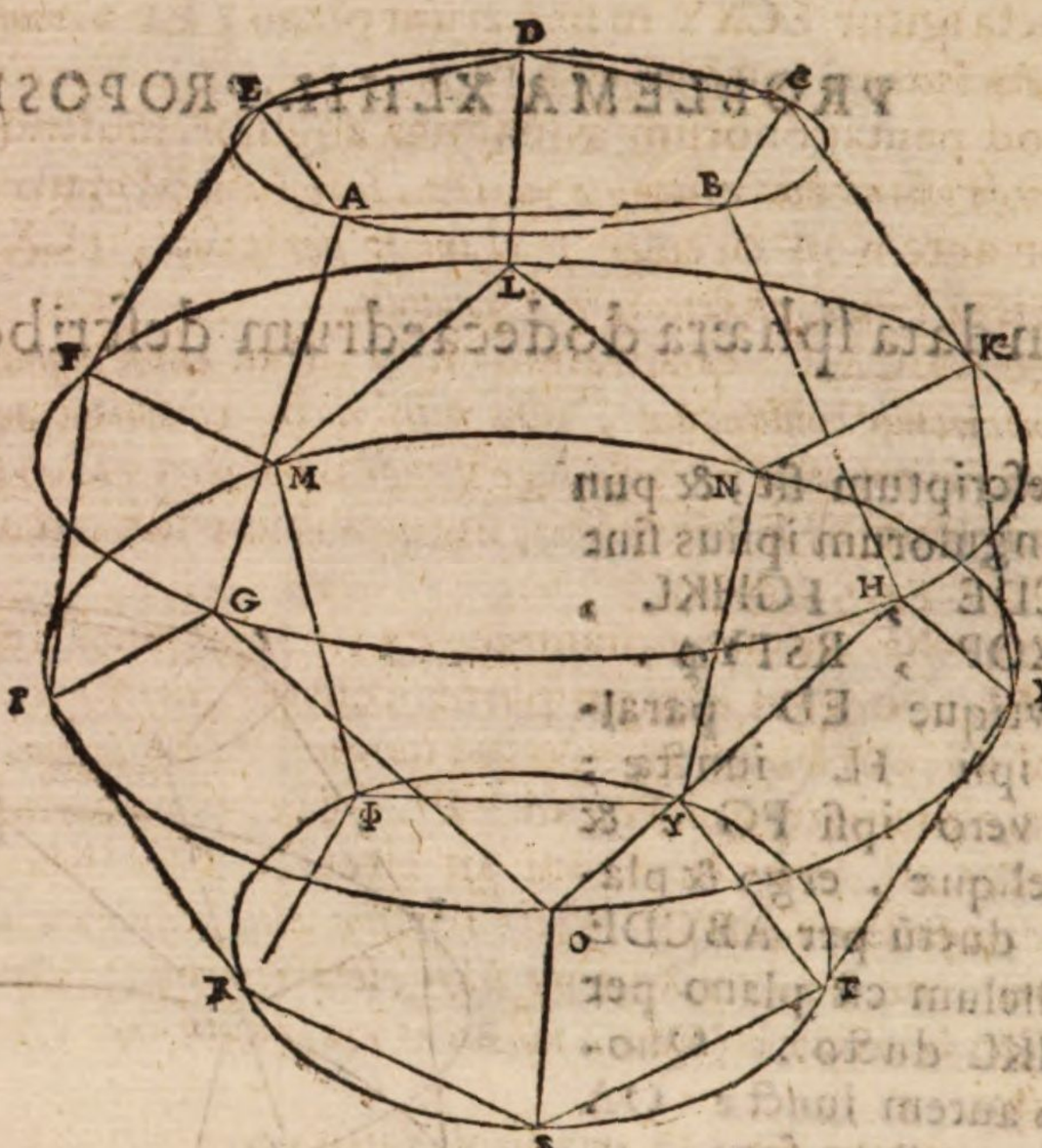
PROBLEMA XLIIII. PROPOSITIO LVIII.

In data ſphæra dodecaedrum deſcribere.



Deſcriptum ſit, & puncta angulorum ipſius ſint ABCDE, FGHKL, MNXOP, RSTYΦ, erit vtique ED parallela ipſi FL iunctæ; AE vero ipſi FG: & ita reliquæ, ergo & planum ductũ per ABCDE parallelum eſt plano per FGHKL ducto. Quoniam autem iunctæ OA XC parallelæ ſunt, vtraque enim ipſi BH eſt parallela, ſuntque æquales: & ipſę OX, AC inter ſe parallelæ erunt. quare & ST. ED, itemque SR CD, & reliquæ. plana inſuper omnia, quæ per ipſas ducuntur parallela ſunt. Intelligantur igitur circuli per ipſa deſcripti inter ſe paralleli. erit circulus quidem circa ABCDE æqualis ei, qui circa RSTYΦ; nam pentangona in ipſis deſcripta æqualia ſunt: circulus vero circa FGHKL æqualis ei, qui circa MNXOP; cum pentagona ſint æqualia. atque eſt CL parallela XY, vtraque enim ipſi KN eſt parallela. puncta igitur LCXY in uno erunt plano. & ipſa iungentes æquales ſunt: quòd pentagonorum æqualium angulos ſubtendant. ſunt autem in circulo. ergo LCXY quadratum eſt. & ob id recta linea XL iuncta poteſtate dupla eſt ipſius LC, hoc eſt ipſius FL. & angulus XLF rectus; in æqualibus enim circulis æquales, & parallelæ ſunt OX FL: quadratum igitur ex FX triplum eſt quadrati ex FL. & eſt FX ſphæræ diameter ex iis, quæ ante demonſtrauimus. neque enim OX, FL ſunt ad eaſdem partes centrorum. quare diameter ſphęræ ad FL eam proportionem habebit, quam trianguli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL deſcriptorum. habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni latus ad latus trianguli: ergo ex æquali diameter ſphæræ ad latus trianguli eandem proportionem habebit, quam pentagoni latus ad latus hexagoni. habet autem

tem & FL ad ED proportionem eam, quã latus hexagoni ad decagoni latus. etenim FL extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt ED, propterea quòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus ED. Sed ut FL ad ED ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni: habebit igitur ſphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcripti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni. ideoque trianguli latus in vtroque circulo datum erit. quare & quæ ex centrõ circulorum, quæ ſunt poteſtate tertia pars dictorum laterum: & circuli ipſi, & qui eis æquales ſunt, & paralleli iuxta puncta, quæ in ipſis angulorum polyedri.



Oportet igitur in compoſitione duas rectas lineas exponere, ad quas diameter ſphæræ eam proportionem habeat, quam pentagoni latus ad latus hexagoni, & ad latus decagoni; quas etiam in icoſaedro expoſuimus: & deſcribere duos circulos parallelos in ſuperficie ſphæræ ad eaſdem partes centri locatos, vt FGHKL, ABCDE, quorum quę ex centris poteſtate ſunt tertia pars expoſitarum rectarum, utraque utriuſque. & alios duos circulos his æquales; & parallelos ad alteras partes centri ſphæræ, vt MNXOP, RSTYΦ & aptare latera pentagonorum ED, FL, OX ST inter ſe parallela, ab ipſiſque pentagona deſcribere, per quæ polygoni anguli conſtituentur. manifeſtum autem eſt ex conſtructione, circulos continentes dodecaedri angulos eoſdem eſſe, qui angulos icoſaedri continent. & præterea eundem circulum comprehendere triangulum icoſaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.

COMMENTARIVS.

A Et ita reliquæ] *Hoc eſt AB ipſi GH parallela, BC ipſi HK, & CD ipſi KL.*

Et

Et ipſæ OX AC inter ſe. parallelæ erunt] *Græcus codex* καὶ αἱ ἐπὶ B
τὰ ΟΑ ξ γ ἄρα παράλληλοι. *lege* καὶ αἱ ἐπὶ τὰ ΟΞ, Α γ ἄρα παράλληλοι.

Atque eſt CL parallela XY] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ἡ ἐπὶ γ λ παράλληλος C
τῇ ἐπὶ τὰ ξ ν, *lege* ἐπὶ τὰ Ξ ν.

Puncta igitur LCXY in uno erunt plano] *Ex* 2. *undecimi*. *Græcus codex*. ἐν ἑνὶ D
ἐπιπέδῳ ἔσαι τὰ λ Γ ξ η *lege* λ Γ ξ υ.

Quod pentagonorum æqualium angulos ſubtendant] *Græcus codex* ἴσων E
γὰρ τετραγώνων ὑποτείνουσιν γωνίας. *lege* ἴσων γὰρ πενταγώνων.

Sunt autem in circulo] *Nam ſi per puncta LCXY planum ducatur, ſectio cir-* F
culus erit ex prima ſphæricorum Theodoſii.

Ergo LCXY quadratum eſt] *Quæ enim æquales, & parallellas rectas li-* G
neas in circulo coniungunt, cum ipſis rectos continent angulos, & 32. huius. Græcus co-
dex. τετράγωνος ἄρα ἡ λ γ ξ υ *lege* τετράγωνον ἄρα τὸ λ γ ξ υ.

Et angulus KLF eſt rectus, inæqualibus enim circulis æquales, & parallelę ſunt H
OX FL] *Ex* 51. *huius.*

Et eſt XF ſpheræ diametrę ex iis, quę ante demonſtrauimus. neque enim K
OX FL ſunt ad eaſdem partes centrorum] *Ex* 50. *huius*. *Græcus codex* οὐ
γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς κέντρων εἰσὶν αἱ ε ζ λ. *lege* αἱ ο ξ ζ λ.

Quare diameter ſphærę ad FL eam proportionem habebit, quam trian- L
guli latus ad latus hexagoni in circulo FGHKL deſcriptorum] *Eſt enim*
trianguli æquilateri latus poteſtate triplum eius, quæ ex circuli centro, hoc eſt lateris
hexagoni, ex 12. *tertiidecimi libri elementorum*. *Græcus codex* ἔξει οὖν ἡ τῆς &c.
πρὸς ἑξαγώνου εἰς τὴν ζ η θ κ λ κύκλων ἐγγεγραμμένων. *lege* εἰς τὸν ζ η θ κ λ κύκλον ἐγγε-
γραμμένον.

Habet autem FL ad trianguli latus proportionem eam, quam pentagoni M
latus ad latus trianguli] *Eſt enim FL pentagoni latus in circulo* FGHKL. *quare*
ad latus trianguli, quod in eodem circulo deſcribitur, eam proportionem habet, quam pentagoni
latus ad latus trianguli.

Ergo ex æquali diameter ſphæræ ad trianguli latus eandem proportionem N
habebit, quam latus pentagoni ad latus hexagoni] *In perturbata ſcilicet pro-*
portione. intellige autem latus trianguli in circulo FGHKL deſcripti.

Habet autem & FL ad ED proportionem eam, quam hexagoni latus ad la- O
tus decagoni] *Græcus codex*. ἐπεὶ δὲ καὶ τῆς ζ λ λόγος τὴν ε δ, ὃν ἡ τὸν ἑξαγώνου
πρὸς τὴν τὸν πενταγώνου. *ego ita legendum puto*. ἔχει δὲ καὶ ἡ ζ λ πρὸς τὴν ε δ λόγον, ὃν ἡ
τὸν ἑξαγώνου πρὸς τὴν τοῦ δεκαγώνου.

Etenim FL extrema, ac media ratione ſecta, maior eius portio eſt ED, pro- P
pterea quòd pentagoni angulum ſubtendit, cuius latus ED] *Quomodo hoc ſe-*
quatur, diximus in antecedente. *Græcus codex*, ὃν πλευρὰ ἡ ε λ. *lege* ὃν πλευρὰ
ἡ ε δ.

Sed ut FL ad ED, ita trianguli latus in circulo FGHKL ad latus trian- Q
guli in circulo ABCDE deſcripti. ergo & trianguli latus ad latus trianguli
proportionem habebit eandem, quam latus hexagoni ad latus decagoni]
Hoc eſt ut latus pentagoni in circulo FGHKL *ad latus pentagoni in circulo* ABCDE,
ita & trianguli latus in circulo FGHKL *ad latus trianguli in circulo* ABCDE.
Sed pentagoni latus ad latus pentagoni eam proportionem habere oſtenſum eſt, quam R
latus hexagoni ad latus decagoni. ergo & trianguli latus ad latus trianguli eandem ha-
bebit proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Græcus codex mancus eſt,
qui ita habet. ἔξει ἄρα &c. ὃν ἡ τοῦ ἑξαγώνου *adde* πρὸς τὴν τοῦ δεκα-
γώνου.

Habebit igitur ſphæræ diameter ad latus trianguli in circulo ABCDE deſcri- S
pti eandem proportionem, quam pentagoni latus ad latus decagoni] Ex *æquali ſci-*
licet quemadmodum nos ſupra docuimus.

Et aptare latera pentagonorum ED, FL, OX, ST inter ſe parallela; ab ipſiſ- T

que

que pentagona describere, per quę polygoni anguli constituentur] *Quoniam igitur latus trianguli in circulo FGHKL ad latus trianguli in circulo ABCDE descripti, habet eam proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni, habebit & latus pentagoni in circulo FGHKL ad latus pentagoni in circulo ABCDE, videlicet GH ad AB eandem proportionem, quam latus hexagoni ad latus decagoni. Sed quam proportionem habet hexagoni latus ad latus decagoni, eandem habet recta linea, quę angulo pentagoni æquilateri, & æquianguli subtenditur ad pentagoni latus, vt supra ostensum est. ergo GH subtenditur angulo pentagoni, cuius latus est AB. & sunt GO OH pentagoni latera, ipsi AB æqualia. Quod cum plani AGOHB, & ipsius sphęrę communis sectio sit circulus, erit circumferentia GOH dupla circumferentię AB. & similiter circumferentię AG BH simul sumptę duplæ erunt eiusdem AB circumferentiæ. & sunt æquales, propterea quòd AB GH inter se parallelę sunt. ergo & rectę lineæ AG BH æquales erunt ipsi AB, & pentagonum æquilaterum, & æquiangulum erit AGOHB, ipsi ABCDE æquale. Eodem modo & reliqua pentagona æqualia ostendentur, tum quę ad pentagonum ABCDE adhærent, tum quæ ex altera parte centri sphæræ adhærent ad ipsum RSTYΦ. dodecaedrum igitur in data sphæra constitutum est, quod fecisse oportuit.*

T Et præterea eandem circulum comprehendere triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri in eadem sphæra descriptorum] *Hoc seorsum demonstratum est in 2. quarti decimi elementorum; & ab ipso Pappo in 48. quinti libri.*

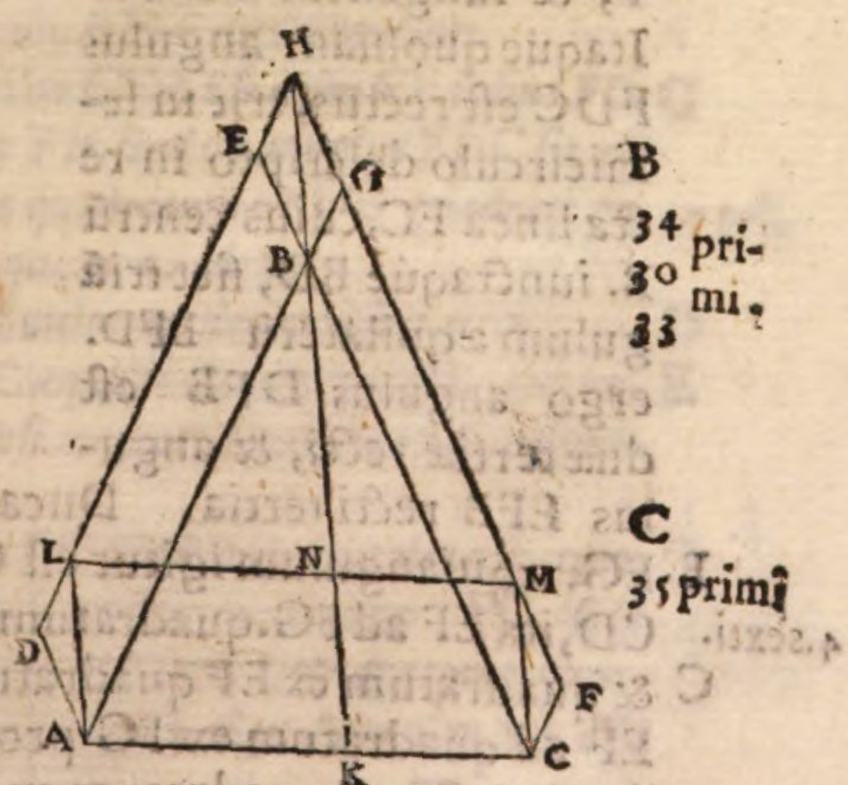
TERTII LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM LIBER QVARTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI sit triangulum ABC, & ab ipsis AB BC describan A
tur quæuis parallelogrãma ABED, BCFG, & rectæ lineæ DE FG producantur ad H, iungaturq; HB: fient parallelogrãma ABED, BCFG æqualia parallelogrammo contento ACHB, in angulo, qui utrisque BAC, DHB sit æqualis.



34 primi.
30 primi.
33 primi.
35 primi

Producatur enim HB ad K, & per AC ipsi KH parallelæ ducantur AL, CM, & LM iungatur. Itaq; quoniam parallelogrammum est ALHB, erunt AL BH æquales, & parallelæ. Similiter æquales, & parallelæ MC HB: ergo & LA MC æquales, & parallelæ sint, necesse est, & propterea LM AC: parallelogrammum igitur est ALMC in angulo LAC, hoc est in angulo æquali utrisque BAC DHB. est enim angulus DHB ipsi LAB æqualis. & quoniam DABE parallelogrãmum est æquale parallelogrammo LABH, etenim in eadem basi AB, & in eisdem parallelis AB DH consistit, parallelogrammum autem LABH parallelogrammo LAKN est æquale, cum sit in eadem basi LA, & in eisdem parallelis LA HK: erit parallelogrammum ADEB æquale parallelogrammo LAKN. & ob eandem causſam parallelogrammum BGFC parallelogrammo KNMC. parallelogramma igitur DABE BGFC parallelogrammo LACM æqualia sunt, hoc est ei, quod AC HB continetur, in angulo LAC, qui est æqualis utrisque BAC, BHL. atque hoc multo vniuersalius est, quam quod in triangulo rectangulo de quadratis in elementis demonstratur.

COMMENTARIVS.

A Et ab ipsis AB BC describantur quæuis parallelogramma] *Græcus codex:* καὶ ἀπὸ τῶν αβ βγ ἀναγραφῆ τυχόντα σημεῖα παραλληλόγραμμα. *lege* τυχόντα παραλληλόγραμμα.

B Itaque quoniam parallelogrammum est ALHB] *Græcus codex* ἐπεὶ παραλληλόγραμμον ἐστι. *lege* ἐπεὶ.

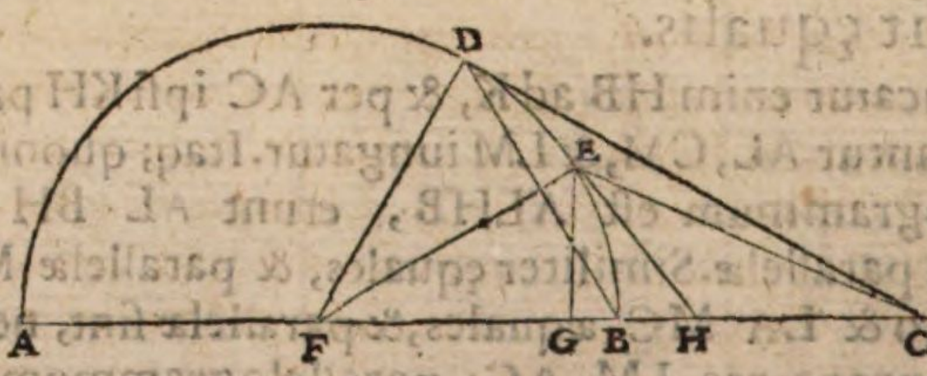
C Et quoniam DABE parallelogrammum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τὸ ἀπὸ δα β ε παραλληλόγραμμον. *lege* τὸ δα β ε παραλληλόγραμμον.

D Atq; hoc multo uniuersalius est, quã quod in triãgulo rectãgulo de quadratis in elementis demonstratur] *videlicet in 47. primi lib. elementorum. idem etiam demonstratur in 31. sexti libri de aliis figuris similibus. sed illud in triangulo rectangulo tantum, hoc in omni triangulo. illud de quadratis tantum, uel figuris similibus, hoc vniuerse de omnibus parallelogrammis etiam inter se dissimilibus.*

THEOREMA II. PROPOSITIO II.

Sit semicirculus in recta linea AB, rationalem habens diametrum: & ei, quæ est ex centro æqualis, & ipsi AB in directum sit BC; contingens autem CD: & circumferentia BD bifariam secetur in puncto E, & CE iungatur. Dico CE irrationalem esse, quæ minor appellatur.

A



Sumantur enim centrum semicirculi, quod sit F, & iungantur FD FE. Itaque quoniam angulus FDC est rectus, erit in semicirculo descripto in recta linea FC, cuius centrũ B. iunctaque BD, fiet triãgulum æquilaterũ BFD. ergo angulus DFB est duæ tertiæ recti, & angulus EFB recti tertia. Ducatur a puncto E ad AB diametrum perpendicularis

B EG. æquiangulum igitur est CFD triangulum triangulo EFG: atque est ut FC ad

4. sexti. CD, ita EF ad FG. quadratum autem ex FC sesquitertium est quadrati ex CD. ergo

C & quadratum ex EF quadrati ex FG sesquitertium erit; habebitque quadratum ex EF ad quadratum ex FG proportionem eam, quam 16 ad 12; sed proportio quadrati ex CF ad quadratum ex FE est, quam habet 64 ad 16. quadratum igitur ex CF ad quadratum ex FG est, ut 64 ad 12. Sit FB quadrupla ipsius BH. atque est ipsius BF dupla FC. quare proportio CF ad FH est ut 8 ad 5, & proportio FH ad HC ut 5 ad 3. proportio igitur quadrati ex CF ad quadratum ex FH erit, ut 64 ad 25. ostensum autem est quadratum ex CF ad quadratum ex FG ita esse, ut 64 ad 12. ergo & quadratum ex HF ad quadratum ex FG est ut 25 ad 12. propterea

tereaque HF FG rationales sunt potentia solum commensurabiles : & HF plus potest , quam FG quadrato rectæ lineæ sibi incommensurabilis longitudine . estque tota FH commensurabilis rationali AB, apotome igitur quarta est GH, rationalis autem FC, & ipsius dupla. ergo recta linea, quæ potest id, quod bis continetur FC GH, irrationalis est, quæ minor appellatur. Sed & CE potest id, quod bis FC GH continetur. quare CE est minor. At vero CE posse id, quod bis continetur FC GH, ex his manifestum erit, Iungatur EH. Et quoniam quadratum ex CE æquale est quadratis ex EH HC vna cum eo, quod bis CH HG continetur. & sunt quadrata ex EH HF æqualia & quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur FH HG. est igitur ut quadratum ex CE ad quadrata ex EH HC una cum contento bis CH HG, ita quadrata ex EH HF ad quadratum ex EF una cum eo, quod bis FH HG continetur, & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia, & quadratum ex CE æquale est quadratis ex EH HC, & ei, quod bis CH HG continetur. quadrata igitur ex CE EH HF æqualia sunt quadratis ex EH HC EF, & contento bis CH HG una cum contento bis FH HG, hoc est ei, quod bis CF HG continetur. commune auferatur quadratum ex EH. ergo reliqua quadrata ex CE HF sunt æqualia quadratis ex EF HC una cum eo, quod bis continetur CF HG. quorum quadratum ex FH est æquale quadratis ex EF HC. est enim quadratum ex FH 25, quadratum uero ex HC est 9, & quadratum ex EF 16. reliquum igitur quadratum ex EC est æquale ei, quod bis FC CH continetur.

D E F

prima secundi.

COMMENTARIVS.

Dico CE irrationalem esse, quę minor appellatur] *Græcus codex sic habet.* ὅυτως ἡ γε. *lege* ὅτι ἡ γε. A

Aequiangulum igitur est CFD triangulum triãgulo EFG] *Quoniam enim angulus DFC est duæ tertię recti, & rectus FDC, erit DCF recti tertia. atque est EFG item tertia recti. angulus igitur DCF est æqualis angulo EFG: anguluſque FDC rectus æqualis recto FGE. quare & reliquus reliquo æqualis, & triangulum CFD triangulo EFG æquiangulum.* B

Quadratum autem ex FC sesquitertium est quadrati ex CD] *Est enim CF ipsius FD dupla & idcirco quadratũ ex CF quadruplũ est quadrati ex FD. Sed cũ angulus FDC sit rectus, erit quadratum ex CF quadratis ex FD DC æquale. ergo quadratum ex FC quadrati ex CD sesquitertium est, quod ad illud eam proportionem habeat, quam 4. ad 3.* C 47 pri.

Apotome igitur quarta est HG] *Ex 4. tertiarum diffinitionum decimi libri elem.* D

Rationalis autem FC, & ipsius dupla] *Est enim FC æqualis diametro AB, quę rationalis ponitur : atque est rationalis ipsius dupla, nimirum ipsi commensurabilis ex 6. diffinitione decimi libri.* E

Ergo recta linea, quæ potest id, quod bis continetur FC GH irrationalis est, quæ minor appellatur] *ex 95. decimi libri element. Nam quod bis continetur FC GH est æquale contento dupla ipsius FC, quæ itidem est rationalis, vt ipsa GH apotome quarta. Græcus codex* ἡ ἄρα συναμένη τὸ ὑπὸ ζγ ηθ ἄλογός ἐστιν, *lege* ἡ ἄρα συναμένη τὸ δὶς ὑπὸ ζγ ηθ. F

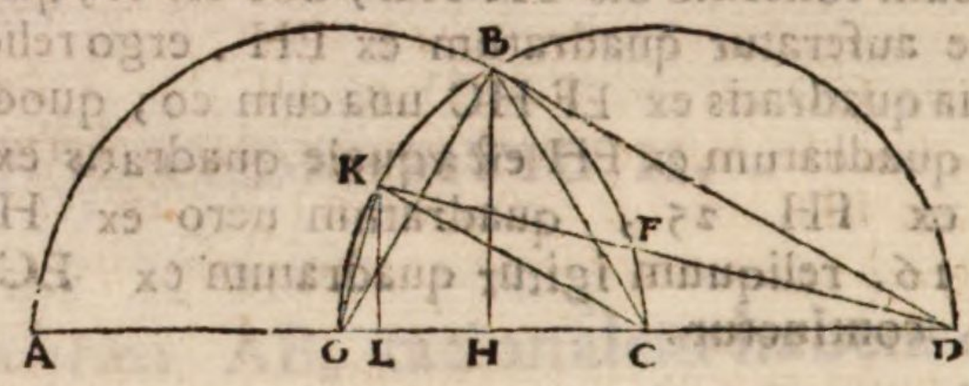
Et quoniam quadratum ex CE æquale est quadratis ex EH HC una cum eò, quod bis CH HG continetur] *Ex 12. secundi libri elementorum.* G

Et sunt quadrata ex EH HF æqualia & quadrato ex EF, & ei, quod bis continetur FH HG] *Ex 13. eiusdem libri.* H

Et ut unum ad unum, ita omnia ad omnia] *Ex 12. quinti libri elementorum.* K

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

A Sit ſemicirculus in recta linea AC rationalem habens diametrum: & ei, quæ ex centro æqualis ſit CD, ſitque contingens
B DB, & angulus CDB bifariam ſecetur recta linea DF. Dico DF eſſe exceſſum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.



Sumantur enim centrum ſemicirculi, quod ſit G; iungaturque BG, & in ipſa GD ſemicirculus GB deſcribatur, &
C producatur DFK. æqualis igitur eſt BK circumferentia circumferentiæ KG. ducatur ad ipſam AC perpendicularis KL. Et quoniam BG eſt latus hexagoni, erit KL lateris hexagoni dimidia; producta enim duplam circumferentiæ KG ſubtendit, ergo BG ipſius KL eſt dupla; hoc eſt
D CK dupla ipſius KL. atque eſt angulus LC rectus. quadratum igitur ex KC ſeſquitertium eſt quadrati ex CL: hoc eſt quadratum ex DC quadrati ex CL.
E ergo DC CL rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & DC plus poteſt; quam CL quadrato rectæ lineæ ſibi commenſurabilis longitudine: & maior DC cõ
F menſurabilis eſt rationali AC. ergo DL ex binis nominibus eſt prima. rationa-
G lis autem GD. recta igitur linea, quæ poteſt ſpacium contentum GD DL irratio-
H nalis eſt, quę ex binis nominibus appellatur: poteſt autem ipſum DK. quoniã enim
K triangulum GDK æquiangulum eſt trianguio DKL, erit ut GD ad DK, ita KD ad DL. ergo DK ex binis nominibus eſt. Et quoniam angulus BGC eſt duæ tertiæ recti, & BG eſt æqualis GC, erit triangulum BGC æquilaterum. ducatur perpendicularis BH. dupla igitur eſt GC, hoc eſt DC ipſius CH. Oſtenſum eſt autem quadratum ex DC quadrati ex CL ſeſquitertium. ergo quadratum ex LC triplum eſt quadrati ex CH. ac propterea LC CH rationales ſunt potentia ſolum commenſurabiles: & LC plus poteſt, quam CH quadrato rectæ lineæ ſibi longitudine incommenſurabilis; minuſque nomen CH commenſura-
L M bile eſt rationali AC. quare LH apotome eſt quinta. oſtenſum autem eſt rectangulum, quod DG LH continetur, quadrato ex KF æquale eſſe. atque eſt
N LH quidem apotome quinta; DG vero rationalis. ergo KF eſt quæ cum rationale medium totum efficit. & oſtenſa eſt DK ex binis nominibus. quare DF eſt exceſſus, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum rationali medium totum efficit.

COMMENTARIVS.

A Sit ſemicirculus in recta linea AC] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* ἡμικύκλιον τὸ ἀπὸ τῆς α Γ, *lege* ἐπὶ τῆς α Γ.

Dico

Dico DF esse excessum, quo quæ ex binis nominibus excedit eam, quæ cum ratio B
nali medium totum efficit.] *Græcus codex* ὅυτως ἡ Δ ζ. *legendum* ὅτι ἡ Δ ζ.

Aequalis igitur est BK circumferentia circumferentiæ KG] *Græcus codex* C
mancus est, qui in hunc modum restituetur ἴ̓ση ἄρα ἐσίν ἡ β κ περιφέρεια τῇ περιφε-
ρείᾳ. κ η.

Quadratum igitur ex KC sesquitertium est quadrati ex CL] *quomodo hoc se* D
quatur superius dictum est.

Et DC plus potest, quàm CL quadrato rectæ lineę sibi commensurabilis lõ E
gitudine] *Grecus codex* κα̣ ἡ Δ Γ τῆς ΓΛ μείζον δύναται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ
lege τῷ ἀπὸ συμμέτρου.

Ergo DL ex binis nominibus est prima] *ex prima secundarum diffinitionum deci-* F
mi libri elementorum.

Recta igitur linea, quæ potest spacium contentum GD DL irrationalis est, G
quæ ex binis nominibus appellatur] *ex* 55 *decimi libri elementorum.*

Quoniam enim triangulum GDK æquiangulnm est triangulo DKL] *ex* 8 H
sexti elementorum Græcus codex. διὰ γὰρ τὸ ἰσογώνιον εἶναι τὸ η Δ κ τρίγωνον τῷ η λ
κ τριγώνῳ *lege* τῷ Δ λ κ τριγώνῳ

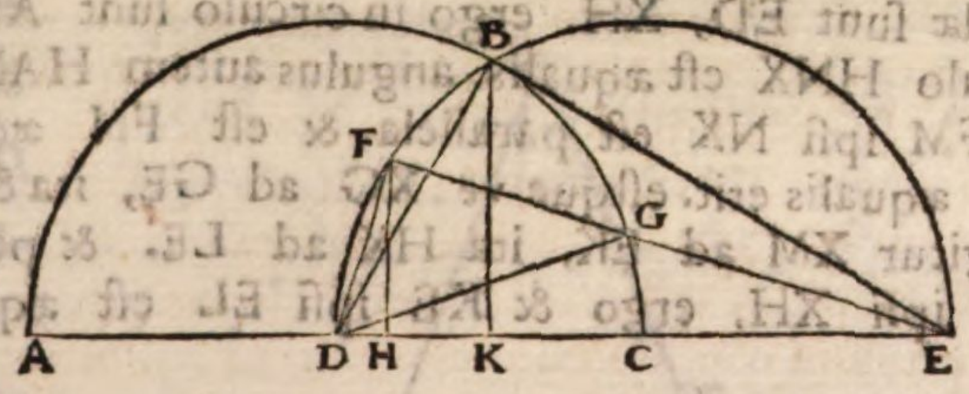
Erit vt GD ad DK, ita KD ad DL] *ex* 4 *sexti libri elementorũ. ex quibus, & ex* K
17 *eiusdem libri sequitur quadratum ex* DK *rectangulo* GDL *æquale esse.*

Quare LH apotome est quinta] *ex quinta tertiarum diffinitionum decimi libri. post* L
hæc in græco codex multa leguntur, quæ cum superuacanea visa sint, nos consulto omi-
simus.

Ostensum autem est rectangulum, quod DG LH continetur quadrato ex M
KF æquale esse] *Vbi hoc ostensum sit nondum comperi, nisi fortasse ipse ostenderit in su-*
perioribus, quod tamen non apparet. nos autem illud ipsum ostendere sequenti lemmate ni-
temur.

Sint duo semicirculi ABC DBE: *sitque* AD *æqualis ipsi* DC: *& sumpto in circum-*
ferentia BD *quouis puncto* F, *ducatur* EF, *quæ circumferentiam* BC *secet in* G. *&*
à punctis FB *ad* AC *perpendiculares ducantur* FH, BK. *Dico rectangulum, quod* ED
HK *continetur, quadrato ex* FG *æquale esse.*

Iungantur DB DG, *quæ in*
ter se æquales erunt, cum sint
à centro ad circumferentiam.
Et quoniam BD *media pro-*
portionalis est inter ED DK *ex*
corollario 8 *sexti elementorũ,*
erit quadratum ex BD, *hoc est*
quadratum ex DG *rectangulo*
EDK æquale. & eadem ratio
ne iuncta DF, *quadratum ex*
FD æquale est rectãgulo EDH.



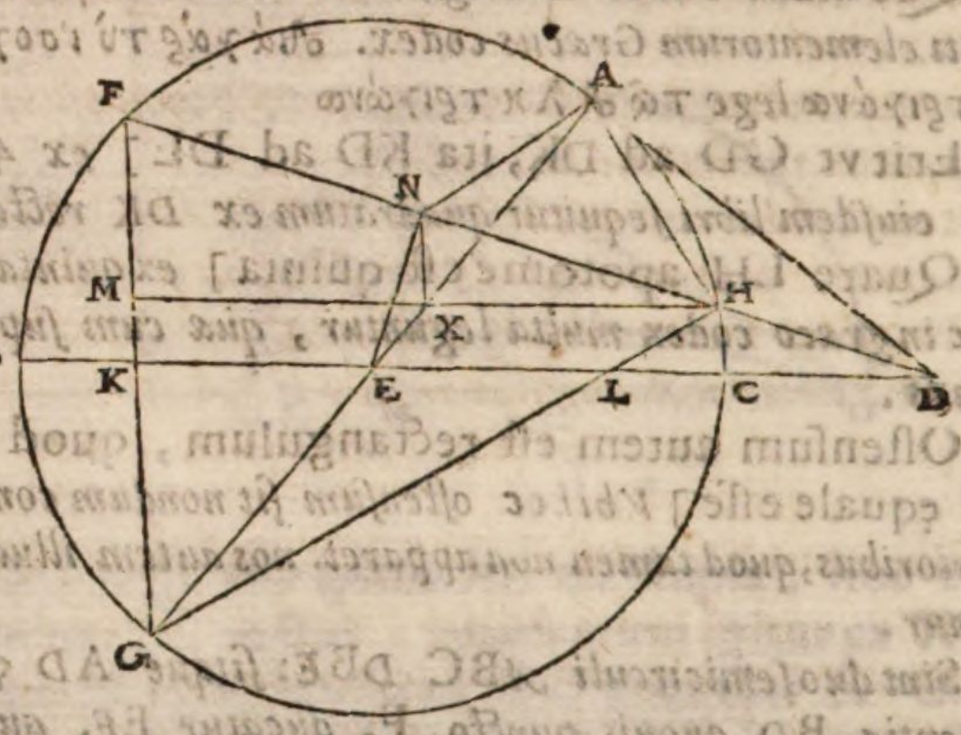
17. Sexti.

quòd cum angulus DFG *sit rectus, quadratum ex* DG *æquale est duobus quadratis, quæ* 47. primi
sunt ex DF FG. *rectangulum autem EDK est æquale duobus rectangulis, rectangulo* Prima
scilicet EDH, & ei quod ED HK continetur. quorum rectangulum quidem EDK o- secundi.
stensum est æquale quadrato ex DG, *rectangulum vero EDH æquale quadrato ex* DF.
reliquum igitur rectangulum, quod continetur ED HK reliquo quadrato ex FG *æquale*
erit, quod oportebat demonstrare.

Ergo KF est quæ cum rationali medium totum efficit] *ex* 96 *decimi li-* N
bri elementorum.

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII.

Sit circulus ABC, cuius centrum E, diameter BC, & recta linea contingens AD, quæ cum BC in puncto D conueniat. Ducatur autem DF, & iuncta AE producatur ad G, & FKG & GLH iungantur. Dico KE ipsi EL æqualem esse.



Factum iam sit, & ipsi KL parallela ducatur HXM. ergo MX est æqualis XH. ducatur etiam a puncto E ad FH perpendicularis EN. æqualis igitur est FN ipsi NH. erat autem & MX æqualis XH. ergo NX ipsi FM est parallela. & angulus HNX æqualis est angulo NFM, hoc est angulo HAX. & in circulo sunt puncta ANXH. est igitur angulus ANH æqualis angulo AXH, videlicet angulo AEL. & propterea in circulo sunt puncta AENDⁱ; rectus est enim vterque angulorum EAD END.

Componetur autem sic: Quoniam vterque angulorum EAD, END est rectus, puncta ADEN in circulo erunt. æqualis igitur est angulus AND angulo AED. Sed angulus AED est æqualis angulo AXH propterea quòd parallelæ sunt ED, XH. ergo in circulo sunt ANXH puncta: & angulus HAX angulo HNX est æqualis. angulus autem HAX æqualis est angulo HFM. ergo FM ipsi NX est parallela. & est FN æqualis NH. quare & MX ipsi XH æqualis erit. estque vt XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE. vt igitur XM ad EK, ita HX ad LE. & permutando. æqualis autem est MX ipsi XH. ergo & KE ipsi EL est æqualis.

COMMENTARIVS.

A Dico KE ipsi EL æqualem esse.] *Græcus codex* ὅυτως ἴσον ἐστὶν ἡ ΕΚ τῇ ΕΛ. *sed forte legendum erit* ὅτι ἴσον ἐστὶ ἡ ΕΚ τῇ ΕΛ.

B Factum iam sit] *hoc est ponatur KE æqualis EL.*

C Ergo MX est æqualis XH] *ob similitudinem triangulorum MGX KGE; & XGH EGL.*

D Aequalis igitur est FN ipsi NB] *ex 3 tertii libri elementorum.*

E Ergo NX ipsi FM est parallela] *ex 2 sexti elementorum. intelligatur autem iuncta NX Græcus codex* ἴσον ἄρα ἐστὶν ἡ ΝΞ τῇ ΜΖ. *Sed legendum, vt opinor,* παράλληλος ἄρα ἡ ΝΞ τῇ ΜΖ.

Et

Et angulus HNX æqualis eſt angulo NFM] *Ex 29. primi elemen-* F
torum.

Hoc eſt angulo HAX] *Sunt enim anguli HAG. HFG æquales, ex 21. tertii libri* G
elementorum.

Et in circulo ſunt puncta ANXH] *Hoc eſt in circuli circumferentia. Quoniam e-* H
nim anguli HAX HNX æquales ſunt, erunt puncta HANX in circumferentia eiuſdem circu li, ex conuerſa 21. tertii libri elementorum.

Eſt igitur angulus ANH æqualis angulo AXH] *Nam cum puncta HANX* K
ſint in circumferentia eiuſdem circuli, anguli ANH, AXH æquales erunt, ex 21. tertii elementorum.

Videlicet angulo AEL] *ex 29. primi elementorum, quòd XH EC ſint pa-* L
rallelæ.

Et propterea in circulo erunt puncta AEND] *Quippe cum anguli AND, AED* M
æquales ſint.

Rectus eſt enim uterque angulorum EAD, END] *Ob id etiam puncta AEND* N
erunt in circumferentia circuli, quod anguli EAD END *inter ſe ſint æquales, nempe recti.*

Componetur autem ſic] *Hic incipit compoſitio, quam præcedere debet conſtructio ea-* O
dem, quæ in reſolutione facta eſt.

Propterea quòd parallelæ ſint ED XH] *Græcus codex* διὸ τὰς παραλλήλους τὰ P
εξ θ. forte legendum διὰ τὰς παραλλήλους τὰς ε δ, ξ θ.

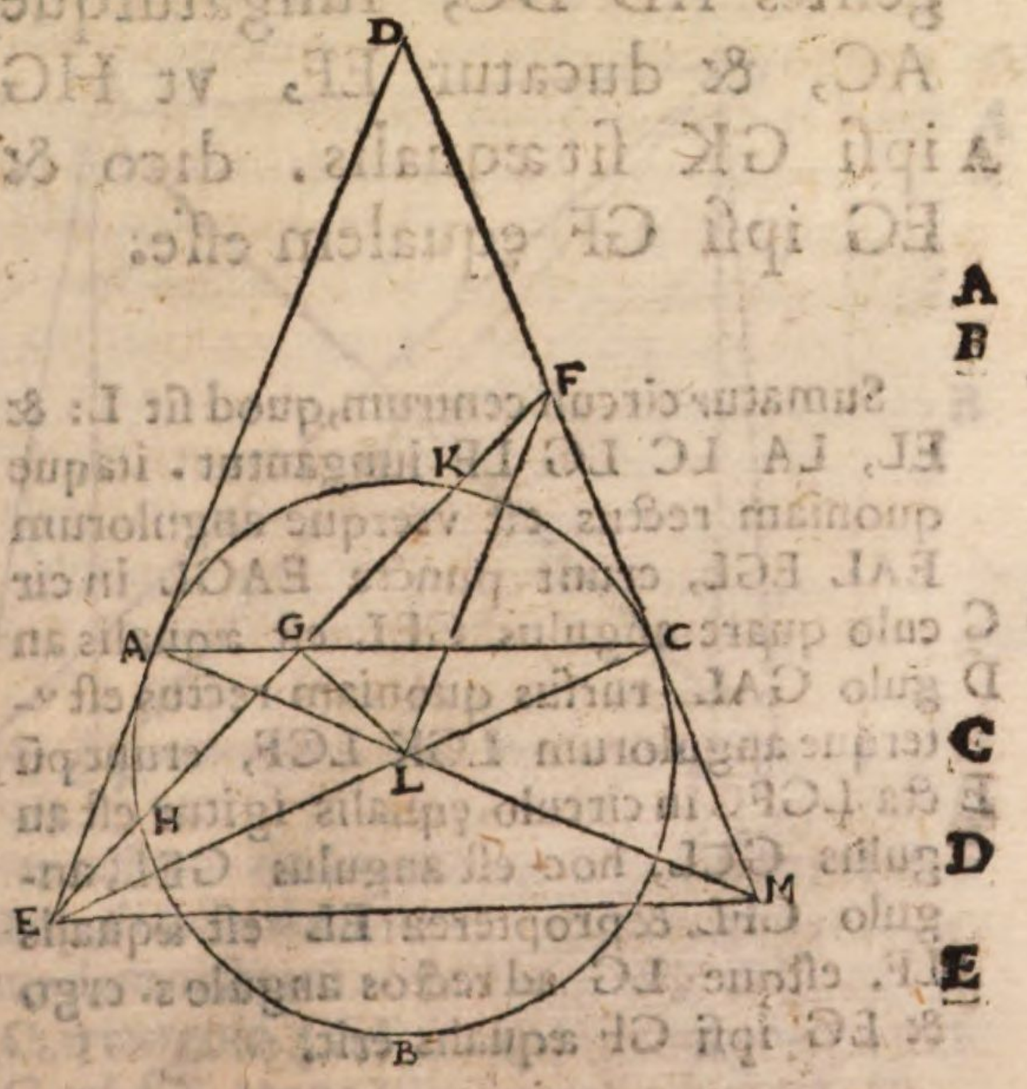
Angulus autem HAX eſt æqualis angulo HFM] *Ex 21. tertii elementorum, unde* Q
ſequitur, ut HNX angulus angulo HFM ſit æqualis: & idcirco recta linea FM parallela ſit ipſi NX. Græcus codex ἀλλ' ἡ ὑπὸ θ κ ξ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ θ ν ξ. *Sed legendum* τῇ ὑπὸ θ ζ μ.

Eſtque ut XG ad GE, ita & XM ad EK, & HX ad LE] *Græcus codex* καὶ ἐστιν ὡς ἡ R
ξ ν πρὸς κ ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ: τῇ δὲ θ ξ πρὸς λ ε. *legendum autem* καὶ ἐστιν ὡς ἡ ξ κ πρὸς κ ε, οὕτως ἡ μὲν ξ μ πρὸς ε κ, ἡ δὲ θ ξ πρὸς λ ε.

Vt igitur XM ad EK] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ξ μ πρὸς θ κ. *lege* πρὸς ε κ. S

THEOREMA V. PROPOS. V.

Sit circulus ABC, & contingentes rectæ lineæ AD DC: iungatur autem AC, & ducatur EF; ſitque EG æqualis GF. Dico & HG ipſi GK æqualem eſſe.



Ducatur ipſi AC parallela EM: ſumaturque circuli centrum L. & iungantur LA LF LC LM LG. Quoniam igitur EG eſt æqualis GF, & ME ipſi CF æqualis erit. atque eſt ad angulos rectos ipſi CL. ergo LF eſt æqualis LM. & quoniam æqualis eſt AD ipſi DC, erit AE æqua-

lis

lis MC. est autem & AL ipsi LC æqualis, & angulus OAL rectus æqualis re
4. primi &o MCL ergo & EL æqualis LM, hoc est LF. Sed EG æqualis est GF.
F est igitur GL ad EF perpendicularis. quare HG ipsi GK æqualis erit.
3. tertij

COMMENTARIVS.

A Et ducatur EF, sitque EG æqualis GF] *hoc est ducatur* EF, *ita vt* EG *ipsi* GF *sit æqualis, Græcus codex* καὶ ἀνήχθω ἡ ΕΖ. ἴσον ἴσῃ ἡ ΗΘ τῇ ΗΖ. *legendum* καὶ ἀνήχθω ἡ ΕΖ, καὶ ἔστω ἴσον ἡ ΕΗ τῇ ΗΖ.

B Dico & HG ipsi GK æqualem esse] *secet enim recta linea* EF *circuli circumferentiam in punctis* HK. *Græcus codex* οὕτως καὶ *post quę nonnulla desiderantur. Ego sic restituendum puto.* ὅτι καὶ ἡ ΗΘ τῇ ΗΚ ἐστιν ἴσον.

C Quoniam igitur EG est æqualis GF, & MC ipsi CF æqualis erit] *ex* 2 *sexti elementorum. nam in triangulo* EFM *recta linea* EM *ipsi* AC *est parallela.*

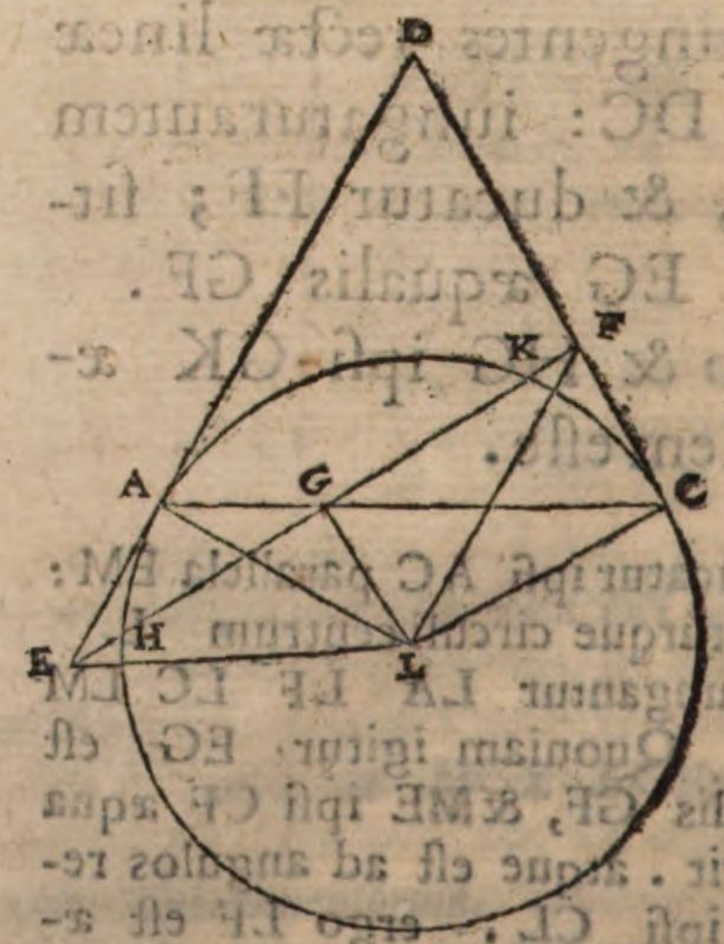
D Atque est ad angulos rectos ipsi CL. ergo LF est æqualis LM] *Quoniam enim recta linea* MCF *tangit circulum in puncto* C, *continebit* LC *cum ipsa angulos rectos ex* 18 *tertii; & sunt trianguli* LFC *duo latera* LC CF *æqualia duobus lateribus*
4. primi LC CM *trianguli* LMC. *ergo & basis* FL *basi* LM *æqualis erit.*

E Et quoniam æqualis est AD ipsi DC, erit AE æqualis MC] *primum horum patet ex* 36 *tertii libri elementorum, videlicet ex secundo corollario, nos ad ipsam addidimus. & cum recta linea* EM *parallela sit ipsi* AC, *fiunt triangula* ADC EDM
4. sexto *inter se similia. quare vt* AD *ad* DC, *ita* ED *ad* DM. *æquales autem sunt* AD DC *ergo & ED DM æquales erunt; à quibus si auferantur* AD DC, *relinquetur* AE *ipsi* MC *æqualis.*

F Est igitur GL ad EF perpendicularis] *Æqualia enim sunt, & similia triangula EGL GLF, quę ex æqualibus lateribus constant. ergo anguli ad* G *inter se æquales, & idcirco recti sunt.*

THEOREMA VI. PROP. VI.

Sit circulus ABC, & contingentes AD DC; iungaturque AC, & ducatur EF, vt HG
A ipsi GK sit æqualis. dico & EG ipsi GF æqualem esse.



Sumatur circuli centrum, quod sit L: & EL, LA LC LG LF iungantur. itaque quoniam rectus est vterque angulorum EAL EGL, erunt puncta EAGL in cir
B C culo quare angulus GEL est æqualis an
D gulo GAL rursus quoniam rectus est v-
C terque angulorum LGK LGF, erunt pũ
E cta LGFC in circulo. æqualis igitur est an
D gulus GCL, hoc est angulus GEL, angulo GFL. & propterea EL est æqualis
E LF, estque LG ad rectos angulos. ergo & EG ipsi GF æqualis erit.

COM-

COMMENTARIVS.

Dico EG ipsi GF æqualem esse] *Græcus codex* ὅυτως καὶ ἡ ΕΗ τῇ Ζ ἐστιν ἴση *Ego similiter legerem* ὅτι καὶ ἡ ΕΗ τῇ Κ Ζ ἐστὶν ἴση. A

Erunt puncta EAGL in circulo] *Hæc nos addidimus quæ in græco non erant, sed tamen desiderari videbantur.* B

Quare angulus GEL est æqualis angulo GAL] *Græcus codex* ἴση ἐστιν ἡ ὑπὸ τῶν ΗΕΛ γωνία &c. *Ego totum hunc locum ita restituerem* · ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστιν ἑκατέρα τῆς ὑπὸ ΤΗΣ ΕΑΛ, ΕΗΛ, ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ ΕΑΗΛ σημεῖα ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΗΕΛ γωνία τῇ ὑπὸ ΗΑΛ. C

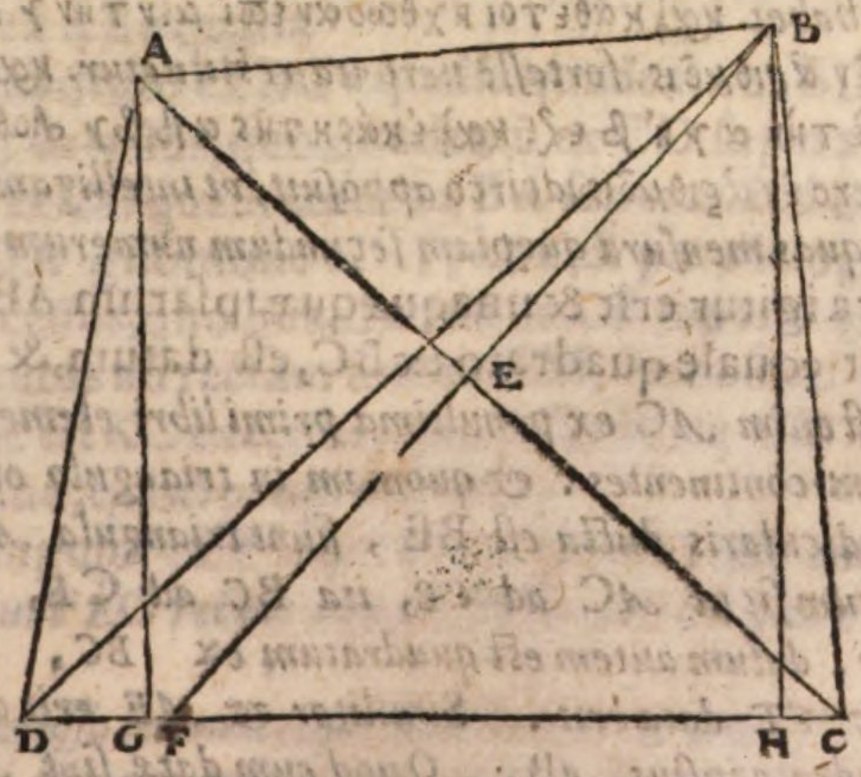
Rursus quoniam rectus est vterque angulorum LGK LCF, erunt puncta LGCF in circulo] *Græcus codex corruptissimus est, in quo sic legitur.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ἀπὸ ΤΗΣ ΛΗΚ ΛΓΖ κύκλων, ἐστὶ τὰ ΛΗΓΖ σημεῖα. *ego sic legendum arbitror.* ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῆς ὑπὸ ΤΗΣ ΛΗΚ ΛΓΖ ἐν κύκλῳ ἐστὶ τὰ ΛΗΓΖ σημεῖα. D

Aequalis igitur est angulus GCL, hoc est angulus GEL angulo GFL] *Est enim angulus GCL æqualis angulo GAL in triangulo æquicruri ALC. Sed angulo GAL æqualis erat angulus GEL. ergo anguli GCL GEL inter se æquales sunt. Græcus codex* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν ΗΛΓ γωνία. *lege* ἡ ὑπὸ τῶν ΗΓΛ γωνία. E

Si sint tres circuli positione, & magnitudine dati, qui sese contingant, & qui ipsos comprehendit circulus magnitudine datus erit. præmittuntur autem hæc. F

THEOREMA VII. PROPOS. VII.

Sit quadrilaterum ABCD, rectum angulum habens ABC, & datam vnamquamque rectarum linearum AB BC CD DA. ostendendum est rectam lineam, quæ BD puncta coniungit, datam esse.

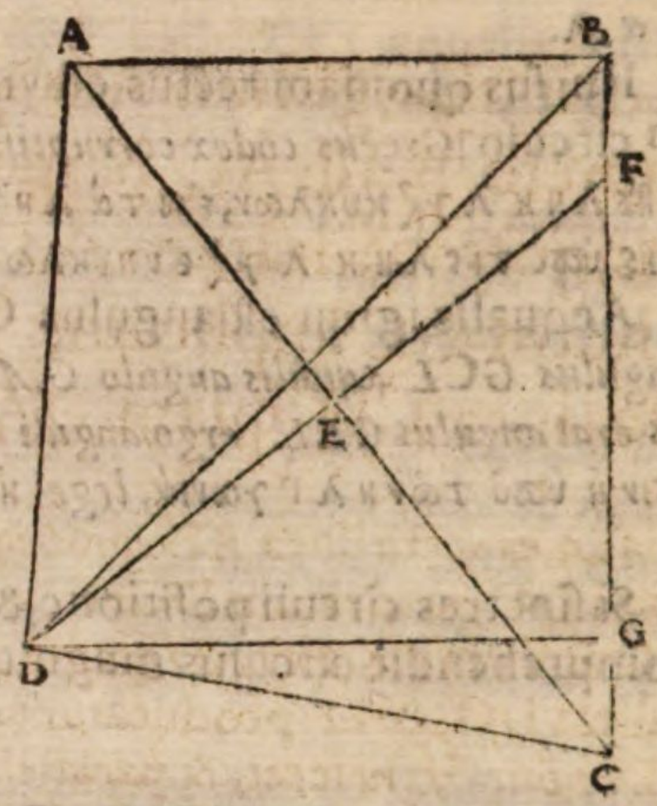


Iungatur AC, & perpendiculares ducantur, ad CD quidē recta linea AG, ad AC uero ipsa BEF. & data est in numeris vnaquæq; ipsarū AB BC: angulusque ABC ē rectus, & perpendicularis BE. data igitur erit & unaquęque ipsarū AE, EC, AC, BE. rectāgulū. n. ACE cum sit æquale quadrato ex BC est datū; & data AC. quare & AE EC datæ erūt. Rursus qm̄ unaquęque rectarū linearū AC CD DA est data: & est AG perpendicularis, data erit & vnaquæque ipsarum DG GC. etenim excessus, quo quadratum ex AC superat quadratum ex DA, ad rectam lineam CD applicatas datū facit excessum, quo recta linea CG ipsam GD superat, quod lemmate demonstratū est, adeo ut DG GC, AG datæ sint. Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum est, vt GC ad CE, ita erit & AC ad CF, & AG ad EF. atque est proportio GC ad CE

data. datæ igitur erunt & CF FE. Sed & ipsæ EB BC. ergo & vnaquæque ipsa-
G rum FB BC CD est data. ducatur ad CF perpendicularis BH. datę igitur sunt
H FH HC BH. quare & vtraque ipsarum DH HB est data, angulus autem BHD
est rectus. ergo & BD data erit.

ALITER.

Ducatur ad AC perpẽdicularis DE, & ad F. produca-
K tur. Quoniam igitur data est vnaquęquæ rectarũ
linearum AD DC CA, & perpendicularis DE,
vtraque etiam AE EC erit data. & cum triangu
lum ABC triangulo CEF æquiangulum sit, ut CE
ad EF, ita erit CB ad BA. data est autem ipsius
CB ad BA proportio. quare & proportio CE ad
EF data erit. estque CE data. data igitur & EF.
Sed & data DE. ergo tota DF erit data. Eadem
ratione dabitur utraque ipsarum FFC. Vt enim
L AC ad CB, ita FC ad CE. & data est proportio
AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur.
& est data CE. data igitur erit & CF. Rursus a pun
cto D ducatur perpendicularis DG. data est igitur
utraque ipsarum DG GF. ergo utraque BG GD
M data. & angulus ad G est rectus. quare & BD da-
ta erit.



COMMENTARIVS.

A Et perpendiculares ducantur; ad CD quidem recta linea AG; ad AC uero ipsa BEF. & data est unaquæquæ ipsarum AB BC] *Græcus codex corruptus, & mancus est, qui sic habet.* καὶ κάθετοι ἤχθωσαν ἐπὶ μὲν τὴν γ λ ἡ α κ, ἐπὶ δὲ τὴν τῶν α β β γ. λοθείσαι
A ἐσιν ἡ ἐν ἀριθμοῖς. *fortasse uero ita restituetur.* καὶ κάθετοι ἤχθωσαν, ἐπὶ μὲν τὴν γ λ ἡ α κ. ἐπὶ δὲ τὴν α γ ἡ β ε ζ. καὶ ἑκάστη τῆς α β β γ λοθείσα ἐσιν ἐν ἀριθμοῖς, καὶ ὀρθή ἐσιν, & c. *illud uero* ἐν ἀριθμοῖς *idcirco apposuit, ut intelligamus rectas lineas illas in numeris datas esse, nempe quas mensura quępiam secundum numerum metitur notum.*

B Data igitur erit & unaquæquæ ipsarum AE, EC, AC BE. rectangulũ enim ACE cum sit ęquale quadrato ex BC, est datum, & data AC. quare & AE EC datæ erunt] *Data est enim AC ex penultima primi libri elementorum, quod datę sint AB, BC, rectum angulum continentes. & quoniam in triangulo orthogonio ABC ab angulo recto ad basim*
8. Sexti. *perpendicularis ducta est BE, fiunt triangula ABE EBC similia toti, & inter sese.*
17 sexti. *quare cum sit ut AC ad CB, ita BC ad CE, erit rectangulum ACE quadrato ex BC æquale. datum autem est quadratum ex BC, quòd & ipsa BC, & est AC data. ergo & CE data erit. Similiter & AE erit data. rectangulum namque CAE æquale est quadrato ipsius AB. Quod cum datæ sint AE EC, & quadrata earum data erunt. ergo & datum quadratum ex BE: vtraque enim quadrata, quæ ex BE EC æqualia sunt quadrato ex B: & vtraque ex BE EA quadrata quadrato ex AB sunt æqualia. Græcus codex* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ β γ γίνεται λοθέν. *legendum autem.* καὶ γὰρ τὸ ὑπὸ α γ ε ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ β γ γίνεται λοθέν. καὶ λοθείσα ἐσιν ἡ α γ. ὥστε ἑκάστη τῆς α ε ε γ ἔσαι λοθεῖσα.

Et est

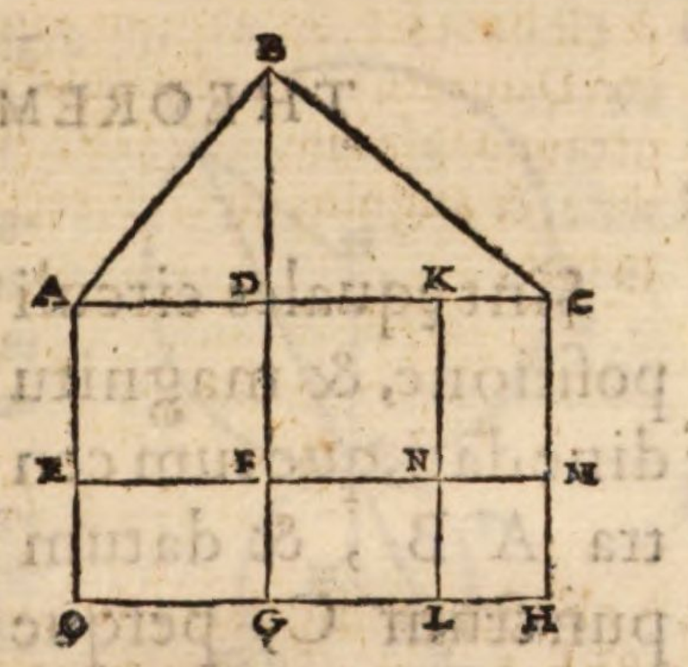
Et eſt AG perpendicularis] *Corrigendus græcus codex, qui ſic habet.* καὶ κάθε τός ἐστιν ἡ λη. *lege* ἡ αη. C

Data erit & unaquæque ipſarum DG GC] *Demonſtratur hoc ſequenti lemmate. quã quam ex 13. propoſitione ſecundi libri elementorum demonſtrari poteſt. nam ſi dimidium exceſſus, quo quadrata ex AC CD ſuperant quadratum ex AD, applicetur ad rectam lineam, CD latitudinem faciet ipſam CG.* D

Etenim exceſſus, quo quadratum ex AC ſuperat quadratũ ex DA ad rectã lineam CD applicatus datum facit exceſſum, quo recta linea CG ipſam GD ſuperat, quod lemmate demonſtratum eſt] *Vbi hoc lemma ſit non uidi. Sed tamen nos illud idem demonſtrare aggrediemur.* E

LEMMA.

Sit triangulum ABC, cuius latus BC maius ſit latere AB: & a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BD. Dico ſi exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA ad rectam lineam AC applicetur, latitudinem facere exceſſum, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat.



Fiat.n. ex recta linea AD quadratũ AEFD, & ex recta linea DC quadratum DGHC. deinde a recta linea DC abſciſſa DK ipſi AD æquali, per K ducatur KL parallela DG, & EF producatur ad M, ut rectam lineã KL in puncto N ſecet, & parallelogrammum ACHO compleatur. erit quadratum NH, quod fit ex recta linea KC, & DN quadratum æquale quadrato DE, ac propterea gnomõ KHF erit exceſſus, quo quadratũ DH ſuperat quadratũ DE. Sed parallelogrammũ EG ẽ æquale parallelogrãmo GN, cũ rectæ lineæ EF FN ſint æquales: & parallelogrãmũ GN æquale parallelogrãmo NC. ergo parallelogrãmũ EG ipſi NC æquale erit, & totũ EH parallelogrammum gnomoni KHF æquale. Quoniã igitur quadrato ex AB æqualia ſunt utraque quadrata ex AD DB, & quadrato ex BC æqualia quadrata ex BD DC, ſublato communi quadrato ex BD, erit exceſſus, quo quadratũ ex CD ſuperat quadratum ex DA idem, quo quadratum ex CB quadratum ex BA ſuperat. Sed quadratum ex CD ſuperat quadratum ex DA gnomone KHF, hoc eſt parallelogrãmo EH. ergo parallelogrammũ EH eſt exceſſus, quo quadratum ex CB ſuperat quadratum ex BA. qui quidem exceſſus applicatus ad rectam lineam EM, hoc eſt ad AC latitudinem efficit HM, hoc eſt KC. atque eſt KC exceſſus, quo recta linea CD ipſam DA ſuperat. patet igitur uerum eſſe illud, quod proponebatur. 47 primi

Et quoniam triangulum AGC triangulo CEF æquiangulum eſt] *Eſt enim angulus ACG vtrique communis, & angulus FEC rectus æqualis recto AGC. quare & reliquus reliquo æqualis.* F

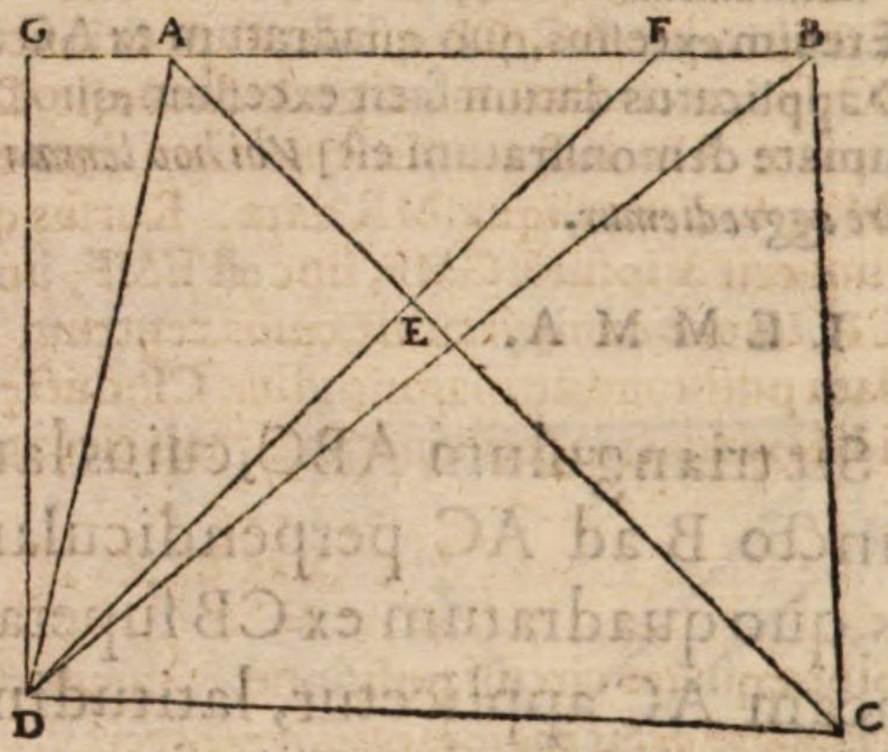
Datæ igitur ſunt FH HC BH] *Ex præmiſſo lemmate, quemadmodum ex DG GC AG.* G

Angulus autem BHD eſt rectus] *Græcus codex* καὶ ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ βθα *corrige* ἡ ὑπὸ βθδ. H

Quoniam igitur data eſt unaquęque rectarum linearum AD DC CA, & perpendicularis DE, erit & utraque ipſarum AE EC data] *Hoc concludetur quemadmodum in antecedente. Græcus codex* ἐπεὶ δοθέισα ἐστὶν ἑκάστη τῆς αδ δγ γα, καὶ κάθετος ἡ δε, δοθέισα ἔσται ἑκατέρα τῆς αε εγ. *lege* καὶ ἑκατέρα τῆς αε εγ. K

Et data eſt proportio AC ad CB. quare & proportio FC ad CE dabitur. & eſt CE data. data igitur & CF] *Cum autem* CF *data ſit, & tota* CB, *erit &* BF *data. In græco codice multa deſiderari uidentur; qui ſic habet.* καὶ δοθεὶς ὁ τῆς α Γ πρὸς Γ β λόγος. *ego hæc addenda cenſeo.* δοθεὶς ἄρα καὶ ὁ τῆς ζ Γ πρὸς Γ ε λόγος. καὶ δοθεῖσά ἐστιν ἡ Γ ε. δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ γ ζ.

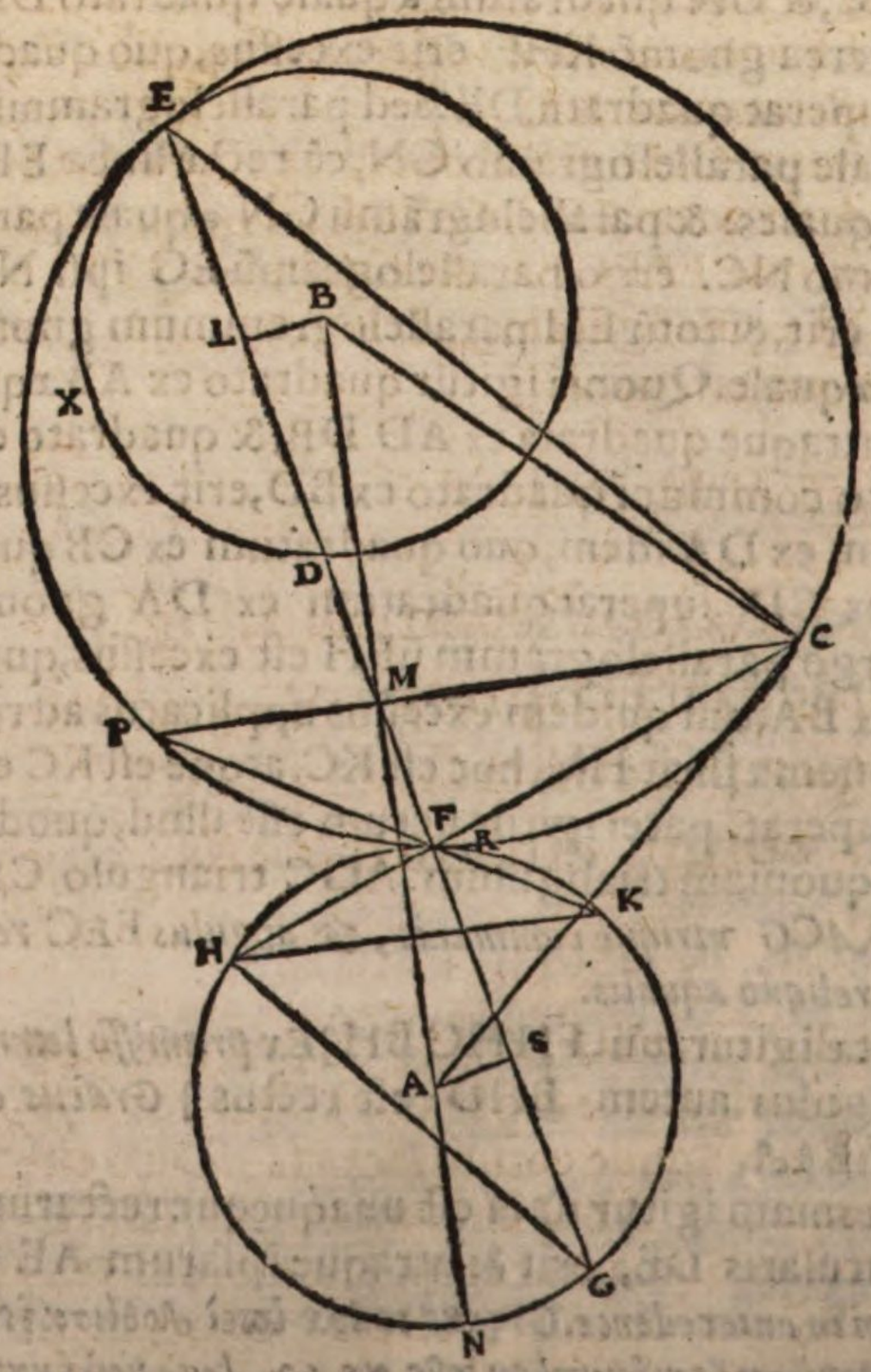
Quare & BD data erit] *Hoc modo propoſitum demonſtrabitur, quando recta linea* DE *producta cadit in* BC. *Quod ſi in* AB *cadat, vt in ſubiecta figura, erit triangulum* AEF *triangulo* ABC *ſimile. quare vt* AB *ad* BC, *ita* AE *ad* EF. *& eſt* AE *data. ergo &* EF. *Sed & data* DE. *& tota igitur* DF *data erit. vt autem* BC *ad* CA, *ita* EF *ad* FA. *& data eſt* EF. *quare &* FA. *Sed &* AB *data. ergo &* BF *dabitur. Rurſus a puncto* D *ad* AB *perpendicularis ducatur* DG. *erunt* AG GF DG *datæ. ergo &* GB. *atque eſt angulus ad* G *rectus. &* BD *igitur data erit.*



THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.

A Sint æquales circuli poſitione, & magnitu
B C dine dati, quorum centra A B, & datum punctum C, perque C deſcribatur circulus CEF, contingens circulos, quorum centra AB. Dico ipſius diametrum datam eſſe.

D Iungantur EFG CFH,
E CMP AB CE PFK HK. fit igitur GH ipſi CE parallela, propterea quod anguli ad uerticem EFC GFH æquales ſunt, & ſimiles circumferentiæ EPF GKF; & triangulum CEF triangulo FHG
F æquiangulum. Eadem quoque ratione & HK ipſi PC eſt parallela, & æquales ſunt circu-



circuli,quorum centra AB. æqualis igitur est FG ipsi DE . ducantur perpendiculares AS BL. ergo AS ipsi BL est æqualis . quare & BM æqualis MA, & LM ipsi MS: duo enim triangula BLM, ASM duos angulos ad uerticem æquales habent, & rectos angulos ad puncta LS. habent autem & unum latus vni latere æquale,& perpendiculare,videlicet BL ipsi AS. Et data est unaquęque ipsarum ML LB MS SA, & ita FG DE, & BL LS. data igitur & vtraque ipsarum BM MA. Sed & utraque AC CB est data . positione.n.sunt ABC puncta . quare triangulũ ABC specie est datum . ergo & data erit CM, perpendiculari scilicet a puncto C ad ipsam AB ducta . Et quoniam data est NR diameter circuli GHK, & data MA, erit & reliqua MR data. Rursus quoniam datum est rectangulum NMR, datum erit & ipsum GMF, hoc est EMF, hoc est CMP. & data est CM. data igitur & CP. Itaque cum circulus,cuius centrum A positione, ac magnitudine datus sit, & data positione,ac magnitudine CP;ductęque sint PFK, CFH,ita ut CP parallela sit ipsi KH;data erit & diameter circuli circa triangulum CFP,hoc est CEF descripti.

G H K

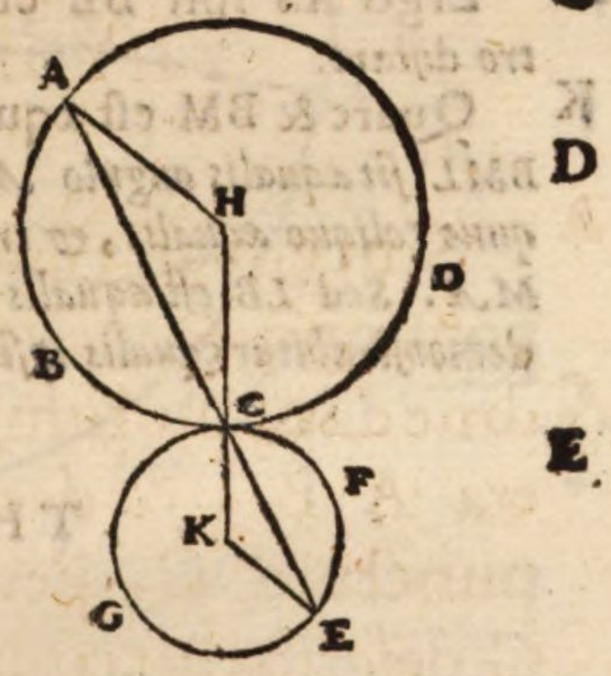
COMMENTARIVS.

Sint æquales circuli positione,& magnitudine dati,quorum centra AB] *Circulos magnitudine datos hoc loco intelligere oportet, vt arbitror, quemadmodum supra, nempe quorum diametri in numeris dantur.* A

Et datum punctum C] *Vt datę quoque sint rectæ lineę, quę a puncto C ad circulorum centra A B pertinent.* B

Perque C describatur circulus CEF contingens circulos,quorum centra A B] *Contingat dictos circulos in punctis EF.* C

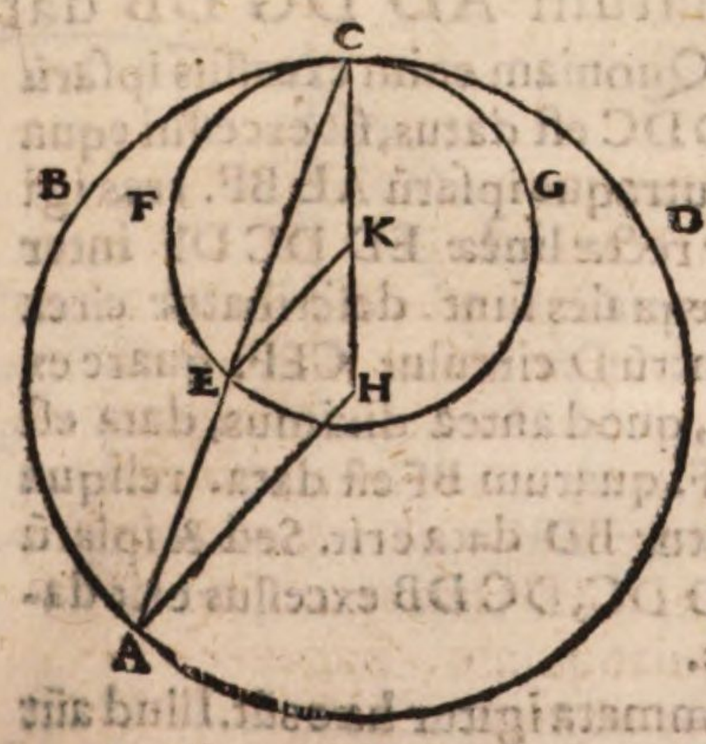
Iungantur EFG,CFH, CMP, AB CE PFK, HK] *Iungantur EF CF, & producantur, ut secēt circulum, cuius centrum A in punctis GH. deinde iuncta AB, quę secet rectam lineam EF in M, ducatur CMP. & rursus iuncta PF, productaque ad K, iungatur HK.* D



Fit igitur GH ipsi CE parallela, propterea quod anguli ad uerticem EFC GFH æquales sunt,& similes circumferentiæ EPF GKF, & triangulum ECF , triangulo FHG est æquiangulum] *Ad hoc demonstrandum infrascripto lemmate utemur.*

LEMMA.

Si duo circuli se mutuo,siue intus,siue extra contingant, recta linea,quæ per contactum ducitur, similes eorum circumferentias abscindit.



Sint duo cīculi ABCD,FFCG,qui sese in pũcto C contingant: & per C ducatur recta linea AE utrumque eorum secans. Dico circumferentiam ABC circumferentiæ EFC similem esse. Sumantur enim circulorum centra HK, ut circuli ABCD centrum sit H, circuli uero EFCG sit centrum K, iungan-

turque

turque HA, KE, & HK, quæ per contactum C transibit ex 11. & 12. tertii libri elementorum. Itaque quoniam angulus ACH est æqualis angulo ECK, & circa alios angulos, qui ad HK latera sunt proportionalia, est enim AH æqualis HC, quod a centro ad circumferentiam, & EK ipsi KC, & reliquorum vterque est recto minor: triangula AHC, EKC inter se similia erunt, & angulus AHC angulo EKC æqualis. circumferentia igitur ABC similis est circumferentię EFC, & idcirco reliqua ADC reliquæ EGC similis, atque illud est quod oportebat demonstrare.

Cum igitur circumferentia EPF similis sit circumferentiæ GKF, erit angulus ECF æqualis angulo FHG. Sed anguli ad verticem EFC GFH sunt æquales. reliquus igitur angulus CEF reliquo HGF æqualis erit. & triangulum triangulo æquiangulum. quare ex 28. primi sequitur rectam lineam HG ipsi CE parallelam esse.

F Eadem quoque ratione & HK ipsi PC est parallela] *Est enim ex iis, quę demonstrata sunt, circumferentia PF similis circumferentiię EK, & circumferentia CF ipsi FH. quare & angulus PCF angulo FHK est æqualis, anguluſque CPF angulo HKF: & qui ad verticem PFC ipsi HFK, & triangulum FPC triangulo FHK ęquiangulum. recta igitur linea HK rectæ PC est parallela.*

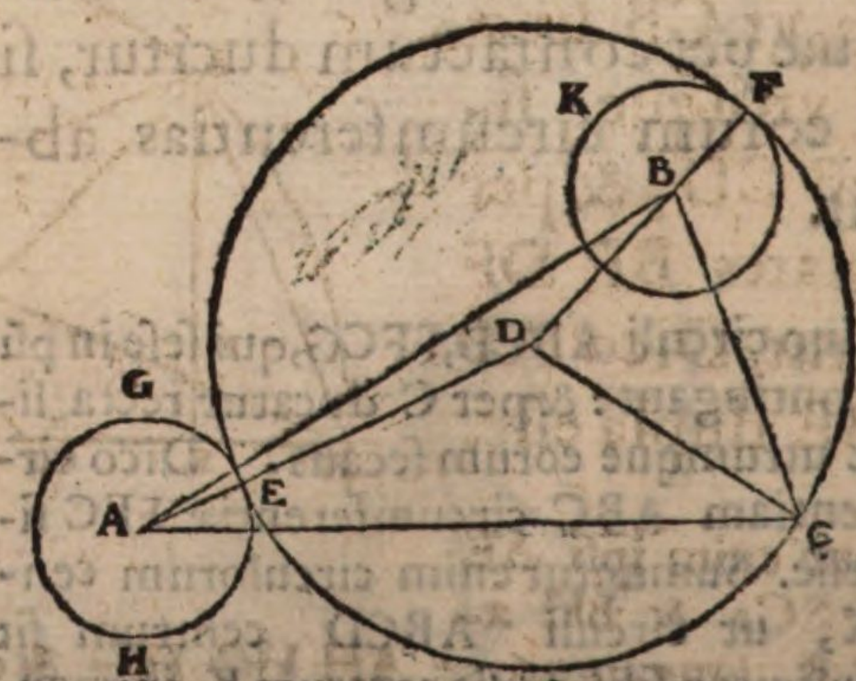
G Aequalis igitur est FG ipsi DE] *Quoniam enim circumferentia EXD similis est circumferentiæ EPF, atque eidem similis est FKG circumferentia; erit & circumferentia EXD circumferentiæ FKG similis, & sunt æqualium circulorum. recta igitur lineæ ED rectę FG æqualis erit.*

H Ergo AS ipsi BL est æqualis] *In circulo enim ęquales rectæ lineæ ęqualiter a centro distant.*

K Quare & BM est æqualis MA, & LM ipsi MS] *Nam cum angulus ad verticem BML sit æqualis angulo AMS, & rectus angulus ad L ęqualis recto ad S; erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. Vt igitur LB ad SA, ita BM ad MA. Sed LB est æqualis SA. ergo & BM ipsi MA æqualis erit. & eadem ratione LM demonstrabitur ęqualis ipsi MS.*

THEOREMA IX. PROPOS. IX.

Sit triangulum ABC, habens unumquodque latus datum, & punctum intra D: & quo superat AD ipsam DC, eo superet CD ipsam DB; sitque excessus datus. Dico unamquamque ipsarum AD DG DB datam esse.



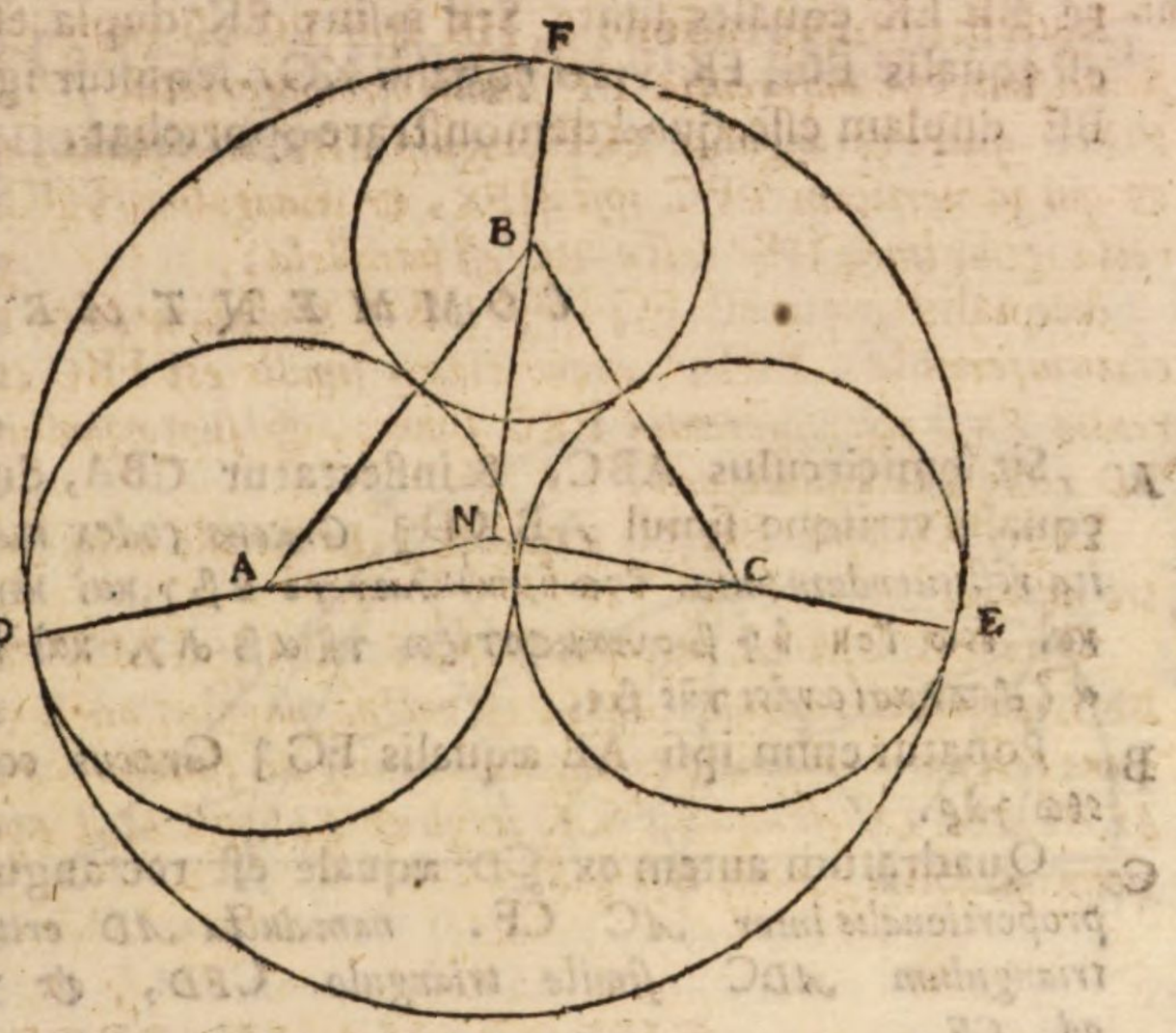
Quoniam enim excessus ipsarū AD DC est datus, sit excessui ęqualis utraque ipsarū AE BF. tres igitur rectæ lineæ ED DC DF inter se æquales sunt. describatur circa centrū D circulus CEF. quare ex eo, quod antea diximus, data est DF. quarum BF est data. reliqua igitur BD data erit. Sed & ipsarū AD DC, DC DB excessus erit datus.

Lemmata igitur hæc sūt. Illud aūt est, quod imprimis quæritur.

THEO-

THEOREMA X. PROPOSITIO X.

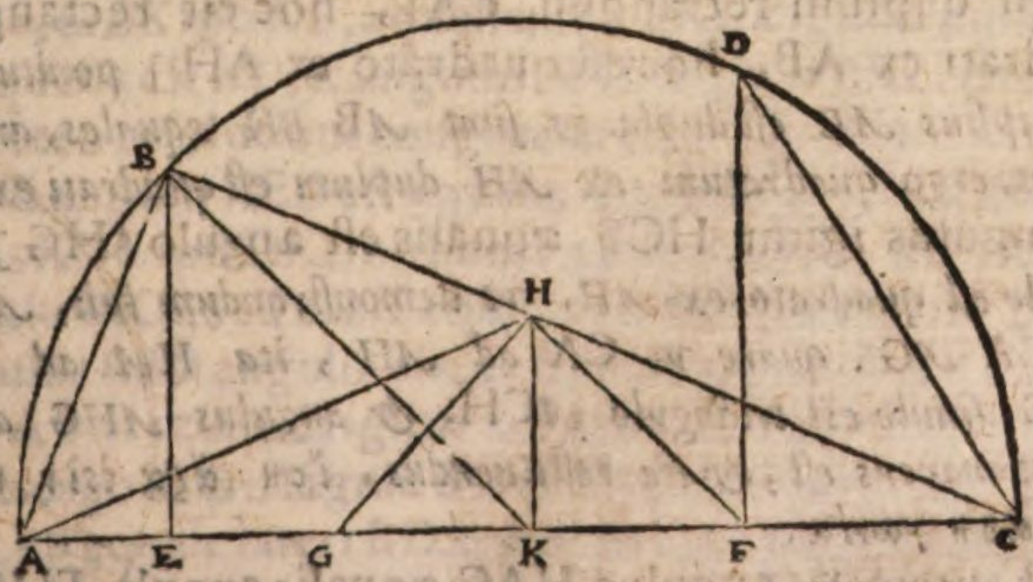
Sint tres circuli inæquales, qui sese contingant, & datas habeant diametros, quorum centra ABC: & circa ipsos sit circulus contingens DEF, cuius oporteat diametrum inuenire.



Sit autem ipsius centrũ N: & centra ABC iungãtur, AB AC CB, & præterea NAD NBF NCE ducantur. Itaque quoniam diametri circulorum, quorum centra ABC, datæ sunt, fiet etiam vnaquæque ipsarum AB BC CA data, & differentiæ ipsarũ AN NC NB datæ. ex eo igitur, quod ante descriptum fuit, data est AN. sed & AD data. quare circuli DEF diameter dabitur. & hoc quidem vnum terminum habet. reliqua autem subscribam.

THEOREMA XI. PROP. XI.

Sit semicirculus ABC, & inflectatur CBA. ducaturque CD ita, vt CB sit æqualis vtrisque simul AB CD, & perpẽdiculares BE DF ducantur. Dico AF ipsi⁹ BE duplã esse.



Ponatur enim ipsi AE æqualis EG: & BH æqualis AB, iunganturque AH HG HF: & ducta HK perpendiculari, iungatur

tur BK. Quoniam igitur CB æqualis est vtrisque AB DC, quarum BH ipsi BA est æqualis, reliqua HC reliquæ CD æqualis erit; ergo quadratũ ex CD est
C æquale quadrato ex CH. quadratum autem ex CD æquale est rectangulo
D ACF. rectangulum igitur ACF quadrato ex GH est æquale, & ob id angu
E lus FHC æqualis est angulo HAG. rursus quoniam rectangulum CAE æqua-
F le est quadrato ex AB, erit duplum rectanguli CAE, hoc est rectangulum
G CAG, æquale duplo quadrati ex AB, hoc est quadrato ex AH. angulus igitur
H HCF æqualis est angulo AHG. est autem & angulus HAG æqualis angulo
K FHC. ergo reliquus AGH reliquo HFC est æqualis, ac propterea GH æqualis
L HF. & ducta est HK perpendicularis; quare FK ipsi KG æqualis erit. Et quo-
M niam vterque angulorum ABH AKH rectus est, & quadrilaterum ABH est in
N circulo, angulus BHA æqualis erit angulo BKA: angulus autem BHA est dimidia pars recti, ergo & dimidia recti est BKA. rectus autẽ BEK angulus. qua
6. primi. re BE EK æquales sunt, Sed ipsius EK dupla est AF, quoniam AE quidẽ est æqualis EG, FK vero æqualis KG. sequitur igitur rectam lineam AF ipsius BE duplam esse. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sit semicirculus ABC, & inflectatur CBA, ducaturque CD, ita ut CB sit æqualis vtrisque simul AB CD] *Græcus codex magna ex parte mancus est, quem ita restituendum puto.* ἔστω ἡμικύκλιον τὸ αβγ, καὶ κεκλάσθω ἡ γβα, καὶ διήχθω ἡ γδ; καὶ ἔστω ἴση ἡ γβ συναμφοτέρῳ τῇ αβ δγ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν βε δζ. ὅτι ἡ αζ διπλασίων ἐστὶ τῆς βε.

B Ponatur enim ipsi AE æqualis EG] Græcus codex καὶ κείσθω γὰρ. lege κεῖσθω γὰρ.

C Quadratum autem ex CD æquale est rectangulo ACF] *est enim CD media proportionalis inter AC CF. nam ducta AD erit ex octaua sexti elementorum triangulum ADC simile triangulo CFD, & vt AC ad CD, ita DC ad CF.*

D Et ob id angulus FHC æqualis angulo HAG] *Quoniam ob similitudinem triangulorum ADC CFD, vt AC ad CD, hoc est ad CH, ita DC ad CF, hoc est HC. ad CF. erit triãgulũ AHC triangulo HCF simile ex 6 sexti elementorum, cum circa eundem angulum, qui adest ad C latera proportionalia sint, ergo & anguli angulis æquales, quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.*

E Rursus quoniam rectangulum CAE æquale est quadrato ex AB] *namque AB media proportionalis est inter CA AE ex octaua sexti elementorum.*

F Erit duplum rectanguli CAE, hoc est rectangulum CAG æquale duplo quadrati ex AB, hoc est quadrato ex AH] *ponitur enim AE æqualis EG, quare AG ipsius AE est dupla. & sunt AB BH æquales, angulusque ABH in semicirculo*
45. primi *rectus, ergo quadratum ex AH duplum est quadrati ex AB.*

G Angulus igitur HCF æqualis est angulo AHG] *quoniam rectangulum CAG*
17. sexti. 6 *æquale est quadrato ex AH, vt demonstrandum fuit, AH media proportionalis erit inter CA AG. quare vt CA ad AH, ita HA ad AG. rursus igitur triangulum AHG simile est triangulo ACH, & angulus AHG angulo ACH æqualis. Græcus codex mancus est, & ita restituendus.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῆς θγζ γωνία τῇ ὑπὸ τῆς αθη γωνία.

H Est autem & angulus HAG æqualis angulo FHC] *ex eo, quod proxime demonstratum est.*

K Ergo reliquus AGH reliquo HFC est æqualis] *hoc est reliquus angulus trianguli AHG æqualis reliquo trianguli HCF, vt etiam triangula AHG HCF similia sint.*

Ac propterea GH æqualis HF] *cum enim anguli AGH HFC sint æquales, & reliqui ex duobus rectis* HGF HFC *æquales erunt, itemque æquales rectæ lineæ* GH HF. L 6. primi.

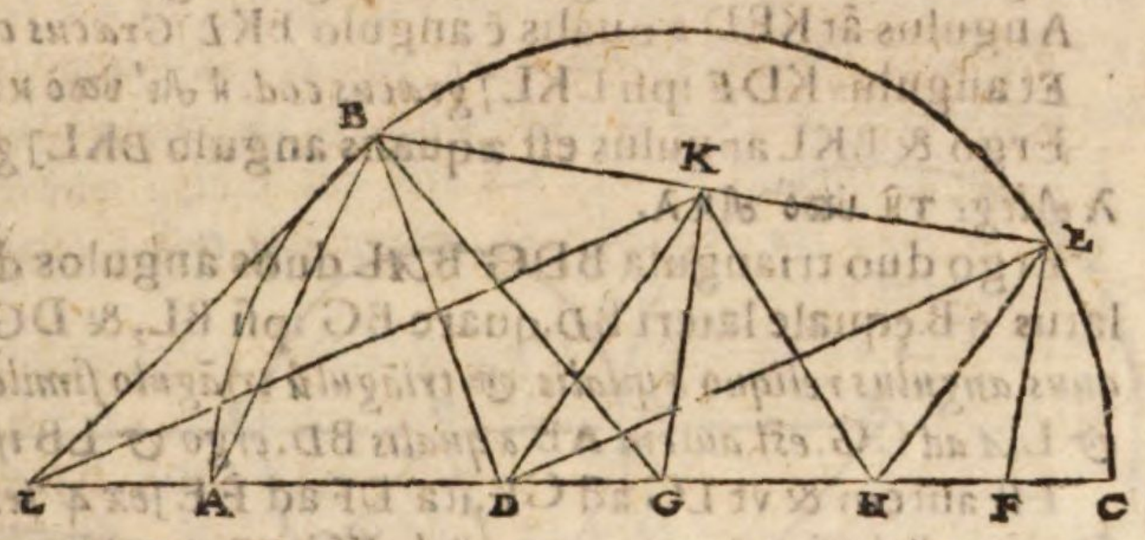
Et quadrilaterum ABHK est in circulo [*Si enim circa diametrum* AH *circulus describatur, per* BK *puncta transibit.* M 31 tertii

Angulus BHA æqualis erit angulo BKA [*Quippe cum in eadem circuli portione consistant.* N

THEOREMA XII. PROPOS. XII.

Sit semicirculus ABC, & inflectatur ABD, sitque AB æqualis BD: ipsi uero BD ducatur ad rectos angulos DE, & BE iungatur; cui ad rectos angulos ducatur EF: sitque centrum G; & ut AG ad GD, ita sit DH ad HF, & iungatur HE. Dico angulũ BED angulo DEH æqualem esse.

Ducatur a puncto G ad *BE* perpendicularis GK, & iungatur KD, ergo bK ẽ æqualis KE, atque est ãgulus BDE rectus: tres igitur rectæ lineæ BK KD KE inter se æquales sũt; & GK parllela est ipsi EF. Itaque quoniam angulus KE*D* est æqualis ãgulo D*EH*, atq; est DK æqualis KE; erit angulus KDE æqualis angulo KED. & idcirco KDE ãgulus ipsi DEH ẽ æqualis. & DK parallela est EH. Ducatur ipsi DE parallela KL, & CD ad L producatur, iũgatur que BL: Quoniam igitur KL quidem ipsi DE parallela est: KG vero parallela. EF, & KD ipsi *E*H, erit triangulum KLG æquiangulum triangulo *ED*F, & triangulum DKG triangulo HEF. quare vt LG ad GK, ita DF ad FE: & vt KG ad GD, ita EF ad FH: ergo ex æquali vt LG ad GD ita DF ad FH: & diuidendo vt LD ad DG, ita DH ad HF, ponebatur autem & vt *DH* ad HF, ita AG ad G*D*: vt igitur LD ad *D*G, ita DH ad HF, hoc est AG ad *GD*. quare LD ipsi AG est æqualis. & ob id LA ipsi *D*G. Sed & *A*B est æqualis BD. ergo LB ipsi BG æqualis erit. At *B*G est æqualis vtrique LD AG. ergo BL ipsi LD. Quoniam enim KL parallela est DE, & *D*K ipsi KE, æqualis; erit BK*L* angulus æqualis angulo LKD. & quoniam EK æqualis est KD, & angulus BKL angulo *D*KL. erit & *B*L ipsi LD æqualis. Compositio vero resolutioni congruens erit. Quoniam enim DK æqualis est KE, & angulus K*D*E angulo KE*D* est æqualis. angulus autem K*E*D æqualis est angulo BKL: & angulus KDE ipsi DKL ob lineas parallelas KL, *E*D. ergo & *BKL* angulus est æqualis angulo DKL, Sed & *B*K æqualis est KD. basis igitur BL basi LD æqualis erit. quare & angulus LBD angulo BD*A*, hoc est angulo DAB, hoc est ABG. cõis auferatur angulus AB*D*. reliquus igitur LBA æqualis est reliquo DBG. Sed & BDG æqualis ipsi BAL. ergo duo triãgula BDG BAL duos angulos duobus ãgulis æquales habẽt, & latus *A*B æquale lateri BD. quare BG ipsi BL, & DG ipsi *L*A ẽ æqualis, propterea q; LD ipsi AG. Itaq; qm̃ vt AG ad *G*D, ita ponit ee DH ad HF, atq; ẽ *A*G æqualis LD, erit vt *LD* ad DG, ita *D*H ad *HF*: & cõponẽdo vt LG ad *G*D, ita *D*F



3. tertii.
A
28. prim.
B
5. primi.
C
28. primi

NO ad FH. est autē & vt LG ad GK, ita DF ad FE. & vt KG ad KC ad GD, ita EF ad FH.
P & angulus EFH est æqualis angulo KGD ob lineas parallelas EF KG. ergo angulus
28 prim. EHF angulo KDG est æqualis: & idcirco recta linea KD rectæ EH parallela. angu-
29 lus igitur KDE, hoc est KED angulo DEH æqualis erit.

COMMENTARIVS

A Tres igitur rectæ lineę BK KD KE inter se æquales sunt] *Si enim centro K & interuallo KB circulus describatur, transibit is per punctum D. ergo KD ipsi KB est æqualis.*

B Itaque quoniam angulus KED est æqualis angulo DEH & reliqua] *Hic incipit resolutio. omisit enim illud, quod demonstrare oportet.*

C Et idcirco KDE ipsi DEH est æqualis.] *Græcus codex.* ὅτι ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ γ δε τῇ ὑπὸ δεσ ἴσην ἐστίν. *lege* τῇ ὑπὸ δεθ.

D Et ob id LA ipsi DG] *Nempe ablata vtrique communi AD.*

E Ergo LB ipsi BG æqualis erit] *Quoniam enim AB est æqualis BD, erunt anguli BAD,*
3 primi. *BDA inter se æquales; & itidem æquales, qui ex duobus rectis relinquuntur BAL BDG. ergo & basis LB basi BG est æqualis.*

F At BG est æqualis vtrique LD AG] *Etenim LD ostensa est æqualis AG, & est AG ipsi GB æqualis; a centro namque ad circumferentiam ducuntur.*

G Quoniam enim KL parallela est DE, & DK ipsi KE æqualis, erit LKL angulus æqualis angulo LKD] *Aliter ostendit BL LD æquales esse. nam cum KL DE sint parallelæ. sitque DK æqualis KE; erit angulus BKL æqualis angulo KED. Sed angulus KED est æqualis angulo KDE. hoc est angulo LKD. angulus igitur BKL angulo LKD est æqualis.*
5 29 prim.

H Angulus ãt KED æqualis ẽ angulo BKL] *Græcus c.* ἀλλ' ἡ μὲν ὑπὸ κδε *lege* ἡ ὑπὸ κεδ.

K Et angulus KDE ipsi DKL] *græcus cod.* ἡ δε' ὑπὸ κδε τῇ ὑπὸ β κ λ. *lege* τῇ ὑπὸ δκλ.

L Ergo & BKL angulus est æqualis angulo DKL] *græcus codex* καὶ ἡ ὑπὸ β κ λ τῇ κ λ δ *lege* τῇ ὑπὸ δκ λ.

M Ergo duo triangula BDG BAL duos angulos duobus angulis æquales habẽt, & latus AB æquale lateri BD. quare BG ipsi BL, & DG ipsi LA est æqualis] *Erit. n. et reliquus angulus reliquo æqualis. & triãgulũ triãgulo simile. quare vt AB ad BD ita LB ad BG & LA ad DG. est autem AB æqualis BD. ergo & LB ipsi BG, & LA ipsi DG est æqualis.*

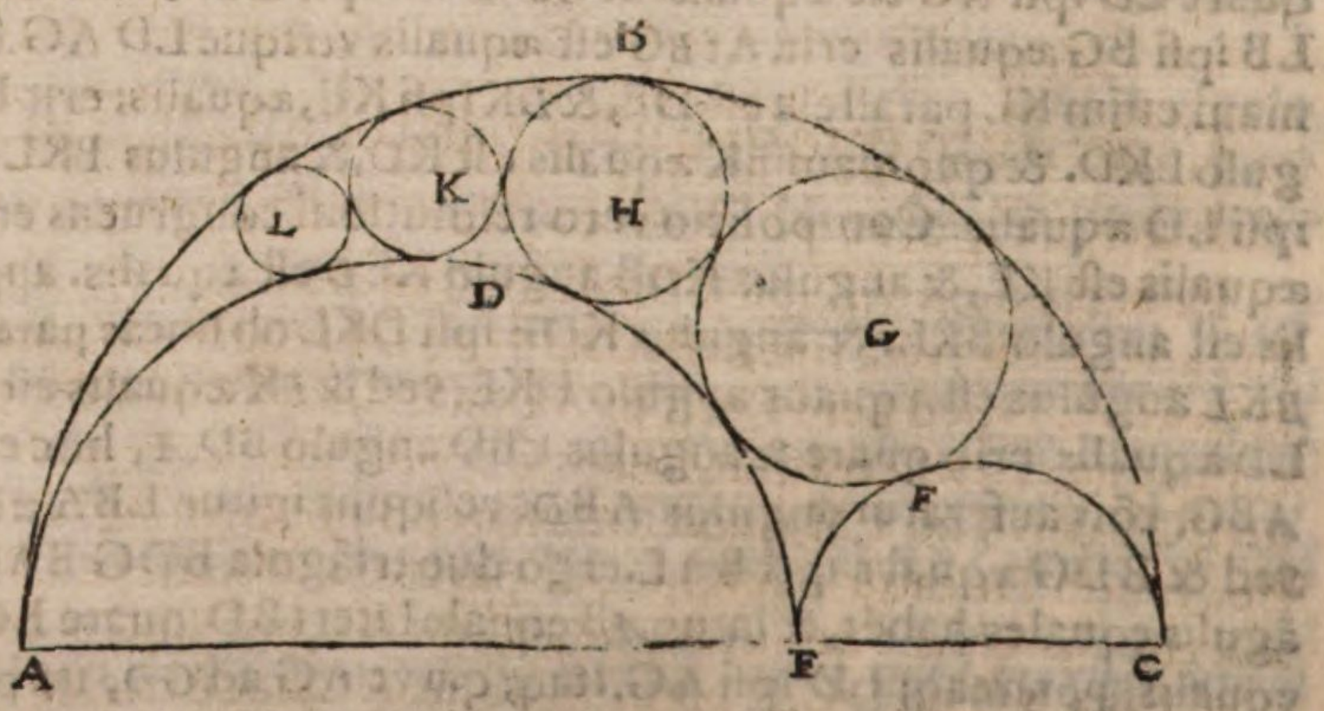
N Est autem & vt LG ad GK, ita DF ad FE] *ex 4 sexti element. Nã cum rectæ lineæ LK DE parallelæ sint, itemque parallelæ KG EF, erunt triangula LKG DEF inter se similia.*

O Et vt KG ad GD, ita EF ad FH] *Est enim vt LG ad GK, ita DF ad FE, & conuertendo vt KG ad GL, ita EF ad FD. Sed vt LG ad GD, ita DF ad FH. ergo ex æquali vt KG ad GD ita EF ad FH.*

P Ergo anguln EHF angulo KDG est æqualis.] *Nam cum sit vt KG ad GD, ita EF ad FH: & angulus ad G sit æqualis angulo ad F: erunt & reliqui anguli reliquis angulis æquales, ex 6. sexti libri elementorum.*

Circũfertur in quibuldã libris antiqua propositio huiusmodi.

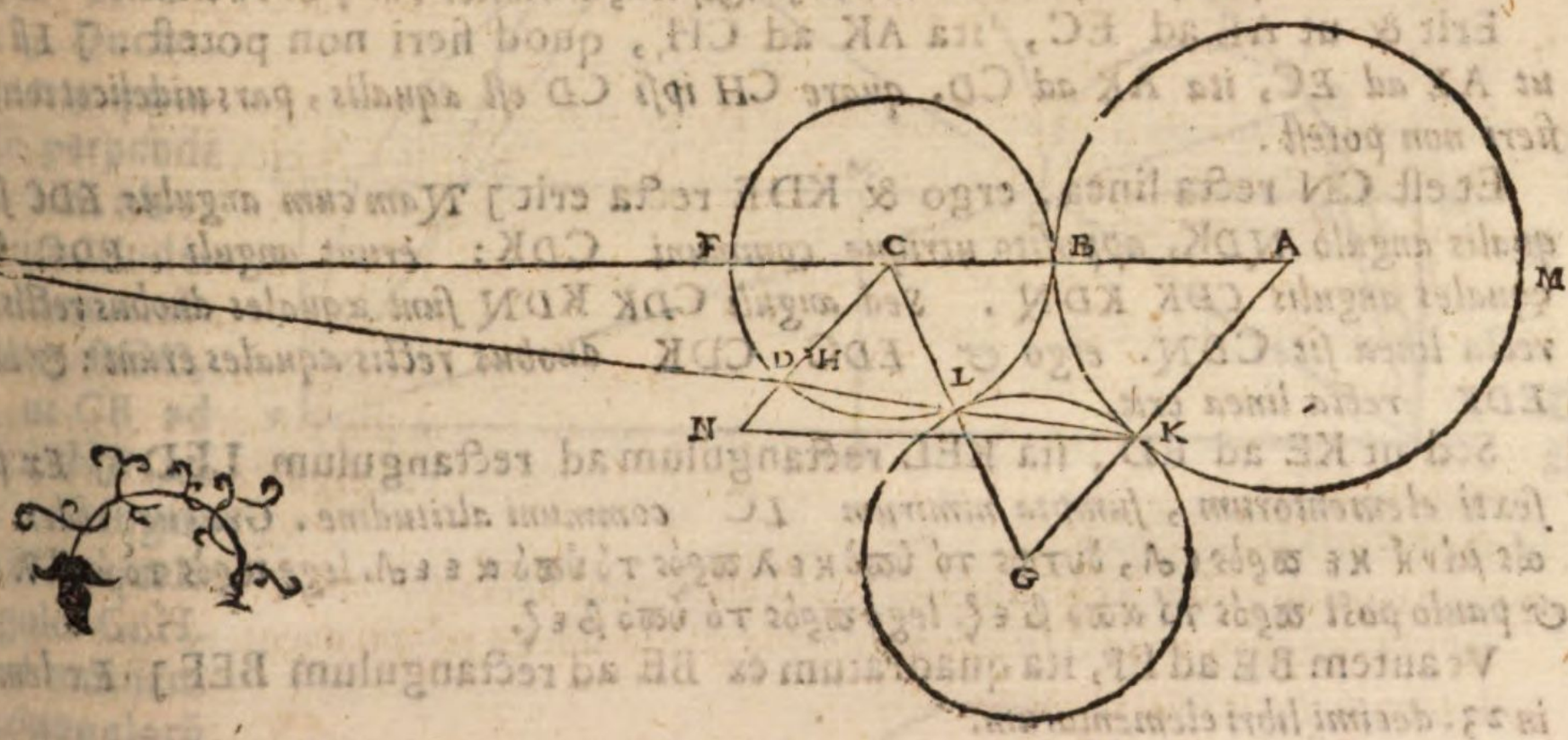
Ponãtur tres semicirculi sese cõtingentes ABC, ADE, EFC: & in spacio inter ipsorũ circũferẽtias intereiecto, quod ἄρβηλον vocãt. describãtur quotcũque circuli, qui tũ semicirculos, tũ lese mutuo cõtingant, vt circa centra GHKL, ostendendũ est perpendicularẽ quidẽ; qnę a cẽtro G ad AC ducitur, diametro



diametro circuli circa G descripti æqualem esse. perpendicularem uero, quæ ab H ducitur, duplam esse diametri circuli circa H descripti: & quæ a K ducitur, triplam: & quæ deinceps, multiplices esse propriarum diametrorum iuxta numeros deinceps sese vnitate superantes, infinite facta circulorum descriptione. Sed prius emmata nonnulla demonstrabuntur.

THEOREMA XIII. PROPOS. XIII.

Sint duo circuli FB BM circa centra AC, quæ sese in B contingant, & eorũ maior sit BM. sit præterea alius circulus KL circa centrum G, ipsos contingens in KL, & iungantur CG AG, quæ per KL transibunt. iunctaq; KL, & producta secabit quidẽ circulum CB, rectæ uero lineæ, quæ centra AC producitur, occurret: propterea quod trapezii AKLC latus AK maius est latere CL. occurrat autem in E, secans circulum in D. ostendendum est ut AB ad BC, ita esse AE ad EC. Est autem manifestũ, iuncta CD. etenim fiunt triangula CDL LKG æquiangula, quæ angulos ad uerticẽ æquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli GCD CGA sint æquales, & sit CD parallela ipsi AK. Vt igitur AE ad EC, ita AK ad CD, hoc est ita AB ad BC. A 4. sexti



Cõuersum quoq; huius perspicuũ est. si. n. sit ut AB ad BC, ita AE ad EC, erit KD in eadem recta linea, in qua DE.

Parallela. n. est AK ipsi CD. & ut AB ad BC, hoc est ut AE ad EC, ita AK ad CD. In eadẽ igitur recta linea est KD, in qua DE. Si. n. recta linea, quæ per KE ducitur nõ trãseat per D, sed per H, erit ut AE ad EC, ita AK ad EH, quod fieri nõ potest. similiter neque extra D trãsibit, secans CD productã, ut in pũcto N. nã rursus erit ut AE ad EC, ita AK ad CM, quod itidẽ fieri nõ pót. ut. n. AE ad EC, ita est AK ad CD. vel hoc modo. Ducatur per K ipsi AE parallela KN. erit ACNK. parallelogrammum, & AK æqualis CN. Et qm̃ ut AE ad EC, ita AK, hoc est CN ad CD; erit diuidẽdo ut AC ad CE, ita ND ad DC. & permutãdo, ut AC, hocẽ ut KN ad ND, ita EC ad CD. sũtq; circa æquales angulos, qui ad NC latera proportionalia. Simile igitur est triangulũ EDC triãgulo DNK. quare angulus EDC angulo NDK est æqualis. & est CN recta linea, ergo & KDE recta erit. Dico p̃terea KEL rectãgulũ quadrato ex EB æquale eẽ.

19 quin. Quoniam enim ut AE ad EC, ita AB ad BC, hoc eſt ad CF ; erit & reliqua
2. ſexti. BE ad reliquam EF, ut AE ad EC, hoc eſt ut KE ad ED. Sed ut KE ad ED,
D ita KEL rectangulum ad rectangulum LED. vt autem BE ad EF, ita quadra
E tum ex BE ad rectangulum BEF. atque eſt rectangulum LED æquale rectangu-
F lo BEF, rectangulum igitur KEL quadrato ex EB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Etenim fiunt triangula CDL LKG æquiangula, quæ angulos ad verticem æquales habent, & latera proportionalia, ita ut alterni anguli GCD CGA ſint æquales: & *ſit* CD parallela ipſi AK] *Quoniam enim trianguli CDL angulus CLD eſt æqualis angulo KLG trianguli LKG, & circa alios angulos DCL LGK latera proportionalia, immo uero æqualia, aliorum autem uterque eſt minor recto: triangula CDL LKG æquiangula erunt, & angulus GCD angulo CGA æqualis. ergo recta linea CD rectæ AK parallela erit.* Græcus codex γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ γΔΛ ΛΚΗ. τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥσαι, ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ ΔΗγ γΗα γωνίας ἐναλλὰξ, καὶ παράλληλον τὴν ΓΔ καὶ τῇ ΑΚ. *lege* γίνεται γὰρ ἰσογώνια τὰ ΓΔΛ ΛΚΗ τρίγωνα τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας καὶ τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχοντα. ὥσαι ἴσας εἶναι τὰς ὑπὸ ΗγΔ γΗα γωνίας ἐναλλὰξ. καὶ παράλληλον τὴν γΔ τῇ ΑΚ.

B Erit & ut AE ad EC, ita AK ad CH, quod fieri non poteſt.] *Eſt enim ut AE ad EC, ita AK ad CD. quare CH ipſi CD eſt æqualis, pars uidelicet toti, quod fieri non poteſt.*

C Et eſt CN recta linea, ergo & KDE recta erit] *Nam cum angulus EDC ſit æqualis angulo NDK, appoſito utrique communi CDK: erunt anguli EDC CDK æquales angulis CDK KDN. Sed anguli CDK KDN ſunt æquales duobus rectis, quod recta linea ſit CDN. ergo & EDC CDK duobus rectis æquales erunt: & idcirco EDK recta linea erit.*

D Sed ut KE ad ED, ita KEL rectangulum ad rectangulum LED] *Ex prima ſexti elementorum, ſumpta nimirum LC communi altitudine. Græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΚΕ πρὸς ΕΔ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΚΕΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΕΕΔ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ΛΕΔ. *& paulo poſt* πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΖ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΖ.

E Vt autem BE ad EF, ita quadratum ex BE ad rectangulum BEF] *Ex lemmate in 23. decimi libri elementorum.*

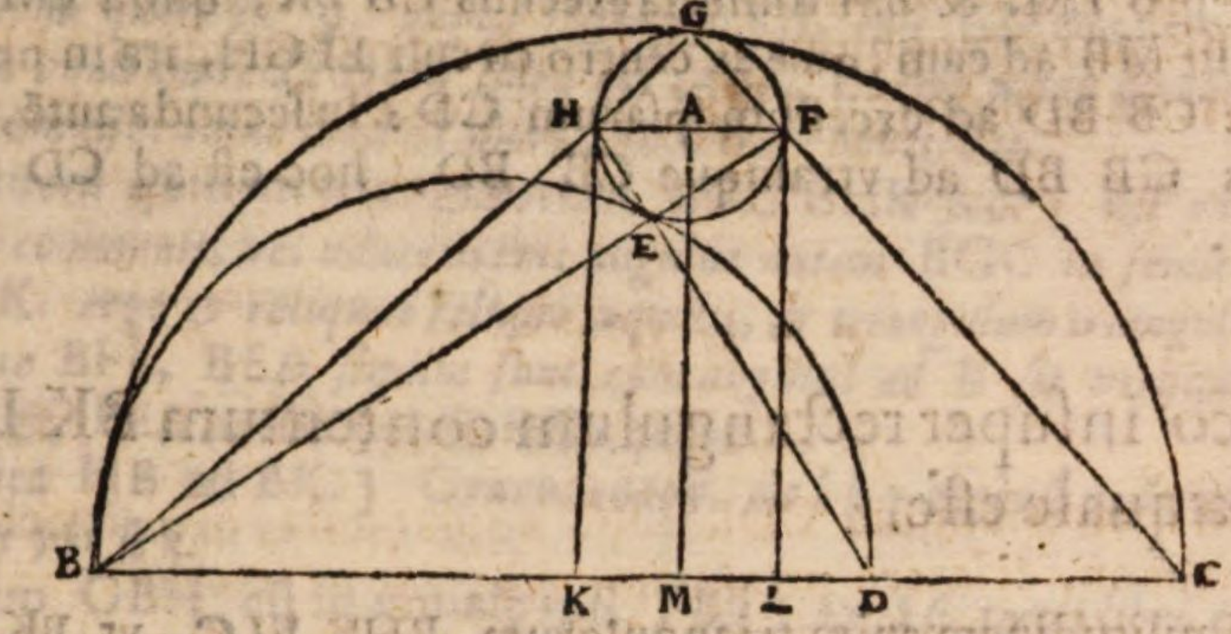
F Atque eſt rectangulum LED æquale rectangulo BEF] *Ex 36. tertii elementorum, videlicet ex primo corollario, quod nos in ipſam conſcripſimus.*

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XIIII.

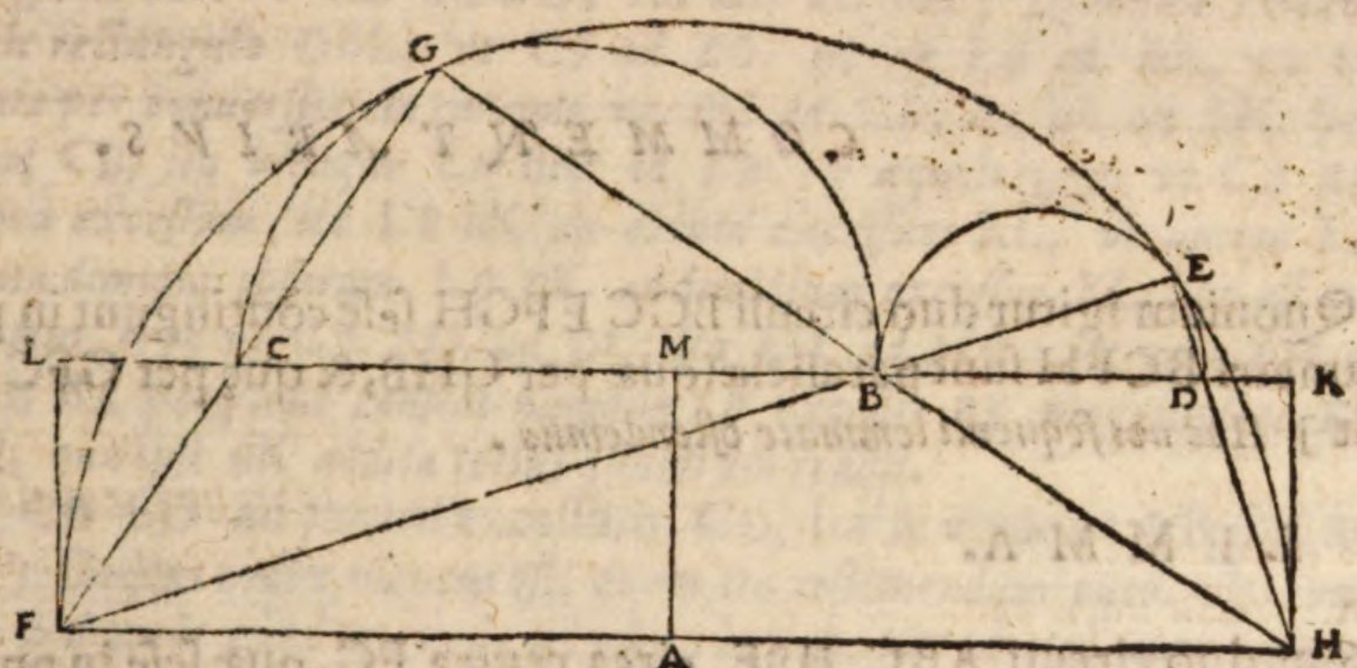
Sint duo ſemicirculi BGC BED: & ipſos contingat circulus EFGH: a cuius centro A ad BC baſim ſemicirculorum perpendicularis ducatur AM. Dico ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita eſſe in prima figura vtramque ſimul CB BD ad earum exceſſum CD; in ſecunda vero, & tertia figura, ita eſſe exceſſum CB BD ad vtramque ipſarum CB BD.

Duca-

A



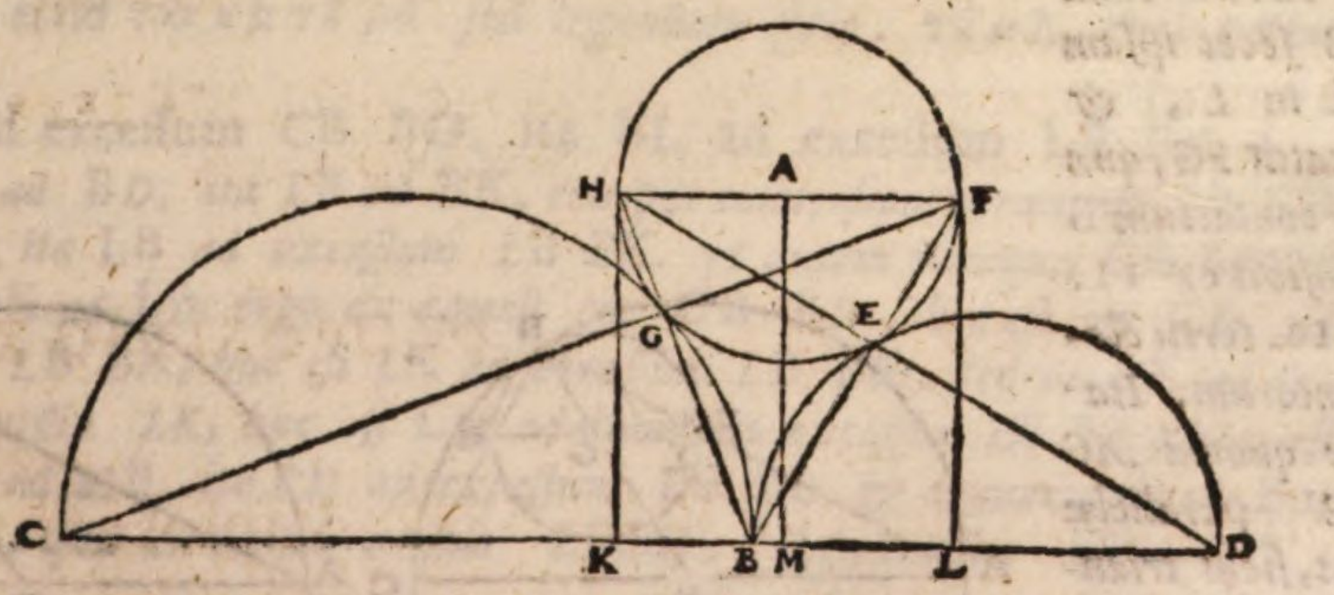
Ducatur per A ipsi BC parallela HF. Quoniam igitur duo circuli BGC EFGH sese contingunt in pũcto G, & eorum diametri BC FH sunt parallelæ, quæ per GHB, & quæ per GFC ducitur recta linea erit. Rursus quoniam duo circuli BED, EFGH sese in puncto E contingunt, & parallelæ sunt eorũ diametri HF BD; recta linea erit tum quæ per FEB, tum quæ per HED transit. Ducantur etiam a punctis HF perpendiculares HK FL. erit ob similitudinem quidem triãgulorum BGC, BHK, ut GB ad BG, ita HB ad BK: & rectangulum CBK æquale rectangulo GBH. ob similitudinem uero triangulorũ BFL BED, ut DB ad BE, ita FB ad BL: & DBL rectãgulum æquale rectangulo FBE. rectangulum autem GBH est æquale ipsi FBE. ergo & CBK rectangulum rectangulo DBL æquale erit. Quod si a puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB. In prima igitur figura erit ut CB ad BD, ita LB ad BK. quare & ut utraque CB BD ad earum excessum CD, ita utraque LB BK ad earum excessum KL. & est utriusque LB BK dimidia BM, propterea quod KM est æqualis HA, ipsius uero LK dimidia est MK. vt igitur utraque CB BD ad DC, ita BM ad MK. In secunda autem & tertia figura, quoniam rectangulum CBK communiter ostensum est æquale rectangulo DBL, erit ut CB ad BD, ita LB ad BK. & componendo



B

C

16 sexti.



D

E

F

G

H

14 sexti

K ponendo vt CD ad DB, ita LK ad KB. quare & ut CD ad excessum CB BD,
L ita KL ad excessum LB BK. atque est ipsius KL dimidia, quæ ex centro circuli
M iEFGH pro LM. & BM dimidia excessus LB BK; quòd LM sit æqualis AE.
N ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura
O utraque CB BD ad excessum ipsarum CD: in secunda autẽ, & tertia figura, ita excessus CB BD ad vtramque CB BD, hoc est ad CD ex conuersa scilicet ratione.

P Dico insuper rectangulum contentum BK LC quadrato ex AM æquale esse.

Q Ob similitudinem enim triangulorum BHK FLC, vt BK ad KH, ita est FL,
16 sexti ad LC. & quod continetur BK LC est æquale contento HK FL; hoc est quadra-
R to ex AM. Quod cum sit ut BC ad CD, ita BL ad LK, rectangulum contentum BC & KL, hoc est diametro circuli æquale erit contento BL & DC.
S & cum sit ut BD ad DC, ita BK ad KL, rectangulum, quod continetur BD & KL, hoc est diametro circuli, rectangulo contento BK & DC æquale erit.

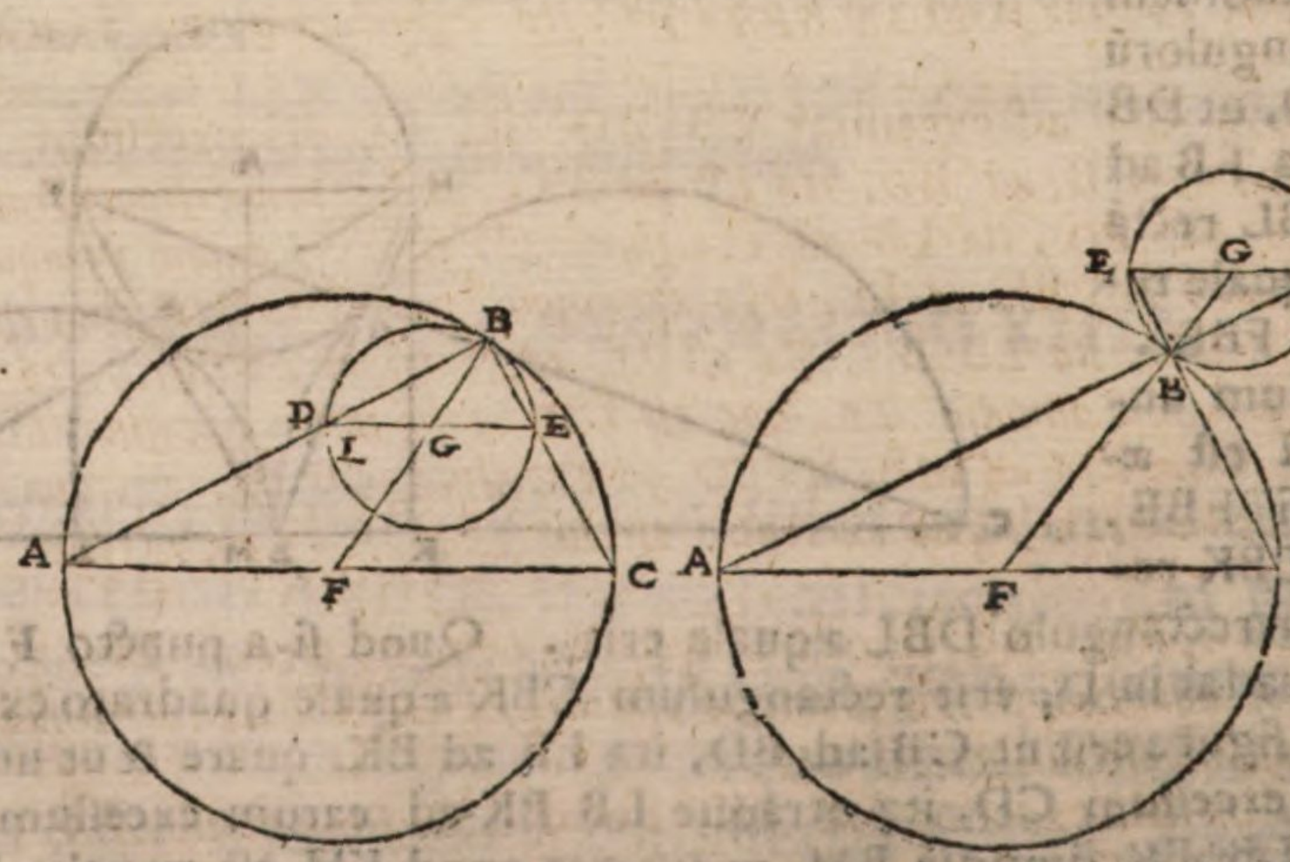
COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur duo circuli BGC EFGH sese contingunt in puncto G, & eorum diametri BCFH sunt parallelæ; quæ per GHB, & quę per GFC ducitur recta linea erit] *Hoc nos sequenti lemmate ostendemus.*

LEMMA.

Sint duo circuli ABC DBE circa centra FG, quæ sese in puncto B contingant: & per FG ducantur diametri inter se parallelę AFC DGE, iunganturque AB CB. Dico rectam lineam AB per punctum D, & rectam CB per punctum E transire. hoc est ADB, CEB rectas lineas esse.

Iuncta enim AB secet ipsam DE in L, & ducatur FG, quæ per contactum B transibit ex 11. *&* 12. *tertii elementorum. Itaque quoniã AC DE parallelæ sunt, fient triangula ABF LBG inter se similia, angulus .n. BLG*
29 prim. *est æqualis angulo BAF, & angulus LBG vel vtrique communis, uel ad uer-*



ticem

ticem ergo & reliquus reliquo æqualis. vt igitur BF *ad* FA, *ita* BG *ad* GL. *sed vt* BF *ad* FA, *ita est* BG *ad* GD. *nam* BF *est æqualis* FA, *&* BG *ipsi* GD, *cum sint à centro ad circumferentiam. quare ex* 9. *quinti sequitur* GL *ipsi* GD *æqualem esse.* & LD *vnum, atque idem punctum recta igitur linea est* ADB. *Eodem modo demonstrabimus* CEB *rectam lineam esse; atque illud est, quod demonstrare oportebat.*

Erit ob similitudinem quidem triangulorum BGC BHK &c.] *Est enim angulus ad* B, *vel vtrique communis, vel aduerticem: angulus autem* BGC *in semicirculo rectus æqualis recto ad* K. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile erit. triangula quoque* BFL, BED *similia sunt, cum angulus ad* B *sit vtrisque communis, vel aduerticem; &* BED *rectus æqualis recto, qui ad* L. B

Vt CB ad BG, ita HB ad BK.] *Græcus codex.* ὡς ἡ βγ πρὸς βη, οὕτως ἡ βθ πρὸς τὴν θκ. *lege* πρὸς τὴν βκ. C

Rectangulum autem GBH est inæquale ipsi FBE] *ex* 36 *tertii libri elementorum in prima & tertia figura, in secunda verò ob similitudinem triangulorum* BEH BGF *erit vt* GB *ad* BF, *ita* EB *ad* BH. D

Quòd si a puncto F perpendicularis ducta cadat in D, erit rectangulum CBK æquale quadrato ex DB] *erit enim punctum* L *idem quod* D, *& recta linea* DB *eadem, quæ* BL. E

In prima igitur figura erit vt CB ad BD, ita LB ad BK] *Quoniam rectangulum* CBK *est æquale rectangulo* DBL, *vt* CB *ad* BD, *ita est* LB *ad* BK, *ex* 14 *sexti elementorum. quare per conuersionem rationis vt* BC *ad* CD, *ita* BL *ad* LK. *Sed vt vtraque* CB BD *ad* CB, *ita vtraque* LB BK *ad* LB. *ex æquali igitur vt* CB BD *ad* DC, *hoc est ad earum excessum, ita* LB BK *ad earum excessum* KL. *vt autem* LB BK *ad excessum* KL, *ita dimidia ipsarum* LB BK *ad dimidium excessus* KL; *hoc est ita* BM *ad* MK, *vt ostendetur. ergo vt* CB BD *ad* DC, *ita* BM *ad* MK. *At vero* BM *dimidiam esse ipsarum* LB BK *perspicue constat. namque* LB *excedit* BK *magnitudine* KL *& eius dimidia est* KM, *quæ ipsi* BK *addita totius dimidiam reddit.* F

Quare vt vtraque CB BD ad earum excessum CD, ita & vtraque LB BK ad earum excessum KL] *Græcus codex mancus est, quem ita restituendum puto.* ὥστε καὶ ὡς συναμφότερος ἡ ΓΒ ΒΔ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν ΓΔ, οὕτως καὶ συναμφότερος ἡ ΛΒ ΒΚ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν αὐτῶν τὴν ΚΛ. G

Propterea quod KM est æqualis HA, ipsius vero LK dimidia est MK] *est enim* KM *ipsi* HA, *quæ est ex centro circuli* EFGH *æqualis, & ML æqualis* AF. *ergo ipsius* KL *dimidia est* KM, *quemadmodum & ipsius* HF *dimidia est* HA. *Græcus codex* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν κμ τῇ μα. *sed legendum puto.* τῇ μλ, *vel potius* τῇ α. H

Quare & vt CD ad excessum CB BD, ita KL ad excessum LB BK.] *Quoniam enim vt* CB *ad* BD, *ita* LB *ad* BK, *erit per conuersionem rationis, vt* CB *ad excessum* CB BD, *ita* LB *ad excessum* LB BK. *vt autem vtraque* CB BD *ad* CB, *ita vtraque* LB BK *ad* LB. *ergo ex æquali vt* CB BD, *hoc est vt* CD *ad excessum* CB BD, *ita* LB BK, *hoc est* LK *ad excessum* LB BK. *sed vt* LK *ad excessum* LB BK, *ita dimidia* LK, *hoc est* LM *ad dimidium excessus* LB BK, *hoc est ad* MB. *vt igitur* LM *ad* MB, *ita* CD *ad excessum* CB BD. *& conuertendo vt* BM *ad* ML, *hoc est ad eam, quæ ex centro circuli* EFGH, *ita excessus* CB BD *ad* CD. K

Atque est ipsius KL dimidia, quæ ex centro circuli EFGH pro LM] *Nam* KL *est æqualis ipsi* HF *diametro circuli* EFGH. *quare eius dimidia est* AF, *quæ ex centro eiusdem circuli, hoc est* LM. L

Et BM dimidia excessus LB BK, quòd LM sit æqualis AF] *Abscindatur* MN *à recta linea* LM *ipsa* MN *æqualis* MB. *& cum* LM *sit æqualis* MK, *&* NM *ipsi* MB, *erit & reliqua* LN *æqualis* BK. *ergo* BN *est excessus, quo* LB *ipsam* LK *excedit, & eius dimidia est* BM. *Græcus codex.* διὰ τὸ ἴσην εἶναι τὴν λμ τῇ ακ. *lege* τῇ α ζ. M

Ergo

N Ergo & ut MB ad eam, quæ ex centro circuli EFGH, ita in prima quidem figura vtraque CB BD ad excessum ipsarum CD] *Hoc superius conclusum est. Græcus codex* ὅτως ἡ μὲν τῆς πρώτης καταγραφῆς. *Sed legendum uidetur* οὕτως ἴσως μὲν τῆς πρώτης καταφραφῆς.

O In secunda autem,& tertia figura,ita excessus CB BD ad utramque CB BD,hoc est ad CD, ex conuersa scilicet ratione] *Vt nos proxime ostendimus.*

P Dico insuper rectangulum contentum BK LM &c.] *Græcus codex* τα δ' ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς β κ λ Γ. *Sed forte legendum erit.* λέγω ὅτι καὶ τὸ ὑπὸ τῆς β κ λ Γ *quemadmodum in antecedente.*

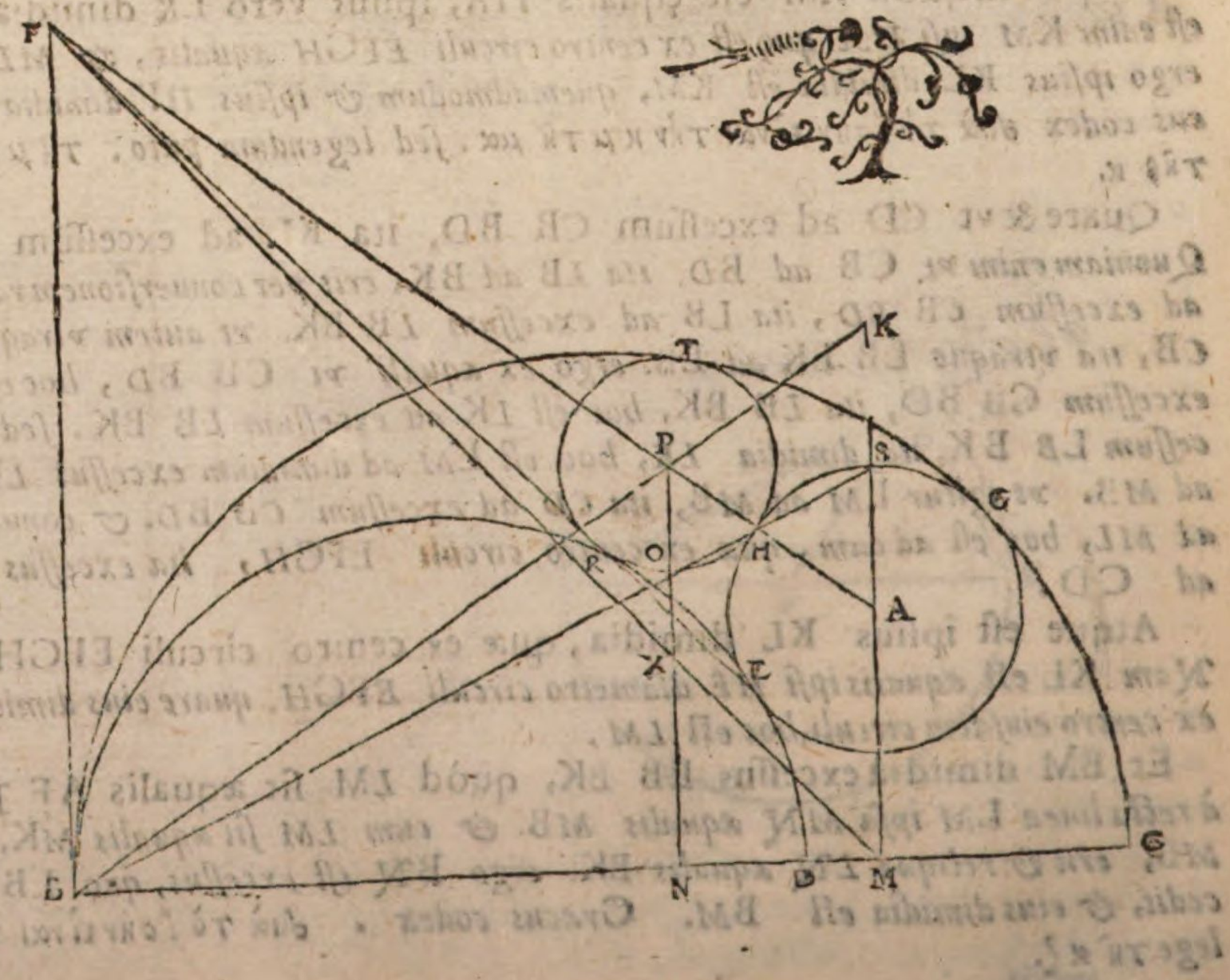
Q Ob similitudinem enim triangulorum BHK FLC] *Ostensum est superius triangula BGC BHK similia esse. Sed triangulum FLC est simile triangulo* BGC, *quòd angulus ad C uel communis sit, uel aduerticem: angulus autem ad L rectus æqualis recto BGC. quare & triangulo* BHK *simile erit. & angulus* FC*L angulo* BHK *æqualis.*

R Quòd cum sit ut BC ad CD, ita BL ad LK] *Quoniam enim rectangulum* CBK *æquale est rectangulo* DBL, *quod superius demonstratum fuit, ut* C*E ad* B*D, ita est* L*B ad* B*K. quare in prima figura ob conuersionem rationis, ut* BC *ad* C*D, ita erit* B*L ad* L*K. In secunda uero, & tertia figura, erit conuertendo vt* D*B ad* B*C, ita* KB *ad* B*L: componendoque ut* D*C ad* C*B, ita* K*L ad* L*B: & rursus conuertendo ut* BC *ad* CD, *ita* BL *ad* LK.

S Et cũ sit ut BD ad DC, ita BK, ad KL] *Quoniã. n. ut* BC *ad* CD, *ita est* BL *ad* LK, *erit in prima figura diuidẽdo ut* B*D ad D*C, *ita* BK *ad* K*L. At in secunda & tertia figura. Quoniã ut* C*B ad* B*D, ita* L*B ad* B*K, componendo, conuertendoque ut* B*D ad D*C, *ita erit* BK *ad* KL.

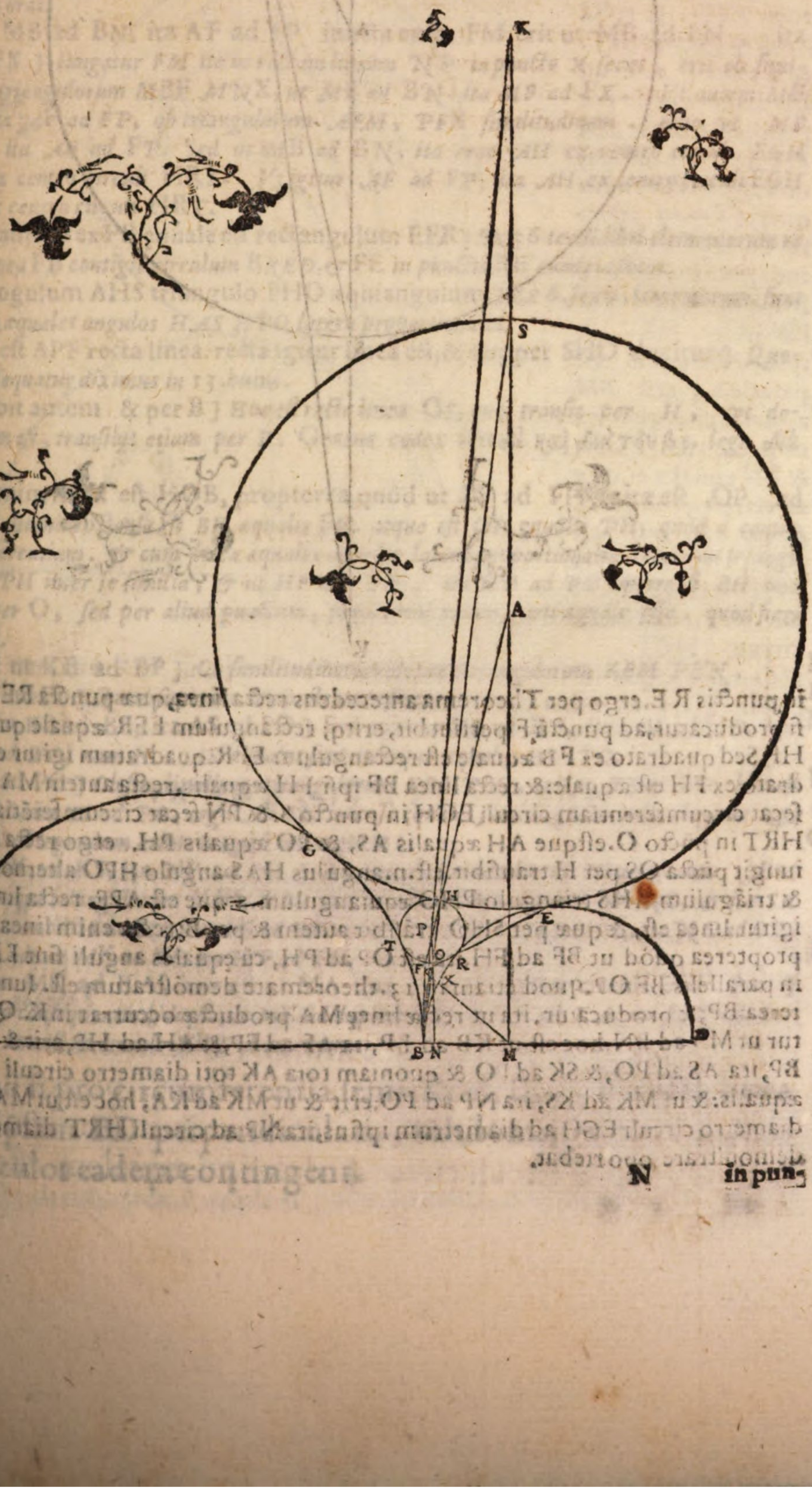
THEOREMA XV. PROPOS. XV.

Iisdem positis describatur circulus HRT, qui & semicirculos iam dictos, & circulum EGH contingat in punctis HRT, atque a centris A P ad BC basim perpendiculares ducantur AM PN. Dico vt AM vnà cum diametro circuli EGH ad diametrum ipsius, ita esse PN ad circuli HRT diametrum.



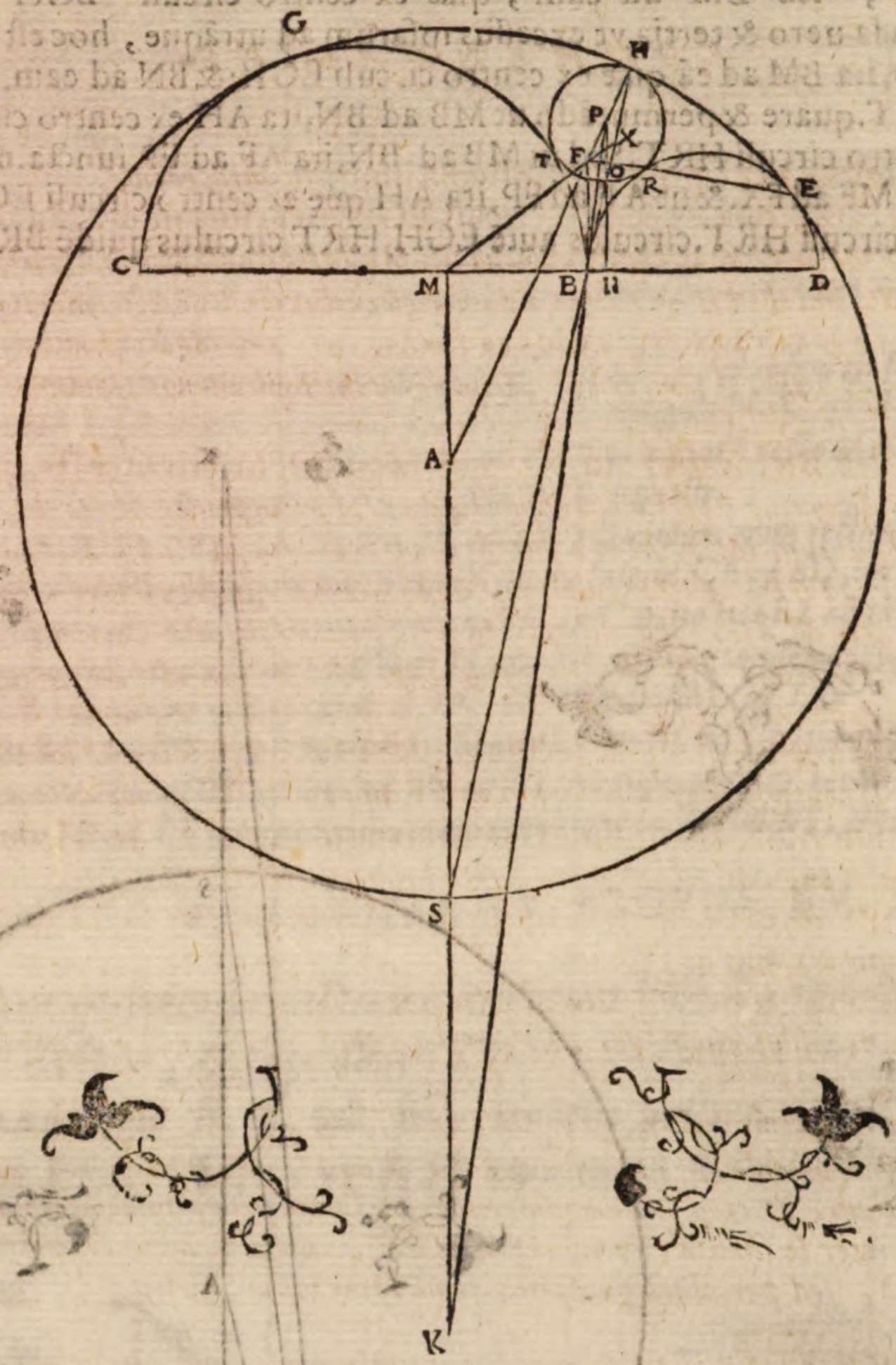
coroll.16 tertii. Ducatur ipsi BD ad rectos angulos BF, quæ semicirculũ LGC continget. & iũcta AP producatur A in F. Quoniam

niam igitur per ea, quæ ante oſtenſa ſunt, ut utraque CB BD ad exceſſum ipſarum CD, ita BM ad eam, quæ ex centro circuli EGH in prima figura, in ſecunda uero & tertia vt exceſſus ipſarum ad utrãque, hoc eſt ut exceſſus CB BD ad CD, ita BM ad eã quæ ex centro circuli EGH; & BN ad eam, quæ ex centro circuli HRT. quare & permutãdo ut MB ad BN, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Sed ut MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta. n. FM erit ut C
MB ad BN, ita MF ad FX. & ut AF ad FP, ita AH quę ex centro circuli EGH ad HP, quæ ex centro circuli HRT. circulos autẽ EGH, HRT circulus quidẽ BRE cõtingit



29 primi
E F
C H
K L
M N
O P

N in pun-



in punctis R E. ergo per Theorema antecedens recta linea, quæ puncta RE cõiungit, si producatur, ad punctũ F pertinebit, eritq; rectangulum EFR æquale quadrato ex
D HF. Sed quadrato ex FB æquale est rectangulum EFR. quadratum igitur ex BF quadrato ex FH est æquale: & recta linea BF ipsi FH æqualis. recta autem MA producta secat circumferentiam circuli EGH in puncto S. & PN secat circumferẽtiam circuli HRT in pũcto O. estque AH æqualis AS, & PO æqualis PH, ergo recta linea, quæ
29 primi iungit pũcta OS per H transibit. est. n. angulus HAS angulo HPO alterno æqualis.
E F & triãgulum AHS triangulo PHO æquiangulum. atque est APF recta linea. recta
G H igitur linea est, & quæ per SHO. trãsibit autem & per B; recta enim linea est HOB propterea quòd ut BF ad FH, ita est OP ad PH, cũ æquales anguli sint BFH, OPH. in parallelis BF OP. quod etiam in 13. theoremate demõstratum est. Iungatur præterea BP, & producatur, ita ut rectæ lineę MA productæ occurrat in K. Quoniã igi
K L tur ut MB ad BN, hoc est ut KB ad BP, ita AF ad FP, & AH ad HP, erit & ut KB ad
M N BP, ita AS ad PO, & SK ad PO. & quoniam tota AK toti diametro circuli EGH est
O P æqualis: & ut MK ad KS, ita NP ad PO; erit & ut MK ad KA, hoc est ut MA una cum diametro circuli EGH ad diametrum ipsius, ita NP ad circuli HRT diametrũ. quod demonstrare oportebat.

COM-

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur per ea, quę ante oſtenſa ſunt] *In antecedente.*

Ita BM ad eam, quæ ex centro circuli EGH in prima figura, in ſecunda uero & tertia.] *Vide ne Græcus codex mancus ſit, in quo legitur.* οὕτως ἡ βμ ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ὡς ἡ ὑπεροχὴ αὐτῶν &c. *Ego enim ita legerem* οὕτως ἡ βμ πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ εηθ κύκλου ἐπὶ τῆς πρώτης καταγραφῆς. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας καὶ τρίτης, &c. *tertiam autem figuram nos addidimus, quę in græco codice non erat.* A

Sed ut MB ad BN, ita AF ad FP. iuncta enim FM erit ut MB ad BN, ita MF ad FX] *Iungatur FM ita ut rectam lineam NP in puncto X ſecet. erit ob ſimilitudinem triangulorum MBF MNX, ut MB ad BN, ita MF ad FX. Vt autem MF ad FX, ita AF ad FP, ob triangulorum AFM, PFX ſimilitudinem. ergo vt MB ad BN, ita AF ad FP. Sed ut MB ad BN, ita erat AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT. Vt igitur AF ad FP, ita AH ex centro circuli EGH ad HP ex centro circuli HRT.* B

Sed quadrato ex FB ęquale eſt rectangulum EFR] *Ex 36 tertii libri elementorum recta enim linea FB contigit circulum BRED, & FE in punctis RE eundem ſecat.* C

Et triangulum AHS triangulo PHO æquiangulum.] *Ex 6. ſexti elementorum. ſunt enim circa æquales angulos HAS HPO latera proportionalia.* D

Atque eſt APF recta linea. recta igitur linea eſt, & quę per SHO ducitur] *Quomodo hoc ſequatur diximus in 13. huius.* E

Tranſibit autem & per B] *Hoc eſt recta linea OS, quę tranſit per H, vt demonſtratum eſt, tranſibit etiam per B.* Græcus codex ἥξει δὲ καὶ διὰ τοῦ βε. *lege* διὰ τοῦ β. G

Recta enim linea eſt HOB, propterea quòd ut BF ad FH, ita eſt OP ad PH &c.] *Etenim oſtenſa eſt BF æqualis FH. atque eſt OP ęqualis PH, quòd a centro ad circumferentiam. & cum circa æquales angulos latera proportionalia ſint, erunt triangula BFH OPH inter ſe ſimilia, & ut HF ad FB, ita HP ad PO quare ſi BH non tranſiret per O, ſed per aliud punctum, ſequeretur totum parti æquale eſſe. quod fieri non poteſt.* H

Hoc eſt ut KB ad BP] *Ob ſimilitudinem, videlicet triangulorum KBM PBN.* K

Ita AF ad FP] *Quod ſuperius demonſtratum fuit.* L

Erit & ut KB ad BP, ita AS ad PO] *Erit enim ut KB ad BP, ita AH ad HP, hoc eſt ita AS ad PO, nam HA AS æquales ſunt, itemque æquales HP PO.* M

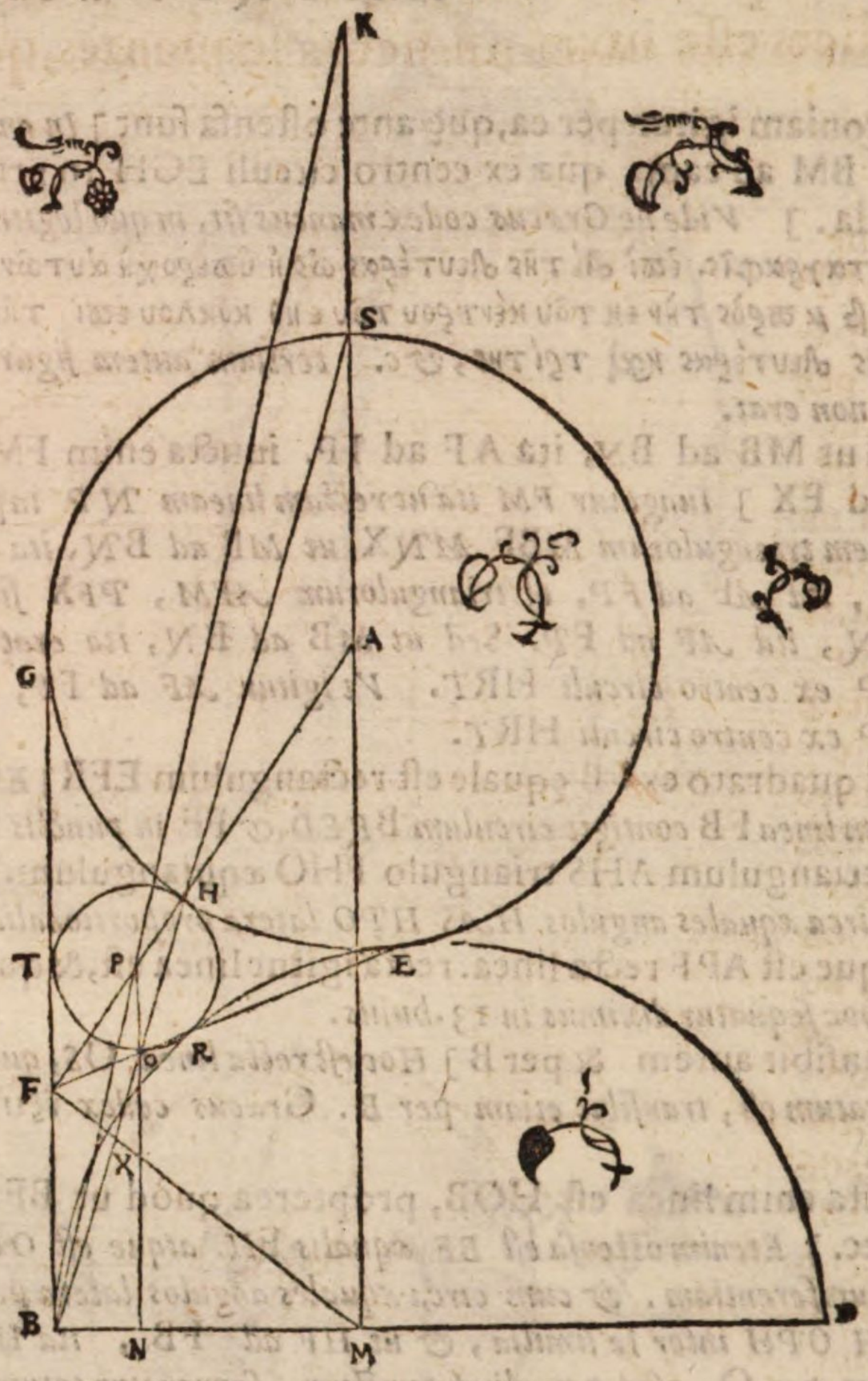
Et SK ad PO] *Ob ſimilitudinem triangulorum KBS PBO, erit ut KB ad BP, hoc eſt ut AS ad PO, ita KS ad PO. ergo AS SK inter ſe ęquales ſunt. In græco codice legitur* καὶ ἡ σκ σκ. *Sed legendum arbitror* καὶ ἡ σ κ πρὸς π ο N 9. quinti.

Et ut MK ad KS, ita NP ad PO] *Rurſus ob ſimilitudinem triangulorum SBM OBN, itemque triangulorum KBS PBO erit ut SB ad BO, ita MS ad NO, & ita SK ad OP. quare ut MS ad NO, ita SK ad OP: permutandoque ut MS ad SK, ita NO ad OP. & componendo ut MK ad KS, ita NP ad PO.* O P

Erit & ut MK ad KA, hoc eſt ut MA una cum diametro circuli EGH &c.] *Videlicet ad conſequentium dupla, ut MK ad duplam KS, hoc eſt ad KA, ita NP ad duplam PO; hoc eſt ad circuli HRT diametrum.*

Quòd ſi pro circumferentia ſemicirculi BGC ſit recta linea BG ad ipſam BD perpendicularis, nihilominus circa deſcriptos circulos eadem contingent.

Deſcribatur enim circulus EGH circa centrum A, qui & circumferentiam BED, & rectam lineã BG contingat. in punctis EG. deinde circa P alius circulus HRT deſcribatur, contingens circulum EGH, circumferentiam BED, & rectã lineã in pũctis HRT. & a centris A P ad BD baſim ductis perpendicularibus AM PN fiant alia omnia, quæ dicta ſunt, vt in quarta figura appareret. Quoniam igitur perpendicularis BG contingit circulos EGH, HRT, & ipſis AM, PN eſt parallela, erit BM æqualis ei, quæ ex centro circuli EGH, & BN æqualis ei, quæ ex cẽtro circuli HRT quare ut MB ad BN, ita eſt AH ex cẽtro circuli EGH ad PH ex centro circuli HRT.



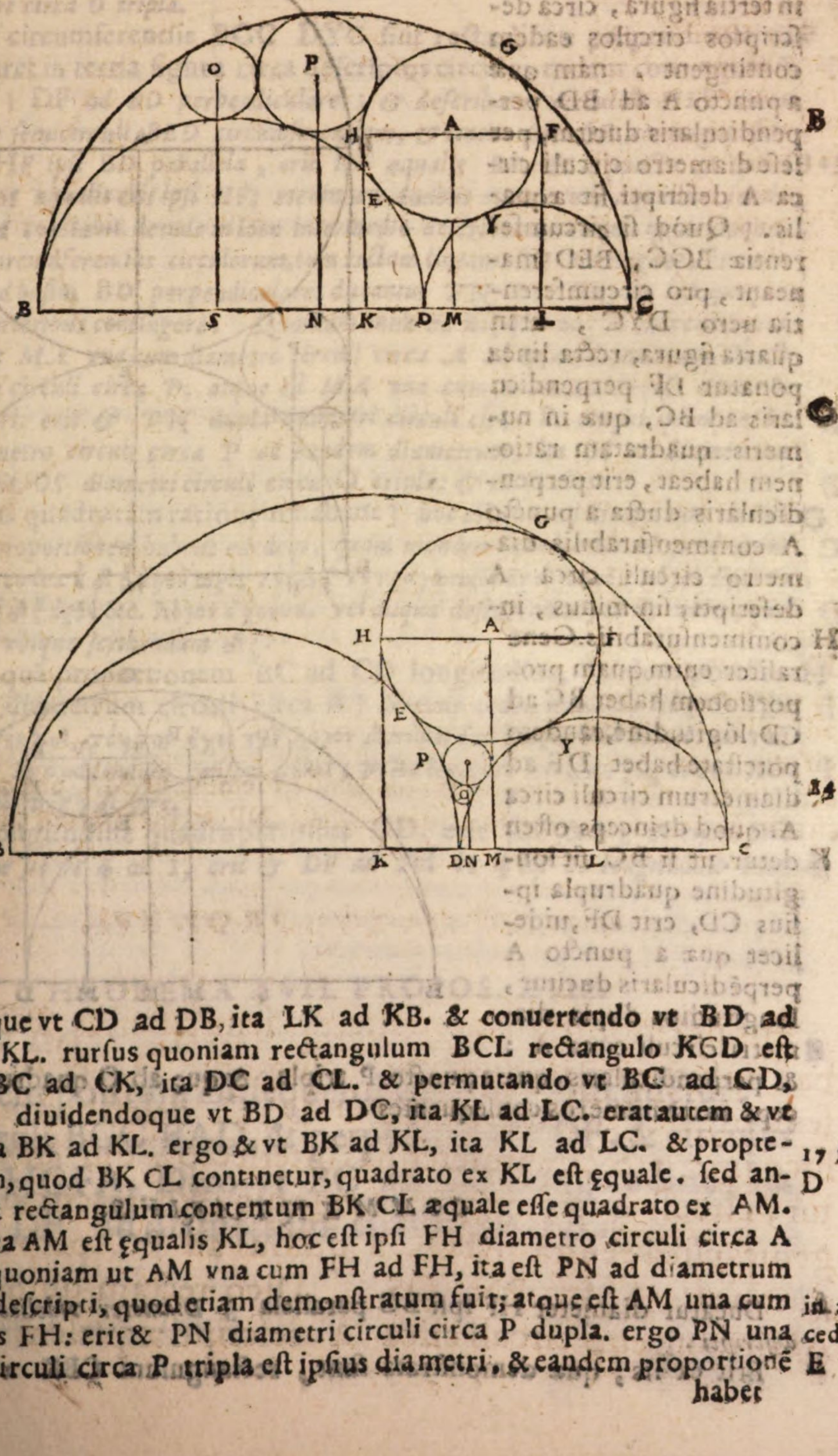
& ſimiliter atque in ſuperioribus tandẽ oſtendemus, ut MA una cum diametro circuli EGH ad ipſam diametrum, ita eſſe NP ad diametrum circuli HRT.

THEOREMA XVI. PROP. XVI.

His præmonſtratis, ſit ponatur ſemicirculus BGC, & in baſi ipſius quoduis punctum ſumatur D: & in BD, DC ſemicirculi deſcribantur BED DYC. deſcribantur etiam in loco inter tres circumferentias interiecto, qui ἄρβηλον appellatur, circuli quotcumque ſeſe mutuo, & ſemicirculos contingentes circa centra APO, a quibus ad BC perpendiculares ducantur AM, PN, OS. Dico rectam quidem lineam AM diametro circuli circa A deſcripti æqualem eſſe; ipſam

vero

vero PN duplam diametri circuli circa P; & OS diametri circa O triplam, & quæ deinceps propriarum diametrorum multiplices esse iuxta numeros sequentes, qui sese vnitate superant.



A Ducatur diameter HF ipsi BC parallela, & perpẽdiculares ducãtur HK, FL, erit ex iis quæ demonstrata sunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD, & rectãgulũ BCL rectangulo KCD. & ob id vt BK ad KL, ita KL ad LC, quòd vtraque proportio eadẽ sit, quæ BD ad DC. Quoniam enim rectãgulum CBK æquale est rectangulo LBD, vt CB ad BD, ita erit DB ad BK. & permutando vt CB ad BD ita LB ad BK, diuidendoque vt CD ad DB, ita LK ad KB. & conuertendo vt BD ad DC, ita BK ad KL. rursus quoniam rectangulum BCL rectangulo KCD est æquale, erit ut BC ad CK, ita DC ad CL. & permutando vt BC ad CD, ita KC ad CL. diuidendoque vt BD ad DC, ita KL ad LC. erat autem & vt BD ad DC, ita BK ad KL. ergo & vt BK ad KL, ita KL ad LC. & propterea rectangulum, quod BK CL continetur, quadrato ex KL est æquale. sed antea ostensum est rectangulum contentum BK CL æquale esse quadrato ex AM. recta igitur linea AM est æqualis KL, hoc est ipsi FH diametro circuli circa A descripti. Et quoniam ut AM vna cum FH ad FH, ita est PN ad diametrum circuli circa P descripti, quod etiam demonstratum fuit; atque est AM una cum FH dupla ipsius FH: erit & PN diametri circuli circa P dupla. ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla est ipsius diametri, & eandem proportionẽ habet

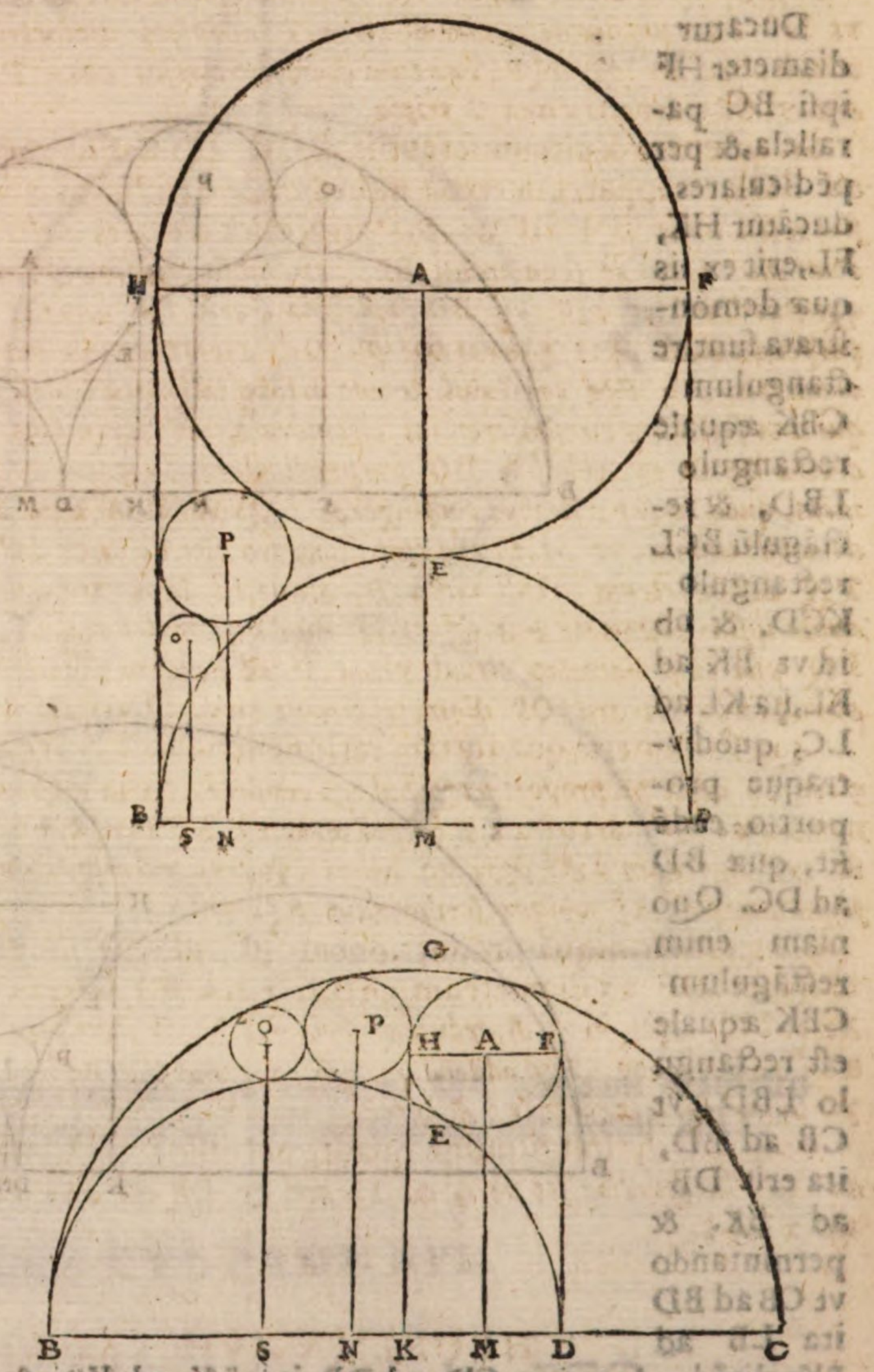
B 14 sexti

C 17 sexti D

D in antecedente E

habet OS ad diametrum circuli circa O. recta igitur linea OS diametri circuli circa O est tripla. & similiter perpendicularis circuli sequentis diametri quadrupla erit. & perpendiculares, quæ deinceps sunt, propriarum diametrorum multiplices inuenientur iuxta numeros unitate se inuicem superantes. & hoc infinite contingit.

F Si autem pro circumferentiis BGC, DYC sint rectæ lineæ perpendiculares ad BD, ut apparet in tertia figura, circa descriptos circulos eadem contingent. nam quæ a puncto A ad BD perpendicularis ducitur, per sese diametro circuli circa A descripti fit æqualis. Quòd si circumferentiæ BGC, BED maneant, pro circumferentia uero DYC, ut in quarta figura, recta linea ponatur DF perpendicularis ad BC, quæ in numeris quadratam rationem habeat, erit perpendicularis ducta a puncto A commensurabilis diametro circuli circa A descripti; sin minus, incommensurabilis. Generaliter enim quam proportionem habet BC ad CD lõgitudine, eandem potestate habet DF ad diametrum circuli circa A. quod deinceps ostendetur. ut si BC sit longitudine quadrupla ipsius CD, erit DF, uidelicet quæ a puncto A perpẽdicularis ducitur, longitudine dupla diametri circuli circa A: & perpendicularis, quæ a puncto P tripla, & quę ab O quadrupla, & ita deinceps iuxta numeros consequentes.



COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter HF ipsi BC parallela] *Diameter videlicet circuli circa A descripti.*

B Erit ex iis, quæ demonstrata sunt, rectangulum CBK æquale rectangulo LBD,

LBD, & rectangulum BCL æquale rectangulo KCD] *In quartadecima huius.*

Et ob id ut BK ad KL, ita KL ad LC, quod utraque proportio eadem sit, C
quæ BD ad DC.] *hoc ipse inferius manifeste ostendit.*

Sed antea ostensum est rectangulum contentum BK, CL æquale esse quadra- D
to ex AM] *in 14 huius.*

Ergo PN una cum diametro circuli circa P tripla est ipsius diametri, & eandem proportionem habet OS ad diametrum circuli circa O] *rursus quoniam est vt* NP *vna cum diametro circuli circa P ad ipsam diametrum, ita* OS *ad diametrum circuli circa O; & NP vna cum diametro circuli circa P tripla est eiusdem diametri; erit & OS diametri circa O tripla.*

Sit autem pro circumferentiis BGC DYC sint rectæ lineæ perpendiculares F
ad BD, vt apparet in tertia figura circa descriptos circulos eadem contingent] *sint rectæ lineæ* B I DF *ad BD perpendiculares: & describatur circulus HEF circa centrum A, ita vt semicirculi BED circumferentiam, & lineas BH DF contingat: sitque eius diameter* HF *ipsi* BD *parallela, erit* HF *æqualis BD: & a puncto A ducta* 34 primi
perpendicularis AM æqualis erit ipsi HF; etenim ex duabus circulorum æqualium semidiametris AE EM constabit. deinde in loco intermedio describantur circuli quotcumque, qui tum sese, tum circumferentias circulorum, tum rectam lineam BH *contingant, vt circa centra* P O. *& ad basim* BD *perpendiculares ducantur* PN OS. *Dico in his quoque idem, quod in superioribus contingere. Quoniam enim ex iis, quæ nos in antecedentem demonstrauimus, vt MA vna cum diametro circuli circa A ad ipsam diametrum, ita est* PN *ad diametrum circuli circa* P; *atque est MA vna cum diametro circuli circa* A *dupla ipsius diametri: erit & PN dupla diametri circuli circa* P. *rursus quoniam vt* PN *vna cum diametro circuli circa P ad eandem diametrum, ita OS ad diametrum circuli circa O; erit OS diametri circuli circa* O *tripla: & ita in aliis.*

Quæ in numeris quadratam rationem habent] *hoc est quæ ad diametrum circuli* G
circa A descripti proportionem habeat eandem, quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Græcus codex ἢ Λξ ὀρθὴ πρὸς τὴν β Γ τετραγωνικὸν ἐν ἀριθμοῖς λόγον ἔχουσας, *vel legendum* ἢ Λξ ὀρθὴ &c. λόγον ἔχουσα. *vel aliqua desiderantur, in iis vero, quæ sequuntur pro Λξ vbique scribendum Λζ.*

Generaliter.n.quã proportionem BC ad CD longitudine, eandem potesta- H
te habet DF ad diametrum circuli circa A] *Græcus codex* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον ἡ β γ πρὸς τὴν γ Λ, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον δυνάμει ἡ Λζ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ περὶ τὸ α κύκλου. *Ego addendum censeo* μήκει; *vt ita legatur.* καθόλου γὰρ ὃν ἔχει λόγον μήκει ἡ β γ πρὸς τὴν γ Λ *&c.*

Vt si BC sit longitudine quadrupla ipsius CD, erit DF &c.] *Si enim* BC I
ad CD longitudine sit vt 4 ad 1, erit & DF ad FH vt 4 ad 1. longitudine vero A
vt 2 ad 1.

THEOREMA XVII. PROPOS. XVII.

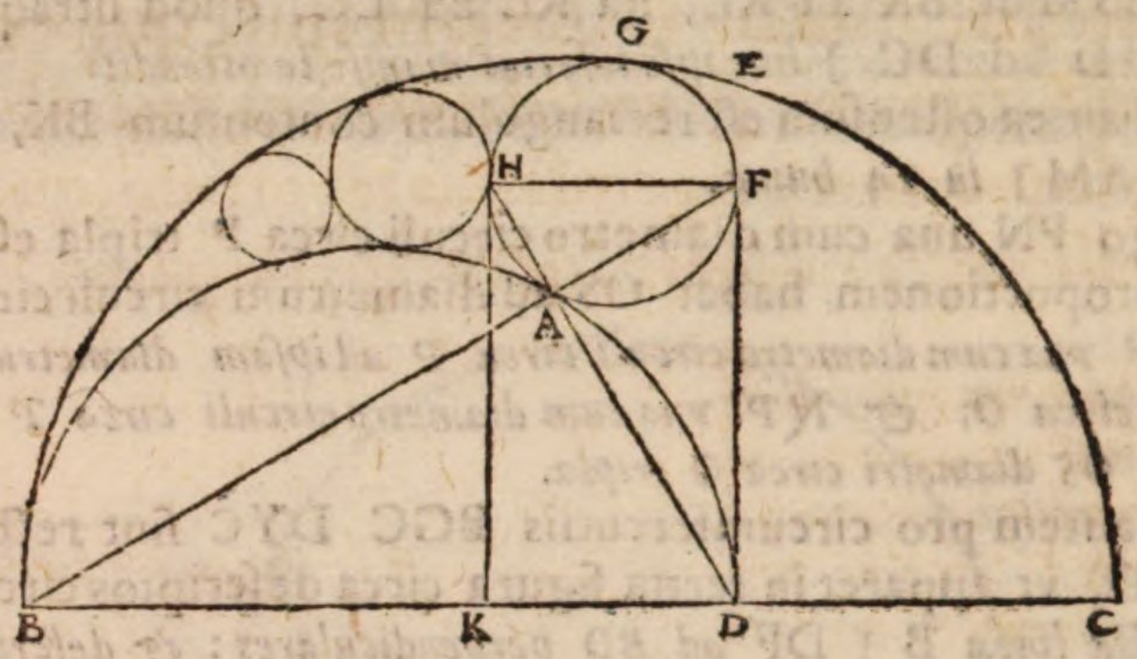
B

Quod autem positum est, sequenti lemmate ostendetur.

Sint semicirculi BGC BAD, & perpẽdicularis DF, & circulus contingens HGFA. Dico vt BC ad CD longitudine, ita esse potestate DF ad diametrum circuli HGFA.

Ducatur

A Ducatur diameter
B HF. ergo rectæ li-
neæ sunt FAB HAD,
& ducta perpendicu-
C lari HK, erit ex iam
demonstratis rectan-
gulum CBK quadra-
to ex BD æquale.
D Vt igitur BC ad CD,
ita BD ad DK; hoc
E est ad HF. Sed vt BD
ad HF, ita DA ad
F AH: & ut DA ad AH,
ita quadratum ex DF
ad quadratum ex FH.
triangulum enim re-
ctangulum est HFD: & ad subtensam perpendicularis ducitur FA. ergo & ut BC ad CD, ita quadratum ex FD ad quadratum diametri circuli HGFA.



COMMENTARIVS.

A Ducatur diameter HF] *Diameter scilicet circuli contingentis, quæ ipsi* BC *sit parallela.*

B Ergo rectæ lineæ sunt FAB HAD] *Hoc est* F*AB est una, & eadem recta linea, & similiter* H*A*D, *quod apparet ex lemmate in* 14. *huius a nobis conscripto.*

C Erit ex eam demonstratis rectangulum CBK quadrato ex BC æquale] *In quartadecima huius.*

D Vt igitur BC ad CD, ita BD ad DK] *Quoniam rectangulum* CBK *æquale est quadrato ex* BD, *erit ut* CB *ad* BD, *ita* DB *ad* BK. *quare per conuersionem rationis, ut* BC *ad* CD, *ita* BD *ad* DK.

E Sed ut BD ad HF, ita DA ad AH] *Ex* 4. *sexti elementorum, propterea quod triangula* B*AD* H*AF similia sunt.*

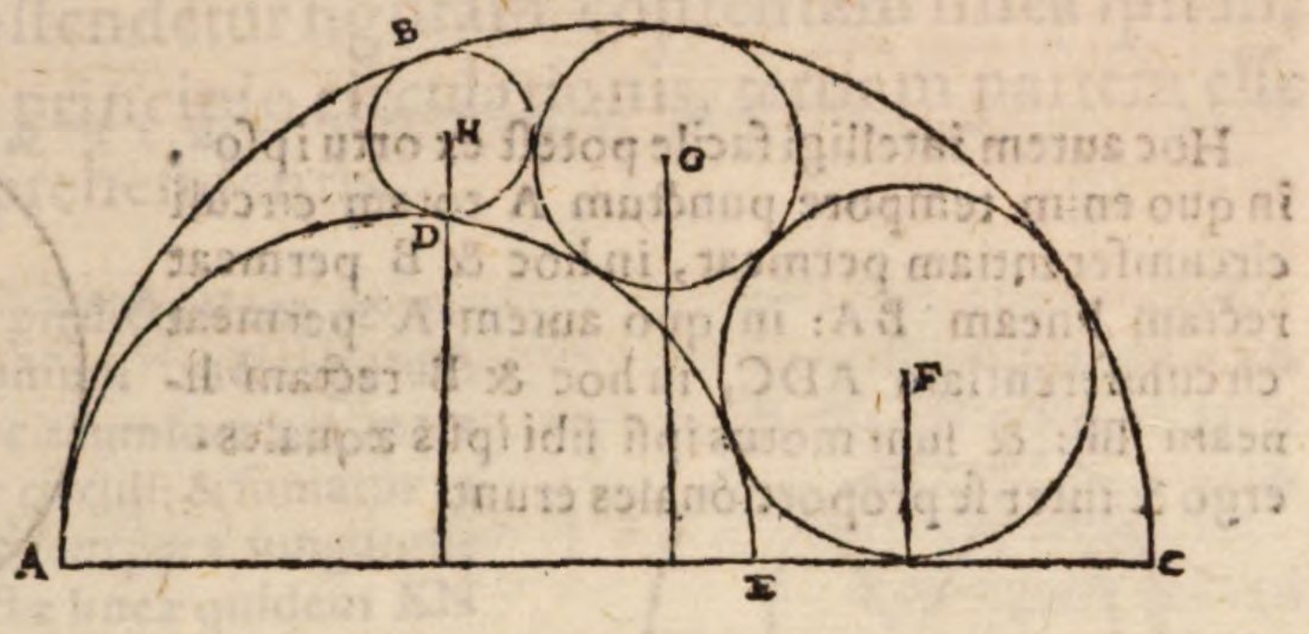
F Et ut DA ad AH, ita quadratum ex DF ad quadratum ex FH] *Cum enim in triangulo orthogonio* H*F*D *ab angulo recto ad* H*D subtensam perpendicularis ducta sit* F*A, fiunt triangula similia toti & inter sese: ergo ut* D*A ad* A*F, ita* F*A ad* A*H.* 8. sexti. *Sed ut* D*A ad* A*F, ita* D*F ad* F*H. vt igitur* D*A ad* A*H, hoc est ut prima ad tertiam, ita quadratum primæ ad quadratum secundæ, quadratum uidelicet ex* D*A ad quadratum ex* A*F; hoc est quadratum ex* D*F ad quadratum ex* F*H. quare ut* D*A ad* A*H, ita quadratum ex* D*F ad id, quod ex* F*H describitur quadratum.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XVIII.

Ex iam dictis lemmatibus & illud demonstratur. Sint semicirculi ABC ADE, & describantur circuli eorum circumferentias contingentes, vt circa centra FGH, & alij deinceps, qui ipsis cohæreant, quemadmodum in superioribus manifestum est, perpendiculares, quæ ab F ad AC ducitur, ei, quæ

ex

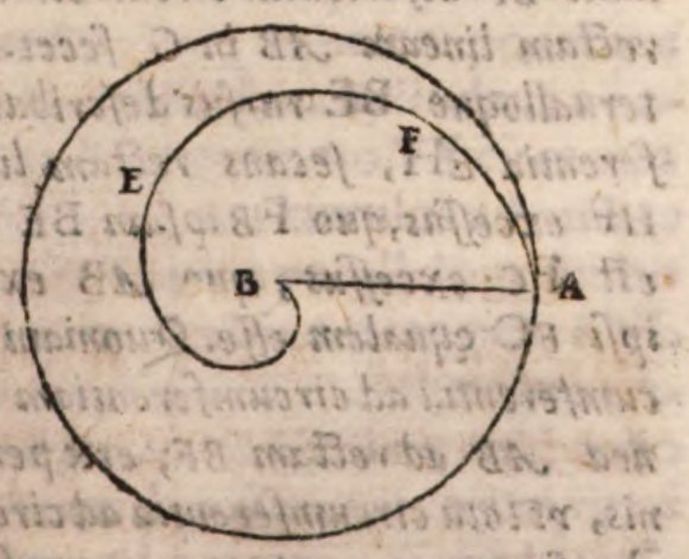
ex centro circuli circa F descripti æqualem esse. Dico perpendicularem a puncto G ductam eius, quæ ex centro circuli circa G esse triplam; perpendicularem vero ab H quintuplam, & quæ sequuntur perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices esse iuxta numeros deinceps impares.



Quoniam enim ante demonstratum est, vt perpendicularis, quæ a puncto F ducitur unà cum diametro ad ipsã diametrum, ita esse perpendicularem a pũcto G ad propriam diametrum. & est perpendicularis a puncto F una cũ diametro ipsius diametri sesquialtera, erit eius quæ ex centro tripla. Rursus quoniam, vt perpendicularis a pũcto G una cum diametro ad diametrum, ita est perpendicularis ab H ad diametrum ipsius. perpendicularis autem a puncto G una cum diametro ad diametrum proportionem habet eam, quam 5 ad 2. ergo & perpendicularis a puncto H ad diametrum eandem habebit proportionem: ac propterea eius, quæ ex centro quintupla erit. Similiter & aliæ perpendiculares earum, quæ ex centris multiplices iuxta numeros deinceps impares demonstrabuntur.

Theorema de helica, seu linea spirali in plano describenda, proposuit quidẽ Conon Hamius geometra: Archimedes vero admirabili quadam aggressione demonstrauit. Itaque dicta linea ciusmodi ortum habet.

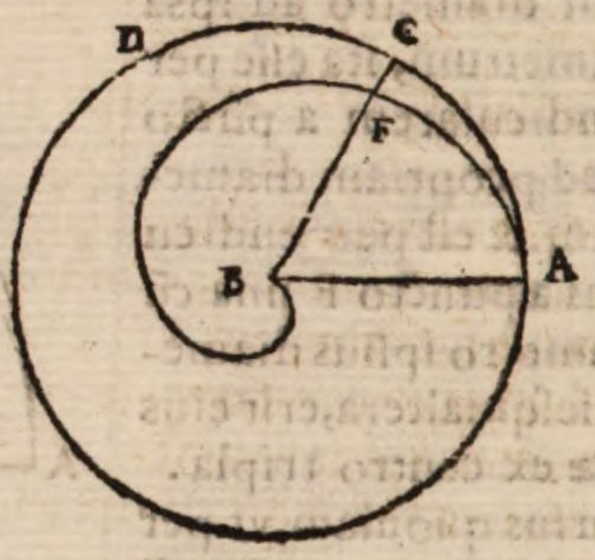
Sit circulus, cuius centrum B, & ea quæ ex centro BA: moueaturque BA, ita vt punctum B maneat, & ipsum A æqualiter feratur in circuli circumferentia. Simul vero aliquod punctum ab ipso B incipiens in recta linea BA feratur æqualiter usque ad A. & in æquali tempore B permeet rectam lineam BA, & A ipsam circuli circumferentiam. Punctum igitur in ipsa BA motum secundum circulationem describet lineam, qualis est BEFA. & eius quidem principium erit punctum B; principium circulationis BA; ipsa uero linea, helix, seu linea spiralis appellatur, cuius principale accidens eiusmodi est.



THEOREMA XIX. PROPOS. XIX.

Si ad lineam ſpiralem quæpiam recta linea ducatur, vt BF, & producatur. erit ut tota circuli circumferentia ad circumferentiam ADC, ita recta linea AB ad rectam BF.

Hoc autem intelligi facile poteſt ex ortu ipſo, in quo enim tempore punctum A totam circuli circumferentiam permeat, in hoc & B permeat rectam lineam BA: in quo autem A permeat circumferentiam ADC, in hoc & B rectam lineam BF: & ſunt motus ipſi ſibi ipſis æquales. ergo & inter ſe proportionales erunt.

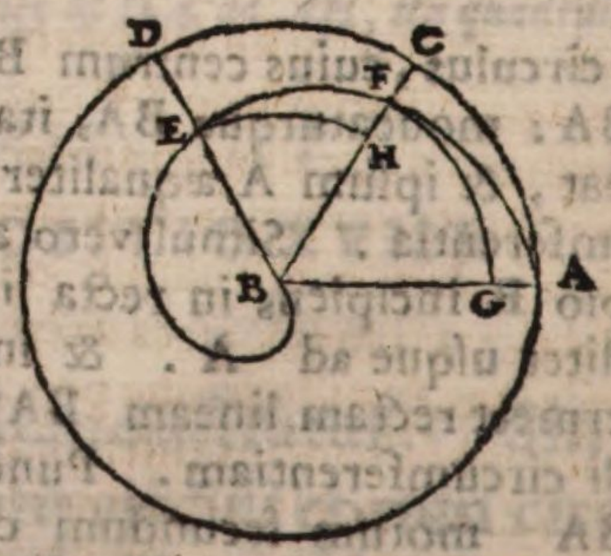


THEOREMA. XX. PROPOSITIO. XX.

Sed & illud manifeſtum eſt, rectas lineas, quęcumque à pũcto B ad ipſam ſpiralem ductæ angulos ęquales continent, ęqualiter ſeſe inuicem excedere.

COMMENTARIVS.

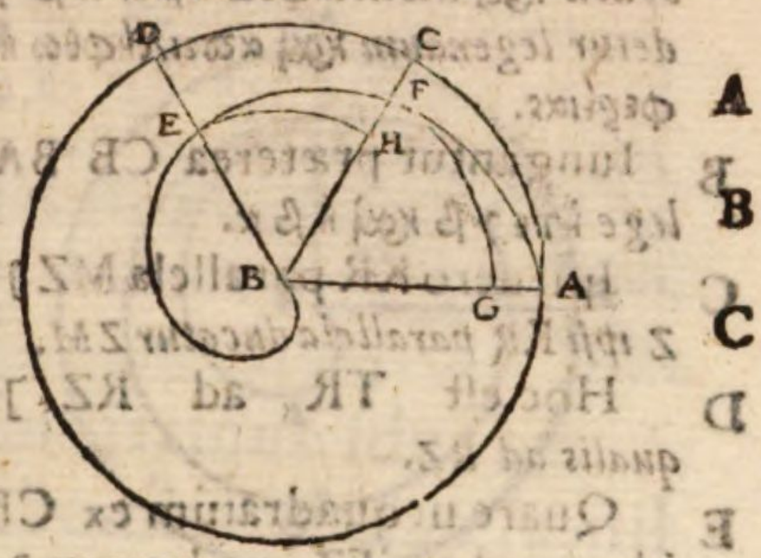
Sit circulus ADC, & helix BEFA, ducanturque rectę lineæ BA, BFC, BED, ita vt angulus DBC ſit æqualis angulo CBA. centro autem B, & interuallo BF deſcribatur circuli circumferentia FG, quæ rectam lineam AB in G ſecet. & eodem centro, interualloque BE rurſus deſcribatur circuli circumferentia EH, ſecans rectam lineam BC in H. erit HF exceſſus, quo FB ipſam BE excedit. & GA hoc eſt FC exceſſus, quo AB excedit BF. Dico HF ipſi FC ęqualem eſſe. Quoniam enim eſt ut tota circumferentia ad circumferentiam ADC, ita recta linea AB ad rectam BF; erit per conuerſionem rationis, vt tota circumferentia ad circumferentiam CA, ita recta linea AB ad CF rectam. Rurſus quoniam ut tota circumferentia ad circumferentiam AD, ita recta AB ad rectam DE; erit per conuerſionem rationis, & tota circumferentia ad circumferentiam

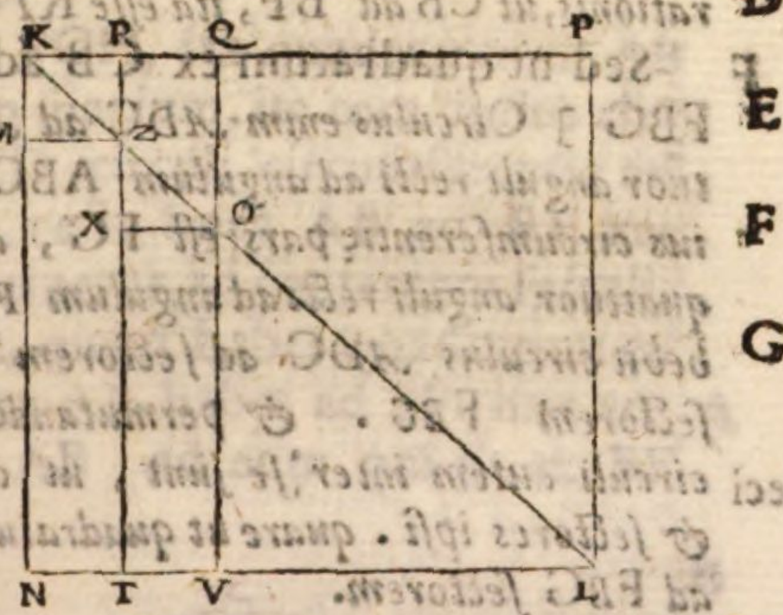


rentiam DCA, ita recta AB ad rectam CH. & conuertendo, vt circumferentia DCA ad totam circumferentiam, ita recta CH ad rectam AB. quare ex æquali, ut circumferentia DCA ad circumferentiã AC, ita recta HC ad ipsam CF. & diuidendo, ut circumferentia DC ad circumferentiam CA, ita recta HF ad FC rectam. Sed circũferentia DC est æqualis circumferentiæ CA, quòd & angulus DBC angulo CBA, ergo recta linea HF rectæ FC æqualis erit, quod oportebat demonstrare.

THEOREMA XXI. PROP. XXI.

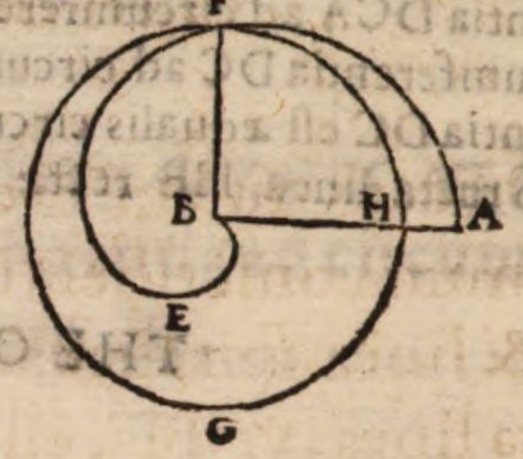
Quibus positis ostendetur figuram contentam linea spirali, & recta, quæ est in principio circulationis, tertiam partem esse circuli ipsam comprehendentis.





Sit enim & circulus, & prędicta linea: & exponatur parallelogrammum rectangulum KNLP: sumaturque AC circumferentia, pars quædam circumferentiæ circuli: & sumatur recta linea KR ipsius KP eadem pars. iungantur præterea CB BA: & rectæ lineæ quidem KN parallela ducatur RT, ipsi uero KR parallela MZ, & circa B centrum describatur circumferẽtia FG. Quoniam igitur est ut recta linea BA ad AG, hoc est BC ad CF, ita tota circuli circumferentia ad circumferentiam CA: hoc.n. spiralis lineæ principale est accidens. Vt autem circuli circumferentia ad ipsam CA, ita PK ad KR: & ut PK ad KR, ita LK ad KZ, hoc est TR ad RZ. vt igitur BC ad CF, ita TR ad RZ: & per conuersionem rationis. quare ut quadratũ ex CB ad quadratum ex BF, ita quadratũ ex RT ad id, quod ex TZ quadratum. Sed ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF; ita ABC sector ad sectorẽ FBG. & vt quadratum ex RT ad quadratũ ex TZ, ita cylindrus a parallelogrãmo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundẽ axem. Vt igitur ABC sector ad sectorem FBG, ita cylindrus a parallelogrãmo KT circa axem NT, ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem. Similiter quoque si circũferentię AC ponamus æqualem CD, ipsi autem KR rectæ lineę æqualem ponamus RG, & eadem construamus, erit ut DBC sector ad sectorẽ EBH, ita cylindrus a parallelogrammo RV circa axem TV ad cylindrum a parallelogrammo VX circa eundem axem. Simili ratione procedentes demonstrabimus, vt totus circulus ad omnes figuras ex sectoribus inscriptas lineę spirali, ita esse cylindrum a parallelogrammo NP circa axem NL ad omnes figuras ex cylindris ipsi cono, qui fit a triangulo KNL circa autem LN inscriptus. & rursus ut circulus ad omnes figuras ex sectoribus circumscriptas lineę spirali, ita esse cylindrum ad omnes figuras ex cylindris eidẽ cono circumscriptas. Ex quo manifestum est circulum ad eam figuram, quæ inter lineã spiralem & rectam AB interiicitur, ita esse ut cylindrus ad conum. Circulus igitur triplus est prædictæ figuræ, quod demonstrare oportebat.

Eodem modo demonstrabimus. Si etiam ducatur quæpiam recta linea ad spiralem, ut BF, & per F circa B centrum, describatur circulus: figuram contentam linea spirali FEB, & recta FB tertiam partem esse figuræ eius, quæ circunferentia circuli FGH, & rectis lineis FB BH continetur.



COMMENTARIVS.

A Sumaturque AC circumferentia pars quędam circumferentiæ circuli] *Græcus codex* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α β γ περιφέρεια μέρος ἐστὶ τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Videtur legendum* καὶ ἀπειλήφθω ἡ μὲν α γ περιφέρεια μέρος τὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

B Iungantur præterea CB BA] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἥτε γ β καὶ ἡ κα. *lege* ἥτε γ β καὶ ἡ β α.

C Ipsi uero KR parallela MZ] *Iungatur enim* KL, *quæ lineam* RT *in* Z *secet, & a puncto* Z *ipsi* KR *parallela ducatur* ZM.

D Hoc est TR ad RZ] *Vt enim* LK *ad* KZ, *ita* PL, *hoc est* TR *ipsi aqualis ad* RZ.

E Quare ut quadratum ex CB, ad quadratum ex BF, ita quadratum ad RT ad id, quod ex TZ quadratum] *Ex 22. sexti elementorum, sequitur enim per conuersionẽ rationis, ut* CB *ad* BF, *ita esse* RT *ad* TZ.

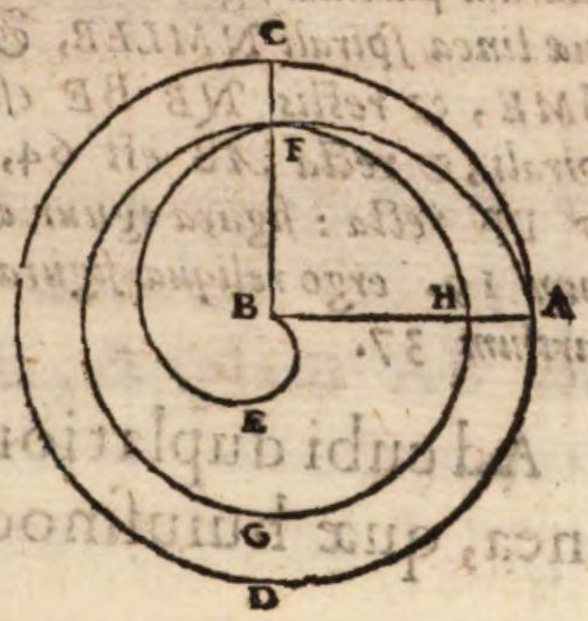
F Sed ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, ita ABC sector ad sectorem FBG] *Circulus enim* ADC *ad* ABC *sectorem eandem proportionem habet, quam quattuor anguli recti ad angulum* ABC *ex ultima sexti elementorum: & similiter circulus, cuius circumferentię pars est* FG, *ad sectorem* FBG *habet eandem proportionem, quam quattuor anguli recti ad angulum* FBG. *Sed cum anguli* ABC FBG *sint æquales, habebit circulus* ADC *ad sectorem* ABC *eandem proportionem, quam alius circulus ad sectorem* FBG. *& permutando circulus ad circulum eandem, quam sector ad sectorem. circuli autem inter se sunt, ut diametrorum, uel semidiametrorum quadrata. ergo & sectores ipsi. quare ut quadratum ex* CB *ad quadratum ex* BF, *ita erit sector* ABC *ad* FBG *sectorem.*

duodecimi.

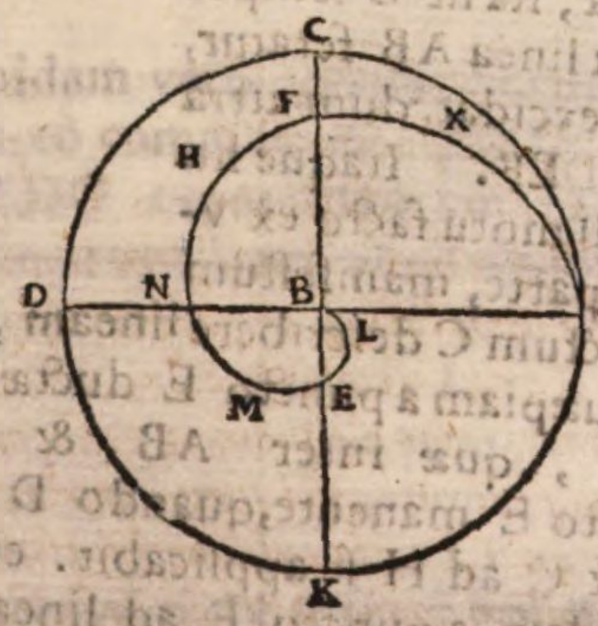
G Et ut quadratum ex RT ad quadratum ex TZ, ita cylindrus a parallelogrammo KT circa axem NT factus ad cylindrum a parallelogrammo MT circa eundem axem] *Cylindrus a parallelogrammo* KT *circa axem* NT *factus basim habet circulum, cuius semidiameter est* KN, *uel* RT, *& altitudinem* NT: *cylindrus autem factus a parallelogrammo* MT *circa eundem axem, basim habet circulum, cuius semidiameter* MN, *uel* ZT, *& altitudinem eandem. Hi igitur cylindri cum altitudinem eandem habeant, inter se sunt, ut eorum bases; bases autem ut diametrorum, uel semidiametrorum quadrata. Vt igitur quadratum ex* RT *ad quadratum ex* TZ, *ita cylindrus factus a parallelogrammo* KT *circa axem* NT *ad cylindrum a parallegrammo* MT *circa eundem axem.*

THEOREMA XXII. PROPOS. XXII.

Deiceps autem theorema circa eandem lineam notatione dignum conſcribemus. Sit enim & circulus prædictus in ordine, & linea ſpiralis eadem AFEB. Dico iam ſi ducatur quæpiã recta linea, vt BF. eſſe figuram contentam tota linea ſpirali, & recta AB, ad eam quæ linea ſpirali FEB, & BF recta continetur, vt cubus, qui fit à recta linea AB ad cubum, qui ab ipſa FB.



Deſcribatur enim circulus per F circa centrum B, qui ſit FGH. Itaque quoniam ut figura, quæ linea ſpirali AFCB, & recta AB continetur ad figuram contentam ſpirali FEB & recta FB, ita eſt ACD circulus ad figuram circumferentia FGH, & FB BH rectis lineis contentam. vtrumque enim vtriuſque tertiam partem eſſe iam oſtenſum fuit. circulus autẽ ACD ad ſpacium contentum rectis lineis FB FH & circumferentiam FGH proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet ACD circulus ad circulum FGH, & ex ea, quam circulus FGH habet ad ſpacium rectis lineis FB BH, & FGH circumferentia contentum. Sed vt ACD circulus ad circulum FGH, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BF: & vt circulus FGH ad dictum ſpacium, ita tota ipſius circumferentia ad circumferentiam FGH; hoc eſt ACD circuli circumferentia ad ipſam CDA, hoc eſt propter accidens ſpiralis lineæ, recta linea AB ad BF rectam; figura igitur, quę linea ſpirali & recta AB continetur, ad contentam ſpirali, & recta BF proportionem habet compoſitam ex ea, quam habet quadratum ex AB ad quadratum ex BF, & ex ea, quam recta linea AB habet ad BF. hæc autem proportio eadem eſt, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum. A



Ex hoc conſtat, ſi poſita linea ſpirali, & circulo circa ipſam, producatur AB ad D, & ad rectos angulos ipſi ducatur recta linea CFBEK, quarum partium vna eſt ſpaciũ contentum linea ſpirali BLE, & recta BE, earũ illud quidem, quod continetur ſpirali NME & rectis NB BE eſſe ſeptem, & quod continetur ſpirali FHN, & rectis FB BN vndeuiginti: quod vero ſpirali AXF & rectis AB BF continetur triginta ſeptem. perſpicua enim hęc ſunt ex præoſtenſo theoremate. Et quarum AB recta eſt quattuor, earum ipſam quidem FB eſſe trium, NB autem duarum, & BE vnius. quod etiam perſpicuum eſt ex accidente lineæ ſpiralis, & ex eo, quod circumferentiæ AC CD DK KA inter ſe æquales ſunt. B

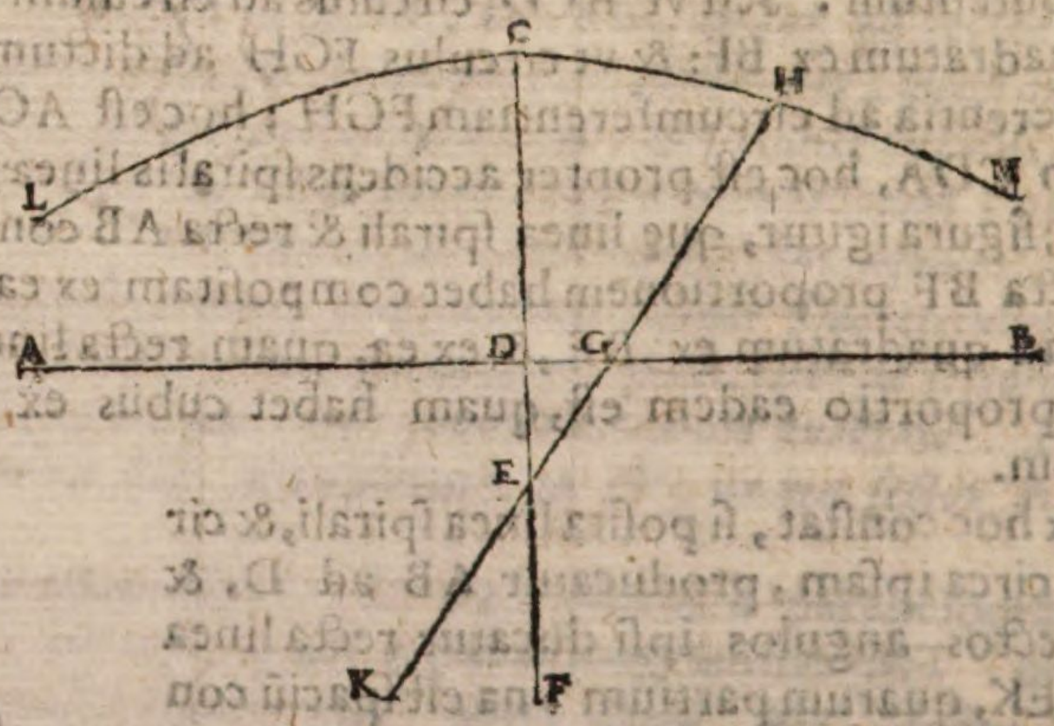
COM-

COMMENTARIVS.

A Hæc autem proportio eadem est, quam habet cubus ex AB ad eum, qui fit ex BF cubum] *Hoc nos ostendimus in libro de centro grauitatis solidorum propositione 21.*

B Ex hoc constat, si posita linea spirali, & circulo circa ipsam producatur AB ad D &c.] *Quoniam enim tota circuli circumferentia in quattuor partes æquales diuisa est per diametros AD CK, quæ sese ad rectos angulos secant, si AB ponatur esse partium quattuor, erit BF trium, NB duarum, & BE vnius. Quoniam igitur figura, quæ continetur linea spirali, & recta AB ad figuram linea spirali BLE & recta BE contentam, est vt cubus ex recta linea AB factus ad cubum ex ipsa BE; & cubus ex AB est partium 64, cubus autem ex BE partis vnius: quarum partium figura contenta linea spirali, & recta AB est 64, earum unius est figura contenta linea spirali BLE, & BE recta. Rursus quarum partium figura contenta linea spirali & recta AB est 64, earumdem 8 est figura, quæ linea spirali NMLEB, & NB recta continetur. quare figura contenta linea spirali NME, & rectis NB BE est septem. & similiter quarum partium figura contenta linea spirali, & recta AB est 64, earum 27. est figura contenta linea spirali FHNMELB, & BF recta: figura igitur contenta spirali FHN, & FB BN rectis lineis est partium 19. ergo reliqua figura, quæ spirali AXF, & rectis AB BF continetur, erit partium 37.*

Ad cubi duplationem excogitata est a Nicomede quædam linea, quæ huiusmodi ortum habet.



Exponatur recta linea AB, cui ad rectos angulos ducatur CDF, & in ipsa CDF sumatur aliquod punctum datum E. atque puncto E in eodé loco manente, recta linea CDEF feratur in recta ADB, per punctum E attracta, ita ut D semper in recta linea AB feratur, & non excidat. dum attrahitur EDEF. Itaque huiusmodi motu facto ex vtraque parte, manifestum est punctum C describere lineam, qualis est LCM, cuius accidens est, ut si recta linea quæpiam a puncto E ductæ lineæ LCM occurrat, ipsam CD æqualem esse ei, quæ inter AB & LCM interiicitur. manente enim AB, & puncto E manente, quando D ad G se applicauerit, congruet recta CD cum GH, & C ad H se applicabit. ergo CD ipsi GH est æqualis. similiter & si alia quædam a puncto E ad lineam ducatur, erit ea, quæ inter lineam, & AB rectam interiicitur, ipsi CD æqualis. Vocatur autem, inquit, recta linea quidem AB, regula; punctum E polus; CD interuallum; quoniam huic æquales sunt, quæ ipsi LCM occurrunt. linea uero LCM uocetur conchoides prima. nã & secunda & tertia, & quarta exponitur, quæ ad alia theoremata vtiles sunt.

At uero

At vero instrumentaliter posse lineam describi, & semper ad regulam magis accedere, hoc est omnium perpendicularium, quæ ab aliquibus punctis lineæ LCM ad AB ducuntur, maximam esse CD; quæ autem ipsi propinquior est, semper remotiore esse maiorem. & si recta linea quædam inter regulam, & conchoidem cadat, producaturque, eam a conchoide secari Nicomedes ipse demonstrauit, & nos in Analemma Diodori, cum vellemus angulum tripartito secare, prædicta linea usi simus. *

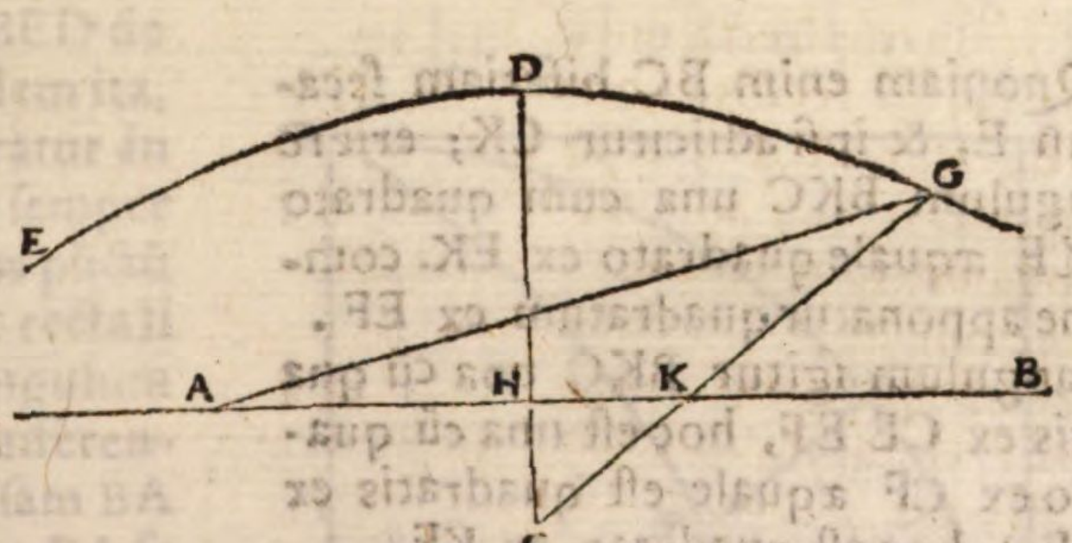
COMMENTARIVS.

Nicomedes ipse demonstrauit] *Vide Eutocium in commentariis in secundum librum Archimedis de sphæra, & cylindro; vbi & hoc demonstratur, & alia omnia fusius explicantur.* *

PROBLEMA I. PROPOSITIO XXIII.

Ex his autem manifestum est fieri posse, vt angulo dato, videlicet GAB, & puncto extra ipsum C, ducatur CG, ita vt KG, quæ interijcitur media inter lineam, & ipsam AB fiat æqualis rectæ lineæ datæ.

Ducatur enim perpendicularis a puncto C ad AB, quæ sit CH: & producatur, sitque DH datæ rectæ lineæ æqualis: & polo quidem C, & interuallo dato, uidelicet DH, regula autem AB describatur linea conchoides prima EDG. occurrit igitur ipsi AG ex eo, quod dictum est, occurrat in G, & iungatur CG. ergo & KG rectæ lineę datæ æqualis erit. Quidam vero commoditatis causſa aptantes regulam ad punctum C, ipsam usque eò commouent, quoad quæ interiicitur media inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectę lineæ æqualis. hoc enim existente id, quod initio propositum est, demonstratur. Dico autem, cubus cubi duplus inuenitur. *



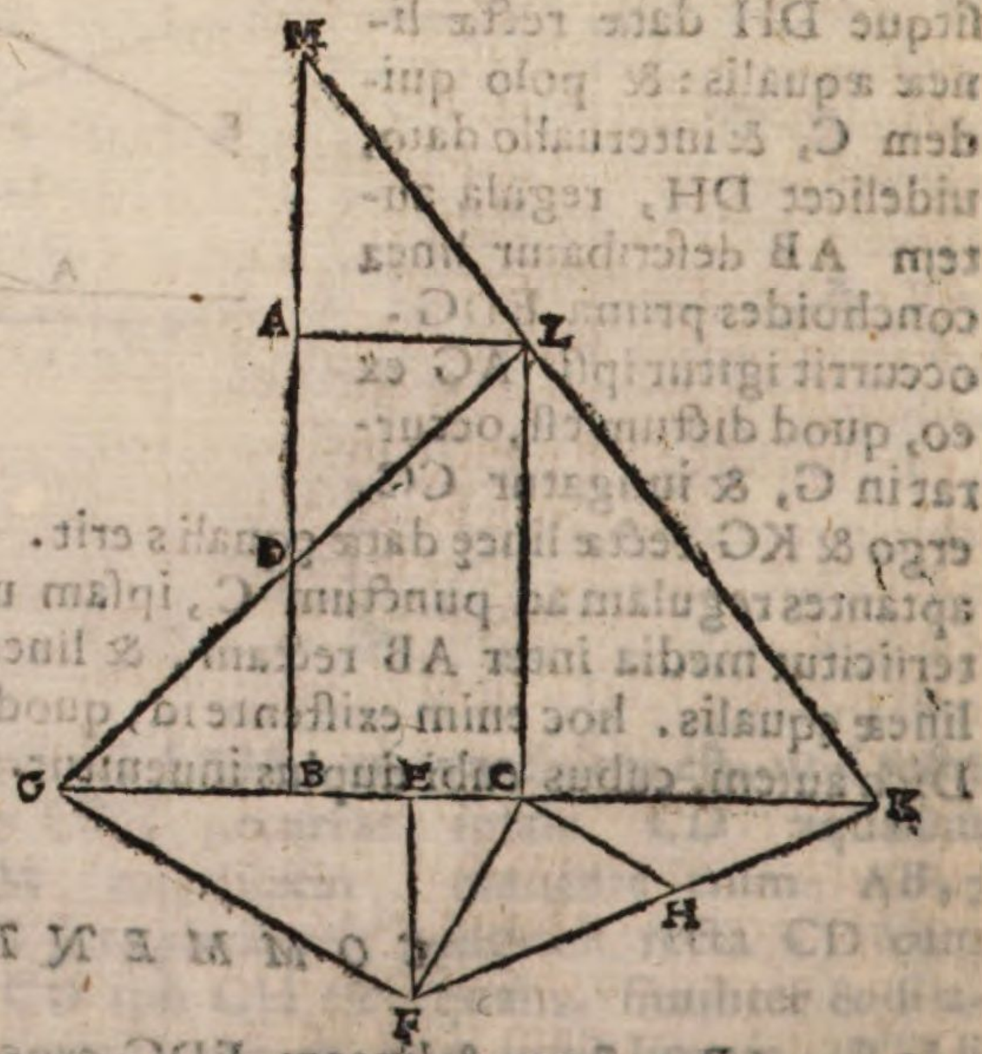
COMMENTARIVS.

Inter AB rectam, & lineam EDG experientia fiat datæ rectę lineę æqualis] *Vide ne legendum sit, inter AB rectam, & lineam AG. illud enim hoc pacto absque linea conchoide perfici potest.* *

PROBLEMA II. PROP. XXIIII.

Sed prius duabus datis rectis lineis duæ mediæ in continua analogia assumuntur. quorum Nicomedes quidem constructionem tantum expoſuit : Nos vero & demonſtrationem conſtructioni accommodabimus; hoc modo

Sint duę rectę lineę CL LA ad rectos inter ſe angulos, quarum oportet duas medias proportionales in continua analogia inuenire: compleaturque ABCL parallelogrammum; & utraque ipſarum AB BC in punctis DE bifariam ſecetur: & iuncta DL producatur, ut occurrat rectæ lineæ CB productæ in puncto G: ipſi autem BC ſit ad rectos angulos EF, & ducatur CF, quæ ſit æqualis AD: & iuncta FG ipſi parallela ſit CH. angulo autem exiſtente KCH a dato puncto F ducatur FHK, faciens HK ipſi AD, uel CF ęqualem. (hoc enim per lineam conchoidem fieri poſſe iam oſtenſum eſt) & iuncta KL producatur, ut occurrat rectæ lineæ AB protractæ in puncto M. Dico ut LC ad CK, ita eſſe CK ad MA, & MA ad AL.



Quoniam enim BC bifariam ſecatur in E, & ipſi adiicitur CK; erit rectangulum BKC una cum quadrato ex CE æquale quadrato ex EK. commune apponatur quadratum ex EF. rectangulum igitur BKC una cũ quadratis ex CE EF, hoc eſt una cũ quadrato ex CF æquale eſt quadratis ex KE EF, hoc eſt quadrato ex KF. Et quoniam ut MA ad AB, ita ML ad LK: ut autem ML ad LK: ita BC ad CK: erit & ut MA ad AB, ita BC ad CK. atque eſt ipſius quidem AB dimidia AD: ipſius uero BC dupla CG. ergo & ut MA ad AD, ita erit GC ad CK. Sed ut GC ad CK, ita FH ad HK, propter lineas parallelas GF, CH. componendo igitur ut MD ad DA, ita eſt FK ad KH. æqualis autem poſitur AD ipſi HK, quoniam & ipſi CF. ergo & MD ipſi FK æqualis erit: & quadratum ex MD quadrato ex FK æquale. atque eſt quadrato quidem ex MD æquale rectangulum BMA una cum quadrato ex AD. Sed quadrato

drato ex FK æquale demonstratum est rectãgulum BKC una cum quadrato ex CF. quorum quadratum ex AD æquale est quadrato ex CF, quòd AD ipsi CF æquales ponatur. ergo & BMA rectangulum rectangulo BKC est æquale: & ut MB ad BK, ita KC ad MA. vt autem MB ad BK, ita LC ad CK. quare ut LC ad CK, ita MA ad AL. Vt igitur LC ad CK, ita erit CK ad MA, & MA ad AL.

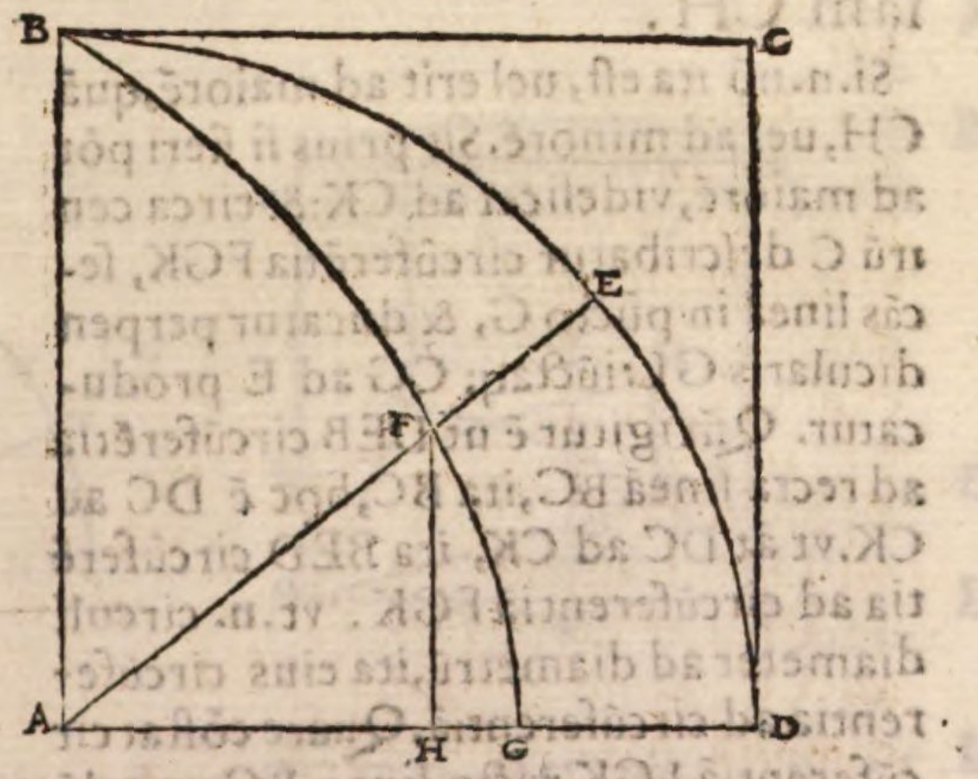
PROBLEMA III. PROPOSITIO. XXV.

Itaque cum hoc demonstratũ sit, perspicuum est, quomodo oporteat dato cubo alium cubũ in data proportione inuenire.

Sit enim data proportio, quam habet recta linea A ad B rectam: & ipsarum AB duæ mediæ proportionales in continua analogia assumantur, uidelicet C D. erit igitur ut A ad B, ita cubus, qui fit ab A ad eum, qui a C cubum. hoc enim ex ipsis elementis manifeste constat.

Ad circuli quadraturam assumpta est a Dinostrato, & Nicomede, & nonnullis iunioribus quędam linea, cui ab accidente, quod circa ipsã, nomẽ impositum est. Vocetur. n. ab ipsis τετραγωνίζουσα, hoc est linea quadrans. & ortum habet eiusmodi.

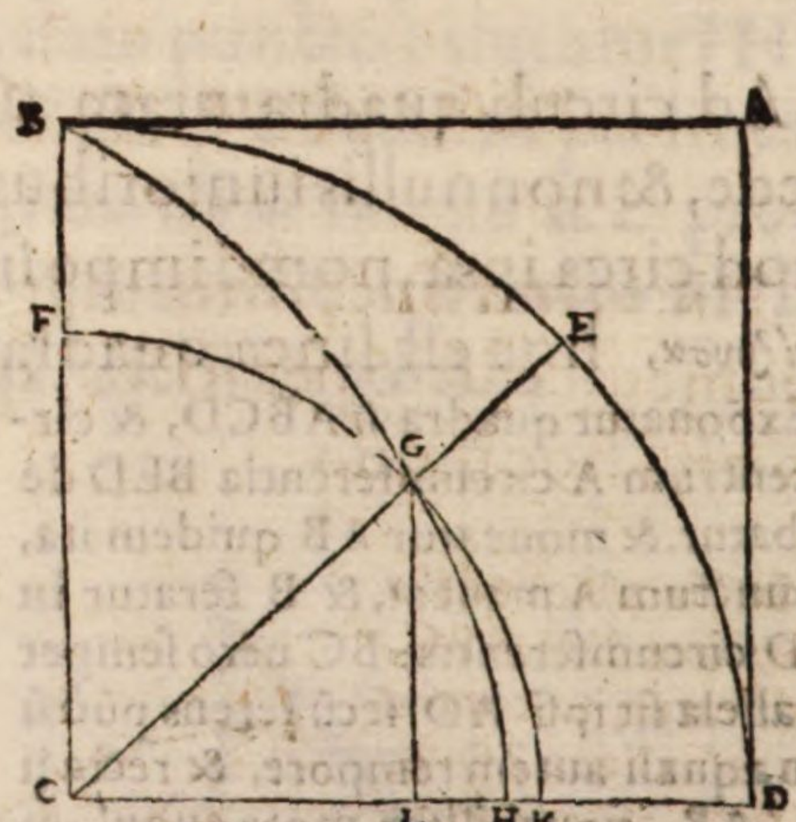
Exponatur quadratũ ABCD, & circa centrum A circumferentia BED describatur. & moueatur AB quidem ita, vt punctum A maneat, & B feratur in BED circumferentia: BC uero semper parallela sit ipsi AD secũ ferens pũctũ B. inæquali autem tempore, & recta linea AB æquabiliter mota angulum BAD, hoc est punctum B circumferentiam BED percurrat, & BC ipsam BA lineam; hoc est B punctũ in linea BA feratur. cõueniet igitur BC cũ AD; vbi primũ vtræq; AB BC inter se cõgruẽt. Itaque tali motione facta, AB BC in latione se inuicẽ secãt secũdũ aliquod pũctũ, quod sẽper una cũ ipsis transfertur. a quo quidẽ pũcto describitur quædã linea i loco intermedio inter BA AD, & BED circũferẽtiã, quæ ad easdẽ partes cõcaua hẽt, ut BFG. & videtur utilis eẽ ad illud. nẽpe dato circulo quadratũ ipsi æquale inuenire. Principale ãt eius symptoma tale est. Si quæpiam recta linea ducatur ad circumferentiam, ut AFE, erit tota circumferentia BED ad ED circumferentiam, ut recta linea BA ad FH. hoc enim ex ipso lineę ortu manifesto apparet. Hęc autem linea spero iure ac merito non satisfacit propter hæc Primum. n. ad quod nidetur utilis esse, hoc in suppositione assumit. quomodo, inquit, fieri põt, ut duo pũcta ab ipso B principiũ motus capientia; hoc quidem in recta linea ad A, illud uero in circumferentia ad D in



æquali t pore ſimul reſtituãtur, niſi prius proportio rectę lineæ AB ad circũferẽtiã bt D cognita ſit? In hac.n. proportione,& motuũ uelocitates ſint,neceſſe eſt. nã quo pacto arbitrantur ea ſimul reſtitui. velocitatibus temere, & nulla ratione utentia? niſi forte quiſpiam dicat,hoc caſu euenire,quod eſt abſurdum. Præterea terminus, quo ipſi utuntur ad circuli quadraturam, videlicet quo loco punctum ſecet rectam lineam AD non inuenitur. Intelligatur.n.quæ dicta ſunt in propoſita figura, quando rectæ lineę CB BA motæ ſimul reſtituuntur,congruunt rectæ lineæ AD, neque ſeſe amplius ſecant. ceſſat.n.ſectio antequam ipſi AD congruant. quæ quidẽ ſectio terminus factus eſt lineæ,in quo cum ipſa AD recta linea conuenit: ni forte intelligamus lineam productam,quemadmodum poſuimus rectas lineas uſque ad ipsã AD. quod tamen ex eorum principiis non ſequitur. Sed utcumque ſumatur punctum G, præcedere debet proportio circumferentiæ ad rectam lineam. niſi.n.ea detur,illud fieri nequaquam poteſt. An oportet nos eorum,qui talem lineam inuenerunt, opinionem ſecutos, ipſam admittere ,quę quodammodo mechanica eſt, & ad multa problemata ipſis mechanicis conducit. Sed multo magis admittendum eſt problema,quod per ipſam demonſtratur.

THEOREMA XXIII. PROPOS. XXVI.

Quadrato enim exiſtente ABCD, & circũferentia BED circa centrum C, & linea quadrante BHG facta, ſicuti dictum eſt, oſtenditur ut DEB circumferentia ad rectam lineam BC, ita eſſe BC ad ipſam CH.



Si.n.nõ ita eſt, uel erit ad maiorẽ,quã CH,uel ad minorẽ. Sit prius ſi fieri pót ad maiorẽ, videlicet ad CK:& circa centrũ C deſcribatur circũferẽtia FGK, ſecãs lineã in pũcto G, & ducatur perpendicularis GL: iũctaq; CG ad E producatur. Qm igitur ẽ ut DEB circũferẽtia ad rectã lineã BC,ita BC,hoc ẽ DC ad CK. vt ãt DC ad CK, ita BED circũferẽtia ad circũferentiã FGK. vt.n. circuli diameter ad diametrũ,ita eius circũferentia ad circũferentiã. Quare cõſtat circũferentiã FGK rectę lineę BC ęqualẽ eẽ. Et qm pp accidẽs lineę,ut BED circũferẽtia ad circũferẽtiã ED, ita ẽ recta linea BC ad GL, erit ut circũferẽtia FGK, ad CK circũferẽtiã, ita BC ad GL. & oſtẽſa ẽ FGK circũferẽtia rectę lineę BC æqualis; ęqualis igitur ẽ circũferẽtia GK ipſi GL rectę. quod eſt abſurdũ. ergo nõ eſt ut circũferentia BED ad rectam BC ita BC ad maiorem, quam CH. Dico præterea neque ad minorem. Si.n. fieri poteſt,

poteſt,ſit ad CK:& circa C centrum deſcribatur circumferentia FMK. & ad rectos angulos ipſi CD ducatur KG ſecans lineã quadrantem in G:& iuncta CG producatur ad E. Similiter iam dictis oſtendemus circumferentiã FMK rectæ lineę BC eſſe çqualem.& ut BED circumferentia ad circumferentiam ED, hoc eſt vt circũferẽtia FMK ad MK,ita eſſe BC rectam ad rectam GK.ex quibus ſequitur circumferentiam MK rectæ lineæ KG çqualem eſſe. quod eſt abſurdum.non igitur erit ut circũferentia BED ad rectam B , ita BC ad minorem,quam CH.oſtenſum autem eſt,neq; ad maiorem.ergo ut circumferentia BED ad rectam BC,ita eſt BC ad ipſam CH. Sed & illud manifeſtum eſt,tertiam proportionalem ipſarum HC, CB circumferentiæ BED æqualem eſſe;& eius quadruplam æqualem circumferentiæ totius circuli.

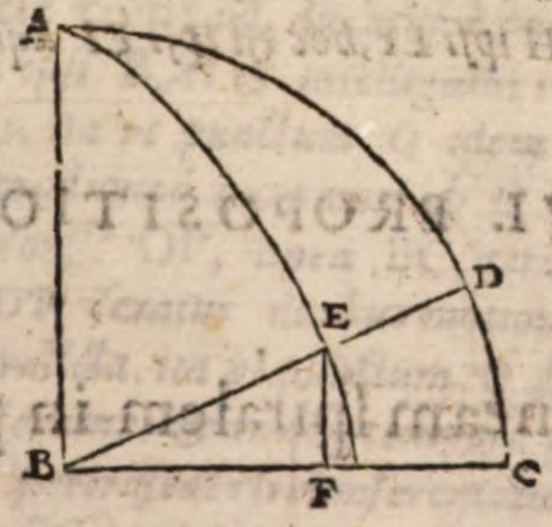
PROBLEMA IIII. PROP. XXVII.

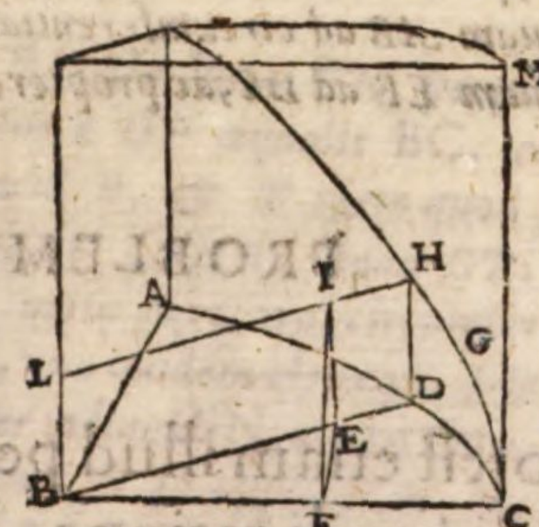
Itaque inuenta recta linea circumferentiæ circuli çquali perſpicuum eſt quomodo oporteat,& ipſi circulo æquale quadratum facile & nullo negotio conſtituere.

etenim quod circuli ambitu & ea,quæ ex centro continetur,duplum eſt ipſius circuli,ut Archimedes demonſtrauit.

PROBLEMA V. PROPOSITIO XXVIII.

Hic igitur lineę ortus magis mechanicus eſt,ut dictum fuit, geometrice uero per locos, qui ad ſuperficies dicuntur, reſolui poteſt, hoc modo





A
B
C
D
E F
G
H
A

Sit circuli quadrãs poſitione datº ABC, & ducatur, ut contingit recta linea BD: & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circũferentiam DC proportionem datã habeat. Dico punctũ E ad lineam eſſe. Intelligatur.n. a circumferentia ADC recti cylindri ſuperficies, & in ipſa linea ſpiralis deſcripta, quæ poſitione detur CCH,ſitq; HD latus cylindri, & ad planũ circuli perpẽdiculares ducãtur EI BL, videlicet ad rectos angulos erectæ,& per H ipſi BD parallela HL. Itaque quoniã proportio rectæ lineę EF ad circũferentiã DC eadẽ eſt,quæ proportio CE,hoc eſt DH ad circũferẽtiã DC propter lineã ſpiralẽ,& data eſt proportio rectæ lineæ CE ad DC:& proportio EF ad DC erit data;ſuntq; FE EI poſitione.ergo & iũcta FI poſitione erit.& eſt ad BC perpẽdicularis.eſt ãt FI in plano,quare & punctũ I: atq; eſt in ſuperficie:fertur.n.BL & per lineã ſpiralẽ HGC, & per LB rectã lineã,quæ & ipſa poſitione datur, cũ ſit ſubiecto plano parallela.ad lineã igitur eſt punctũ I,ergo & E. Hoc quidẽ uniuerſe reſolutũ eſt.Si autem rectæ lineæ EF proportio ad DC circumferentiam eadem ſit, quæ rectę BA ad circumferentiam ADC,prædicta linea quadrans efficitur.

COMMENTARIVS.

A Sit circuli quadrans positione datus ABC] *Sit enim B circuli centrum, & BA BC ex centro circuli, & ADC quarta pars circumferentiæ ipsius.*

B Et ducatur vt contingit recta linea BD, & ad BC perpendicularis EF, quæ ad circumferentiam DC proportionem datam habeat] *Ex centro B ducatur vtcumque BD, & sumpto in BD puncto E, ducatur ad BC perpendicularis EF, ita vt EF ad circumferentiam CD datam habeat proportionem, videlicet eam, quam recta linea AB habet ad circumferentiam ADC.*

C Dico punctum E ad lineam esse] *Hoc est punctum E esse in linea quadrante.*

D Intelligatur.n.a circumferentia ADC recti cylindri superficies] *Hoc ẽ intelligatur cylindri recti quarta pars cuius basis sit circũferẽtia ADC, & altitudo CM ipsi AB æqualis.*

E Et in ipsa linea spiralis descripta, quæ positione detur CGH] *Describetur autem linea spiralis in dicti cylindri superficie, si intelligatur in linea CM punctum aliquod incipiẽs a C æqualiter ferri usque ad M, & eodem tempore lineam CM rectam ad planum circuli permeare circumferentiam CDA punctũ etenim illud lineam spiralem describet, cuius principale accidens est, vt sumpto quouis puncto in ipsa, quod exempli gratia sit H, ductaque HD ad planũ perpendiculari, habeat HD ad circumferentiam DC eam proportionem, quam tota CM habet ad circumferentiam CDA. illud vero ita esse ex ipso ortu manifesto apparet.*

F Sitque HD latus cylindri.] *Hoc est sit DH perpendicularis ad circuli planum, instar lateris cylindri. Græcus autem codex sic habet* καὶ ϖ λ τοῦ κυλίνδρου ἡ θ Δ. *Sed scribendum puto* καὶ ϖλευρα τοῦ κυλίνδρου ἡ θ Δ.

G Videlicet ad rectos angulos erectæ] *Græcus codex* ἀνεσαμένη ὀρθὰι, *quæ tamen mihi quodammodo superuacanea videntur.*

H Et per H ipsi BD parallela HL] *Occurret autem HL rectæ EI in puncto I, quoniã DH est æqualis ipsi EI, quòd utraque eidem EF sit æqualis. Cum enim DH ad circumferentiã DC*

A *eandem proportionem habeat, quam tota CM, hoc est AB ad circumferentiam ADC propter lineam spiralem in cylindri superficie descriptam, habeatque EF ad DC eandem proportio-*

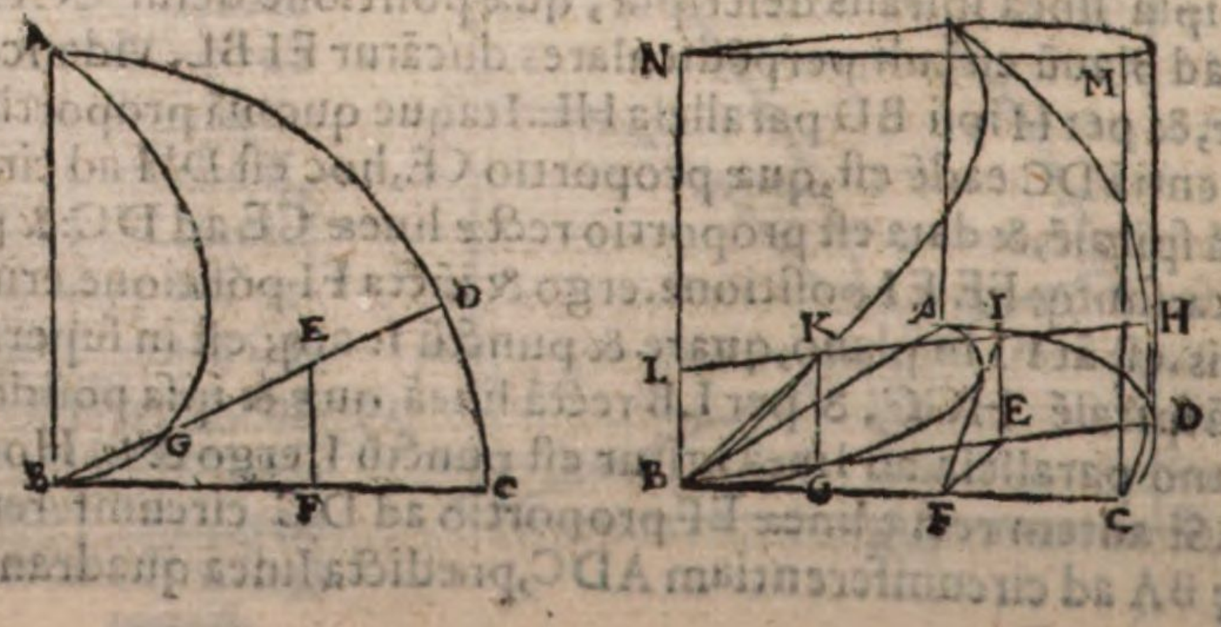
& *nem, quam AB ad circumferentiam ADC ex positione; habebit DH ad DC eandem proportionem, quam EF ad DC, ac propterea DH ipsi EF, hoc est ipsi EI æqualis erit.*

PROBLEMA VI. PROPOSITIO XXIX.

Potest etiam illud per lineam spiralem in plano descriptam resolui simili ratione.

Sit.n. rectæ lineę EF ad circũferẽtiã DC proportio eadẽ, quæ ipsius AB ad circũferentiam ADC. & ĩ quo ipse recta linea AB circa B pũctum motà pertrãsit circumferẽtiã ADC, pũctũ, quod est in ea incipiens a B peruenit

A



ad

ad C, ipſius AB poſitionem aſſumens, & faciat lineam ſpiralem BGA. eſt igi- B
tur vt AB ad BG, ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD: & permu-
tando vt BA ad circumferentiam ADC, ita BG ad CD circumferentiam. Sed
& EF ad CD eandem proportionem habet. æqualis igitur eſt BG ipſi EF. du 9 quint.
catur ad planum perpendicularis GK, ipſi BG æqualis. ergo punctum K eſt in C
ſuperficie cylindrica; in qua eſt linea ſpiralis. ſed eſt etiam in ſuperficie conica. D E
iuncta enim BK in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt ad
ſubiectum planum, ducta per datum punctum B. ergo ad lineam eſt ipſum K.
ducatur per K ipſi EB parallela LKI, & ad planum perpendiculares erigantur A
BL EI in πλινθοειδει. igitur eſt ſuperficie LKI. fertur enim per rectam lineam F
BL, & per lineam ſperalem poſitione datam. ergo K & I ſunt in ſuperficie. Sed
& in plano. eſt enim FE ipſi EI æqualis, quoniam & ipſi BG. & ſit poſitione
FI, quippe quòd ad BC eſt perpendicularis. ad rectam igitur lineam eſt punctũ
I. ergo & E. & manifeſtum eſt, ſi angulus ABC ſit rectus, lineam quadrantem,
de qua proxime dictum eſt oriri.

COMMENTARIVS.

Et in quo tempore recta linea AB circa B punctum mota pertranſit circumfe- A
rentiam ADC, punctum quod in ea eſt, incipiens a B, peruenit ad C, ipſius
AB poſitionem aſſumens] *Hæc pertinet ad deſcriptionem lineæ ſpiralis in plano, de qua ſuperius dictum eſt.*

Eſt igitur vt AB ad BG, ita ADC circumferentia ad circumferentiam CD] B
hoc lineę ſpiralis in plano deſcriptæ peculiare eſt accidens, vt ipſe etiam adno-tauit.

Ergo punctum K eſt in ſuperficie cylindrica, in qua eſt linea ſperalis] *recta* C
enim linea à puncto H, quod eſt in ſuperficie cylindrica, & in linea ſpirali ducta æquidiſtanter ipſi BD, *occurrit lineæ* GK *in puncto* K, *cum* GK *ſit æqualis ipſi* BG, *hoc eſt* LF, *& ob id ipſi etiam* DH.

Sed eſt etiam in ſuperficie conica] *ducatur à puncto* B *recta linea* BN *perpendi* D
cularis ad planum, & æqualis ipſi BA: *& intelligatur recta linea* OP *æqualis* BC, *eandemque ipſi poſitionem habens, ita vt punctum* O *idem ſit quod* B, *&* P *idem quod* C. *Intelligatur præterea punctum aliquod incipiens ab* O *æqualiter ferri in linea* OP: *& in quo tempore punctum pertranſit* OP, *linea* BC *circa* B *mota percurrat circumferentiam* CDA, *ſimulque linea* OP *feratur duabus motionibus, vna quidem eleuando ſeſe à linea* BC, *continenter ipſi parallela, ita vt punctum* O *feratur in linea* BN: *altera vero, vt ſimul cum linea* BC *circumferatur. & in quo tempore punctum* O *ſe applicat ad* N, *linea* BC *vna cum* NO *ipſa pertrãſeat circumferentiam* CDA. *deſcribet enim punctũ illud lineam ſpiralem in conica ſuperficie. cuius vertex eſt* BON *in ea erit punctum* K. *principale autem eiuſmodi lineæ ſpiralis accidens eſt, vt ſumpto quouis puncto in ipſa, velut* K, *& ab eo ducta* KG *perpendiculari ad planum, habeat* KG *ad circumferentiam* CD *proportionem eandem, quam tota* BN, *hoc eſt* BA *habet ad circumferentiam* CDA.

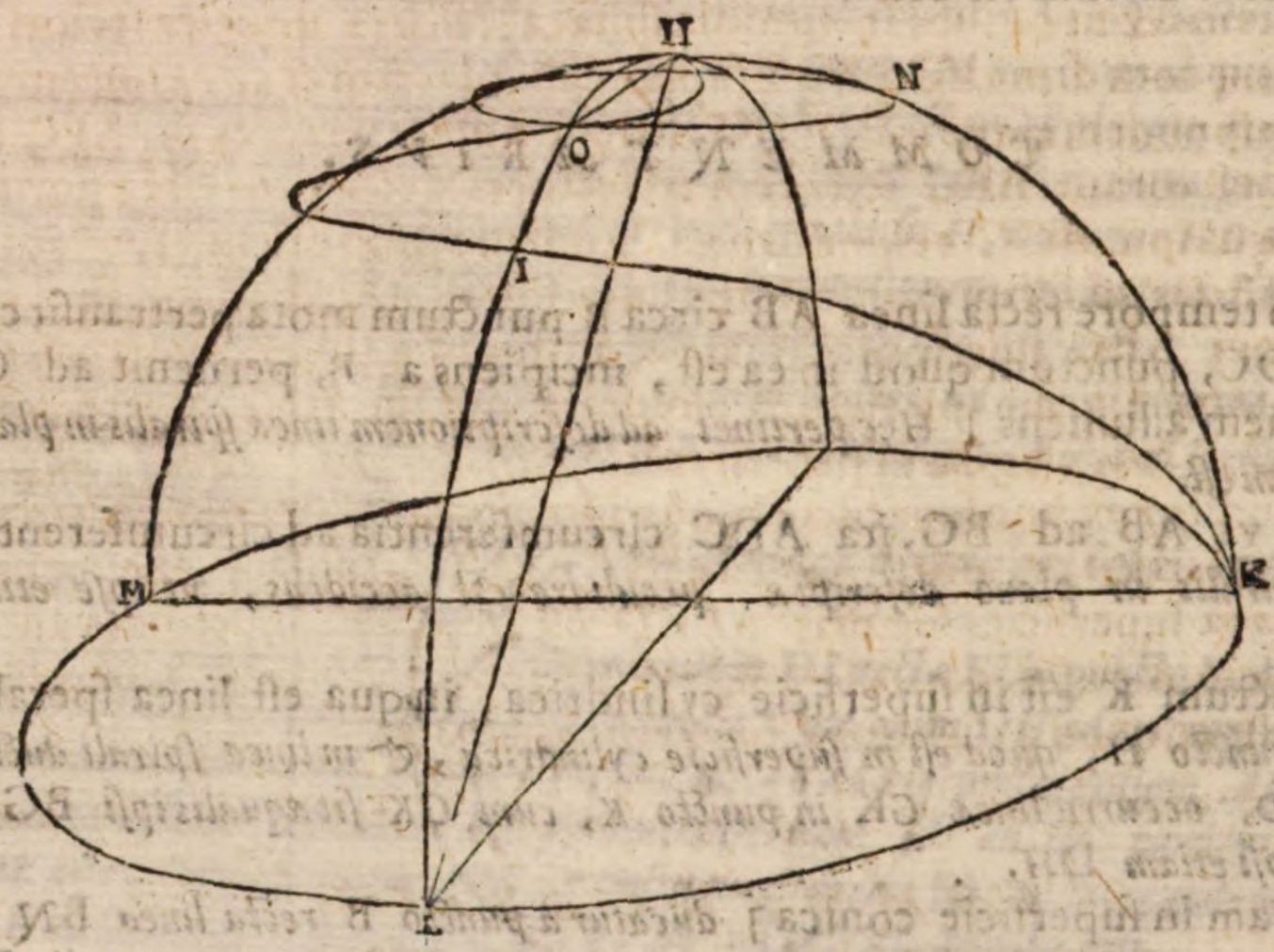
Iuncta enim BK in conica fit ſuperficie, quæ per dimidium recti inclinata eſt E
ad ſubiectum planum] *nam cum* BG GK *æquales ſint, & angulus* BGK *rectus, erit vterque angulorum* GKB KBG *dimidius recti, ſuperficies autem coni inclinata eſt ad ſubiectum planum per angulum* KBG. *quare & per dimidium recti inclinata erit.*

In πλινθοειδει igitur eſt ſuperficie LKI] *ſuperficierum* πλινθοειδῶν *inferius* F
mẽtionẽ facit. quę ſint, & cur ita dicãtur nuſquã me legiſſe memini, ſed vide ne legendũ ſit. ἐν κυλινδροειδει ἄρα ἐπιφανεία ἡ ΛΚΙ, *hoc eſt in cylindrica igitur ſuperficie eſt* LHI. *ſuperius enim de cylindrica ſuperficie loquens eiſdem ferre verbis vſus eſt.*

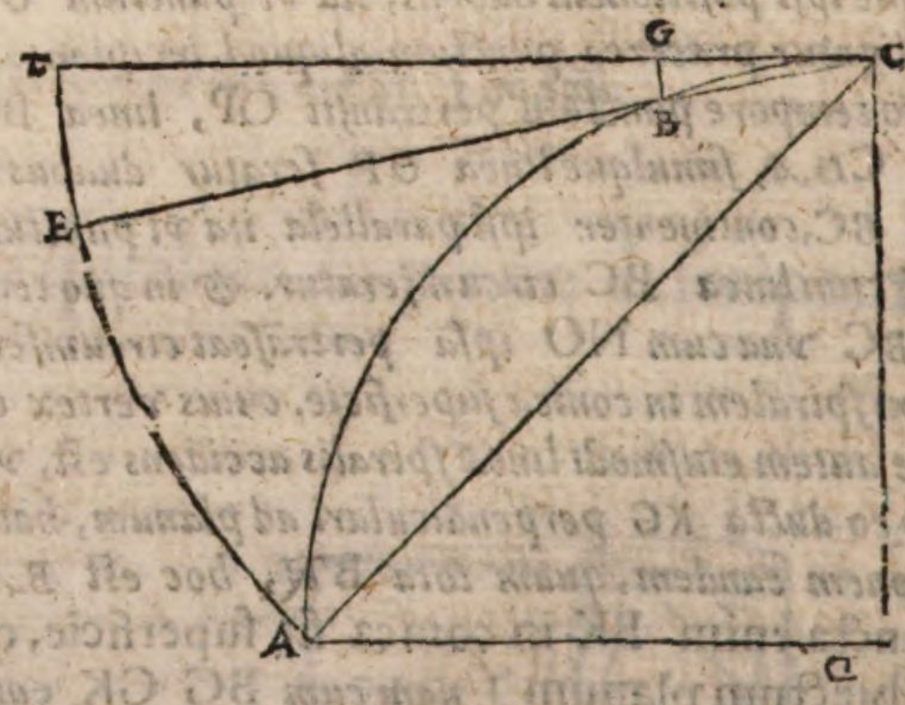
PRO-

PROBLEMA VII. PROPOSITIO. XXX.

Quemadmodum in plano intelligitur facta linea ſpiralis, dum punctum fertur in recta linea, quæ circulum deſcribit. &
A præterea dum punctum fertur in vno latere ſuperficiem deſcribente, ita & in ſphæra conſequens eſt intelligere lineam ſpiralem deſcribi, hoc modo.



B Sit in ſphæra circulus maximus KLM circa polum H: atque a puncto H maximi circuli quarta pars deſcribatur HNK, & circumferentia HNK circa punctum H manẽs feratur in ſuperficie, vt ad partes LM, quo ad rurſus in eundem locũ reſtituatur, a quo moueri cæpit. ſimul vero aliquod punctum in ipſa latum, videlicet ab H ad K conuertatur. deſcribet utique illud in
C ſuperficie lineam ſpiralem, qualis eſt ipſa HOIK. & quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H deſcripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipſam HO. Dico ſi exponatur quarta pars maximi circuli in ſphæra deſcripti, cuius circumferentia ABC, & centrum D; iungaturque CA; vt dimidię ſphæræ ſuperficies ad ſuperficiem, quæ inter lineam ſpiralem HOIK, & circumferẽtiam HNK interijcitur, ita eſſe ABCD ſectorem ad circuli portionem ABC. ducatur enim recta linea circumferentiam contingens CEF, & circa centrum C per A deſcribatur circumferentia AEF,



æqualis

æqualis igitur est ABCD sector sectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus est anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium est eius, quod ex AC. Dico igitur & vt iam dictæ superficies inter se sunt ita esse AEFC sectorem ad portionem circuli ABC. & quę pars est circumferentia KL totius circuli circumferentię, eadem pars sit circumferentia FE ipsius FA. iungaturque EC. erit & circumferentia BC ipsius ABC eadem pars. quę autem pars est KL totius circumferentię, eadem est & HO ipsius HOL. atque est æqualis HOL ipsi ABC: ergo HO ipsi BC est æqualis. Describatur circa polum H circumferentia ON: & per B circa centrum C describatur BG. Quoniam igitur ut superficies sphęrica LKH ad superficiem OHN, ita tota dimidię sphæræ superficies ad superficiem portionis sphęræ, cuius ea, quę ex polo est HO; vt autem dimidię sphęræ superficies ad superficiem portionis sphæræ, ita est quadratum rectæ lineæ, quæ HL puncta coniungit ad quadratum eius, quæ coniungit HO: hoc est quadratum ex EC ad CD, quod fit ex CB quadratum: erit & ut sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita sector EFC ad sectorem BGC. Similiter demonstrabimus & ut omnes in dimidia sphæra sectores æquales sectori KLH, qui scilicet sunt tota dimidiæ sphæræ superficies ad sectores circa lineam spiralem descriptos; respondentesque ipsi NHO, ita esse omnes sectores in AFC ipsi EFC æquales, hoc est totum AFC sectorem ad sectores descriptos circa portionem circuli ABC, qui ipsi BGC respondent. Eodem modo ostendetur & ut dimidiæ sphæræ superficies ad sectores inscriptos lineæ spirali, ita esse sectorem AFC ad sectores portioni ABC inscriptos. quare & ut dimidiæ sphæræ superficies ad superficiem, quæ inter lineam spiralem, & circumferentiam HNK interiicitur, ita erit sector AFC, hoc est quarta pars circuli ABCD ad ABC portionem. Itaque concluditur ex hoc superficiem, quæ inter lineam spiralem, & circumferentiam HNK interiicitur, portionis circuli ABC octuplam esse. quoniam & dimidiæ sphæræ superficies sectoris ABCD est octupla. Superficies autem inter lineam spiralem, & basim dimidiæ sphæræ interiecta octupla est trianguli ACD, hoc est æqualis ei, quod a diametro sphætæ fit quadrato.

COMMENTARIVS.

Et prętera dum punctum fertur in uno latere, superficiem describente] *Hoc dictum est, propter lineam spiralem, quæ in superficie conica & cylindrica describitur. in quo enim tempore punctum latus coni, uel cylindri pertransit, in eo & dictum latus fertur in superficie coni uel cylindri, quoad rursus in eundem locum, a quo moueri ceperat, restituatur.* A

Atque a puncto H maximi circuli quarta pars describatur HNK] *Hoc est describatur quarta pars circumferentię maximi circuli.* B

Et quam proportionem habet maximi circuli circumferentia ex polo H descripta ad circumferentiam KL, eandem habeat circumferentia LH ad ipsam HO] *Sit autem nunc circumferentia LH quadrupla circumferentiæ HO. quoniam posita est tota maximi circuli circumferentia KLM circumferentiæ KL quadrupla.* C

Aequalis igitur est ABCD sector sectori AEFC: angulus enim ad punctum D duplus est anguli ACF, & quadratum, quod fit ex DA dimidium est eius, quod ex AC] *Quoniam enim circulus, cuius semidiameter AD dimidius est eius, cuius semidiameter AC, Sunt enim circuli inter sese ut diametrorum, uel semidiametrorum quadrata; erit quarta pars circuli, cuius semidiameter AD aqualis octauę parti circuli, cuius semidiameter AC. Sed ABCD sector est quarta pars circuli, cuius semidiameter AD, & sector AEFC octaua pars eius, cuius semidiameter AC, etenim angulus ADC rectus est, & angulus ACE dimi-* D

dimidius recti, cum sit æqualis angulo CAD. quare sequitur sectorem ABCD sectori AEFC æqualem esse.

E Dico igitur, & vt iam dictæ superficies inter se sunt, ita esse AEFC sectorem ad portionem circuli ABC] *Hoc est dico vt dimidiæ sphæræ superficies ad superficiē, quę inter spiralem lineam HOIK, & circumferentiam HNK intercipitur, ita esse ABCD sectorē, hoc est sectorem AEFC ipsi æqualem ad portionem circuli ABC.*

F Et quæ pars est circumferentia KL totius circuli circumferentię, eadem pars sit circumferentia FE ipsius FA] *Sit autem circumferentia FE quarta pars ipsius FA circumferentię, quoniam & KL circumferentia eadem pars est circumferentiæ totius circuli.*

G Erit & circumferentia BC ipsius ABC eadem pars] *Quoniam enim est, vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita angulus ECF ad FCA angulum: & vt angulus ECF ad FCA angulum, ita circumferentia BC ad circumferentiam CA: erit vt circumferentia EF ad circumferentiam FA, ita circumferentia BC ad CA circumferentiā. Sed circumferentia EF quarta pars est circumferentiæ FA. ergo & circumferentia BC circumferentiæ CA eadem pars erit.*

H Quoniam igitur vt superficies sphærica LKH ad superficiem OHN, ita tota dimidiæ sphæræ superficies ad superficiem portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est HO] *Ex 15. quinti libri elementorum. est enim superficies sphærica LKH, hoc est sector in superficie sphæræ LKH, quarta pars superficiei dimidiæ sphæræ. & sector OHN portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO, eadem pars.* Græcus codex corruptus est, vt puto, qui sic habet. ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνειαν οὐκ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θο. *Sed legendum erit* ἡ ὅλη τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ τμήματος ἐπιφάνειαν οὗ ἡ ἐκ τοῦ πόλου ἐστὶν ἡ θο.

K Vt autem dimidię sphæræ superficies ad superficiem portionis sphæræ, ita est quadratum rectæ lineæ, quę HL puncta coniungit ad quadratum eius, quę coniungit HO, hoc est quadratum ex EC ad id, quod fit ex CB quadratum] *Nam superficies dimidiæ sphæræ ex iis, quæ Archimedes demonstrauit in primo libro de sphæra & cylindro propositione 31. dupla est circuli in sphæra maximi, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HL: & superficies portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO, cum sit æqualis circulo, cuius semidiameter est HO ex demonstratis ab Archimede eodem in loco propositione 40. dupla est eius circuli, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HO, ut mox demonstrabitur. Quare ut superficies dimidiæ sphæræ ad superficiem portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO, ita est circulus in sphæra maximus ad circulum, in quo quadratum describitur, cuius latus est HO.*

2.duode. 11quinti *Vt autem circulus ad circulum, ita est quadratum ad quadratum. ergo ut superficies dimidię sphæræ ad superficiem portionis sphæræ, cuius ea, quę ex polo est HO, ita est quadratum rectæ lineę HL ad quadratum rectæ HO.*

Sit circulus PQRS circa centrum T, cuius semidiameter sit æqualis rectæ lineæ HO, & in eo quadratum PQRS. rursus in quadrato PQRS describatur alius circulus VXYZ, & in eo quadratum VXYZ.

erit circulus PQRS circuli VXYZ duplus, quo-

2.duode. *niam & quadratum PQRS duplum est quadrati VXYZ, quod nos in Commentariis in secundam proportionem duodecimi libri elementorum demonstrauimus.*

Dico semidiametrum circuli PQRS æqualem esse lateri quadrati VXYZ, hoc est rectam lineam PT ipsi VX esse æqualem. quod quidem manifeste patet. Quoniam enim quadratum ex PS æquale est duobus quadratis ex PT TS, erit quadratum ex PS quadrati ex PT duplum. Sed est etiam duplum

5.quitni *quadrati ex VZ. ergo quadratum ex PT æquale est*

qua-

quadrato ex VZ. & ob id recta linea PT rectæ VZ æqualis. Circulus autem PQRS est æqualis superficiei portionis sphæræ, cuius ea, quæ ex polo est recta linea HO. quare superficies dictæ portionis dupla est eius circuli, in quo quadratum describitur, cuius latus est recta linea HO. quod oportebat demonstrare. Græcus codex. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θοη τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον. *sed corrigẽdũ* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ θο, τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς εγ τετράγωνον.

Erit & ut sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita sector EFC ad sectorem BGC] *Sequitur ex iam dictis per* 11. *quinti elementorum, ut sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita esse quadratum ex EC ad quadratum ex CB. Sed ut quadratum ex EC ad quadratum ex CB, ita est sector EFC ad sectorem BGC. quod nos supra demonstrauimus. Vt igitur sector in superficie sphæræ LKH ad sectorem OHN, ita sector EFC ad BGC sectorem.* L

Quoniam & dimidiæ sphęræ superficie sectoris ABCD est octupla] *Est enim superficies dimidiæ sphæræ dupla maximi in sphæra circuli, hoc est circuli eius, cuius quarta pars est sector ABCD.* M

Hoc est æqualis ei, quod a diametro sphæræ fit quadrato] *Quadratum enim, quod fit a diametro sphæræ duplum est quadrati, cuius latus est AC. triangulum autem ACD, huius ipsius quadrati quarta pars est. ex quo sequitur, quadratum diametri sphæræ trianguli ACD octuplum esse.* N

Antiqui Geometrę datum angulum rectilineũ tripartito secare volẽtes ob hanc causſam hęsitarunt. Problematũ, quæ in Geometria considerantur, tria esse genera dicimus. & eorũ alia quidẽ plana, alia solida, alia vero linearia appellari. Quę igitur per rectas lineas, & circuli circũferentiam solui possunt, merito dicũtur plana; lineę .n. per quas talia problemata inueniũtur, in plano ortũ habent. Quæcũque vero soluuntur, assumpta in constructionẽ aliqua coni sectione, uel etiã pluribus, solida appellata sunt, quoniã ad constructionem solidarũ figurarũ superficiebus videlicet conicis uti necessariũ est. Relinquitur tertiũ genus problematũ, quod lineare appellatur; lineę .n. aliæ præter iã dictas in constructionẽ assumuntur, quæ uariũ, & difficilẽ ortũ habent, ex inordinatis superficiebus, & motibus implicatis factæ. Eiusmodi uero sunt etiã lineæ, quæ in locis ad superficiem dictis inueniuntur, & aliæ quędã magis varię, & multę a Demetrio Alexãdrino ἐν ταῖς γραμμικαῖς ἐπιφάνειαι, hoc ẽ in linearibus aggressionibus, & a Philone Tyaneo ex implicatione πλεκτοειδῶν, & aliarum varii generis superficierũ inuentæ, quæ multa, & admirabilia symptomata cõtinẽt. & nõnullæ ipsarũ a iunioribus dignæ existimatę sunt, de quibus longus sermo haberetur. Vna autem aliqua ex ipsis est, quæ & admirabilis a Menelao appellatur.

A Problematum genera tria.

Ex hoc genere sunt lineę helices, & quadrantes, & cõchoides, & cissoides. videtur autẽ quodammodo peccatũ non paruum esse apud Geometras, cũ problema planũ per conica, vel linearia ab aliquo inuenitur. & ut summatim dicã, cũ ex improprio soluitur genere, quale est in quinto libro conicorum Apollonii problema in parabola: & in libro de lineis spiralibus Archimedis: assumpta solida inclinatio in circulo. fieri enim potest, ut nullo vtentes solido problema ab ipso descriptũ inueniamus. Dico aũt circumferentiam circuli in prima circulatione descriptã demonstrare æqualem rectę lineæ, quę a principio lineæ spiralis ad rectos angulos ducitur ei, quæ est circulationis principiũ, & a recta linea spiralẽ cõtingẽte terminãtur: Itaque cũ huiusmodi sit problematum differẽtia, antiqui Geometræ problema iam dictum in angulo, quod natura solidũ est, per plana inquirentes inuenire non potuerunt: nondum enim ipsis cognitę erant coni sectiones, & ob eam causſam hęsitarunt. B Problemata plana. Problemata solida. Problemata linearia. Lineæ in locis ad superficiẽ dictis Plectoides superficies. Lineæ helices, quadrates conchoides, & cissoides. στερεὰ νεύσεις.

Postea uero angulũ tripartito diuiserunt ex conicis, ad inuentionem infrascripta inclinatione utentes.

COMMENTARIVS.

A Problematum, quæ in Geometria considerantur, tria esse genera dicimus] *De his eadem ferè in tertio libro conscripta sunt.*

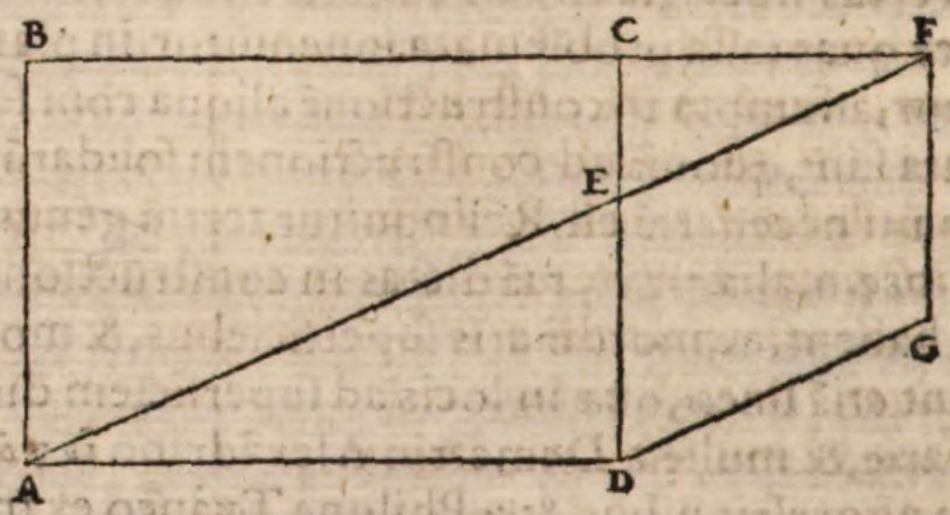
B Quęcumque uero soluuntur, assumpta in constructionem aliqua coni sectione] *Græcus codex* ὅσα δὲ λύεται προβλήματα παραλαμβανομένης εἰς τὴν γένεσιν μιᾶς τῶν τοῦ κώνου τομῶν. *Nos corrigendum duximus* εἰς τὴν κατασκευήν.

C Fieri enim potest, ut nullo utentes solido problema ab ipso descriptum inueniamus] *Vitellio enim in primo libro perspectiuæ propositione* 128. *problema illud per rectas lineas, & circuli circumferentiam absoluit.*

D Dico autem circumferentiam circuli in prima circulatione descriptam, &c.] *Græcus codex* λέγω δὴ &c. τῆ πρὸς ὀρθὰς ἀγομένη εὐθείᾳ τῆ ἐκ τῆς γενέσεως τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος. *Nos ex ipso Archimede hunc locum restituimus. quam uero Archimedes* τὰν ἀρχὰν τῆς περιφορᾶς, *Pappus* τὴν ἐκ τῆς γενέσεως *videtur appellare; tum hic, tum infe rius propositione* 35. *Sed fortasse sic legendum erit.* τῆ ἐκ τῆς γενέσεως καὶ περατουμένη ὑπὸ τῆς ἐφαπτομένης τῆς ἕλικος.

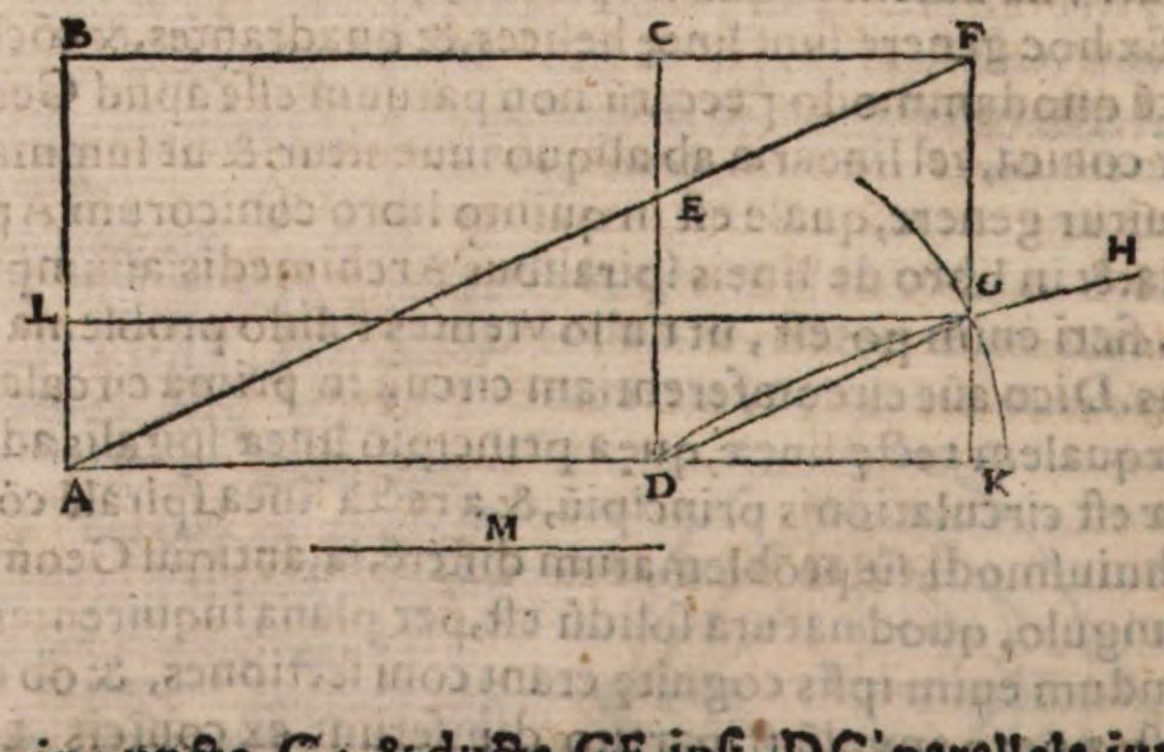
PROBLEMA VII. PROP. XXXI.

A Dato parallelogrammo rectangulo ABCD, & producta BC, opus sit ducere rectam lineam AE, & facere EF datę rectæ lineę æqualem.



B Factũ iã sit, & ipsis EF, ED parallelæ ducãtur DG GF Qm igitur data est EF, & est ęqualis ipsi DG, erit ẽt DG data: C & datũ est pũctũ D. ergo G ẽ ad circũferẽtiã circuli positione datã. Et qm̃ rectangulum D BCD datũ ẽ, atq; ẽ ęquale rectangulo cõtẽto BF DE; datũ erit, & qđ BF DE continetur, hoc est rectangulũ B FC. punE ctum igitur G est ad hyperbolen, sed est etiam ad circuli circumferẽtiã positione datã. ergo & ipsum G datũ erit

Cõponetur ãt problema hoc modo. Sit datũ parallelogrãmũ ABCD: & recta linea M magnitudine data. sit ãt ipsi æqualis DK. & per D quidem circa asymptotos ABC hyperbole describatur DGH; hoc enim deinceps ostendemus: per K vero circa centrum D describatur circuli circumferen-



tia KG, secans hyperbolen in puncto G: & ducta GF ipsi DC parallela, iungatur FA. Dico EF rectæ lineæ M æqualem esse. Iungatur enim GD, & ipsi F KA parallela ducatur GL. rectangulum igitur FGL, hoc est BFG æquale est G rectangulo CDA, hoc est BCD. quare ut FB ad BC, videlicet ut CD ad DE, 14 sexti. ita DC ad FG. ergo ED est ęqualis FG. & ideo parallelogrammum est DEFG. 9 quinti. est igitur EF ipsi DG, hoc est DK, hoc est ipsi M æqualis.

COM-

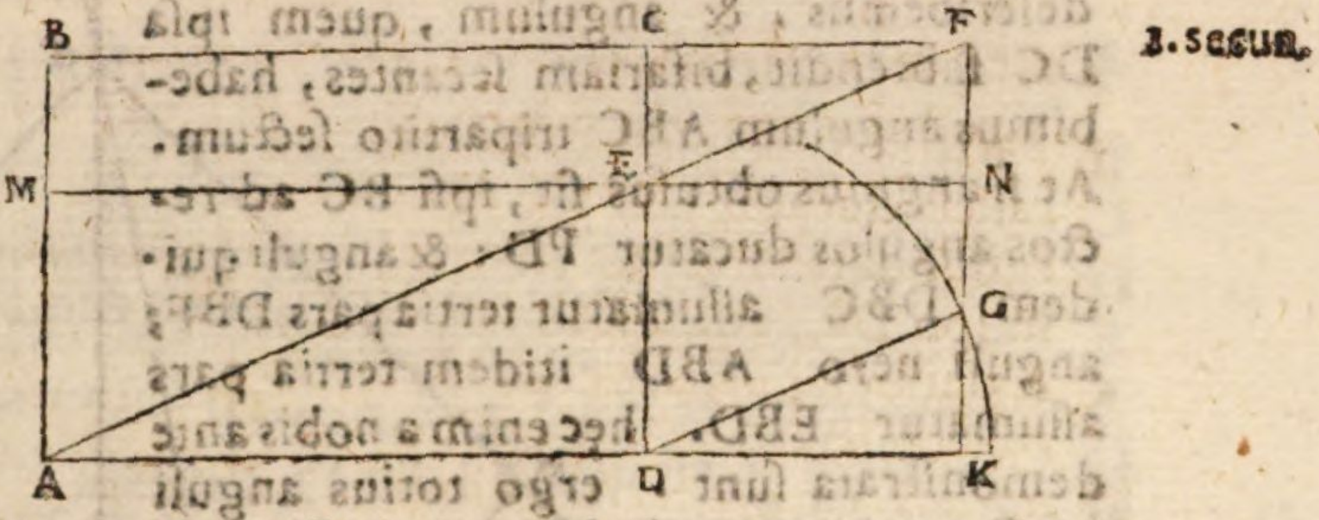
COMMENTARIVS.

Et producta BC opus sit ducere rectam lineam AE, & facere EF datæ rectę lineæ æqualem] *Hoc est producta* BC *opus sit ducere rectam lineam* AEF, *quæ cum* BC *conueniat in puncto* F, *ita ut* EF *sit datę rectæ lineæ æqualis.* A

Et ipsis EF ED parallelæ ducantur DG GF] *Græcus codex* καὶ τῶν ε ζ παρἀλληλοι ἤχθωσαν αἱ δη. η θ. *Sed legendum* καὶ τῶν ε ζ ε δ παρἀλληλοι ἤχθωσαν αἱ δη η ζ. B

Ergo G est ad circumferentiam circuli positione datam] *Nam si centro* D, *& interuallo* DK *circuli circumferentia describatur, erit ea positione data : & per punctum* G *transibit.* C

Et quoniam rectangulum BCD datum est, atque est æquale rectangulo contento BF DE ; datum erit, & quod BF DE continetur, hoc est rectangulum BFG] *Ducatur per* E *recta linea* MEN *ipsi* BCF *parallela, erit ex* 43. *primi libri elementorum rectangulum* BCE *æquale rectangulo* DEN, *hoc est ei, quod* DE CF *continetur. Cum igitur rectangulo contento* BF DE *æqualia sint duo rectangula, videlicet rectangulum* BC DE *contentum, hoc est* ADE; *& contentum* CF DE, *hoc est* ECB *ipsi æquale : erit totum rectangulum* BCD *æquale ei, quod* BF DE, *hoc est quod* BF FG *continetur. Græcus codex.* καὶ ἐστιν ἴσον τὸ ὑπὸ β ε ζ Δ. λοιπὸν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ε ζ δ, τουτέστι τὸ ὑπὸ β θ η. *Sed ita legendum arbitror.* καὶ ἐστιν ἴσον τῷ ὑπὸ β ζ ε δ. λοιπὸν ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ β ζ ε δ. τουτέστι τὸ ὑπὸ β ζ η. D



3. secun.

Punctum igitur G est ad hyperbolem] *Ex conuersa* 12. *secundi libri conicorum Apollonii. sequitur enim vt punctum* G *sit ad hyperbolem eandem, in qua est punctum* D. *Græcus codex* τὸ η ἄρα πρὸς ὑπερβολήν. *ego legerem* πρὸς ὑπερβολῇ. *Vt alibi sæpius.* E

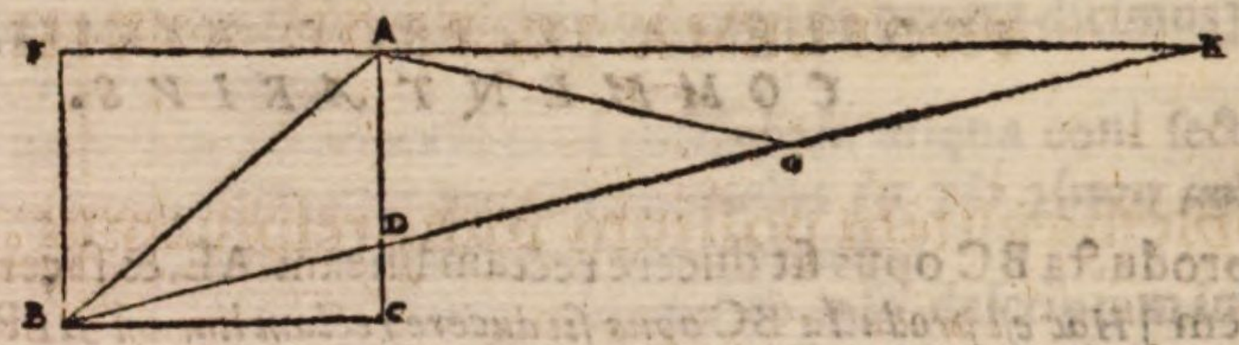
Rectangulum igitur FGL, hoc est BFG æquale est rectangulo CDA, hoc est BCD] *Ex* 12. *secundi libri conicorum Apollonii.* F

Quare ut FB ad BC, uidelicet ut CD ad DE, ita DC ad FG] *Est enim ut* FC *ad* CB, *ita* FE *ad* EA : *componendoque ut* FB *ad* BC, *ita* FA *ad* AE : *& ob similitudinem triangulorum* CEF AED, *ut* FE *ad* EA, *ita* CE *ad* ED. *& rursus componendo ut* FA *ad* AE, *ita* CD *ad* DE. *vt igitur* FB *ad* BC, *ita erit* CD *ad* DE. G 2. sexti. 11 quinti

PROBLEMA VIII. PROPOSITIO. XXXII. C

Hoc autem demonstrato. datus angulus rectilineus tripartito secabitur in hunc modum.

Sit enim primũ angulus acutus ABC, & ab aliquo puncto ducatur perpendicularis AC: completoque parallelogrãmo CF producatur FA usq;

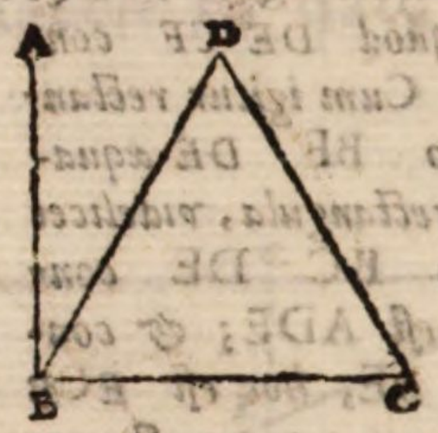


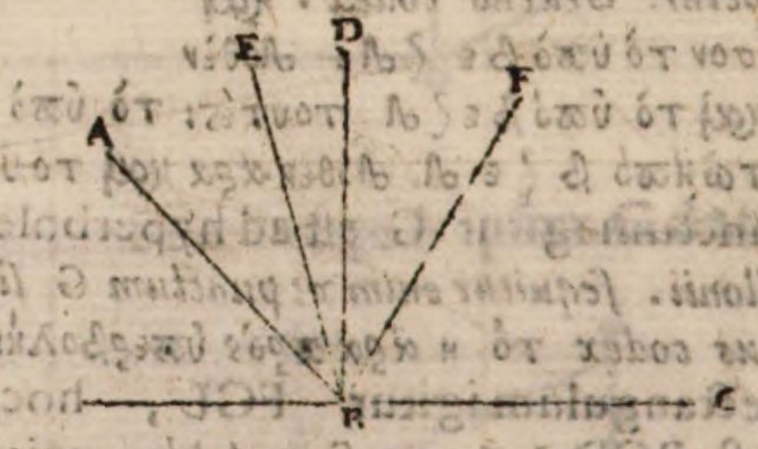
ad E. Cum igitur parallelogrammum rectangulum sit, ponatur inter EAC recta linea ED tendens in B, quæ duplæ ipsius AB sit æqualis. hoc enim fieri posse iam demonstratum est. Itaque dati anguli ABC, dico tertiam partem esse EBC.

B secetur ED bifariam in puncto G, & AG iungatur. Tres igitur rectæ lineæ DG GA GE æquales sunt; & DE dupla ipsius AG. Sed & ipsius AB est dupla. ergo BA est æqualis AG, & ABD angulus angulo AGD æqualis. angulus autem AGD est duplus anguli AED, hoc est ipsius DBC. Quòd si angulum ABD bifariam secemus, erit angulus ABC tripartito sectus.

Si uero datus angulus sit rectus, assumemus quandam rectam lineam BC,

C arque ab ipsa triangulum æquilaterũ BDC describemus. & angulum, quem ipsa DC subtendit, bifariam secantes, habebimus angulum ABC tripartito sectum. At si angulus obtusus sit, ipsi BC ad rectos angulos ducatur PD: & anguli quidem DBC assumatur tertia pars DBF; anguli uero ABD itidem tertia pars assumatur EBD. hæc enim a nobis ante demonstrata sunt. ergo totius anguli ABC tertia pars erit EF. & ipsi EBF æqualem constituentes ad utramque ipsarum AB BC, datum angulum tripartito secuerimũs.



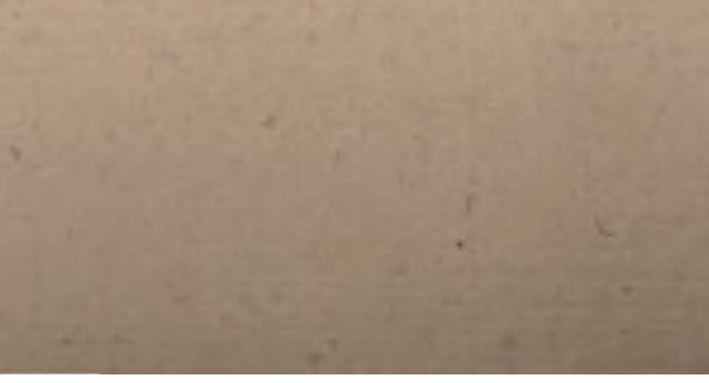


COMMENTARIVS.

A Hoc enim fieri posse iam demonstratũ est] *In anteccdente.*

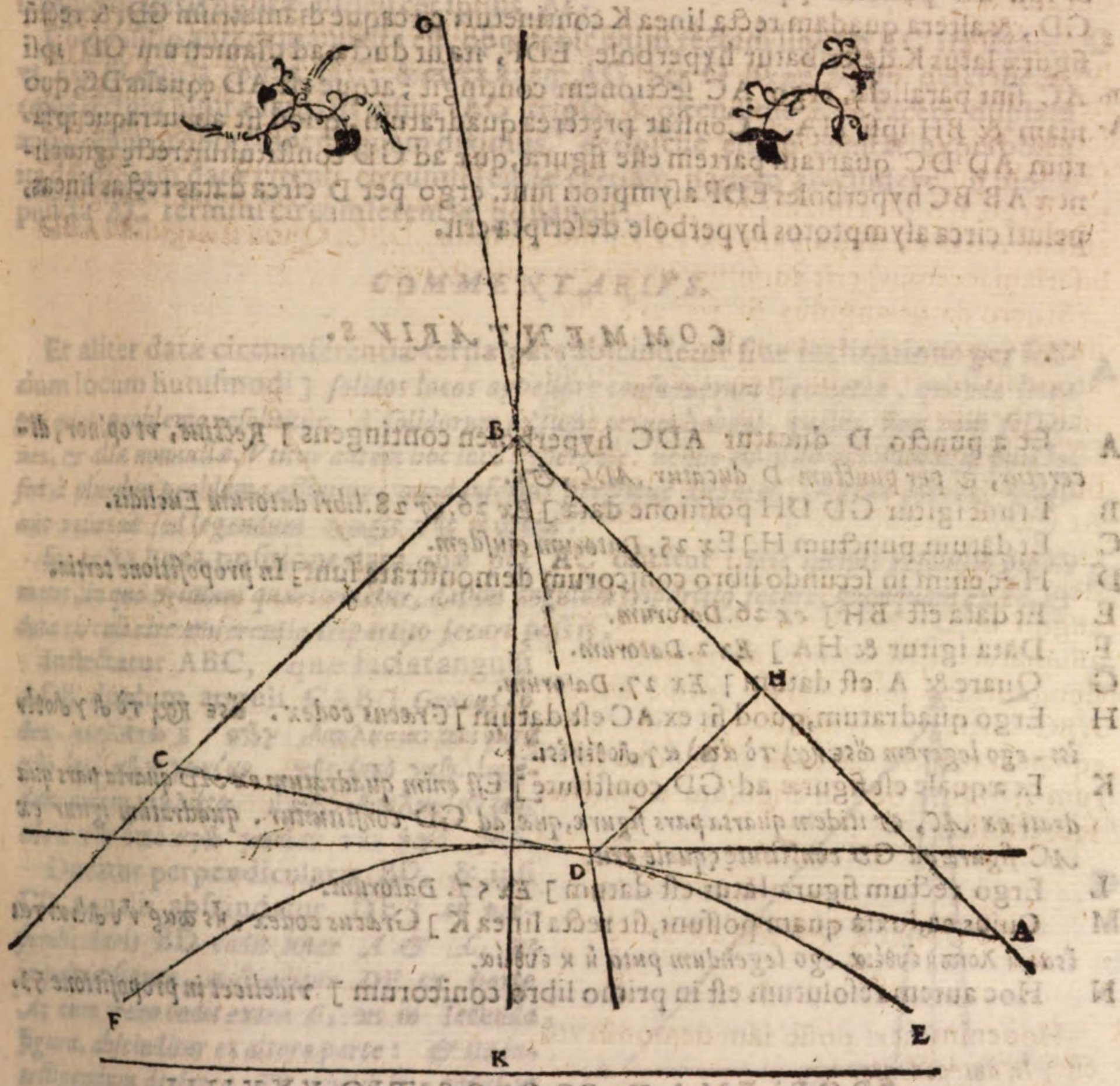
B Tres igitur rectælineę DG GA GE æquales sunt] *Nam si centro G & interuallo GE circulus describatur, transibit per puncta AD. angulus enim EAD est rectus. ergo DG, GE, GA inter se æquales sint, necesse est.*

C Atque ab ipsa triangulum æquilaterum BDC describemus] *Trianguli enim æquilateri angulus, uidelicet DBC duas recti tertias continet; ergo angulus ABD ipsius ABC tertia pars est.*



PROBLEMA IX. PROP. XXXIII.

Problema autem positum nunc resoluemus.



Duabus rectis lineis AB BC positione datis, & dato puncto D, per D circa asymptotos AB BC hyperbolen describere. Factum iam sit, sitque hyperbole descripta EDF: & a puncto D ducatur ADC hyperbolē cōtingēs, & diameter GBD. rectæ vero lineæ BC parallela ducatur DH. erunt igitur GD DH positione datæ, & datum punctum H. Et quoniam hyperboles asymptoti sunt AB BC, & contingens AC, erit AD æqualis DE, & quadratum, quod fit ab vtraque ipsarum æquale quartæ parti figuræ, quæ est ad GD. hæc enim in secundo libro conicorum demōstrata sunt. præterea quoniam CD est æqualis DA, erit & BH ipsi HA æqualis. & data est BH. data igitur & HA: & datum punctum H. quare & A est datū. dataque positione ADC; & AC magnitudine ergo quadratum, quod fit ex AC est datum. & æquale est figuræ ad GD constitutæ. data igitur erit & dicta figura; & data GD, etenim dupla est ipsius BD magnitudine datæ, cum datum sit

A
B
C
D
, sexti,
E F
G
H K

vtrumque

L vtrumque punctorum BD. ergo rectum figuræ latus est datum. Itaque factum problema tale. Duabus rectis lineis positione, & magnitudine datis, videlicet
M GD & recto latere, circa diametrum GD describere hyperbolem, cuius ea, iuxta quam possunt, sit recta linea K: & ductę ordinatim ad GD parallelę sint
N rectæ lineę AC positione datæ. hoc autem resolutum est in primo libro conicorum. Componetur autem hoc modo. Sint rectæ lineæ AB BC positione datę, datumque punctum D: & ipsi quidem BC parallela ducatur DH, ipsi uero BH
ęqualis sit HA: iuncta AD in C producatur. iuncta deinde BD producatur: & ipsi BD ponatur ęqualis BG. quadrato autem ex AC æquale sit id, quod GD, & altera quadam recta linea K continetur: circaque diametrum GD, & rectũ figuræ latus K describatur hyperbole EDF, ita ut ductæ ad diametrum GD ipsi
9. secun. conic. Apol. 33. AC sint parallelæ, ergo AC sectionem contingit; atque est AD ęqualis DC, quoniam & BH ipsi HA. Constat prętera quadratum, quod fit ab utraque ipsarum AD DC quartam partem esse figuræ, quæ ad GD constituitur. rectę igitur lineæ AB BC hyperboles EDF asymptoti sunt. ergo per D circa datas rectas lineas, ueluti circa asymptotos hyperbole descripta erit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto D ducatur ADC hyperbolen contingens] *Rectius, vt opinor, diceretur, & per punctum D ducatur ADC, &c.*

B Erunt igitur GD DH positione datæ] *Ex 26. & 28. libri datorum Euclidis.*

C Et datum punctum H] *Ex 25. Datorum eiusdem.*

D Hæc enim in secundo libro conicorum demonstrata sunt] *In propositione tertia.*

E Et data est BH] *ex 26. Datorum.*

F Data igitur & HA] *Ex 2. Datorum.*

G Quare & A est datum] *Ex 27. Datorum.*

H Ergo quadratum, quod fit ex AC est datum] *Græcus codex.* ὥσε καὶ τὸ ΑΓ λοιπὸν ἐστι. *ego legerem* ὥσε καὶ τὸ ἀπὸ ΑΓ λοιπὸν ἐστι.

K Et æquale est figuræ ad GD constitutę] *Est enim quadratum ex AD quarta pars quadrati ex AC, & itidem quarta pars figuræ, quæ ad GD constituitur. quadratum igitur ex AC figuræ ad GD constitutę ęquale erit.*

L Ergo rectum figuræ latus est datum] *Ex 57. Datorum.*

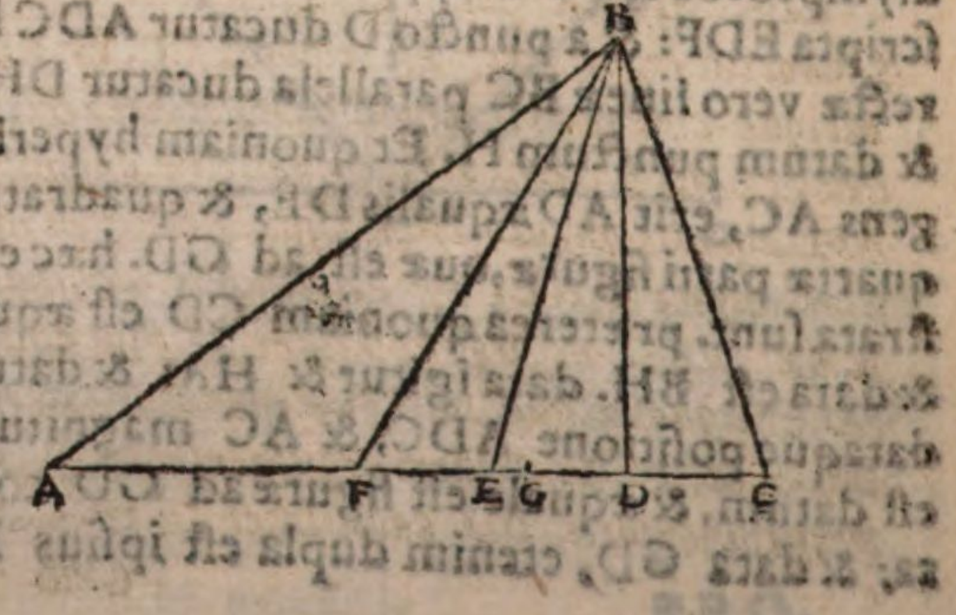
M Cuius ea, iuxta quam possunt, sit recta linea K] *Græcus codex,* ἧς παρ' ἣν δύνανται ἔσαι ἡ λοιπὴ εὐθεῖα. *ego legendum puto* ἡ κ εὐθεῖα.

N Hoc autem resolutum est in primo libro conicorum] *videlicet in propositione 53.*

PROBLEMA X. PROPOSITIO XXXIIII.

A Et aliter datę circumferẽtię tertia pars abscinditur sine inclinatione per solidũ locum huiusmodi.

B Sit recta linea positione data, quæ
C per AC ducitur: & a datis in ea pũctis AC inflectatur ABC, quę faciat angulum ACB duplum anguli CAB. Dico punctum B esse ad hyper-



hyperbolen. Ducatur perpendicularis BD, & ipſi CD æqualis abſcindatur DE. D
ergo iuncta BE æqualis erit EA, ponatur etiam ipſi DE æqualis EF. quare FC E
tripla eſt CD. ſit & AC ipſius CG tripla. datum igitur erit punctum G; & re F G
liqua AF tripla ipſius GD. & quoniam quadratorum ex BE EF exceſſus eſt H
quadratum ex BD; eſt autem & rectangulum DAF eorumdem exceſſus: rectan K
gulum DAF, hoc eſt quod ter ADG continetur, quadrato ex BD æquale erit. L
ergo punctum B eſt ad hyperbolen, cuius tranſuerſum quidem latus figuræ ad M
axem conſtitutæ eſt AG, rectum vero ipſius AG tripla. Et manifeſtum eſt pun N
ctum C abſcindere ad uerticem ſectionis rectam lineam CG, quæ eſt dimidia
tranſuerſi lateris figuræ, uidelicet ipſius AG.

Compoſitio autem manifeſta eſt. oportebit enim rectam lineam AC ita ſecare, O
vt AG ſit dupla ipſius GC: & circa axem AG per G hyperbolen deſcribere,
cuius rectum figuræ latus ſit ipſius AG tripla. & oſtenditur eam facere duplam
angulorum proportionem, quam diximus. perſpicue etiam conſtat hyperbolen
ita deſcriptam datæ circuli circumferentiæ tertiam partem abſcindere, ſi modo
puncta AC termini circumferentiæ ponantur.

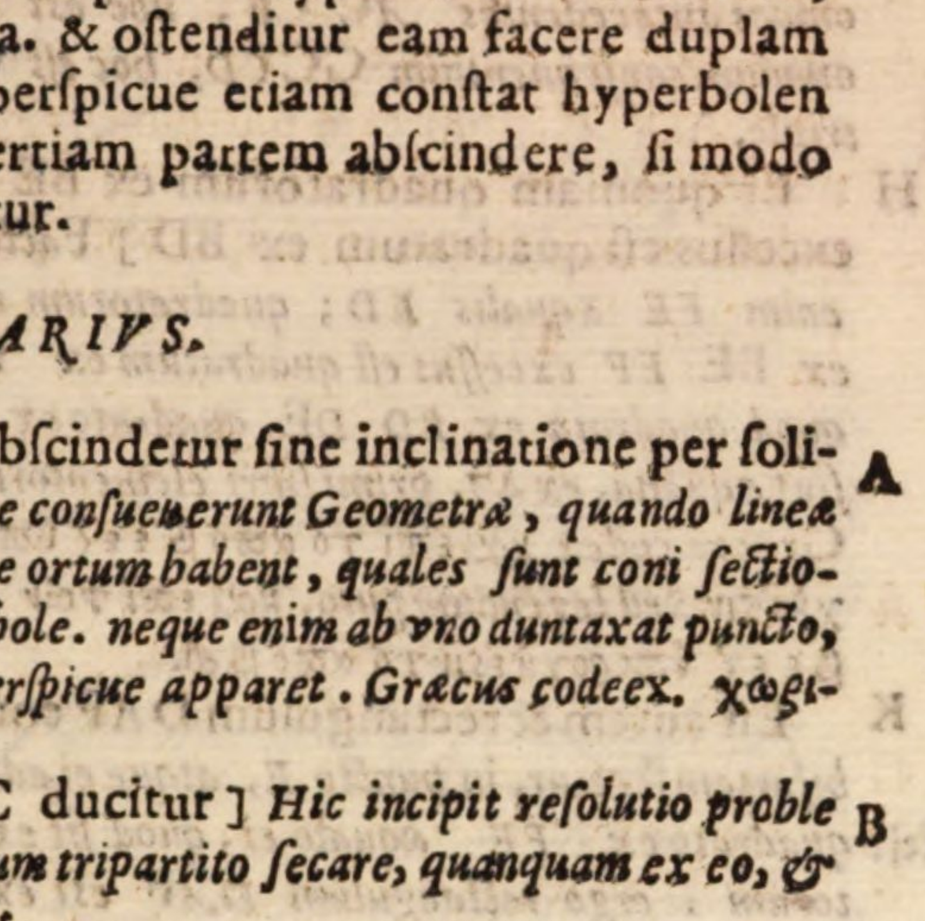
COMMENTARIVS.

Et aliter datæ circumferentiæ tertia pars abſcindetur ſine inclinatione per ſoli- A
dum locum huiuſmodi] *ſolidos locos appellare conſueuerunt Geometræ, quando lineæ per quas problema reſoluitur, à ſolidorum ſectione ortum habent, quales ſunt coni ſectiones, & aliæ nonnullæ. Vtitur autem hoc loco hyperbole. neque enim ab vno duntaxat puncto, ſed à pluribus problema efficitur, quod inferius perſpicue apparet. Græcus codex.* χωρίου νεύσεως *ſed legendum* χωρὶς τῆς νεύσεως.

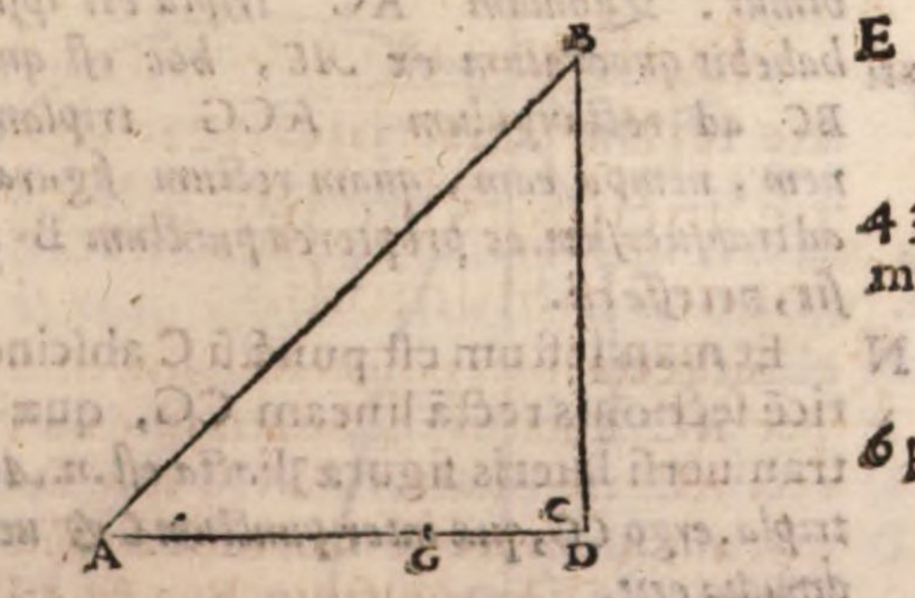
Sit recta linea poſitione data, quæ per AC ducitur] *Hic incipit reſolutio problematis, in quo primum quæri videtur, datum angulum tripartito ſecare, quanquam ex eo, & data circuli circumferentia tripartito ſecari poſsit.* B

Inflectatur ABC, quæ faciat angulũ ACB duplum anguli CAB] *Græcus codex.* κεκλάσω ἡ αβγ διπλασιαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αβγ γωνίαν τῆς ὑπὸ γαβ. *legẽdum autem* κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ὡσ οὖσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τὴν ὑπὸ γαβ.

Ducatur perpendicularis BD, & ipſi CD æqualis abſcindatur DE] *cũ perpendicularis* BD *cadit inter A & C, vt in prima figura, abſcinditur DE ex parte A; cum vero cadit extra C, vt in ſecunda figura, abſcinditur ex altera parte: & ita intelligendum de linea* EF. *quòd ſi cadat in ipſum* C, *neque puncto E, neque puncto* F *ad demonſtrationem opus erit.*



Ergo iuncta BE æqualis erit EA] *Quoniam enim ED eſt æqualis DC, & BD vtrique communis, angulique ad D recti; erit & baſis* EB *baſi* BC *æqualis, & angulus* BEC *æqualis angulo* BCE, *quare* BEC *eſt duplus anguli* BAE, *& eſt æqualis vtriſque* BAE ABE. *ergo & ipſi inter ſe ſunt æquales, & æqualia, quæ ipſis ſubtenduntur latera* BE EA. *& ita quidem argumentabimur, cũ perpendicularis* BD *cadit inter A & C.*



432 primi.

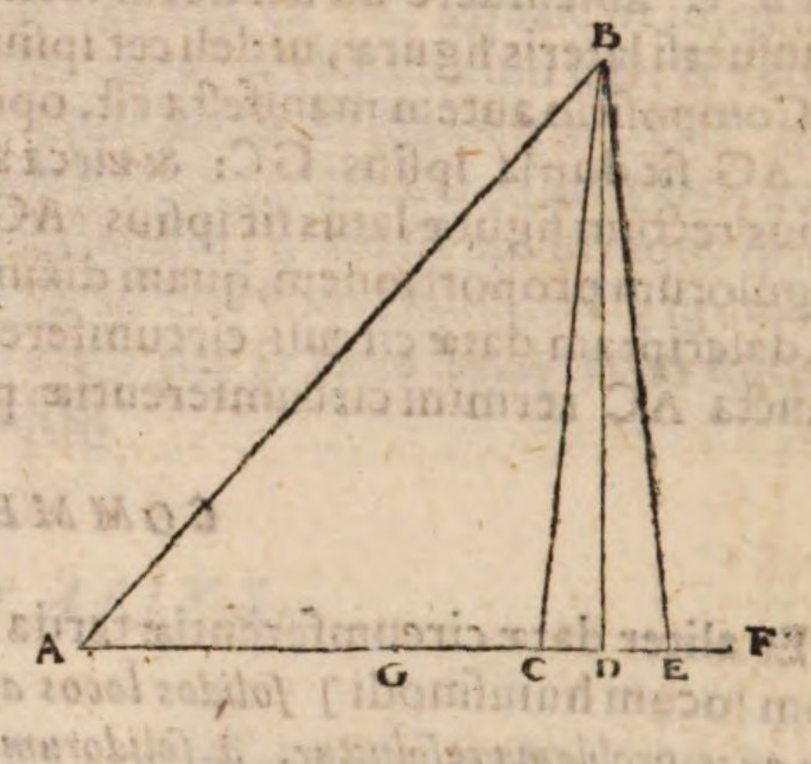
6 primi.

Cum

Cum autem extra cadit, ut in ſecunda figura, hoc modo. quare reliquus ex duobus rectis BEF æqualis eſt angulo BCA, & idcirco duplus anguli BAE, & alia, quæ ſequuntur. Sed cum perpendicularis cadit in C, ſequitur AC CB inter ſe æquales eſſe. Cum enim angulus ACB duplus ſit anguli BAC, erit reliquus ABC ipſi BAC neceſſario æqualis.

F Datum igitur erit punctum G] *Data enim erit magnitudine CG ex 2. datorum, ſed & poſitione data, ſiquidem & tota AC. Quòd cum datum ſit punctum C, etiam ipſum G dabitur ex 27. eiuſdem.*

G Et reliqua AF tripla ipſius GD] *Ex 19. quinti elementorum. At in ſecunda figura ſequitur, hoc ex 12. eiuſdem. quoniam enim AC eſt tripla CG, & FC tripla CD, erunt omnes antecedentes AC CF, hoc eſt AF omnium conſequentium CG CD, hoc eſt GD triplæ.*

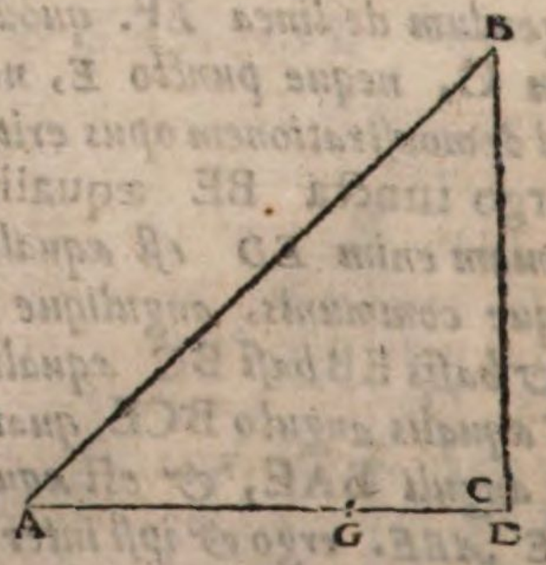


H Et quoniam quadratorum ex BE EF exceſſus eſt quadratum ex BD] *Facta eſt enim FE æqualis ED; quadratorum uero ex BE EF exceſſus eſt quadratum ex BD quod quadrata ex ED DE quadrato ex EB ſint æqualia, ex 47. primi libri elementorum.* Græcus codex καὶ ἐστὶ τὸ ἀπὸ β ε ε ζ ὑπεροχὴ ἐστιν. *Sed legendum puto,* καὶ ἐστί τῶν ἀπὸ β ε ε ζ ὑπεροχὴ ἐστιν τὸ ἀπὸ β δ.

K Eſt autem & rectangulum DAF eorumdem exceſſus] *Nam cum recta linea DF bifariam ſecetur, in puncto E, atque ei adiiciatur FA, erit rectangulum DAF una cum* 1. ſexti. *quadrato ex FE æquale ei, quod fit ex CA quadrato, ex 6. ſecundi libri elementorum. ergo rectangulum DAF eſt exceſſus quo quadratum ex AE, hoc eſt quadratum ex BE ſuperat quadratum ex EF. Quare colligitur rectangulum DAF quadrato ex BD æquale eſſe. In ſecunda uero figura ita dicemus. Quoniam recta linea FD bifariam ſecatur in E, atque ei adiicitur DA, rectangulum FAD una cum quadrato ex DE æquale eſt quadrato ex EA, & reliqua, quæ ſequuntur.*

L Rectangulum DAF, hoc eſt, quod ter ADG continetur, quadrato ex BD, æquale erit] *Quoniam AF tripla eſt ipſius GD, ſumpta communi altitudine AD, erit rectangulum DAF rectanguli ADG triplum. ergo quod ter continetur ADG rectangulo DAF æquale erit.*

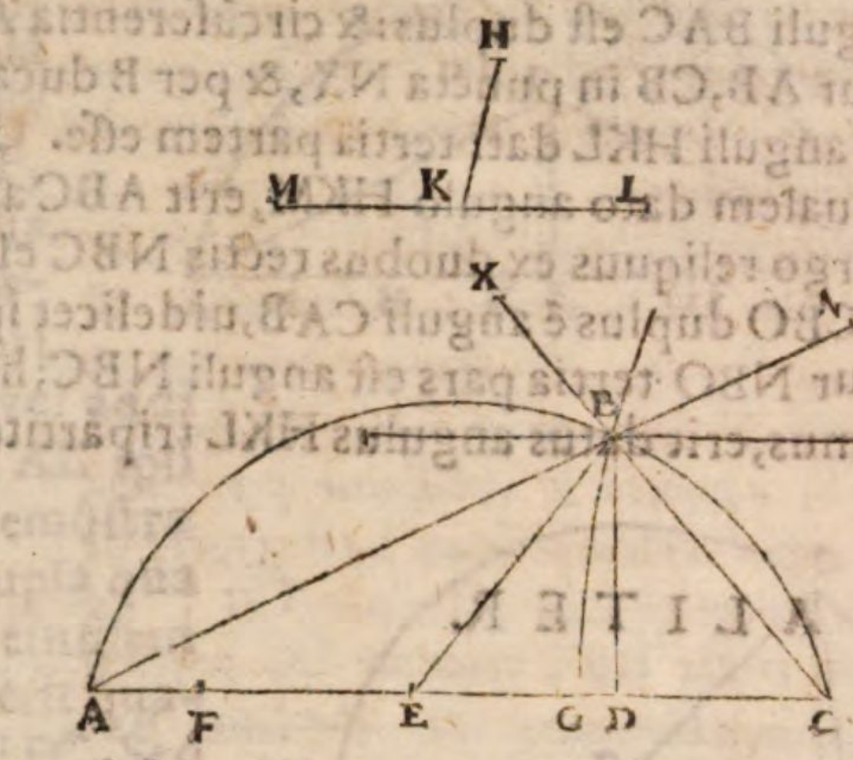
M Ergo punctum B eſt ad hyperbolen cuius &c.] *Cum enim rectangulum DAF, hoc eſt quadratum ex BD triplum ſit rectanguli ADG, habebit quadratum ex BD ad rectangulum ADG proportionem eandem, quam figuræ rectum latus ad tranſuerſum. quare ex conuerſa 21. primi libri conicorum punctum B in hyperbola erit. At ſi perpendicularis cadit in C, ut in tertia figura, ita argumentabimur. Quoniam AC tripla eſt ipſius CG,* 1. ſexti *habebit quadratum ex AC, hoc eſt quadratum ex BC ad rectangulum ACG triplam proportionem, nempe eam, quam rectum figuræ latus habet ad tranſuerſum. ac propterea punctum B in hyperbola ſit, neceſſe eſt.*



N Et manifeſtum eſt punctũ C abſcindere ad verticẽ ſectionis rectã lineam CG, quæ eſt dimidia tranſuerſi lateris figuræ] *Facta eſt. n. AC ipſius CG tripla. ergo CG, quæ inter punctum C & uerticẽ ſectionis interiicitur tranſuerſi lateris figuræ dimidia erit.*

Com-

Cõpositio ãt manifesta est] *Sit recta linea* AC *positione, & magnitudine data, quæ ita secetur ī pũcto* G, *ut* AG *sit dupla ipsius* GC. *datus ãt ãgulus rectilineus, quẽ tripartito secare oporteat, sit* HKL: *& producta* LK *ad* M, *erit ãgulus* HKM *reliquus ex duob. rectis ẽt datus. Itaq; ī data recta linea* AC *describatur portio circuli capiẽs angulũ dato angulo* HKM *æqualẽ: & circa axẽ* AG *per* G *describatur hyperbole, cuius trãsuersũ quidẽ figuræ latus sit* AG, *rectũ vero ipsius* AG *triplũ, & secet circuli circũferẽtiã in* B. *deinde a puncto* B *ad* AC *perpẽdicularis ducatur; quæ uel cadet intra pũctũ* C, *uel extra, uel in ipsũ* C. *cadat primũ intra, uel extra, et sit* BD. *& ipsius* DG *tripla sit* AF, *&* FD *bifariã in pũcto* E *secetur: iunganturque* AB BE BC. *Quadratũ igitur ex* BD *ad rectãgulũ* GDA *eandẽ proportionẽ hẽt, quã figuræ rectũ latus ad trãsuersũ, ex* 21 1. *lib. coni. & ideo quadratũ ex* BD *triplũ est rectãguli* GDA. *rectãgulũ ãt* DAF *ẽ eiusdẽ triplũ, ꝙ* AF *tripla sit ipsius* GD. *ergo rectangulũ* DAF *quadrato ex* BD *æquale erit. Sed quadratũ ex* BD *est excessus, quo quadratũ ex* BC *superat quadratũ ex* ED *rectangulũ ãt* DAF *est excessus, quo quadratũ ex* AE *superat quadratum ex* EF, *hoc est quadratũ ex* ED. *Est. n. rectangulum* DAF *una cũ quadrato ex* EF *æquale quadrato ex* AE. *quare sequitur, ut quadratũ ex* AE *quadrato ex* EB *sit æquale. ergo recta linea* AE *est æqualis* EB, *et angulus* ABE *ãgulo* EAB. *Cum igitur* AE *sit tripla ipsius* CE, *&* AF *tripla* GD: *erit reliqua* FC *ipsius* CD *tripla. & ob id* FD *dupla* DC. *Sed est etiam dupla ipsius* ED. *ergo* ED DC *æquales sunt. ac propterea æquales inter se* EB BC: *& angulus* BCE *angulo* BEC *æqualis. Sed in prima figura angulus* BEC, *insecũda ãt angulus* BEF *duplus ẽ anguli* BAC. *angulus igitur* BCA *anguli* CAB *est duplus: ideoq; circũferentia* AB *circũferentiæ* BC *dupla erit. Quòd si perpendicularis cadat in punctum* C, *ostenditur similiter quadratum ex* BD *triplum rectanguli* GDA, *& cum* AC *sit tripla* CG, *erit & quadratum ex* AC *rectanguli* GCA *triplũ. quadratũ igitur ex* AC *æquale est quadrato ex* CB: *& recta*



4 dator.

33 tertii element.

1. sexti.

6 secun. libri.

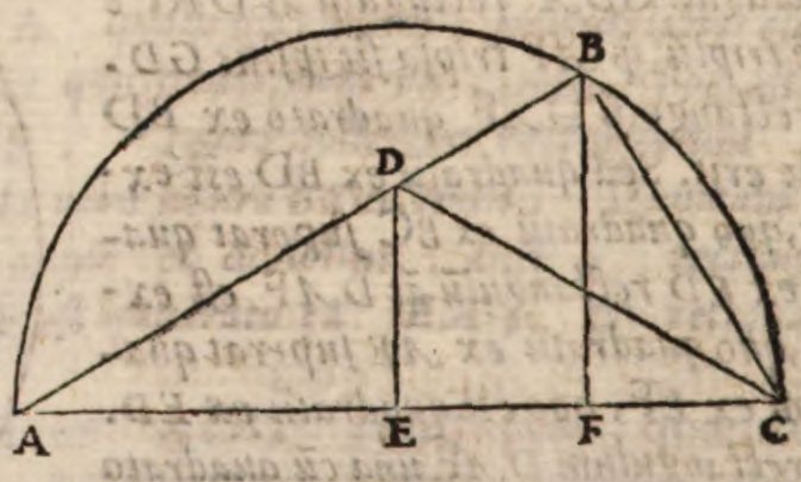
4 & primi

ul. sexti

E linea AC rectæ CB, angulusque ABC angulo BAC æqualis. ergo angulus BCA rectus anguli BAC est duplus: & circũferentia AB dupla circũferentiæ BC. Itaq; producantur AB, CB in puncta NX, & per B ducatur BO ipsi AC parallela. Dico angulũ NBO anguli HKL dati tertiã partem esse. Quoniã. n. circuli portio ABC capit angulũ æqualem dato angulo HKM, erit ABC angulus, hoc est XBN angulo HKM æqualis. ergo reliquus ex duobus rectis NBC est æqualis ipsi HKL. angulus aũt BCA, hoc est CBO duplus ẽ anguli CAB, uidelicet ipsius NBO, ut demonstratũ fuit. angulus igitur NBO tertia pars est anguli NBC; hoc est HKL. At si angulũ OBC bifariã secuerimus, erit datus angulus HKL tripartito sectus.

ALITER.

Exposuerunt nonnulli resolutionem eius problematis, in quo quæritur angulum, vel circumferentiam tripartito secare sine inclinatione. Sit autem proportio in circumferentia, nihil enim differt siue angulum, siue circumferentiam secemus.



Factum iam sit, & circumferẽtiæ ABC tertia pars BC abscindatur: & iungantur AB, BC, CA. angulus igitur ACB duplus est anguli BAC. secetur angulus ACB bifariã per rectã lineam CD: & perpendiculares DE
A BF ducantur. ergo AD æqualis est DC; & propterea AE ipsi EC est æ-
B qualis. datũ igitur est punctũ E. Ita-
C que quoniam est ut AC ad CB, ita AD ad DB, uidelicet AE ad EF; & permutando ut CA ad AE, ita erit BC ad EF: dupla ãt est CA ipsius AE. ergo & BC ipsius EF est dupla: & ideo quadratum ex BC, hoc est quadrata ex BF FC quadrupla
D sunt quadrati ex EF. Cum igitur duo puncta EC sint data; & sit BF perpendicularis, sitq; proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF FC; erit punctũ B ad hyperbolẽ. Sed & ad circuli circumferentiã. ergo pũctũ B est datũ. & cõpositio manifesta est.

COMMENTARIVS.

A Ergo AD æqualis est DC, & propterea AE ipsi EC est æqualis] *Quoniam enim angulus ACB, qui est duplus anguli CAB, bifariam sectus est recta linea CD, erit angulus DAE æqualis angulo DCE, anguli uero ad E vtrique recti sunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum ADE triangulo EDC æquiangulum. Vt igitur ED ad DA, ita ED ad DC. quare AD DC inter se æquales sunt. & eodem modo AE EC æquales ostendentur.*

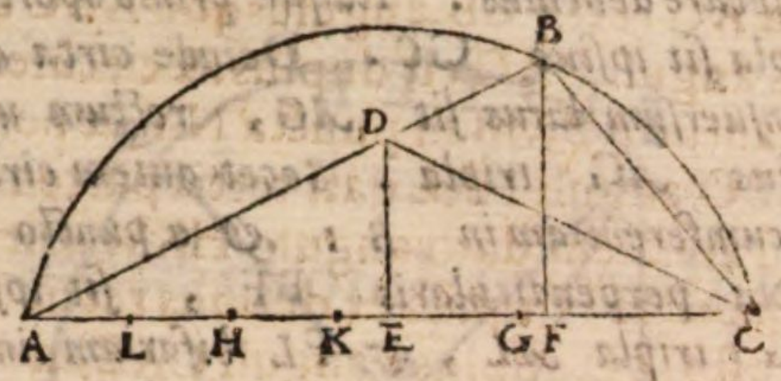
4 sexti. 9 quinti.

B Datum igitur est punctum E] *Ex 7. & 27. Datorum.*

C Itaque quoniam est ut AC ad CB, ita AD ad DB] *Ex 3. sexti elementorum.*

D Cum igitur duo puncta EC sint data, & sit BF perpendicularis, sitque proportio quadrati ex EF ad quadrata ex BF FC; erit punctũ B ad hyperbolẽ.] *Demõstratur hoc a Pappo ad finem septimi libri propositione 237. Sed tamen nos id, quod propositum est, etiam aliter resoluemus, componemusque in hunc modum.*

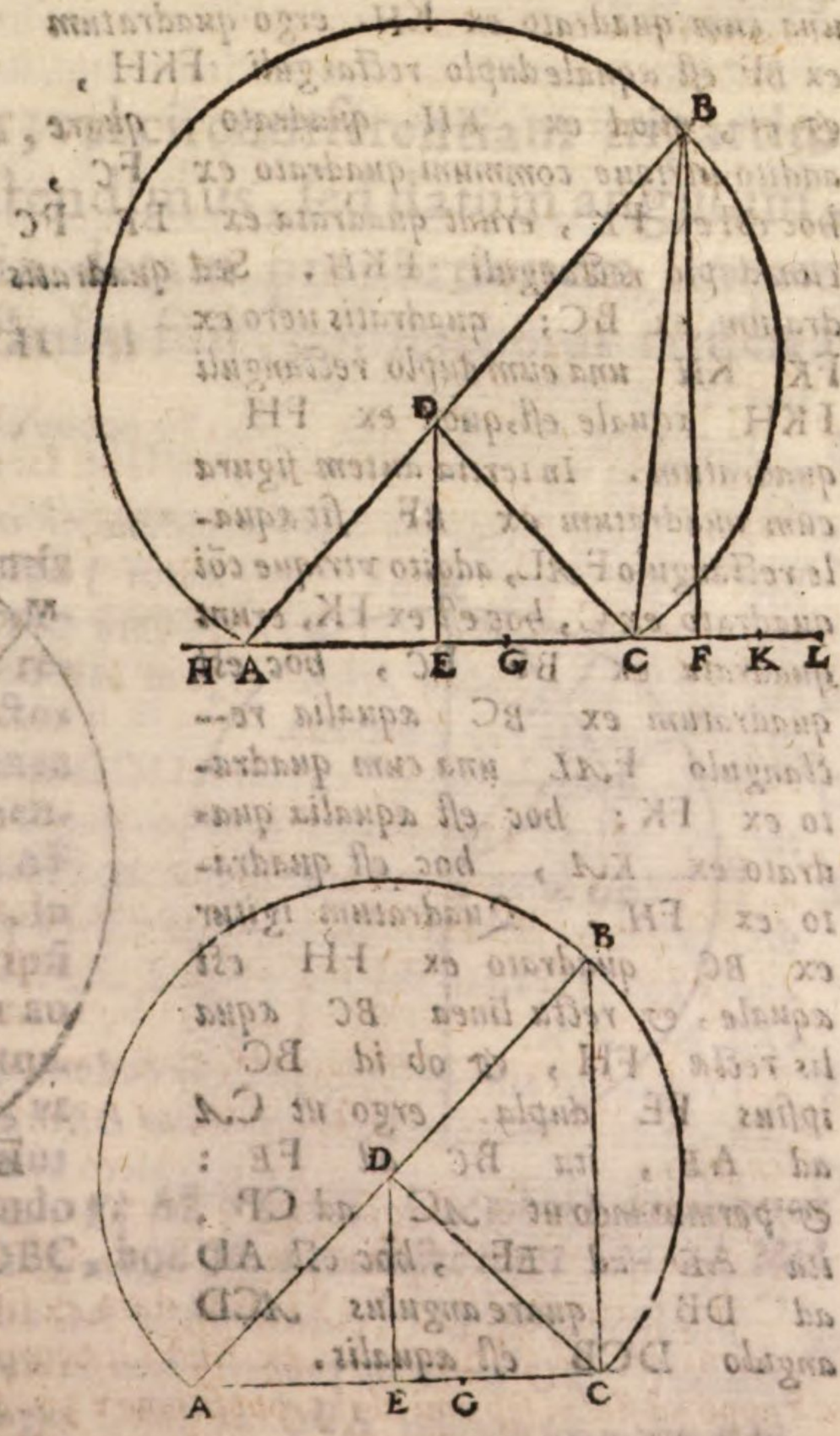
Cõstruantur eadem, quæ dicta sũt, & ductis perpẽdicularibus DE BF, ponatur ipsi quidẽ FE æqualis EH, ipsi uero CF æquales sint FK, KL: & sit AG dupla GC. Eodẽ, quo supra, modo ostẽdetur AL tripla GF, atq; erit AH æqualis CF, & AL æqualis HK. Cũ. n. AE sit æqualis EC, & HE ipsi EF, relinquetur AH æqualis FC, hoc est ipsi KL. quare in prima, & secunda figura, cõi HL ablata, vel addita, in tertia vero addita cõi AK, erit AL ipsi HK æqualis. Itaque quoniã, ut ante demõstratũ est, quadrata ex BF FC sunt quadrupla quadrati ex FE, quadratũ aũt ex FH est eiusdem quadruplũ, quòd FE sit æqualis EH, erit quadratũ ex FH æquale quadratis ex BF FC. Sed in prima, & secũda figura quadrato ex FH æqualia sunt quadrata ex FK KH. una cũ duplo rectanguli FKH, hoc est una cum rectangulo FLA: est enim LF dupla ipsius FK, & LA æqualis KH. quadrato autem ex KH, hoc ẽ quadrato ex LA una cum rectangulo FLA est æquale rectangulũ FAL. In tertia uero figura quadrato ex FH, hoc ẽ quadrato ex AK æquale est rectãgulum LAF una cũ quadrato ex FK, quippe cũ recta linea LF bifariã secetur in K, atq; ei addatur FA. ergo rectãgulũ FAL una cũ quadrato ex FK æquale ẽ quadratis ex BF FC. quorũ quadratũ est FK est æquale quadrato ex FC. relinquitur igitur ut rectãgulũ FAL quadrato ex BF sit æquale. At rectãgulũ FAL æquale ẽ ei, quod ter AF FG cõtinetur. quare ex iã demõstratis cõstat pũctũ B esse in hyperbola: cui⁹ transuersũ lat⁹ est AG, rectũ uero ipsius AG tripla. Quòd si a pũcto B perpendicularis ducta cadat in C, ut in quarta figura, quoniam angulus ACB rectus duplus ẽ anguli BAC: erit & ABC angulus angulo BAC, & recta linea BC ipsi CA æqualis. quadratũ igitur ex BC æquale est quadrato ex CA. Sed quadratũ ex CA triplũ ẽ eius, quod AC CG continetur: est. n. AC ipsius CG tripla. ergo ut quadratum ex BC triplum est rectanguli ACG. ac propterea punctum B similiter ẽ in hyperbola, cuius trãsuersum latus AG, & rectum ipsius AG tripla.



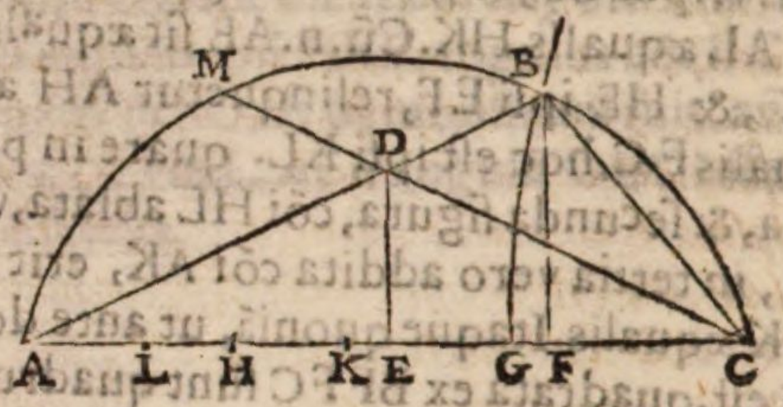
4. secun.

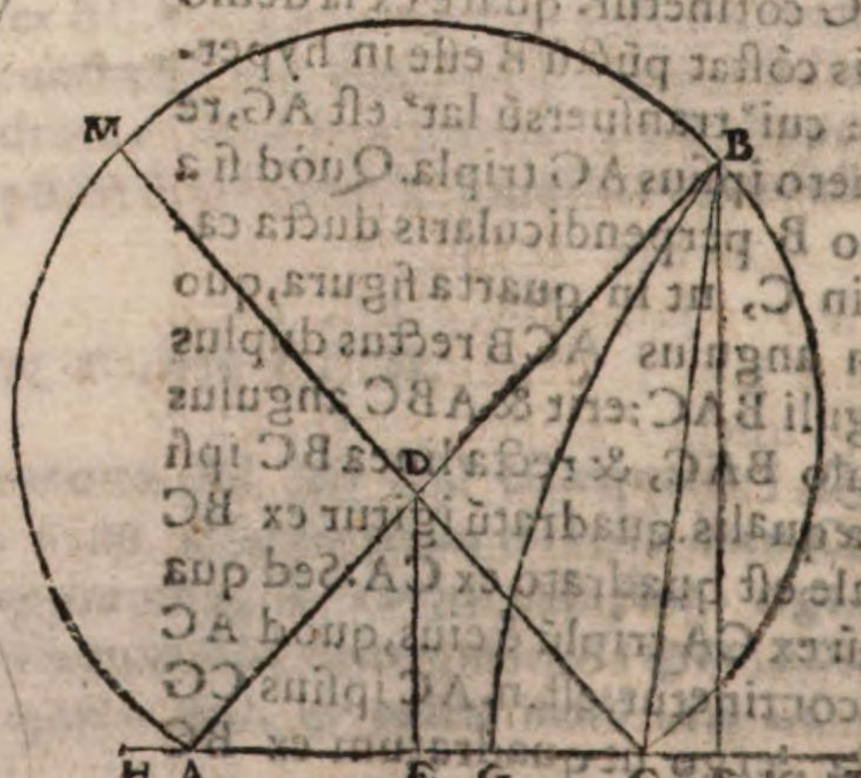
3. secun

6. secun.



E Et compositio manifesta est] *Sit enim circumferentia ABC quam tripartito secare debemus. Itaque primo oportet rectam lineam AC ita secare, ut AG dupla sit ipsius GC. Deinde circa axem AG per G describere hyperbolen, cuius transuersum latus sit AG, rectum uero ipsius AG tripla. Secet autem circuli circumferentiam in B: & a puncto B ducta perpendicularis BF, sit ipsius FG tripla AL, & FL bifariam in K secetur. Rursus AC secetur bifariam in E, ipsique FE sit æqualis EH, & iunctis AB BC, a puncto E attollatur perpendicularis, quæ rectam lineam AB secet in D. Et quoniam AC est tripla CG, & AL item tripla GF, sequitur LC triplam esse CF, ideoque LF duplam FC, & LK KF FC inter se æquales esse. quare similiter atque in superioribus ostendetur, AH æqualis FC, & AL ipsi HK. Quadratum igitur ex BF æquale est ei, quod ter AF FG continetur, videlicet rectangulo FAL. rectangulum autem FAL. in prima, & secunda figura æquale est rectangulo FLA una cum quadrato ex LA: quod quidem est æquale duplo rectanguli FKH. una cum quadrato ex KH. ergo quadratum ex BF est æquale duplo rectanguli FKH, & ei, quod ex KH quadrato. quare addito utrique communi quadrato ex FC, hoc est ex FK, erunt quadrata ex BF FC cum duplo rectanguli FKH. Sed quadratis quidem ex BF FC æquale est quadratum ex BC; quadratis uero ex FK KH una cum duplo rectanguli FKH æquale est, quod ex FH quadratum. In tertia autem figura cum quadratum ex BF sit æquale rectangulo FAL, addito vtrique cõi quadrato ex C, hoc est ex FK, erunt quadrata ex BF FC, hoc est quadratum ex BC æqualia rectangulo FAL una cum quadrato ex FK: hoc est æqualia quadrato ex KA, hoc est quadrato ex FH. Quadratum igitur ex BC quadrato ex FH est æquale, & recta linea BC æqualis rectæ FH, & ob id BC ipsius FE dupla. ergo ut CA ad AE, ita BC ad FE: & permutando ut AC ad CB, ita AE ad EF, hoc est AD ad DB. quare angulus ACD angulo DCB est æqualis.*



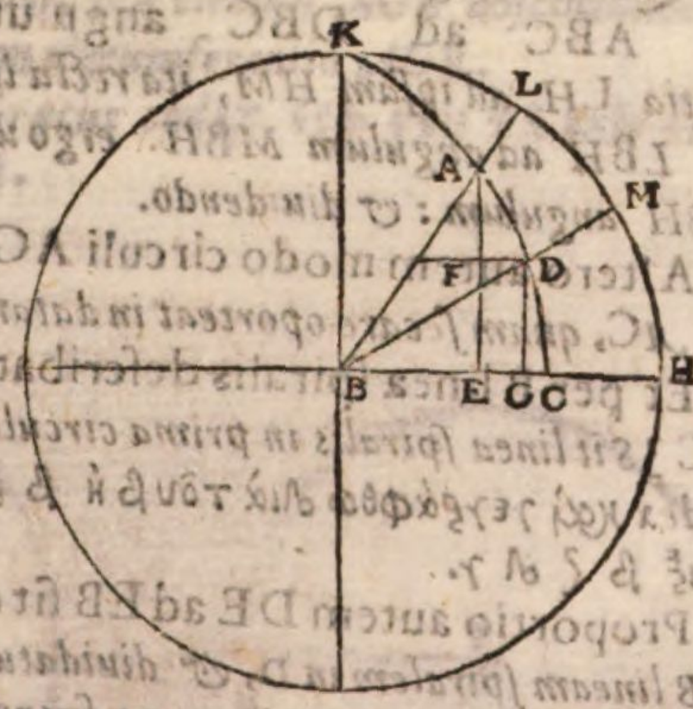


At in quarta figura cum perpendicularis à puncto B *cadit in* C, *erit propter hyperbolen quadratum ex* BC *triplum eius, quod* AC CG *continetur. Sed quadratum ex* AC *est eiusdem triplum, quòd* AC *tripla sit ipsius* CG. *ergo quadratum ex* AC *quadrato ex* CB *est æquale, & ipsa* AC *æqualis* CB. *Et quoniam* CE *est dimidia ipsius* AC, *erit & ipsius* BC *dimidia. Rursus igitur vt* CA *ad* AE, *ita est* BC *ad* CE: *& permutando vt* AC *ad* CB, *ita* AE *ad* EC, *hoc est* AD *ad* DB. *quare angulus* DCA *angulo* DCB *est æqualis. & producta* CD *ad circumferentiam in* M, *erit circumferentia* CB *æqualis circumferentiæ* BM. *Quoniam igitur æquales sunt* AE EC, *& DE vtrique communis, angulique ad* E *recti, erit & basis* AD *basi* DC *æqualis, & triangulum* ADE *triangulo* DEC *simile ergo angulus* DAC *æqualis est angulo* DCA, *& circumferentia* CB *circumferentiæ* AM. *sed etiam æqualis erat circumferentiæ* BM. *circumferentia igitur* ABC *in tres partes æquales* AM MB BC *secta est, quod fecisse oportuit.*

PROBLEMA XI. PROPOS. XXXV.

Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito secare solidum est, ut ante ostendimus, sed datum angulum, vel circumferentiam secare in datam proportionem lineare est, & à iunioribus demonstratum fuit, conscribetur tamen à nobis dupliciter.

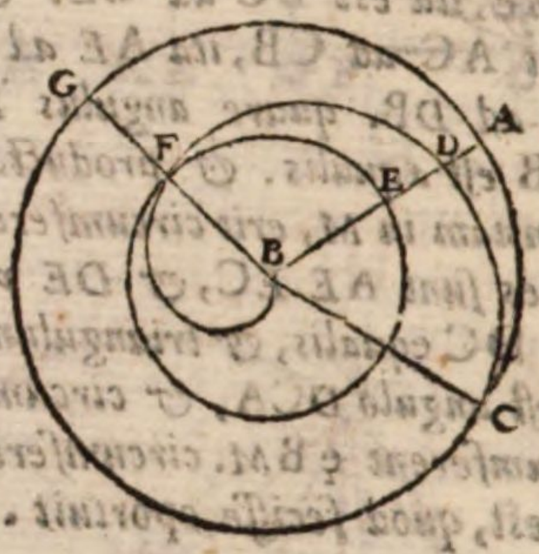
Sit enim circlui KLH circumferentia LH, & oporteat ipsam in datam proportionem secare: Ducantur ad centrum rectæ lineæ LB BH. & ipsi BH ad rectos angulos attollatur BK, per K vero linea quadrans KADC describatur. & perpendicularis ducta AE secetur in F, ita vt AF ad FE datam proportionem habeat, in quam volumus angulum secare; & ipsi quidem BC parallela sit FD. iungatur autem BD, & DG perpendicularis ducatur. Quoniam igitur ob lineæ accidens est, vt AE ad DG, hoc est ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum, erit diuidendo vt AF ad FE, hoc est tvr data apportio, ita ABD angulus, ad angulum DBC, hoc est circumferentia LM ad MH circumferentiam.



ALITER

ALITER.

P Altero autẽ modo circuli AGC ſecatur circumferẽtia AC.



E Ducantur enim ſimiliter ad centrum rectæ lineę AB BC, & per B linea ſpiralis deſcribatur BFDC, cuius recta linea; quę in ortu
F ſumitur, ſit CB. proportio autem DE ad EB ſit eadem, quę proportio data. & per E circa centrum B deſcribatur circuli circumferentia EF, quæ lineam ſpiralem in puncto F ſecet. iunctaque BF ad G produca-
G tur. eſt igitur propter lineam ſpiralem ut DB ad BF, hoc eſt ad BE, ita AGC circumferentia ad circumferentiam CG: & diuidendo, vt DE ad EB, ita circumferentia
H AG ad ipſam GC. At proportio DE ad EB eſt eadem, quæ proportio data. proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit.

COMMENTARIVS.

A Et oporteat ipſam in datam proportionem ſecare] *Vel legendum, & oporteat ipsã, vel angulum in datam proportionem ſecare, uel illud ſubintelligendum, quod & ante propoſitum eſt, & in fine concluditur.*

B Iungatur autem BD] *Intelligendum autem rectam lineam BD produci ad circumferentiam in M.*

C Quoniam igitur ob lineæ accidens, eſt ut AE ad DG, hoc eſt ad FE, ita angulus ABC ad DBC angulum] *Eſt enim ob lineę quãdrãtis accidens, vt circumfe*
A *rentia LH ad ipſam HM, ita recta linea AE ad DG. vt autem LH ad HM, ita angu-*
ult. sexti *lus LBH ad angulum MBH. ergo ut AE ad DG, hoc eſt ad FE, ita angulus LBH ad MBH angulum: & diuidendo.*

D Altero autem modo circuli AGC ſecatur circumferentia AC] *Si enim circumferẽtia AC, quam ſecare oporteat in datam proportionem.*

E Et per B linea ſpiralis deſcribatur BFDC, cuius recta linea, quæ in ortu ſumitur
B BC] *Sit linea ſpiralis in prima circulatione deſcripta quæ terminetur in puncto C. Græcus codex* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ β ξ, δ γ, *Sed ſcribendum* καὶ γεγράφθω διὰ τοῦ β ἡ ἔλιξ β ζ δ γ.

F Proportio autem DE ad EB ſit eadem, quæ proportio data] *Secet enim recta linea AB lineam ſpiralem in D, & diuidatur DB in datam proportionem ad punctum E.*

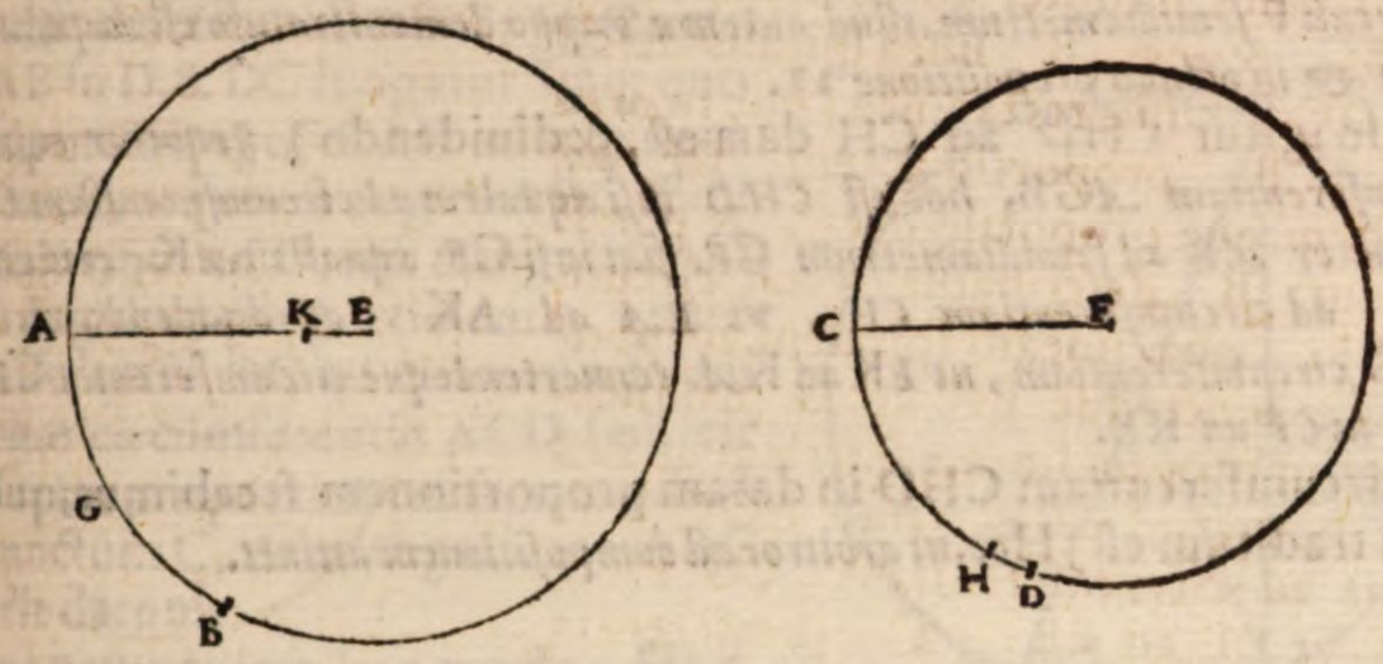
G Eſt igitur propter lineam ſpiralem ut DB ad BF, hoc eſt ad BE, ita AGC circũferentia ad circumferentiam CG] *Ex 14. libri Archimedis de lineis ſpiralibus. Græcus codex.* ὡς ἡ αβ πρὸς βζ. *legendum autem* ὡς ἡ δβ πρὸς βζ.

H Proportio igitur circumferentiæ AG ad GC eadem erit] *Sed & angulus uel potius ſpacium ABC in datam proportionem ſecatur. Vt enim circumferentia AG ad circumferentiam GC, ita angulus ABG ad GBC angulum.*

PRO-

PROBLEMA XII. PROPOS. XXXVI.

Ex hoc manifestum est fieri posse, vt à duobus circulis inæqualibus æquales circumferentię abscindantur.



Factum enim sit, & abscisse sint æquales circunferentiæ AGB CHD. sit autẽ maior circulus circa centrum E. circumferentia igitur similis ipsi CHD maior est, quàm AGB. sit ipsi AGB similis circumferentia CH. ergo proportio circumferẽtiæ AGB ad CH est data, eadem enim est, quam habent totæ circulorum circumferentiæ, vel circulorum diametri. æqualis autem est circumferentia AGB ipsi CHD. proportio igitur CHD ad CH data est: & diuidendo. quare circumferentiam CHD in datam proportionem secabimus, quemadmodum antea traditum est. A B C D E F

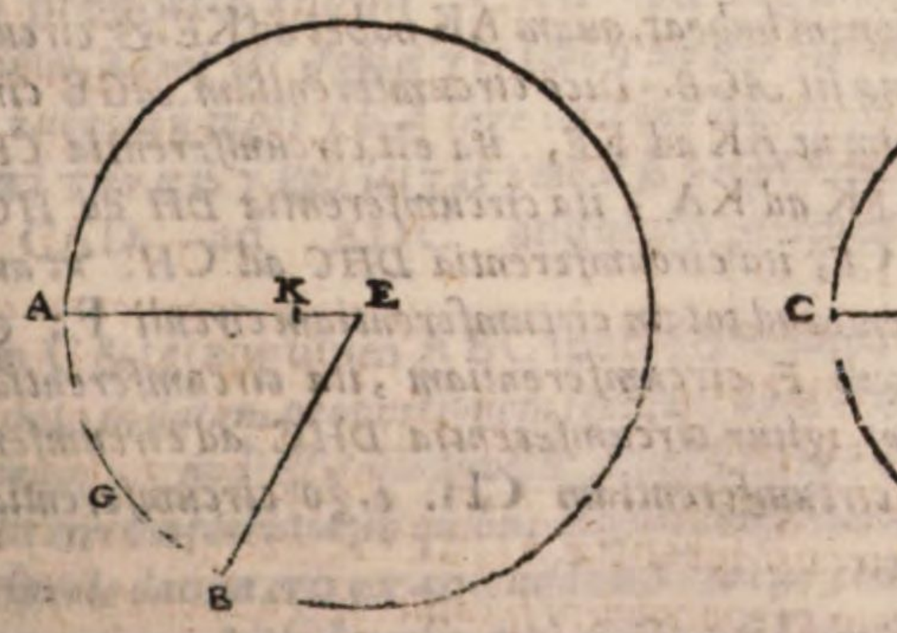
COMMENTARIVS.

Factum iam sit] *resolutio est problematis:* A

Circumferentia igitur similis ioſi CHD maior est, quam AGB] *sit circulus circa centrum E maior circulo circa centrum F. Itaque cum circumferentia maioris circuli* CHD *æqualis sit circumferentiæ* AGB *circuli maioris, si à circulo* AGB *abscindamus circumferentiam similem ipsi* CHD, *erit ea maior, quàm circumferentia* AGB. B

Sit ipsi AGB similis circumferentia CH] Græcus codex. ἔστω σὺν τῇ αηβ ὁμοία ἡ γλ. *ego legendum puto* ἔστω τῇ αηβ ὁμοία ἡ γθ. C

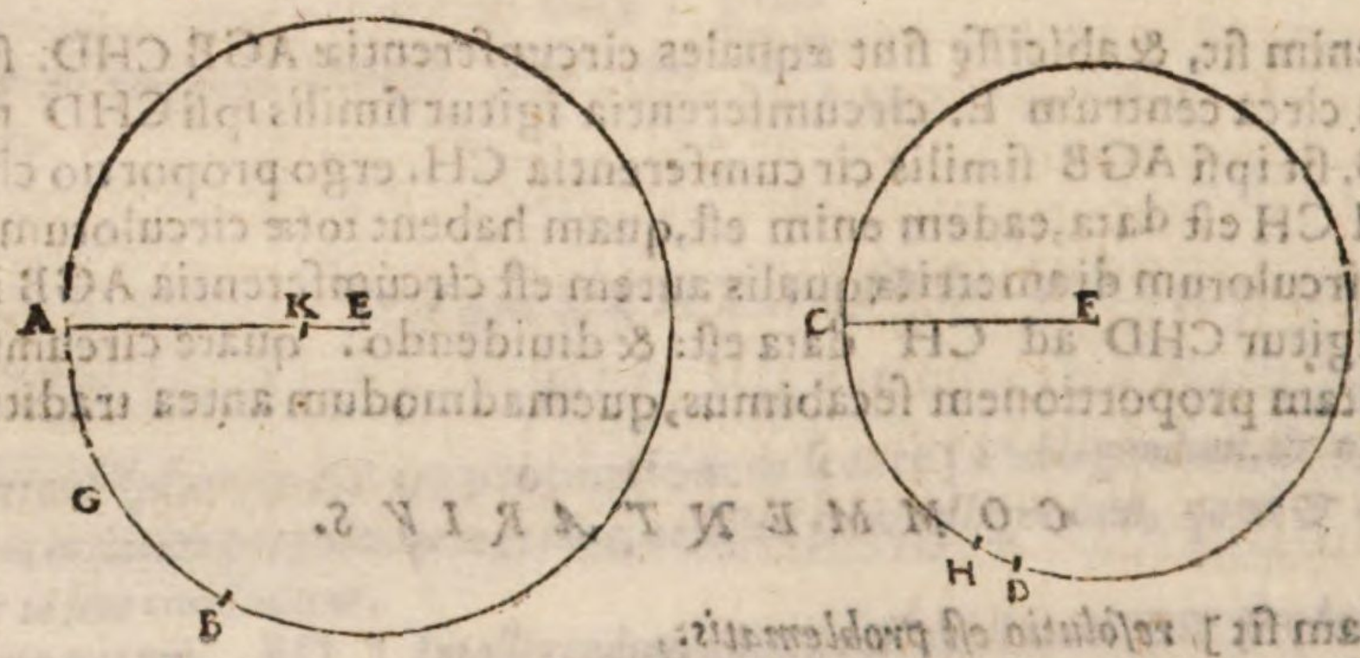
Ergo proportio circumferentię AGB ad CH est data, eadem enim est, quam habeat totę circulorũ circumferentiæ, vel circulorũ diametri.] *iungantur* AE EB, CF, FH. *quoniam igitur circũferentia* AGB *similis est circumferentiæ* CH, *erit angulus* ACB D



v. quinti *AEB æqualis angulo CFH. ergo quattuor anguli recti ad angulum AEB eandem habent proportionem quam ad angulum CFH. Vt autem quattuor recti ad angulum AEB, ita tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB. & ut quattuor recti ad angulum CFH, ita*
xi quinti *tota circuli F circumferentia ad circumferẽtiam CH. ergo ut tota circuli E circumferentia ad circumferentiam AGB, ita tota circuli F circumferentia ad circumferentiam CH, & permutando ut tota circuli E circumferentia ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. Sed ut tota circuli E circumferentia ad totam circũferentiam circuli F, ita diameter circuli E ad diametrum circuli F. hoc est ita semidiameter cir*
15 quinti *culi E ad circuli F semidiametrum. illud autem a Pappo demonstratum est in quinto libro propositione 11. & in octauo propositione 22.*

E Proportio igitur CHD ad CH data est, & diuidendo] *Sequitur enim ex antedictis circumferentiam AGB, hoc est CHD ipsi æqualem ad circumferentiam CH ita esse, vt semidiameter AE ad semidiametrum CF. fiat ipsi CF æqualis AK. erit circumferentia CHD ad circumferentiam CH, vt EA ad AK. & diuidendo circumferentia DH ad HC circumferentiam, ut EK ad KA. conuertendoque circumferentia CH ad HD, ut AK, hoc est ut CF ad KE.*

F Quare circumferentiam CHD in datam proportionem secabimus, quemadmodum antea traditum est] *Hoc, ut arbitror ad compositionem attinet.*



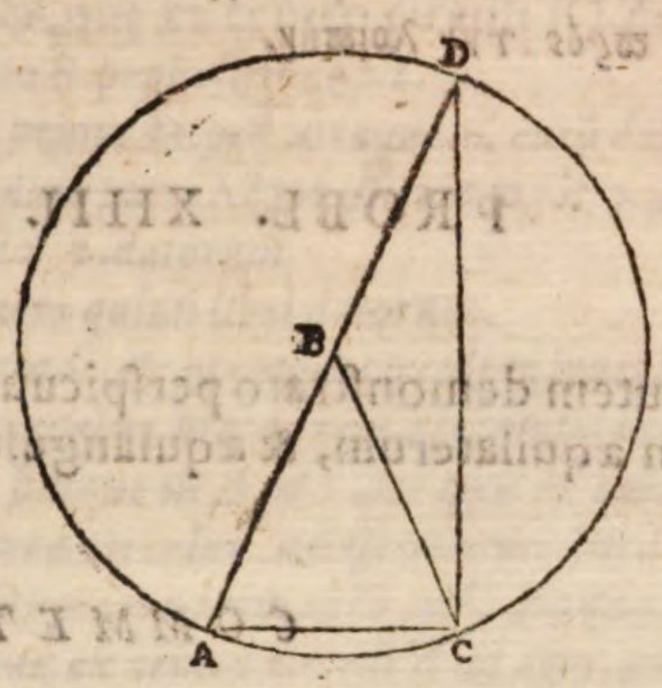
Sint circuli inæquales magnitudine dati circa centra EF: sitque circulus E maior: & sit circuli F circumferentia CHD, cui æqualem a circulo E abscindere oporteat. Iungatur CF, & sit circuli E semidiameter AE, a qua abscindatur AK æqualis ipsi CF. & cum datæ sint AE CF, erit & KE data, & data proportio CF, hoc est ipsius AK ad KE. Itaque circ-
4 dator. 1 *cumferentiam CHD ex demonstratis in datam proportionem secabimus in puncto H; ita ut CH ad HD eam proportionem habeat, quam AK habet ad KE. & circumferentiæ CH similis abscindatur a circulo E, quæ sit AGB. Dico circumferentiam AGB circumferentiæ CHD æqualem esse. Quoniam enim ut AK ad KE, ita est circumferentia CH ad HD circumferentiam: & conuertendo ut EK ad KA, ita circumferentia DH ad HC: componendoque ut EN ad AK, hoc est ad CF, ita circumferentia DHC ad CH. vt autem AE ad CF, ita tota circuli E circumferentia ad totam circumferentiam circuli F: & vt tota circumferentia circuli E ad totam circuli F circumferentiam, ita circumferentia AGB, ad circumferentiam CH. vt igitur circumferentia DHC ad circumferentiam CH, ita circumferentia AGB ad circumferentiam CH. ergo circumferentia AGB circumferen-*
9 quinti. *tiæ CHD est æqualis.*

PRO-

PROBLEMA XIII. PROP. XXXVII.

Aequicrure triangulum cõstituere, cuius uterq; angulorum qui ad basim, habeat ad reliquum proportionem datam. A

Factum iam illud sit; cõstituaturque triãgulum ABC: & circa centrum B per pũcta AC circulus describatur ADC; producaturque AB in D, & DC iungatur. Itaq; quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data est, atque est anguli ABC dimidius angulus, qui ad D; erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data. quare & circumferentiæ DC ad circumferẽtiam AC. Et cum circumferentia ACD semicirculi in datam proportionem secetur, datũ erit & punctum C, & triangulum ABC specie erit datum.



B
C
D
ul. sexti.
E

Componetur autem hoc modo. Sit. n. proportio data EF ad FG, quã utrũque angulorum, qui ad basim, habere oportet ad reliquum: & FG bifariam secetur in puncto H. exponaturq; circulus ADC circa cẽtrum B, & diametrum AD: & secetur ACD circumferentia in C, ita ut circũferentia DC ad CA eam proportionem habeat, quam EF ad FH; hoc. n. ante traditum est, & uniuerse quo pacto data circumferentia in datam proportionem secetur. & iungantur BC CA CD. Quoniam igitur ut circumferentia DC ad CA circumferentiã, hoc est ut DAC angulus ad angulum ADC, ita est EF ad FH, & consequentiam dupla. ergo ut angulus CAB ad angulum ABC, ita EF ad FG. æquicrure igitur triangulũ constitutum est ABC, cuius uterque angulorum, qui ad basim, ad reliquum proportionem habet datam:

COMMENTARIVS.

A Aequicrure triangulum constituere, &c.] *Græcus codex*, ισοσκελές τρίγωνον συσ- σκς. *lege* συστήσαι.

B Producaturque AB ad D] *Græcus codex*. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ α ᾰ ἐπὶ τὸ ᾰ. *legendum* ἡ αβ ἐπὶ τὸ ᾰ.

C Itaque quoniam proportio anguli CAB ad angulum ABC data est, &c.] *Græcus codex*. ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν αβγ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τὴν αβγ, καὶ ἔστι τῆς ὑπὸ αβ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ ᾰ *lege* ἐπεὶ οὖν λόγος ἐστὶ δοθεὶς τῆς ὑπὸ τῶν γαβ γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν αβγ καὶ ἐστι τῆς ὑπὸ αβγ ἡμίσεια ἡ πρὸς τῷ ᾰ.

D Erit & anguli CAD ad ADC angulum proportio data] *Ex 8. libri datorum.*

E Datũ erit punctum C & triangulum ABC specie erit datum] *Quoniam. n. circumferẽtia ACD semicirculi data in datam proportionem secatur, data erit utraque ipsarum AC CD ex septima libri datorum. Sed est datũ punctũ A uel D, ergo & C datum erit ex 27. datorum. Quòd cũ datę sint circumferentiæ, in quibus anguli consistunt, & ipsi anguli dabuntur. quare triangulum ABC specie datum erit ex 40. eiusdem. Græcus codex.* δοθὲν ἔστι καὶ δοθὲν τὸ ἴσον τὸ αβγ τρίγωνον. *lege* δοθὲν ἐστὶ τὸ γ καὶ δοθὲν τῷ ἴσον τὸ αβγ τρίγωνον.

G Componetur autem hoc modo] *Græcus codex* συμβήσεται δὲ οὕτως. *lege* συν-
θήσεται δὲ οὕτως.

Hoc eſt ut DAC angulus ad angulum ADC, ita EF ad FH.] *Græcus codex.*
τουτέσι ὡς αδγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ οὕτως ἡ εζ κοὴ τὰ λοιπὰ τῶν ἑπομέ-
H νων. *corrige* τουτέσι ὡς δαγ γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ αδγ, οὕτως ἡ εζ πρὸς ζθ, καὶ τὰ
λοιπὰ τῶν ἑπομένων.

K Ergo ut angulus CAB ad angulum ABC] *Græcus codex* ὡς ἄρα ἡ ὑπὸ γαβ. *lege*
ἡ ὑπὸ γαβ.

Cuius uterque angulorum qui ad baſim ad reliquum proportionem habet data] *Græcus codex.* λογὸν ἔχουσα τὸν δοθέντα πρὸς τῇ λοιπῇ *lege* λόγον ἔχουσαν τὸν
δοθέντα πρὸς τὴν λοιπήν.

PROBL. XIIII. PROP. XXXVIII.

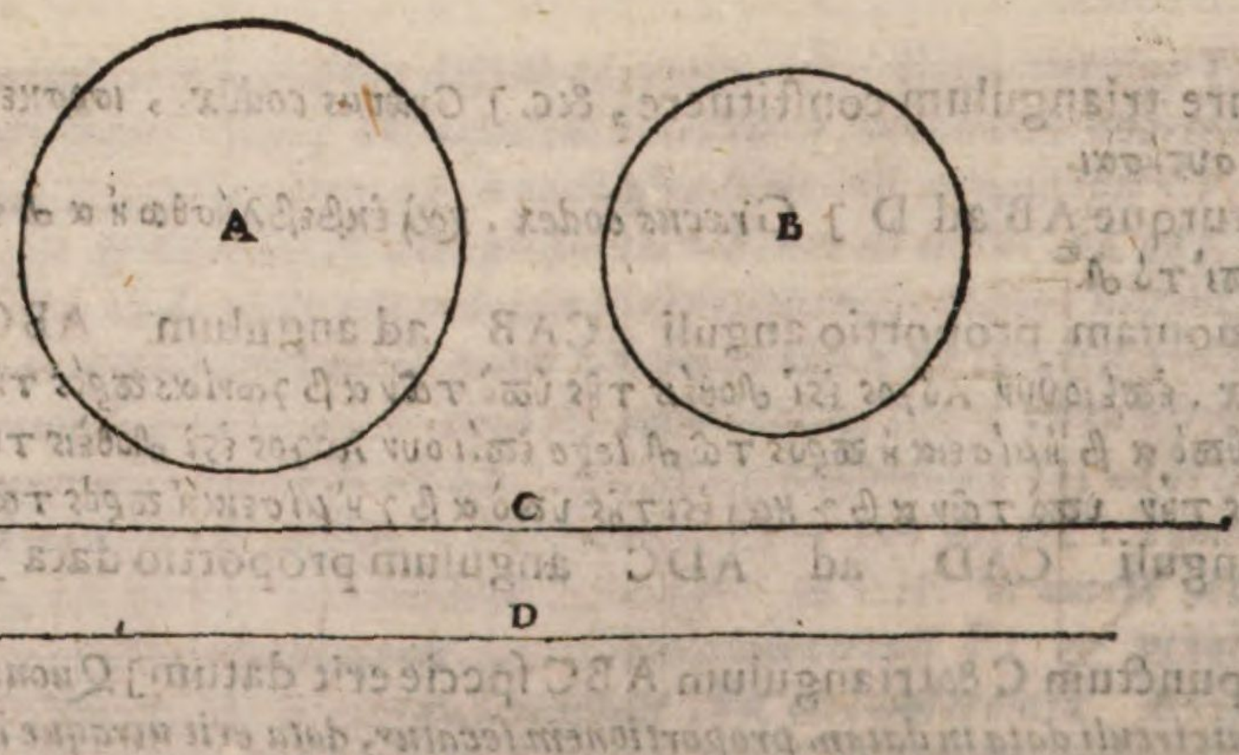
Hoc autem demonſtrato perſpicuum eſt fieri poſſe, ut in circulo deſcribatur po-
lygonum æquilaterum, & æquiangulum, habens quotquot quislatera propoſue-
rit.

COMMENTARIVS.

Hoc autem demonſtrato] *Si enim heptagonum in circulo deſcribere velimus, vte-
mur triangulo æquicrure, cuius anguli, qui ad baſim, reliqui tripli ſint. Deinde ex demon-
ſtratis eos tripartito ſecantes, habebimus totam circuli circumferentiam in ſeptem partes
æquales diuiſam, ſi uero nonagonum, vtimur triangulo æquicrure, cuius anguli ad baſim reli
qui quadrupli ſint. & eodem modo in aliis.*

PROBL. XV. PROP. XXXIX.

Quomodo autem inueniatur circulus, cuius circumferen-
tia rectæ lineæ datæ ſit æqualis, facile eſt cognoſcere.



Inuẽta iam ſit circũferentia circuli A rectæ lineæ C æqualis. & exponatur circu-
A lus cuiuis B; atque eius circũferentiæ per lineã quadrantẽ æqualis inueniatur recta
B linea D. ut igitur C ad D, ita quæ ex centro circuli A ad eam, quæ ex centro
C circuli B. ſed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data. proportio igitur earum,

quæ

quæ ex cẽtro inter ſe data erit. atq; eſt data quæ ex cẽtro circuli B. ergo & quæ ex cẽ tro circuli A erit data. Quare & datus ipſe A circulus. & cõpoſitio manifeſta eſt.

COMMENTARIVS.

Atque eius circumferentię per lineam quadrantem ęqualis inueniatur recta li- A
nea D] *Ex 27. huius.*

Vt igitur C ad D, ita quę ex cẽtro circuli A ad eã, quę ex centro circuli B] *Ex iis, quæ* B
a Pappo demonſtrantur in 5. lib. propoſitione 11. & in 8. propoſitione 22.

Sed rectæ lineæ D ad C proportio eſt data] *Ex prima datorũ utraque. n. earũ data ẽ. Græ* C
cus codex. λέγω δὲ τῆς Α πρὸς γ δοθείς. *ego legendum puto* λόγος δὲ τῆς πρὸς γ δοθεί's.

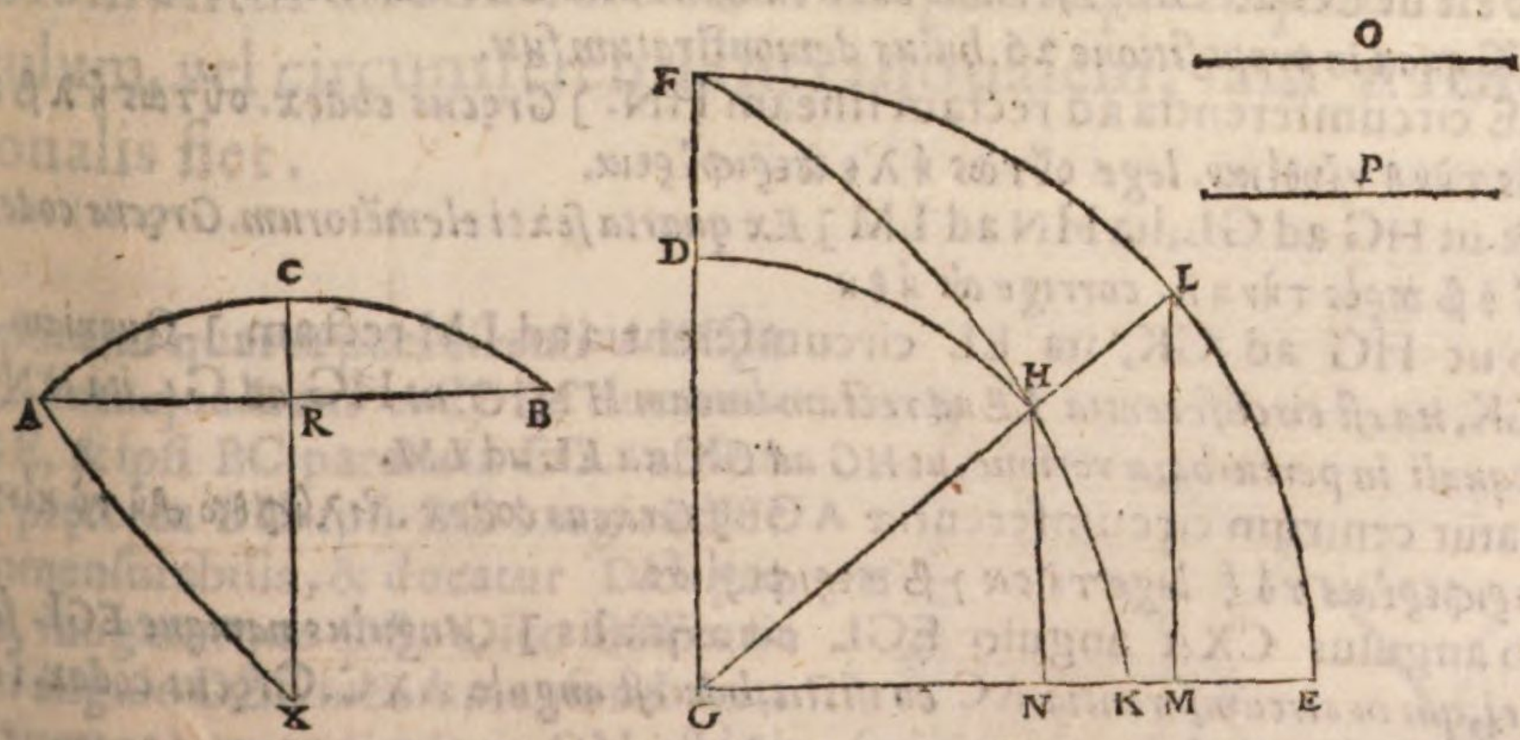
Ergo & quæ ex centro circuli A erit data] *Ex 2. datorum.*

Quare & datus ipſe A circulus] *Per diffinitionem quinti libri datorum.* D

Et compoſitio manifeſta eſt] *Sit recta linea data C, & oporteat circulum inuenire, cuius* E
circumferentia ſit æqualis rectæ lineæ C. Exponatur circulus B; atq; eius circumferentiæ per li F
neam quadrantem, æqualis inueniatur D recta linea: fiatque ut D ad C, ita quæ ex centro circu li B ad aliam: ex centro A, interuallo autem dictæ lineæ circulus A deſcribatur. Dico circũferentiam circuli A datæ rectæ lineæ C ęqualem eſſe. Quoniam enim ut D ad C, ita quæ ex cẽtro circuli B ad eam, quę ex centro circuli A, ut autem quæ ex centro circuli B ad eam, quæ ex cen tro circuli A, ita circuli B circumferentia ad circumferentiam circuli A; erit ut D ad C, ita circumferentia circuli B ad circuli A circumferentiam. & permutando ut D ad circumferentiam circuli B, in C ad circumferentiam circuli A. Sed D eſt æqualis circumferentiæ circuli B. ergo & C circumferentiæ circuli A æqualis erit.

PROBLEMA XVI. PROP. XL.

Recta linea AB poſitione & magnitudine data, per puncta AB deſcribere circumferentiam circuli, quę ad rectam lineam AB proportionem datam habeat.



Deſcripta iam ſit circumferentia ACB: & exponatur quarta pars cir- A B
culi FGE magnitudine data: deſcribaturque linea quadrans FHK: & C
angulo, qui in circumferentia AC conſiſtit ad reliquam circumferentiam ęqualis
fiat EGL; & perpendiculares LM HN ducantur. Erit igitur ob lineæ proprietatem, D

E vt circumferentia ELF ad rectam lineam FG, hoc est vt LG ad GK,
F G ita LE circumferentia ad rectam lineam HN. Sed & ut HG ad GL,
ita HN ad LM. ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam.
H Sumatur centrum circuli ACB, quod sit X, & perpendicularis ad AB ducatur
K XYC. ergo angulus CXA angulo EGL est æqualis, & sunt centra XG.
L Vt igitur AC circumferentia ad rectam lineam AR, hoc est ut HG ad
M N GK, ita circumferentia ACB ad AB rectam. atque est ACB circumferen
tiæ ad rectam AB proportio data. quare & proportio HG ad GK dabi-
O P tur. & data est GK. data igitur erit & GH, ac propterea punctum H
Q est ad circuli circumferentiam. Sed & ad lineam FHK, ergo datum erit.
& HL positione data, quare & datus angulus EGL. atque est æqualis an-
gulo CXA. recta uero linea XC data est positione, & datum punctum A. positio-
ne igitur est AX. quare & circumferentia ACB.
R Compositio autem manifesta est. Oportet autem datæ proportioni consti-
tuere eandem, quæ est DG ad GK, & circa centrum G per D circumfe-
rentiam describere, & sumere punctum H, in quo ipsa lineam quadrantem
secat. præterea iungere HG, & AB secantes bifariam, perpendicularemque
S statuentes RX, ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH
T æqualem. & circa centrum X per A describere circuli circumferentiam ACB; ha
bereque proportionem eius ad basim AB datæ proportioni eandem.

COMMENTARIVS.

A Descripta iam sit circumferentia ACB] *Græcus codex γεγρά φθω ἡ α γ ε, Scribe ἡ α γ β.*

B Et exponatur quarta pars circuli FGE magnitudine data] *Græcus codex καὶ ἐκκει-σθω τεταρτημόριον κύκλου θέσει λεγόμενον τὸ ζ η θ, lege τό ζ η ε.*

C Et angulo quiin circumferentia AC consistit ad reliquam circumferentiam æ-qualis fiat EGL.] *Vereor ne locus corruptus sit. improprie enim dici uidetur reliqua circũferentia ea, quæ est quartę partis circuli FLE.*

D Erit igitur ob lineæ proprietatem ut circumferentia ELF ad rectam lineam FG, hoc est ut LG ad GK] *Est enim ut circumferentia ELF ad rectam FG, ita FG, hoc est LG ad GK. quod in propositione 26. huius demonstratum fuit.*

E Ita LE circumferentia ad rectam lineam HN.] *Græcus codex. οὕτως ἡ λ β περιφέ-ρεια πρὸς τὴν θ νεῦθεῖαν. lege οὕτως ἡ λ ε περιφέρεια.*

F Sed & ut HG ad GL, ita HN ad LM] *Ex quarta sexti elemẽtorum. Græcus codex ἀλλὰ καὶ ὡς ἡ θ β πρὸς τὴν η λ. corrige ὡς ἡ θ η.*

G Ergo ut HG ad GK, ita EL circumferentia ad LM rectam] *Quoniam enim ut LG ad GK, ita est circũferentia LE ad rectam lineam HN; & ut HG ad GL, ita HN ad LM; erit ex æquali in perturbata ratione, ut HG ad GK, ita EL ad LM.*

H Sumatur centrum circumferentiæ ACB] *Græcus codex. εἰλήφθω δὴ τὸ κέντρον τῆς α β γ περιφερείας τό ξ. lege τῆς α γ β περιφερείας.*

K Ergo angulus CXA angulo EGL est æqualis] *Angulus namque EGL factus est æqualis ei, qui in circumferentia AC consistit, hoc est angulo AXC. Græcus codex. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ γ ξ α τῇ ὑπὸ θ η λ. legendum τῇ ὑπὸ ε η λ.*

L Hoc est ut HG ad GK] *Proxime enim ostensum est, ut HG ad GK, ita esse circum ferentiam EL ad rectam lineam LM, hoc est circumferentiam AC ad AR rectam. Græcus codex. τουτέστι ἡ θ η πρὸς τὴν ἡ. lege πρὸς τὴν η κ.*

M Ita circũferentia ACB ad AB rectam] *Ex 15. quinti elemẽtorũ. desunt autẽ hæc in græco codicẽ. quare ita restituendus erit. ὡς ἄρα ἡ α γ περιφέρεια πρὸς τὴν α ε εὐθεῖαν, τουτέστι ἡ θ η πρὸς τὴν η κ, οὕτως ἡ α γ β περιφέρεια πρὸς τὴν α β εὐθεῖαν.*

Atque

Atque est ACB circumferentiæ ad rectam AB proportio data] *Græcus codex* καὶ λόγος τῆς αβλ πρὸς τὴν αβ. *lege* καὶ λόγος τῆς αγβ πρὸς τὴν αβ δοθεὶς. *sed fortasse verbum illud* δοθεὶς, *consulto omisit breuitatis causſa, & in antecedentibus, & in iis, quæ sequuntur, quemadmodum verbum* λέγω. *nam pro* λέγω ὅτι *vbique ferrè* ὅτι *tantum scribit.* N

Data igitur erit & GH [*ex secunda libri datorum.* O

Ac propterea punctum H est ad circuli circumferentiam] *si enim centro G & interuallo GH circuli circumferentia describatur, punctum H ad ipsam circumferentiam erit.* P

Et HL positione data] *vide ne legendum sit &* GHL *positione data.* Q

Oportet enim datæ proportioni constituere eandem, quæ est DG ad GK.] *Sit data proportio, quam habet O ad P: & fiat ut P ad O, sic* KG *ad GD. est autem data GK. ergo & ipsa DG. erit igitur conuertendo* DG *ad GK, ut O ad P. Græcus codex habet.* δεῖ γὰρ &c. τὸν τῆς ζη πρὸς ηδ. *ego legendum puto* τὸν τῆς δη πρὸς ηκ. *quod ex ipsa resolutione colligitur.* R

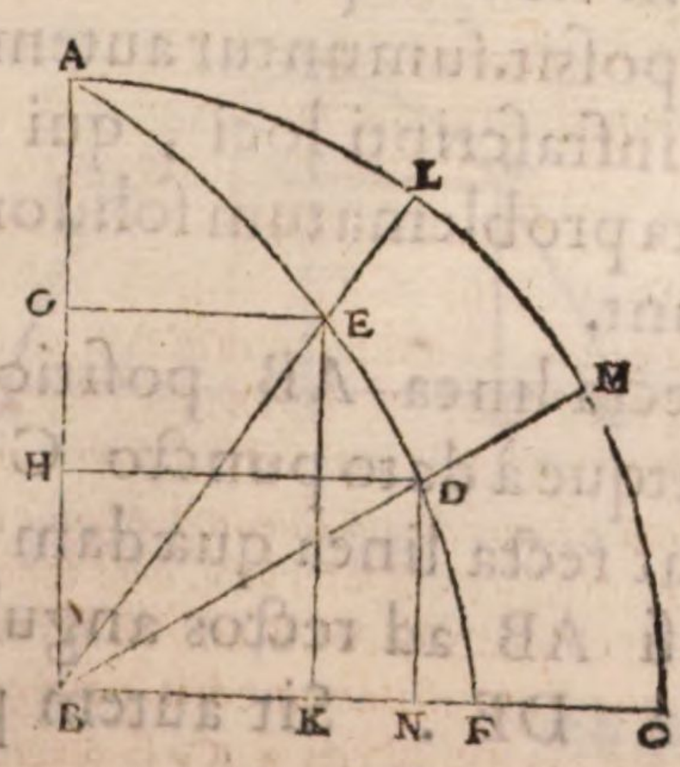
Ducere XA, quæ una cum XR contineat angulum angulo KGH æqualem] *constituatur ad rectam lineam AB, & ad punctum in ea A angulus* BAX *æqualis angulo MLG, vel* NHG. *erit & reliquus* AXR *reliquo* HGK *æqualis.* S

Habereque proportionem eius ad basim AB datę proportioni eandem] *est enim proportio* DG *ad* GK, *hoc est HG ad GK eadem, quæ proportio data. & ut* HG *ad* GK, *ita circumferentia EL ad LM rectam, hoc est circumferentia* AE *ad rectam* AR. *ut autem* AC *ad* AR, *ita circumferentia* ACB *ad rectam* AB. *ergo ut DG ad GK, ita circumferentia* ACB *ad* AB *rectam.* T

PROBLEMA XVII. PROPOS. XLI.

Non incredibile autem est, angulos incommensurabiles inueniri. per hoc enim, & per eundem circulum incommensurabiles sumuntur circumferentiæ. & quamquam ponamus, unũ angulum, vel circumferentiam rationalem, tamen reliqua irrationalis fiet. ἀσύμβλητον A B

Exponatur quarta pars circuli ABC, & in ipsa linea quadrans AEDF: ducaturque BE, & ipsi BC parallela EG. abscindatur pręterea BH ipsi BG longitudine incommensurabilis, & ducatur DH parallela, iungaturque DB. Dico EBF angulum angulo DBF incommensurabilem esse. Ducatur perpendicularis DN, est igitur propter ipsam lineam, vt EK ad DN, sic angulus EBF ad DBF angulum. incommensurabilis autem est EK ipsi DN, quoniam & GB ipsi BH. ergo & angulus angulo est incommensurabilis. & quamquam rationalem ponamus angulum ABF,



C D E F G

ABF, & recti dimidium, tamen angulus DBF irrationalis erit.

COMMENTARIVS.

A Non incredibile autem est angulos incommensurabiles inueniri.] *Græcus codex* οὐκ ἀπίθανον δὲ οὐδὲ ἀγωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν. *ego legendum arbitror* οὐδὲ τὰς γωνίας ἀσυμμέτρους εὑρεῖν.

B Et quamquam ponamus unum angulum, uel circumferentiam rationalem, tamen reliqua irrationalis fiet] *Græcus codex* κἂν ῥ ἡ τὴν ὑποθησώμεθα τὴν μίαν γωνίαν, ἢ περιφέρεια . . . ἡ λοιπὴ γενήσεται. *Sed legendum puto.* κἂν ῥητὴν ὑποθησώμεθα τὴν μίαν γωνίαν ἢ περιφέρειαν ἄλογος ἡ λοιπὴ γενήσεται.

C Et in ipsa linea quadrans AEDF] *Græcus codex* καὶ ἐν αὐτῇ *lege* ἐν αὐτῷ.

D Abscindatur præterea BH ipsi BG longitudine incommensurabilis] *Ex* 11. *decimi libri elementorum.*

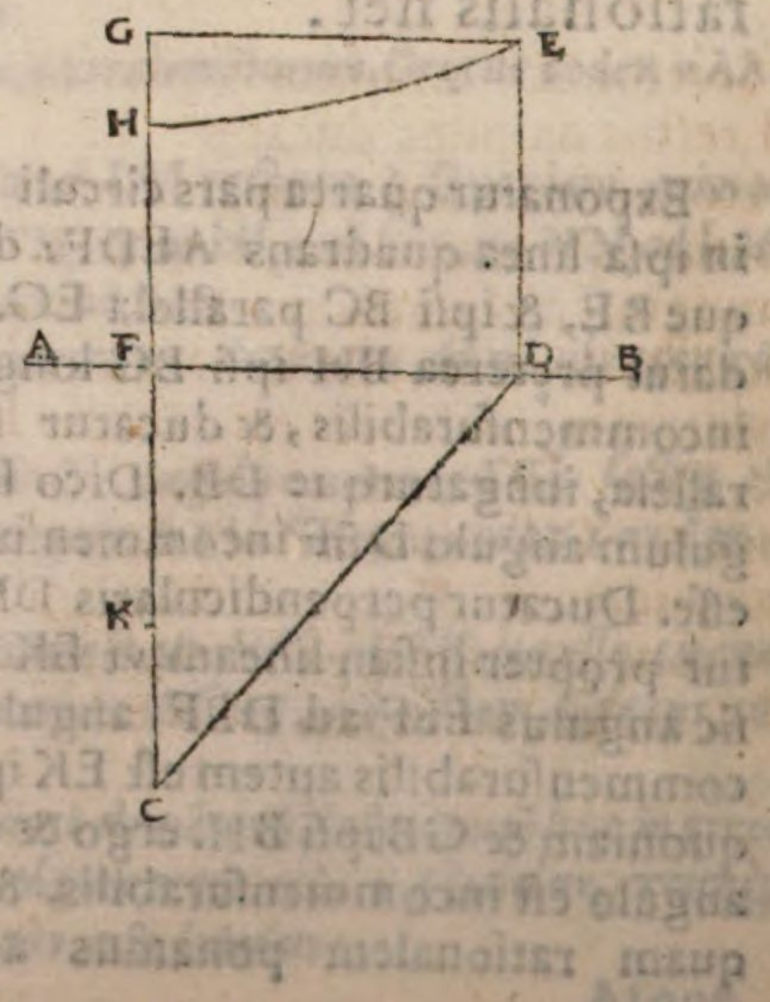
E Est igitur propter ipsam lineam, ut OK ad DN, sic angulus EBF ad DBF angulum] *Intelligantur BE BD produci vsque ad circumferẽtiam circuli in puncta LM. erit ob quadrãtis lineæ accidens, vt circumferentia* LC *ad* CM *circumferentiam, ita recta*
ul. sexti. *linea* EK *ad rectam* DN. *Sed & ut circumferentia* LC *ad* CM, *ita angulus* LBC
11. quin. *ad angulum* MBC. *ergo ut* EK *ad* DN, *ita angulus* LBC, *hoc est* EBC *ad angulum* MBC, *hoc est* DBC. *Græcus codex* ὡς ἡ ν τῇ δν. *Sed videtur legendum* ὡς ἡ ε κ τῷ δν.

F Incommensurabilis autem EK ipsi DN, quoniam & GB ipsi BH] *Est enim* EK *æqualis* GB, *&* DN *ipsi* HB. *Græcus codex* ἀσύμμετρος δὲ ἡ ο γ τῇ δ ἐπεὶ καὶ ἡ θ τῇ β κ. *legendum autem* ἀσύμμετρος δὲ ἡ ε κ τῇ δ ν, ἐπεὶ καὶ ἡ β τῇ β θ.

G Ergo & angulus angulo est incommensurabilis] *Hoc est angulus* EBF *angulo* DBF. *Sequitur autem hoc ex* 10. *Decimi elem.*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XLII.

Inclinationis eius, quę ab Archimede sumpta est in libro de lineis spiralibus, resolutionem ordinaui, ut eum librum percurrens hęsitare non possit. sumuntur autem ad ipsam infrascripti loci, qui ad alia multa problematum solidorum vtiles sunt.



Sit recta linea AB positione data, atque à dato puncto C ipsi occurrat recta linea quædam CD, & ipsi AB ad rectos angulos ducatur DE. Sit autem portio

tio CD ad DE data. Dico punctum E ad hyperbolen esse.

Ducatur per C recta linea CF ipsi DE parallela. datum igitur est punctum F. & ducatur EG parallela ipsi AB. sitque proportio CF ad utramque ipsarum FH FK eadem, quæ proportio CD ad DE. ergo utrumque punctorum HK datum erit. Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita est quadratum ex CF ad quadratum ex FH; erit & reliqui quadrati ex FD, hoc est EG ad reliquum rectangulum KGH proportio data. & sunt data KH. ergo punctum E est ad hyperbolen, quæ per puncta HE transit. B

COMMENTARIVS.

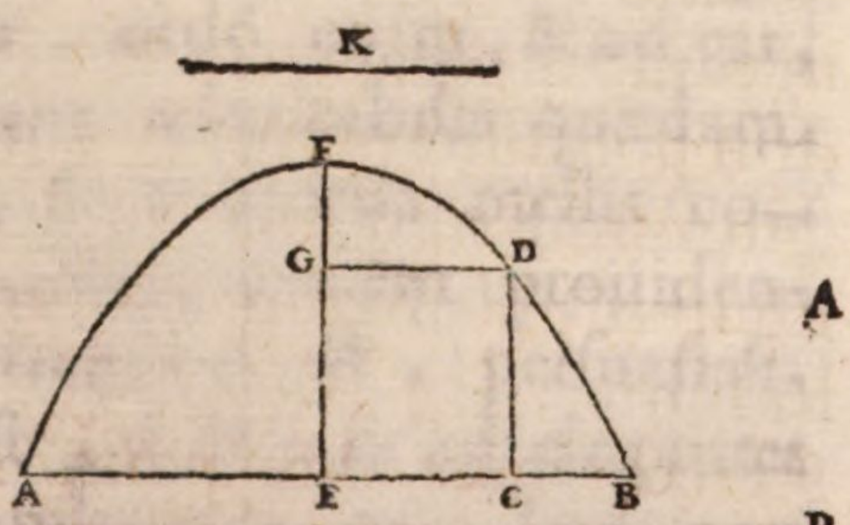
Itaque quoniam ut quadratum ex CD ad quadratum ex DE, ita est quadratum ex CF ad quadratum ex FH, &c.] *Quoniam enim est vt totum quadratum ex CD ad totum quadratum ex DE, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FH, videlicet pars ad partem, erit reliquum quadratum ex FD, hoc est EG ad reliquum rectangulum KGH, ut totum ad totum. quadratum namque ex CD est æquale quadratis ex CF FD: & quadratum ex DE æquale quadratis ex FH HG, & duplo rectanguli FHG, hoc est rectangulo KHG. rectangulum uero KGH æquale est rectangulo KHC una cum eo, quod fit ex HG quadrato.* A 47 primi 4. secun. 3 secun.

Ergo punctum E est ad hyperbolen, quæ per puncta HE transit] *Erit enim eius hyperbolę transuersum latus HK, & rectum illud, quod HK est, ut quadratum ex EG ad rectangulum HGK, ex 21. primi libri conicorum Apollonii.* B

THEOREMA XXVI. PROPOS. XLIII.

Sit recta linea AB positione, & magnitudine data, & ad rectos angulos ipsa CD. Sit autem rectangulum ACB æquale ei, quod data recta linea, ex CD continetur. Dico punctum D positione parabolen contingere.

Secetur AB bifariam in puncto E, & ad rectos angulos ducatur EF: quadrato autem ex EB æquale sit quod continetur data recta linea, & ipsa EF. datum igitur est punctum F. & ipsi AB parallela ducatur DG. ergo reliquum quadratum, uidelicet ex EC, hoc est ex DG est æquale ei, quod data recta linea & FG continetur. atque est datum punctum F. punctum igitur D positione contingit parabolen, quæ per AFB transit, cuius axis est EF.



A

B

COM-

COMMENTARIVS.

A Ergo reliquum quadratum, uidelicet, ex EC, hoc est ex DG est æquale ei, quod
5. secun. data recta linea, & FG continetur] *Est enim rectangulum* ACB *una cum quadrato ex*
1. secun. *EC, æquale ei, quod fit ex EB quadrato. rectangulum uero, quod continetur data recta linea* K, *& ipsa EF æquale est duobus rectangulis, rectangulo scilicet contento recta linea* K, *&* EG: *& contento eadem* K *& ipsa* GF.

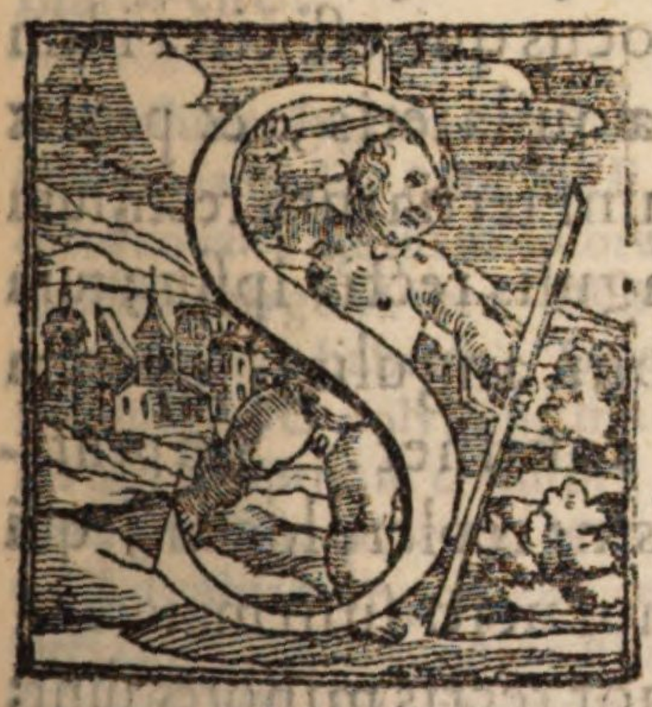
B Punctum igitur D positione contingit parabolen, quę per AFB trãsit, cuius axis est EF] *Quoniam enim quadratum ex* BE *æquale est ei, quod data recta linea* K, *&* EF *continetur, quadratum autem ex* DG *est æquale contento eadem* K *&* GF; *erit quadratum ex* BE *ad quadratum ex* DG, *vt* EF *ad* FG. *quare ex* 21. *primi libri conicorum puncta* DB *sunt in parabola; cuius axis* EF, *& recta linea* K *data, iuxta quam possunt, quæ a sectione ad diametrum ordinatim applicantur.*

QVARTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER QVINTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.



SAPIENTIAE & disciplinarum cognitionem optimam quidem, & perfectissimam Deus hominibus imparti uit. Animalium vero rationis expertium nonnullis particulam quandam assignauit. Hominibus igitur tamquam ratione utentibus permisit, vt omnia ratione, ac demonstratione facerent. at reliquis animalibus sine ratione, quod utile est, & vitæ conducens, ipsum solum ex quadam naturali prouidentia habere donauit. Hoc autem intelligere quis possit ita esse, tum in alijs multis animalium generibus, tum maxime in apibus. ordo enim, & ad eas, quæ in ipsarum republica imperant admirabilis quædam obedientia, ambitio præterea, & munditia mellis copiam congerit. at circa ipsius conseruationem prouidentia, & dispensatio multo admirabilior est. persuasissimum enim habentes, ut par est, à Dijs se ad elegantes homines ambrosię particulam quandam reportare, hanc non temere in terram, uel in lignum, uel in aliam aliquam in-

formem , & inordinatam materiam effundunt , ſed ex ſuauiſſimis floribus,qui in terra naſcuntur , colligentes , optima fingunt ex ijs in mellis receptaculum vaſa , quæ græce κηρία , latine faui appellantur; omnia quidem æqualia , ſimilia, & inter ſe cohærentia , ſpecie autem hexagona. At vero ea ex quadam geometrica prouidentia conſtruere ſic planum fiet. Omnes enim arbitrantur oportere figuras inter ſe cohærentes eſſe, & latera habere communia , vt ne aliud quippiam incidens in loca, quę interijciuntur , eorum opera labefactet, & corrumpat. Itaque tres figurę rectilineę & ordinatæ,quod propoſitum eſt,efficere poſſunt. Dico figuras ordinatas, quę & æquilaterę ſunt, & æquiangulę . ordinatæ uero,& diſsimiles ipſis apibus non placuerunt. Aequilatera igitur triangula,& quadrata, & hexagona abſque aliis figuris diſsimilibus loca replentibus poſſunt appoſita ſibi ipſis latera habere communia : hæc enim per ſeſe locum,qui eſt circa idem punctum , replere poſſunt.aliæ vero figuræ ordinatę non poſſunt. nam locus qui eſt circa idem punctum repletur,tum a ſex triangulis æquilateris , & per ſex angulos,quorum unuſquiſque eſt duarum tertiarum recti; tum a quattuor quadratis , & quattuor angulis rectis ipſius; tum a tribus hexagonis , & tribus hexagoni angulis , quorum vnuſquiſque rectum , & recti tertiam continet. Sed pentagona tria minora ſunt , quàm vt poſsint replere locum, qui circa idem punctum conſiſtit ; quattuor uero ſunt maiora. Tres quidem anguli pentagoni quattuor rectis minores ſunt; etenim unuſquiſque continet rectum, & recti quintam : quattuor autem anguli maiores ſunt quattuor rectis. At neque heptagona tria circa idem punctum conſtitui poſſunt , aptatis inter ſeſe lateribus : tres. enim heptagoni anguli quattuor rectis ſunt maiores , quòd unuſquiſque rectum , & tres recti ſeptimas contineat. Eadem ratio multo magis accommodabitur ijs,quę plures angulos habent. Cum igitur tres figurę ſint, quę per ſeipſas locũ circa idem punctum conſiſtentẽ replere poſſunt, triangulum ſcilicet,quadratum,& hexagonum , apes illam , quę ex pluribus angulis conſtat, ad ſtructuram ſapienter delegerunt, vtpote ſuſpicantes eam plus mellis capere , quàm

vtramque reliquarum. Et apes quidem illud tantum, quod ipsis vtile est, cognoscunt, videlicet hexagonum quadrato, & triangulo esse maius, & plus mellis capere posse; nimirum æquali materia in constructionem vniuscuiusque consumpta. nos vero, qui plus sapientiæ, quàm apes habere profitemur, aliquid etiam magis insigne inuestigabimus. figurarum enim planarum, quæ cum æquilateræ, & æquiangulæ sint, ambitum æqualem habent, ea semper maior est, quæ ex pluribus angulis constat. circulus uero omnium est maximus; si modo æquali ipsis ambitu comprehendatur.

THEOREMA I. PROP. I.

Prius autem ostendemus polygonorum ordinatorum, quæ angulos quidem numero inæquales habent, ambitum uero æqualem, illud quod ex pluribus angulis constat, semper etiam maius esse.

Sint duo polygona æquilatera, & æquiangula ABC DEF, & sint æquales quidem ipsorũ ambitus: polygonũ vero DEF plures angulos habeat. Dico DEF ipso ABC polygono maius esse. Sumptis .n. circulorũ, circa ipsa descriptorum cẽtris G H demittantur perpendiculares GK HL: & iungantur AG GC, DH, HF. Itaque quoniã polygonum DEF plures angulos habet, quàm ipsum ABC, recta linea DF pluries metitur ambitum polygoni DEF, quam AC ambitum ipsius ABC. ergo AC maior est, quam DF; ambitus enim æquales ponuntur. & idcirco AK, quam DL est maior, cum utraque utriusque dimidia sit, ponatur ipsi DL æqualis KM, & iungatur MG. Quoniam igitur quæ pars est recta linea AC polygoni ABC ambitus. eadem est pars angulus AGC quattuor rectorum. quòd polygonum æquilaterum sit. & similiter quæ pars est DF ambitus polygoni DEF, eadẽ est angulus DHF quattuor rectorũ. & sunt ambitus inter sese æquales, itemque duo recti æquales duobus rectis. Vt igitur AC ad ABC ambitum, ita angulus AGC ad quattuor rectos. & vt ambitus DEF, hoc est ABC ad DF, ita quattuor recti ad angulum DHF, ergo ex æquali ut AC ad DF. ita angulus AGC ad DHF angulum. & propterea ut AK ad LD, hoc est ad KM, ita AGK angulus ad ipsũ DHL. sed AK ad KM maiorẽ proportionẽ habet, quam angulus AGK ad MGK angulum, hoc enim in lemmatibus in sphærica demonstratum est. ergo AGK angulus ad angulum DHL maiorem proportionem habet, quam AGK angulus ad ipsum MGK. maior igitur est an-

gulus MGK angulo DHL. est autem angulus ad K rectus æqualis recto ad L, quare reliquus GMK angulus reliquo HDL minor erit. fiat angulo HDL æqualis
C angulus KMN. atque est DL æqualis MK. ergo & LH ipsi KN est æqualis. maior igitur est LH quàm KG. & sunt ambitus inter se æquales, ergo rectangulum contentum LH & ambitu DEF maius est eo, quod KG & ambitu ABC
D continetur. suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia. maius igitur est DEF polygonum polygono ABC.

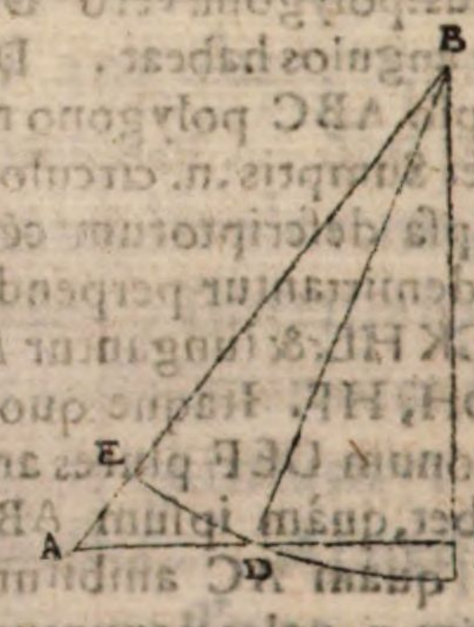
E Est enim altitudo inæqualis, ambitu eodem existente duorum rectilineorum; & bases inæquales HL, GK: & ut HL basis ad basim GK, ita parallelogrammum constans ex HL, & ambitu polygoni DEF ad parallelogrammum ex GK, & ambitu polygoni ABC; & dimidia polygona inæqualia. ergo DEF ipso ABC est maius.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur quæ pars est recta linea AC polygoni ABC ambitus, eadem
28 tertii est pars angulus AGC quattuor rectorum.] *Cum enim polygoni latera inter se æ-*
27 *qualia sint, erunt & circumferentiæ, quas auferunt, æquales, quibus etiam æquales anguli ad centrum insistent. & cum circa centrum sit spactum quattuor rectis angulis æquale, si ab eo ad laterum extrema rectæ lineæ ducantur, diuident quattuor rectos in tot partes æquales, quot sunt polygoni latera. ergo quam proportionem habet polygoni latus ad omnia latera, hoc est ad totum eius ambitum, eandem angulus, qui lateri insistit, habet ad quattuor rectos.*

B Sed AK ad KM maiorem proportionem habet, quam angulus AGK ad MGK angulum.] *Illud nos hoc lemmate demonstrabimus.*

Sit triangulum orthogonium ABC rectum angulum habens ad C, & ab angulo B ad AC ducatur utcumque recta linea BD. Dico AC ad CD maiorem proportionem habere, quàm ABC angulus ad angulum DBC. Quoniam enim angulus ADB maior est angulo BAD, e-
18 pri. *rit AB, quàm BD maior. Eadem quoque ratione maior erit BD, quàm BC. quare centro B, interualloque BD circuli circumferentia EDF descripta, secabit quidem rectam lineam AB (secet in E) extra ipsam vero BC cadet. & producatur BC vt dictam circumferen-*
8 quinti *tiam secet in F. triangulum igitur ABD ad triangulum DBC maiorem proportionem habet, quam EBD sector ad sectorem DBF. est enim triangulum ABD maius sectore EBD, & triangulum DBC sectore DBF*
1. sexti. *minus. vt autem triangulum ABD ad triangulum DBC,*
ul. sexti. *ita recta linea AD ad ipsam DC: & ut sector EBD ad sectorem DBF, ita angulus ABD ad DBC angulum. ergo recta linea AD ad DC rectã maiorem proportionem habebit, quàm ABD angulus ad angulum DBC, & componendo ex 28. quinti elementorum a nobis addita, habebit AC ad GD maiorem proportionem, quam angulus ABC ad DBC angulum, quod demonstrare oportebat.*



C Atque est DL æqualis MK. ergo & LH ipsi KN est æqualis] *Quoniam enim angulus KMN factus est æqualis ipsi HDL, & angulus ad K rectus æqualis recto ad L, erit & reliquus reliquo æqualis, & NMK triangulum triangulo HDL simile. vt igitur DL ad LH, ita MK ad KN. & permutando ut DL ad MK, ita LH ad NK. Sed DL est æqualis MK,*
14. quin. *ergo & LH ipsi KN æqualis erit.*

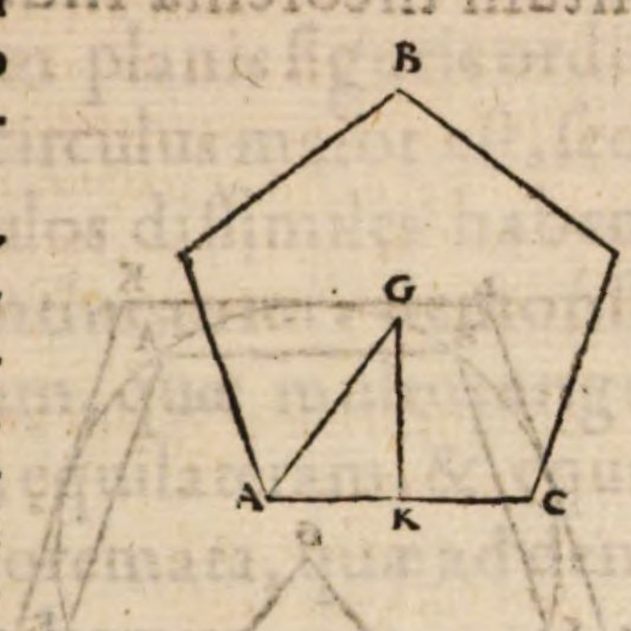
Suntque

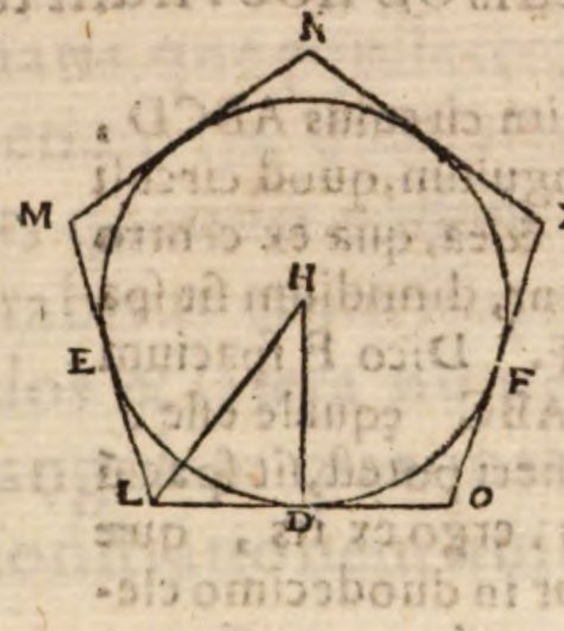
Suntque polygona dictorum rectangulorum dimidia] Nam *triangulum HDF dimidium est rectanguli, quod DF & HL continetur.* D

Est enim altitudo inæqualis & C.] *vide ne hoc scholium quoddam sit, librarii incuria hoc loco incertum.* 41.primi E

THEOREMA II. PROPOS. II.

Sit rursus polygonum ABC æquilaterum, & æquiangulum, quod ambitum habeat circuli DEF circumferentiæ æqualem. Dico circulum DEF polygono ABC maiorem esse.





A

Sumatur enim circuli DEF centrum H, & circuli circa polygonum ABC descripti centrum G. deinde circa circulum describatur polygonum simile polygono ABC, quod sit LMNXO: iungaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK. Quoniam igitur polygoni LMNXO ambitus maior est circumferentia circuli DEF, vt in libro de sphæra, & cylindro ab Archimede pontur, quippe quod ipsam comprehendat; circuli uero circumferentia æqualis est ambitui polygoni ABC: erit & polygoni LMNXO ambitus ambitu polygoni ABC maior. suntque polygona similia. ergo maior est LD, quam AK; & est triangulum AGK simile triangulo LHD, cum tota polygona similia sint. maior igitur est DH, quam GK; æqualis autem circuli DEF circumferentia ambitui polygoni ABC. ergo rectangulum contentum DH, & circuli DEF circumferentia maius est eo, quod GK & ambitu polygoni ABC continetur, atque est rectangulum contentum DH, & circuli DEF circumferentia duplum circuli DEF, vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimensione ostensum fuit. quod autem continetur GK & polygoni ABC ambitu duplum est ipsius polygoni ABC, & eorum dimidia circulus igitur polygono ABC maior erit. B C D

COMMENTARIVS.

Iungaturque HD, & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK] *vel intellige polygonũ LMNXO circa circulũ DEF ita descriptum, ut latus LO circulum contingat in D, tunc enim HD ad LO perpendicularis erit ex 18 tertii libri elementorum. vel locus mendosus est, quem ita corrigemus. & ducatur a puncto H ad LO perpendicularis HD: & a puncto G ad AC perpendicularis ducatur GK, & LH AG iungantur.* A

Vt

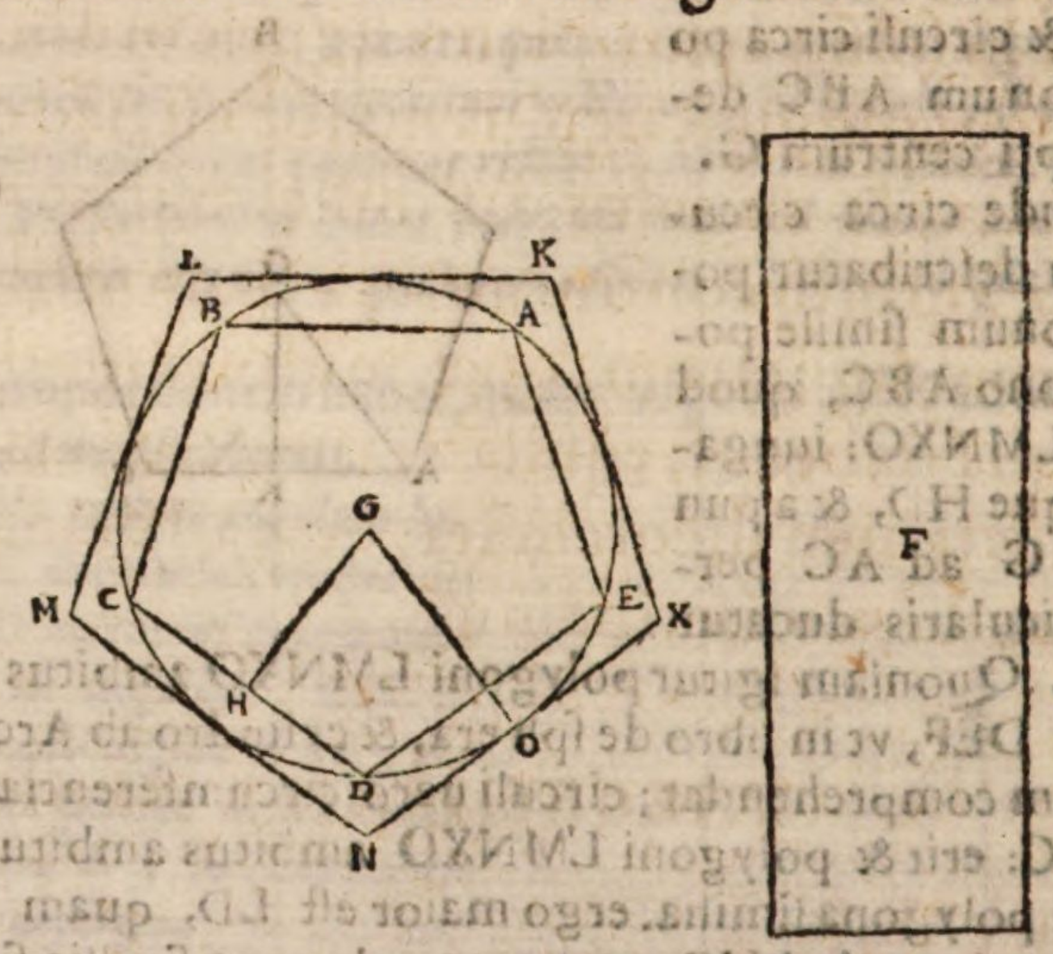
B Vt in libro de sphæra, & cylindro ab Archimede ponitur] *Videlicet in principio.*

- Maior igitur est DH, quam GK] *Quoniam enim triangula similia sunt, ut* LD *ad* DH, *ita est* AK *ad* KG: *& permutãdo ut* LD *ad* AK, *ita* DH *ad* KG. *Sed* LD *maior est, quam* AK. *ergo & DH quam* KG. *est maior.*

D Vt etiam ab Archimede in libro de circuli dimensione ostensum fuit] *In Græco codice legitur* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας. *Sed puto legendum* ἐν τῷ περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως.

THEOREMA III. PROP. III.

At vero rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quę ex centro continetur, circuli duplum esse demonstrauit Archimedes, tamen nihilominus deinceps demonstrabitur, ut ne libro Archimedis ob hoc vnum tantum theorema indigeamus.



Sit enim circulus ABCD, & rectangulum, quod circuli ambitu, & ea, quæ ex centro continetur, dimidium sit spacium F. *Dico* F spacium circulo ABC æquale esse. Si enim fieri potest, sit spaciũ A F minus. ergo ex iis, quæ tradentur in duodecimo elementorum libro, possumus in circulo ABCD polygonũ B describere, ita ut descriptum polygonum spacio F sit maius, si prius in circulo quadratum describatur, & relictarum portionum circumferentiæ semper bifariam secentur quoad relinquantur quædam portiones minores eo excessu, quo circulus C ABCD spacium F excedit. describatur, sitque ABCDE, & a centro G ad vnum aliquod latus polygoni ABCDE, videlicet ad CD perpendicularis GH ducatur. Itaque quoniam circuli ABCD ambitus maior est ambitu polygoni ABCDE, D & ea, quæ ex centro circuli maior, quam GH; erit rectangulum contentum ambitu circuli ABCD, & ea, quæ ex centro maius rectangulo, quod continetur polygoni ABCDE ambitu, & recta linea GH. & ipsorum dimidia. ergo spacium F maius est polygono ABCDE, quod fieri non potest. ponitur enim minus. non igitur circulus ABCD spacio F est maior. Dico eam neque minorem esse. Si enim fieri potest, sit minor. ergo circa circulum ABCD polygonum describere possumus, ita ut F spacium polygono descripto iam sit, A si prius circa circulum describatur quadratum, & relictis circumferentiis semper bifariam diuisis, contingentes ducantur, quousque figurarum extra descriptarum relinquantur portiones quædam minores excessu, quo spacium F circulum ABCD & excedit, hoc enim fieri posse iam demonstratum est. Describatur igitur polygonum sicuti diximus, & sit KLMNX. iungaturque a centro G ad unum contactuum,

ctuum, uidelicet ad O recta linea GO. itaque quoniam polygoni KLMNX ambitus maior est ambitu circuli ABCD, rectangulum factum ex ambitu polygoni KLMNX & recta linea GO, maius est eo, quod fit ex circuli ABCD ambitu, & eadem GO. & ipsorum dimidia. ergo KLMNX polygonum spacio F est maius. quod fieri nequit. ponitur enim minus. Non igitur spacium F maius est circulo ABCD. ostendimus autem neque minus esse. ego est æquale. atque est spacij F duplum, illud quod ambitu circuli ABCD, & ea, quæ ex centro continetur.

COMMENTARIVS.

Hoc enim fieri posse iam demonstratum est] *videlicet in duodecimo elementorum libro propositione 2. Nos autem hunc locum emendauimus. nam in Græco codice legebatur.* τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν ἀνάγκη γενέσθαι λειχθύσεται. *vbi fortasse legendum est* τοῦτο γὰρ ὡς δυνατὸν γενέσθαι λέλειπται. *

Nõ solũ autem planis figuris ordinatis, quę æquilaterę sunt, & æquiangulę, circulus maior est, sed etiam ijs, quæ latera inæqualia, & angulos dissimiles habent, quando eodem, quo ipsæ ambitu contineantur. demonstrabitur enim isoperimetrarum figurarum, quæ multos angulos & latera numero æqualia habeant; æquilateram, & æquiangulam maximam esse. Priùs tamen theoremata, quæ ad demonstrationem huius assumuntur, conscribemus.

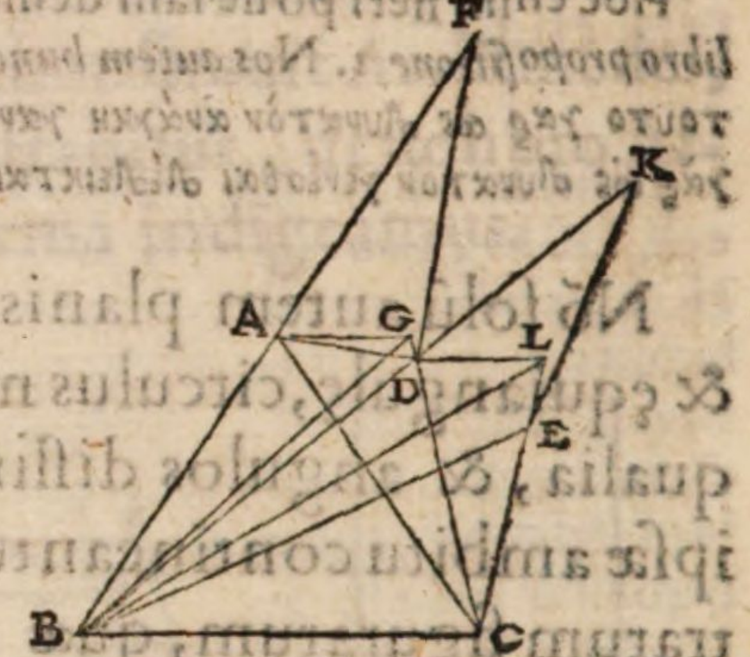
THEOREMA IIII. PROPOS. IIII.

Sit triangulum ABC, maiorem habens AB, quã BC: sitque recta linea E minor quidẽ, quã AB, maior uero, quam BC, dico fieri posse, ut in ipsa AC duę rectæ lineæ constituantur, ita vt vtræque simul æquales sint ipsis AB BC, vna autẽ earum rectæ lineæ E sit æqualis. quo enim AB BC superant ipsam E, sit F. ergo F minor quidem est, quàm AB, maior autem, quam BC; quoniam vtręque AB BC æquales sunt ipsis EF; quarum E maior est, quam BC, & minor, quam AB. Quoniam igitur AC CB maiores sunt, quam AB, atque est E, quam CB maior, & F minor, quam AB: erunt AC E multo maiores, quam F. similiter quoniam AC CB maiores sunt, quam AB, & F maior, quã CB, & E minor, quã AB: erunt AC F, quã E multo maiores. potest igitur ex AC E F triangulum constitui. constituatur & sit ACD. constat igitur si quidem E F æquales sint, triangulum ACD esse æquicrure. si vero inæquales, maiorem earum rectæ lineæ CD æqualem esse.

THEO-

THEOREMA V. PROPOS. V.

Isoperimetrorum triangulorum, & eandem basim habentium æquicrure maximum est: & id, quod ad æquicrure magis accedit, semper est maius.



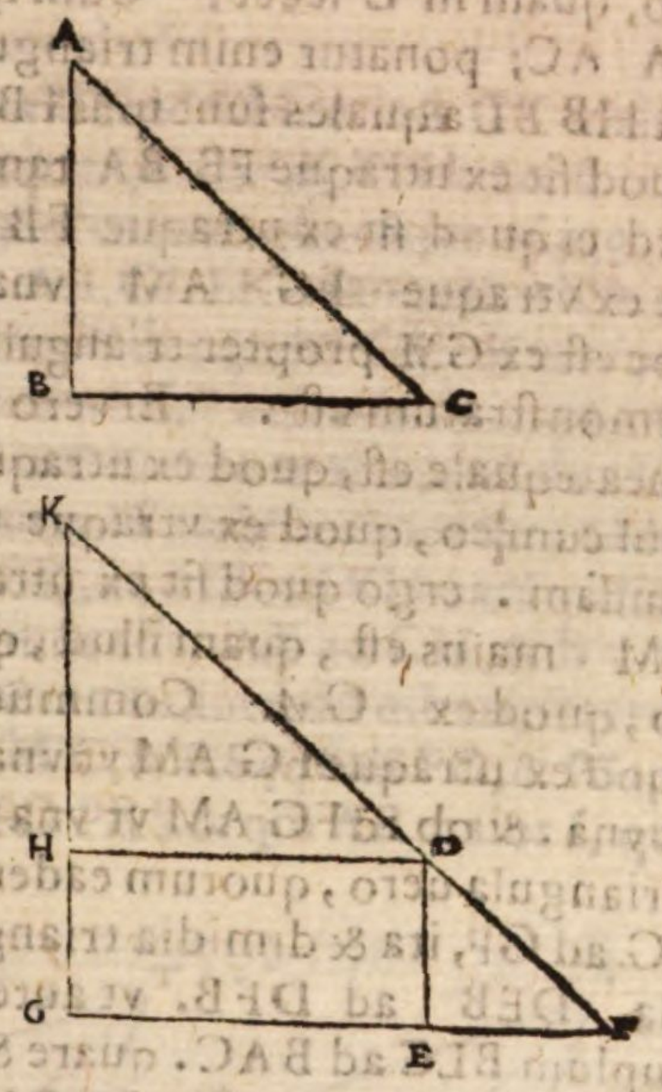
In basi enim BC sint triangula isoperimetra, æquicrure quidem ABC; BDC vero ad æquicrure magis accedens, quam BEC, id quod ex iis, quæ proxime demonstrata sunt, constitui potest. Dico triangulum ABC maximum esse; & BDC maius quàm BEC. producatur BA, & ipsi CA æqualis ponantur AF; iungantur-que FD, DA. Quoniam igitur FD, DB maiores sunt, quam BF: erunt etiam maiores, quam BA AC: est enim AC æqualis AF. Sed BA AC æquales sunt ipsis BD DC. ergo & BD DF, quam BD DC maiores erunt: & communi BD ablata, reliqua FD maior est, quam DC. duæ igitur FA AD duabus CA AD æquales sunt altera alteri, & FD basis maior basi DC. ergo angulus FAD angulo DAC est maior: ac propterea angulus FAC maior est, quã duplus anguli DAC. Sed anguli ABC est duplus, hoc est anguli ACB, cum triangulum æquicrure sit. angulus igitur ACB maior est angulo DAC. ponatur ipsi ACB æqualis angulus CAG. erit AG parallela BC: quòd anguli alterni æquales sint. producta igitur CD ad G, & iuncta BG, constat ABC triangulum triangulo BDC maius esse: est enim BAC triangulo BGC æquale. Rursus producatur BD ad K: ponaturque ipsi DC æqualis DK, & KE ED iungantur. & quoniam BE EK maiores sunt, quàm BK: hoc est, quam BD, DC: hoc est quam BE EC, communi ablata BE: erit reliqua EK, quam EC maior. Itaque duæ KD, DE duabus CD DE æquales sunt, altera alteri, & basis KE maior basi EC. angulus igitur KDE angulo CDE est maior. quare KDC angulus maior est, quam duplus anguli CDE: & anguli DCB minor, quam duplus: etenim DCB angulus maior est angulo DBC, quòd ABC ACB æquales sint. maior igitur est DCB, quam CDE. constituatur ad rectam lineam CD, & ad punctum D angulus CDL ipsi DCB æqualis. perspicuum est DL inter DE DK intermediam parallelam esse ipsi BC, ob angulos alternatim æquales. producta igitur CE vsque ad LD parallelam, quæ occurrat in L, & BL iuncta, erit BDC triangulum æquale triangulo BLC, cum sint in eadem basi BC, & inter duas parallelas BC, DL. quare triangulum ABC maius erit triangulo BEC, quod quidem ipso BLC est minus.

THEO-

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

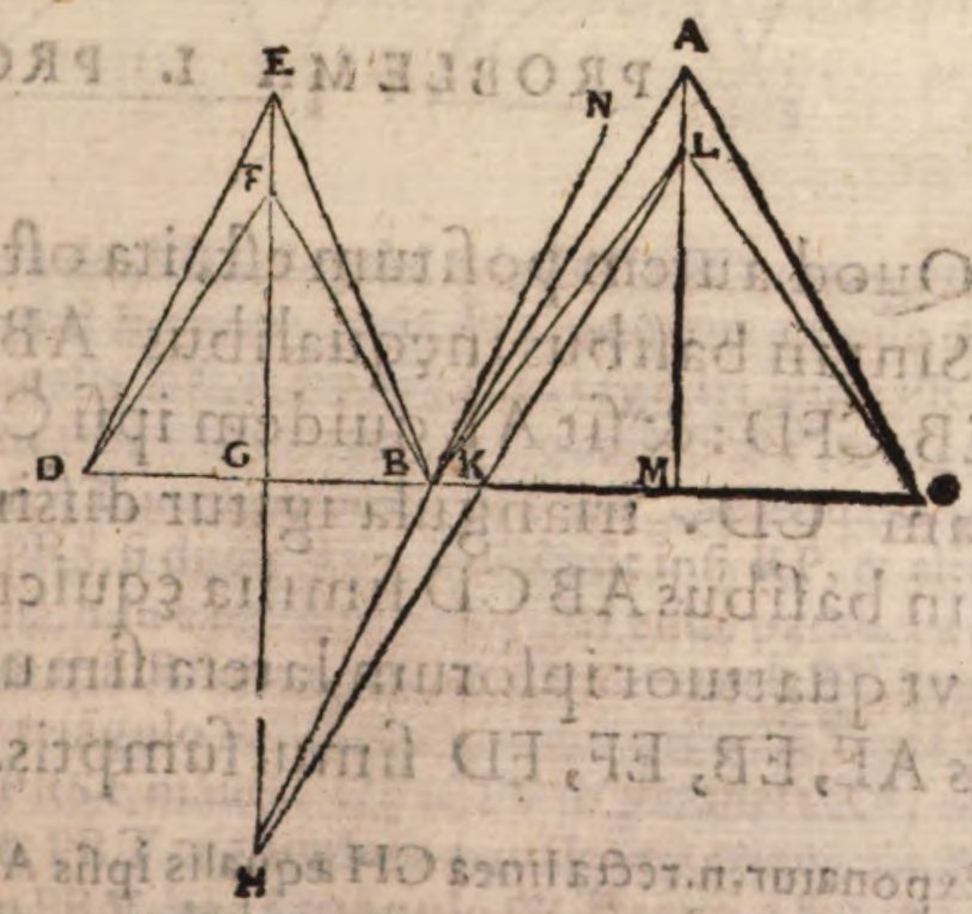
Rursus sint duo triangula orthogonia similia ABC, DEF, quæ angulos FC æquales habeant. Dico quadratū quod fit ex AC, DF tanquā ex una linea æquale esse ei, quod ex BC, EF ut una linea, & ei, quod ex AB DE similiter ut una linea efficitur.

Producatur enim FE ad G. ponaturque EG æqualis BC: & per G ipsi DE parallela occurrāt FD pertractæ in K: & per D ducatur DH parallela FG. Quoniā igitur DH æqualis est EG in parallelogrammo, hoc est ipsi BC, & KDH angulus angulo F, hoc est angulo C est æqualis: & rectus angulus H recto B: reliquusque K æqualis reliquo A: erunt triangula KHD ABC æquiangula, & inter se æqualia. ergo quadratum quod fit ex KF æquale est eis, quæ ex KG GF fiūt. hoc est quod ex AC DF tamquam ex una linea est æquale ei, quod ex AB DE, ut una linea, & ei, quod ex BC EF similiter ut una linea efficitur.



THEOREMA VII. PROP. VII.

Similia & æquicruria triāgula, utraq; simul vtrisque simul triangulis, quę in eisdem basibus constituuntur æquicruribus, & dissimilibus quidē tū interse se, tum similibus, isoperimetris autem, sunt maiora.

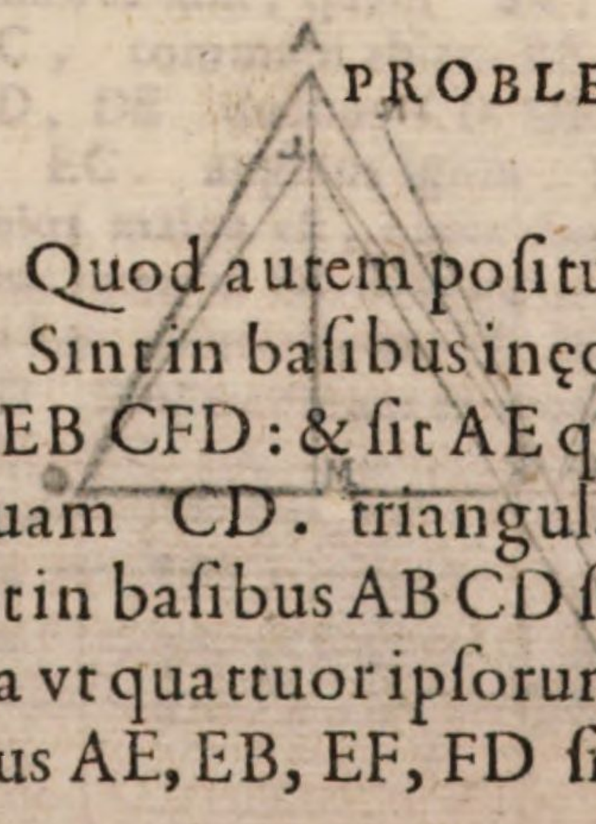


Sint similia, & æquicruria triā gula DFB, BAC: & in eisdem basibus constituantur alia æquicruria triangula DEB BLC, isoperimetra quidem ipsis DFB, BAC, dissimilia autem necessario, quod anguli inæquales sint: hoc enim construi posse deinceps ostendetur. Dico triangula DFB BAC utraque utrisque DEB, BLC maiora esse. Iungantur EF AL & ad bases producantur. secabunt utique eas bifariam, & ad rectos angulos, sūt enim DE EF ipsis BE EF æquales: & bases æquales DF FB, cū æquicruria triangula sint: anguli que æquales, & similia triangula DEF FEB. quare & æqua-

les anguli extrinseci FF, quòd intrinsecis æquales sint æquales autem , & anguli DB, & reliqui item GG. recti igitur sunt: lineæque DG GB æquales: & similiter æquales BM MC, & anguli MM recti. Itaque secent in punctis GM: & producatur EG, ipsique ponatur æqualis GH; & BH iungatur. angulus igitur EBG angulo HBG æqualis erit. Sed EBG angulus maior est angulo ABC, quoniam & maior angulo FBG ipsi æquali. Similia enim triangula sunt DFB BAC. ergo & HBG angulus angulo ABC est maior: & recta linea coniungens puncta HL ipsam BM, secat, posita nimirum recta DBC; & HB N extra ipsam AB protracta; quoniam minor est ABC angulus angulo HBG, hoc est NBC, qui est ad verticem, & multo minor angulus LBK, ita ut BM ab HL secetur in K. & manifestum est HL non secare ipsam MC, utpote LM productam in alio puncto, quam in L secet. Cum igitur DE CB, BL LC sint æquales ipsis DF FB BA AC; ponatur enim triangula isoperimetra: & earum dimidiæ EB BL, hoc est HB BL æquales sunt ipsis FB BA. & HB BL sunt maiores, quam HL. ergo quod fit ex utraque FB BA tamquam ex una linea maius est eo, quod fit ex HL. Sed ei quod fit ex utraque FB BA tamquam ex una linea æquale est, quod fit ex vtraque FG AM vna cum eo, quod ex vtraque GB BM vt vna linea, hoc est ex GM propter triangulorum CFB BAM similitudinem: hoc enim ante demonstratum est. Ei vero, quod fit ex HL, hoc est ex utraque HK KL vt vna linea æquale est, quod ex utraque LM GH vt vna linea, hoc est LM GE vt vna, simul cum eo, quod ex vtraque GK KM vt vna: hoc est ex GM, propter eandem causam. ergo quod fit ex utraque FG AM vt linea una, simul cum eo, quod ex GM maius est, quam illud, quod fit ex vtraque EG LM vt vna simul cum eo, quod ex GM. Commune auferatur, quod fit ex GM. reliquum igitur, quod ex utraque FG AM vt vna linea, maius est eo, quod ex utraque EG LM vt vna. & ob id FG AM vt vna longitudine maior est, quam EG LM vt vna linea.

1. sexti. Triangula uero, quorum eadem est altitudo, ita se habeat, sic vt bases. ergo vt EG ad GF, ita & dimidia triangulorum EGB ad FGB; & tota triangula eorum dupla DEB ad DFB. vt autem LM ad MA, ita MLC triangulum ad MAC: & duplum BLC ad BAC. quare & componendo vt EG LM ad FG AM, ita DEB BLC triangula ad triangula DFB BAC, etenim & hoc quoque deinceps ostendetur; minor autem est utraque EG LM, quam utraque FG AM. ergo & triangula DEB, BLC vtraque vtrisque triangulis DFB BAC minora erunt.

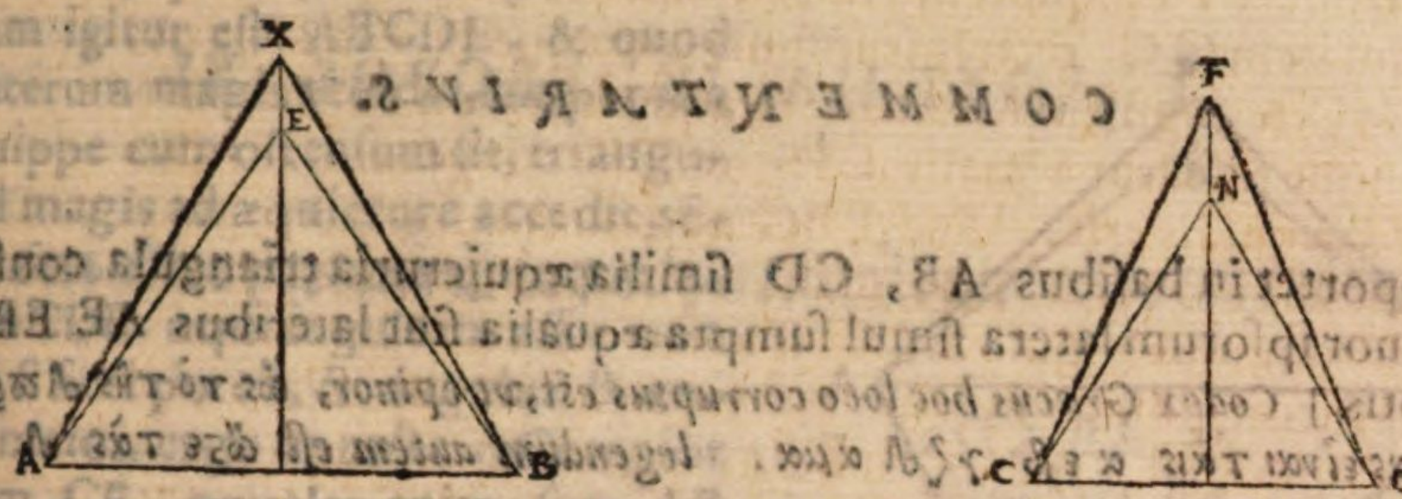
PROBLEMA I. PROPOS. VIII.



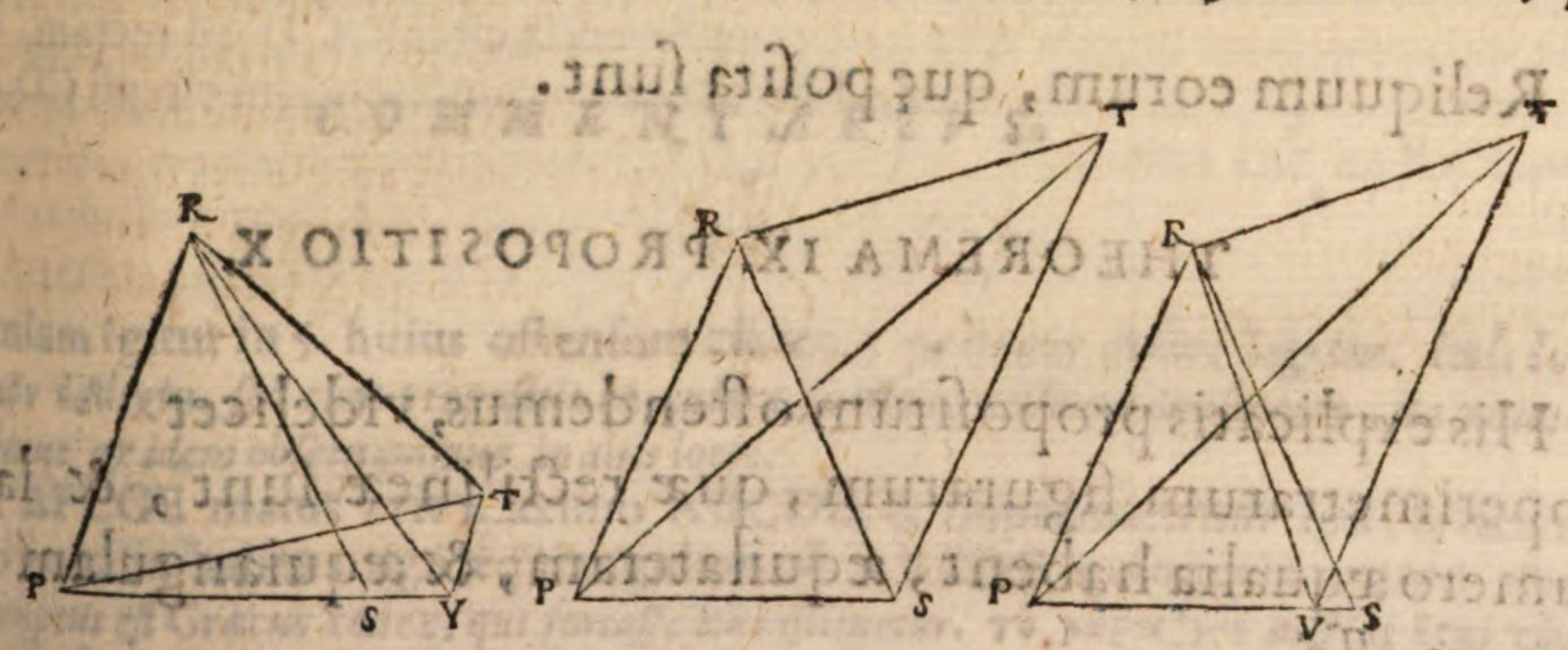
Quod autem positum est, ita ostendetur.

Sint in basibus inæqualibus AB CD æquicruria triangula AEB CFD: & sit AE quidem ipsi CF æqualis; AB vero maior, quam CD. triangula igitur dissimilia sunt. Itaque oportet in basibus AB CD similia æquicruria triangula constituere, ita vt quattuor ipsorum latera simul sumpta æqualia sint lateribus AE, EB, EF, FD simul sumptis.

Exponatur. n. recta linea GH æqualis ipsis AE EB CF FD: & secetur in K, ita ut GK ad KH eandem proportionem habent, quã AB basis ad basim CD. secetur etiã utraq; ipsarũ GK, KH bifariã in LM pũctis. Quoniã igitur GH vtrisq; AB CD est ma-



sor, quòd & ipsæ AEEB, CF FD: & ut AB ad CD, ita GK ad KH: erit & GK maior, quàm AB: & KH, quam CD maior. secta aũt est utraque ipsarũ GK KH bifariã. ergo rectarũ linearũ AB GL LK quæque duæ reliqua maiores sunt, qũocũque sũptę. Similiter & ipsarũ CD KM MH. Cõstituatur igitur ex AB, GL LK triangulũ AXB. manifestũ est ipsũ cadere extra rectas lineas AE EB, propterea quòd GL LK maiores sũt, quã AE EB: sunt. n. AE EB ipsius GH dimidia, cũ AE EB æquales sint ipsis CF FD: & quattuor latera simul, rectæ lineæ GH æqualia. GK uero maior, quã dimidia GH prætereà ex CD, KM MH cõstituatur CND triangulũ. eadem róne intra cadẽt; atque erũt ea triãgula inter se similia, qm̃ ut AB ad CD, ita ẽ GK ad KH: earũq. dimidiæ GL KM, & LK ad MH: & quæ ipsis æquales cõstitutæ sũt, AX ad CN, & BX ad DN. sed AEB triãgulũ triãgulo CFD interdũ quidẽ ẽ maius, interdũ minus, interdũ uero ipsi æquale. Sit. n. triãgulũ PRS habẽs PR æqualẽ FC, & RS æqualẽ FD, & PS ipsi CD. æqualia igitur sũt, & similia inter se triãgula CFD PRS. & qm̃ AB maior ẽ, quã



CD, hoc est, quã PS, & AE FB sũt æquales PR RS, quòd & ipsis CF FD; utraq; vtriq; erit angulus AEB, quã PRS maior, quòd & maior, quã CFD. ponatur angulo AEB æqualis angulus PRT, ipsique RS æqualis RT, & PT iũgatur. ergo triãgulũ PRT æquale ẽ & simile triãgulo AEB. producatur PSY, & ipsi AB æqualis sit PY. & iũgatur RY. maior igitur ẽ RY, quã RS, & quã RT. utraque. n. PR RT ipsi RS ẽ æqualis. triangulũ aũt PRT uel æquale ẽ triãgulo PRS, si ducta TS parallela sit ipsi RP, & alterni anguli RPT PTS æquales sint, triãgula. n. in eadẽ sũt basi RP, & ĩ eisdẽ parallelis RP, TS. uel ipso ẽ maius, si TY parallela sit ipsi RP: & angulus PTY alterno RPT. sit æqualis. rursus. n. PRT triãgulũ fit æquale triãgulo RYP. maius aũt triãgulũ PRY triãgulo PRS. ergo & RPT triãgulũ triãgulo PRS ẽ maius. Qd̃ si TV sit parallela RP, ob angulos alternos æquales RPT PTV: & PRT triangulum æquale erit triangulo RPV, ita aũt triãgulũ PRS maius sit triãgulo PRV, hoc ẽ triãgulo PRT. ergo AEB triãgulũ æquale existẽs ipsi PRT, uel maius ẽ, uel minus, uel æquale triãgulo PRS, hoc ẽ CFD.

COMMENTARIVS.

A Itaque oportet in basibus AB, CD similia æquicruria triangula constituere, ita ut quattuor ipsorum latera simul sumpta æqualia sint lateribus AE EB CF FD simul sumptis] *Codex Græcus hoc loco corruptus est, vt opinor,* ὡς τὸ τῆς πλευρὰς ἀυ τῶν ἅμα ἴσας εἶναι ταῖς α ε β γ ζ δ ἅμα. *legendum autem est* ὥστε τὰς δ πλευρὰς αὐτῶν.

B . Producatur PSY, & ipsi AB æqualis sit PY .] *Non uideo quam ob caussam* PY *fiat æqualis ipsi* AB. *nam vbicumque ponatur* T *extra* S, *semper* RT *maior erit, quam* RS, *quod maiori angulo subtendatur. præterea cum a puncto* T *ducta parallela ipsi* PR RS, *quod maiori angulo subtendatur. præterea cum a puncto* T *ducta parallela ipsi* PR *cadit extra* S, *nulla est necessitas, vt semper cadat in* T. *potest enim etiam inter* ST. *& extra cadere, quare uidetur legendum, producatur* PS *in* Y, *& RT iungatur, ita enim* Y *quodlibet punctum notabit extra* S, *quemadmodum &* V *quodlibet intra* S *notat.*

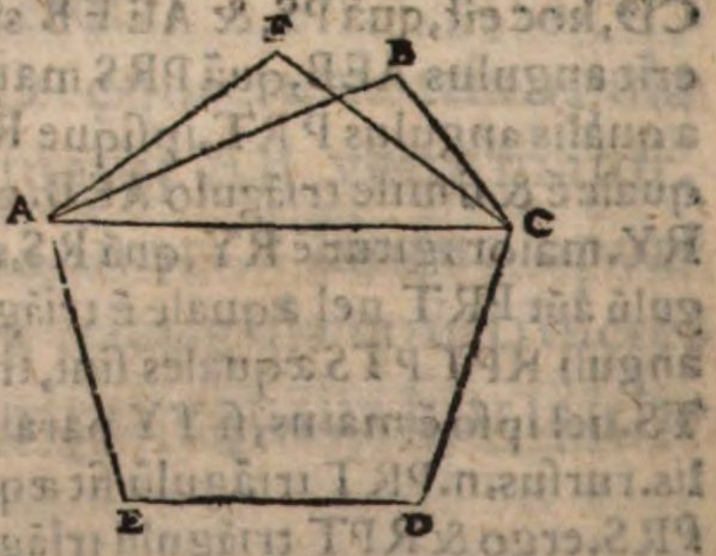
C Triangulum autem PRT uel æquale est triangulo PRS si ducta TS parallela sit ipsi RP, & alterni anguli RPT, PTS æquales sint]. *Satis erat alterum ipsorũ dixisse. hæc enim sese mutuo consequuntur. nam si* TS *parallela est ipsi* RP, *& alterni anguli sunt æquales, & si alterni anguli sunt æquales, &* TS *parallela est ipsi* RP. *quod ex* 27. *& 29. primi libri elementorum manifesto apparere potest.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO. IX.

Reliquum eorum, quę posita sunt.

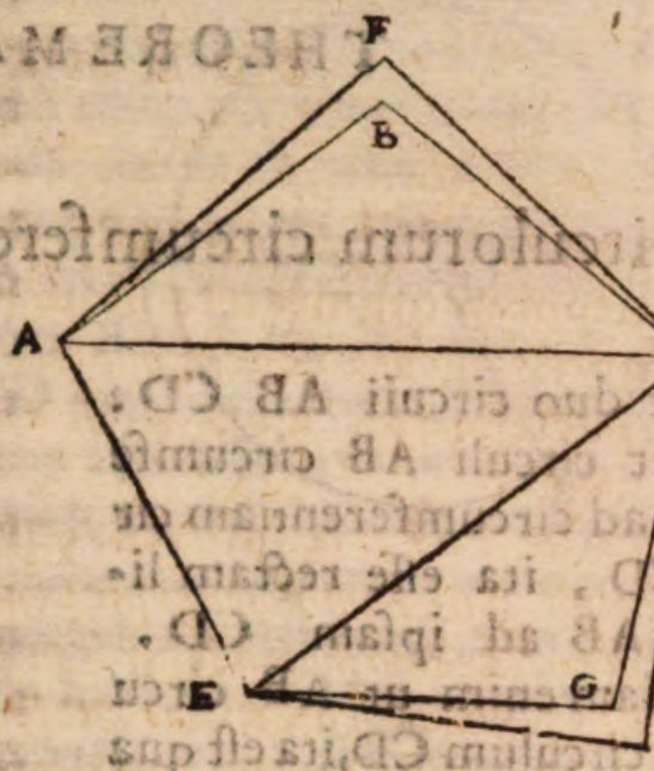
THEOREMA IX. PROPOSITIO X.

His explicatis propositum ostendemus, videlicet Isoperimetrarum figurarum, quæ rectilineæ sunt, & latera numero æqualia habent, æquilateram, & æquiangulam maximam esse.



Sit enim multilaterum ABCDE maximum eorum, quæ ipsi isoperimetra sunt, & latera numero æqualia habeat. Dico æquilaterum esse. non enim, sed si fieri potest, sint latera AB BC inæqualia, & iungatur AC, in qua triangulum æquicrure AFC constituatur, ita ut utraque simul AF FC utrisque simul AB BC æqualia
A sint, per 4. huius. Quoniam igitur in 5. huius ostensum est, Isoperimetrorum triangulorũ, quæ in eadem basi consistant, maximum esse æquicrure, triangulum AFC triangulo ABC maius erit, quare addito communi ACDE quadrilatero, erit aliquod spacium FCDEA maius maximo ABCDE, isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia

æqualia habens, quod fieri non potest. æquilaterum igitur est ABCDE. & quod ad æquilaterum magis accedit, semper maius est. quippe cum ostensum sit, triangulum quod magis ad æquicrure accedit, sẽper esse maius. Dico præterea quinque laterum ABCDE æquiangulum esse. non enim, sed si fieri potest, sit angulus B angulo D maior. ergo & recta AC maior erit, quam CE. æquales enim sunt AB BC, CD DE. Constituantur in basibus inęqualibus AC CE similia æquicruria triangula, vt in 8. huius ostẽsum est, AFC, CGE, quę utraque latera AF, FC, CG, GE simul sumpta æqualia habeant vtrisque AB BC CD DE simul sumptis. triangula igitur constituta AFC CGE simul maiora erunt, ijs, quę a principio ABC, CDE. etenim hoc quoque in 7. ostensum est. & communi apposito ACE triangulo idem absurdum sequetur. nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia habens. ergo æquiangulum est ABCDE quinquelaterum. Isoperimetrarum igitur figurarũ, quæ rectilineę sũt, & latera numero æqualia habent, maxima est æquilatera, & æquiangula, & simul constat omnium isoperimetrarum figurarum circulum maximum esse, quoniam circulus isoperimetra figura ordinata, quæ æquilatera est, & æquiangula, maior ostensus est.



COMMENTARIVS.

Quoniam igitur in 5. huius ostensum est &c.] *in Græco codice legitur.* ἐπεὶ οὖν πρὸ τριῶν ἐδείχθη. *sed cum propositio ea quinta sit iuxta nostram diuisionem, ita vertere maluimus & idem obseruauimus in aliis locis.* A

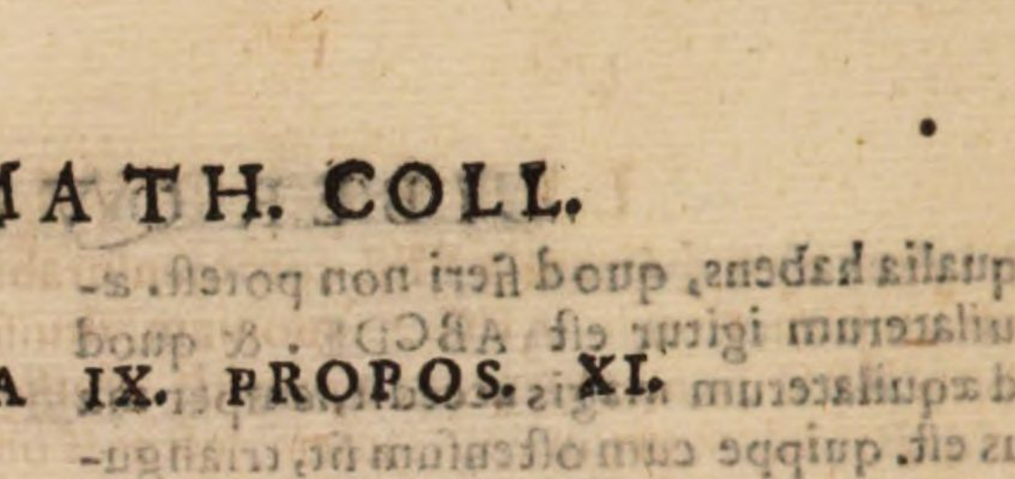
Nam AFCGE maius erit maximo ABCDE, & isoperimetrum ipsi, & latera numero æqualia habens. ego æquiangulum est ABCDE quinquelaterum] *Hoc loco corruptus est Græcus codex, qui fortasse ita restituetur.* τὸ γὰρ κύκλῳ μεῖζον ἔσται τοῦ ΑΒΓΔΕ μείζου, ἰσοπερίμετρου αὐτῷ, καὶ ἰσαρίθμους πλευρὰς ἔχον. ἰσογώνιον ἄρά ἐστι τὸ ΑΒΓΔΕ πενταπλευρον. B

Eiusdem contemplationis est & illud. Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam habent, maxima est semicirculus. Hoc autem demonstrabimus, si prius ea, quæ ad id sumuntur, conscribemus.

THEO-

THEOREMA IX. PROPOS. XI.

Circulorum circumferentię inter ſe ſunt, vt diametri.



Sint duo circuii AB CD: Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita eſſe rectam lineam AB ad ipſam CD. Quoniam enim ut AB circulus ad circulum CD, ita eſt quadratum ex AB ad quadratum ex CD; ſed circuli AB quadruplum eſt rectangulũ, quod continetur recta linea AB, & circuli circumferentia; circuli vero CD quadruplum eſt rectangulum recta linea CD, & circuli circumferentia contentum, quod quidem antea demonſtratum eſt: erit ut rectangulum, contentũ AB recta linea, & circumferentia circuli AB, ad rectangulum, quod recta linea CD, & circuli CD circumferentia continetur, ita quadratum ex AB ad id, quod fit ex CD quadratum. & permutando vt rectangulum contentum recta linea AB, & AB circumferentia ad quadratum ex AB, ita rectangulum, quod continetur CD recta linea, & circumferentia CD ad quadratum ex CD. Vt igitur circuli AB circumferentia ad rectam lineam AB, ita circumferentia circuli CD ad rectam CD. & permutando ut AB circuli circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita recta linea AB ad CD rectam.

ALITER.

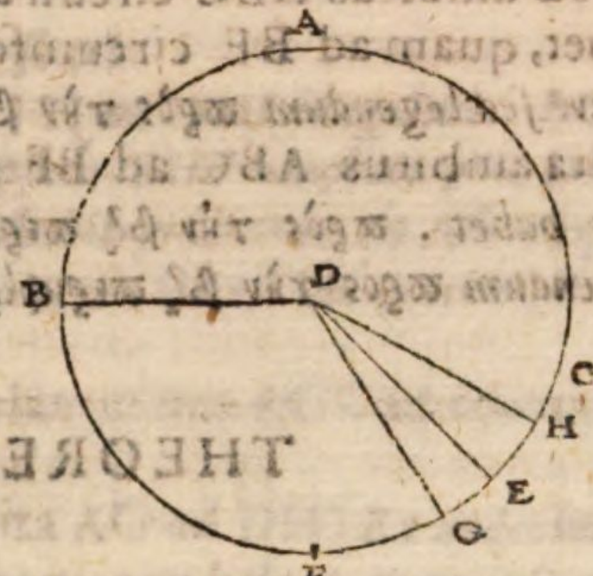
Hoc etiam demonſtrabitur non aſſumendo rectangulum, quod diametro circuli, & circumferentia continetur, circuli quadruplum eſſe. polygona enim ſimilia in circulis deſcripta, uel circumſcripta ambitus habent, qui quidem inter ſe ſunt, ut quæ ex centris circulorum. ergo & circulorum circumferentię eandẽ inter ſe, quam diametri proportionem habent.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XII.

Rurſus ſit circulus ABC circa centrum D, cuius ea quę ex centro DB: & a puncto D ducatur quædam recta linea DE. Dico ut circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita eſſe circulum ABC ad BDE ſectorem.

Si igitur circumferentia BFE commensurabilis est ambitui circuli ABC, quoniam diuiso ambitu ABC in mensuras, & a punctis diuisionum ductis ad centrum rectis lineis, sectores omnes inter se congruunt, atque est eorum multitudo æqualis multitudini mensurarum: erit ut totus circuli ABC ambitus ad circumferentiam BFE, ita circulus ABC ad BDE sectorem, ex 15. quinti libri elementorum. Quòd si ambitus non est commensurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita ambitus ABC ad BFE circumferentiã. Sit enim, si fieri potest, ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita ambitus ipsius ABC ad circumferentiam BF prius minorem, quam BFE. & sumatur alia quædam circumferentia BG maior quidé quam BF, minor uero, quam BFE, atque ambitui ABC commensurabilis: vt est lemma sphæricorũ, iungaturque DG, est igitur ex antedictis, & ut circulus ABC ad BDG sectorem, ita ABC ambitus circuli ad BFG circumferentiam. Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG, minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam, hoc est, quam ABC circulus ad sectorem BDE ergo circulus ABC ad sectorem BDG minorem proportionem habebit, quam ad BDE sectorem, quod est absurdum. non igitur est, ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita ambitus ABC ad circumferentiam minorem, quam BFE. Dico insuper neque ad maiorem, quam BFE. Si enim fieri potest, sit ad circumferentiam BEC. & similiter circumferentia quędam BEH sumatur, maior quidem quam BFE, minor acro, quã BEC, sed ambitui circuli ABC commensurabilis, & iungatur DH. Rursus quoniam ut ABC circulus ad sectorem BDH, ita est ambitus circuli ABC ad BEH circiferentiam: ambitus uero ABC ad circumferentiam BEH maiorem proportionem habet, quam ad BEC circumferentiam, hoc est quam ABC circulus ad sectorẽ BDE: habebit circulus ABC ad sectorem BDH maiorem proportionem quam ad sectorem BDE, quod itidem est absurdum. non igitur ut ABC circulus ad sectorem BDE, ita est ambitus ipsius ABC ad circumferentiam maiorem, quam sit BFE. ostensum autem est, neque ad minorem. ergo ut circulus ABC ad sectorem BDE, ita ambitus ipsius ABC ad BFE circumferentiam.

A



B C D

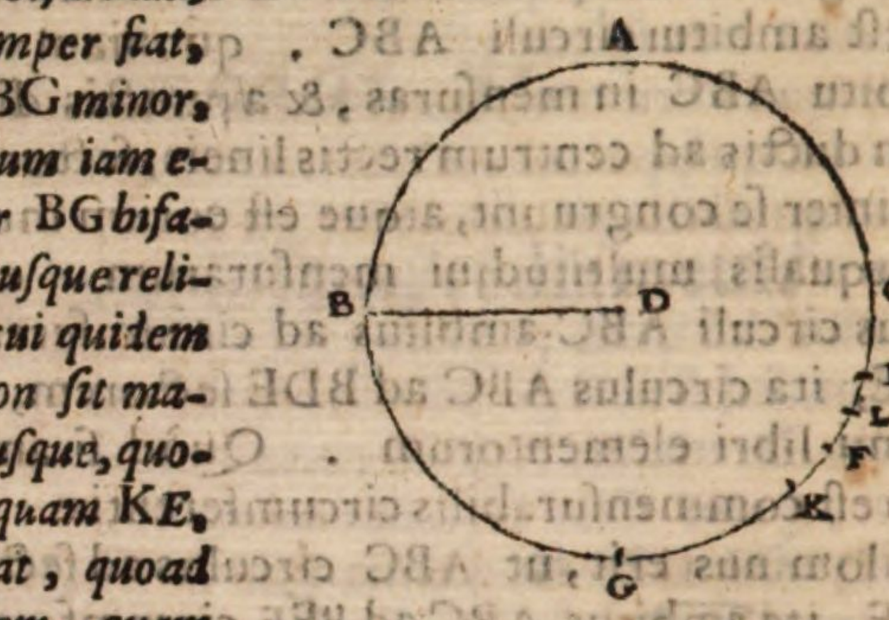
COMMENTARIVS.

A Quòd si ambitus non est commensurabilis circumferentiæ BFE nihilominus erit, ut ABC circulus ad sectorem BDE, &c.] Græcus codex: εἰ δὲ μή ἐστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ μὴ δὲ ἐστιν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν βδε τομέα. *Sed corruptus est, ut opinor, & fortasse ita corrigendus:* εἰ δὲ μή ἐστι σύμμετρος τῇ βζε περιφερείᾳ, ὁμοίως ἐστὶν ὡς ὁ αβγ κύκλος πρὸς τὸν βδε τομέα.

B Et sumatur alia quędam circumferentia BG, maior quidem, quam BF, minor uero, quam BFE, atque ambitui ABC commensurabilis, ut est lemma sphæricorum] *Vbi hoc lemma sit, nondum noui, sed tamen illud ita faciemus.*

Diuidatur

idecimi *Diuidatur circuli ABC circumferentia bifariam, & eius dimidium rursus bifariam: idque semper fiat, quoad relinquatur circumferentia quædam BG minor, quam BE. quæ si maior sit, quam BF, factum iam erit, quod proponebatur. sin minus, diuidatur BG bifariam, & si opus erit, rursus bifariam, quousque reliqua sit circumferentia minor, quam GE, cui quidem æqualis ponatur GK, & si BGK adhuc non sit maior, quam BGF, rursus diuidatur GK, eiusque, quousque relinquatur circumferentia minor, quam KE, & ipsi æqualis sit KL, idemque semper fiat, quoad tandem sumatur circumferentia minor quidem, quam BE, maior vero, quam BF. quod ipsum facere oportebat,*



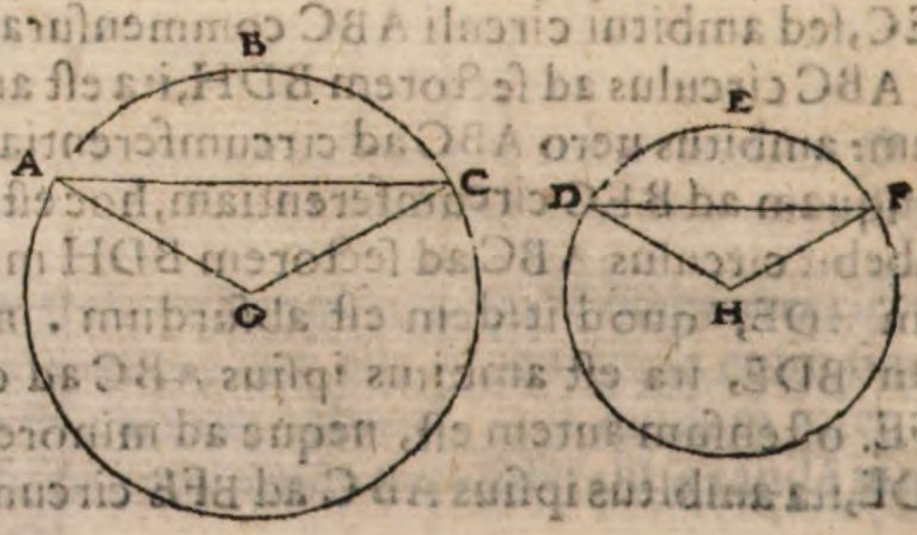
C Sed ambitus ABC circuli ad circumferentiam BFG minorem proportionem habet, quam ad BF circumferentiam] *in græco codice legitur* πρὸς τὴν ἐζη περιφέρειαν. *sed legendum* πρὸς τὴν βζη περιφέρειαν.

D Ita ambitus ABC ad BF circumferentiam, minorem, quam BFE] *Græcus codex habet .* πρὸς τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα λόγον ἔχειτῆς βεζ περιφερείας. *sed legendum* πρός τὴν βζ περιφέρειαν ἐλάσσονα ὄυσαν τῆς βεζ περιφερείας.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIII.

Similes circulorum portiones interse sunt; vt basium quadrata, & circumferentiæ ipsarum interse, vt bases.

D Sint similes circulorum portiones ABC, DEF. Dico ut portio quidem ABC ad DEF portionem, ita esse quadratum ex AC ad quadratum ex DF: vt autem ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita AC ad DF. compleantur circuli, sumanturque ipsorum centra GH, & iungantur AG GC DH HF. Quo-



A niam igitur similes sunt ABC, DEF portiones; angulus ad G æqualis est angulo ad H; triangulumque AGC triangulo DHF simile, & ABC circumferentia similis circumferentiæ DEF. ergo ut circulus ABC ad AGCB sectorem, ita ambitus circuli
B ABC ad ABC circumferentiam hoc est quattuor recti ad angulum G. ut autem
C DEF circulus ad sectorem DHFE, ita ambitus circuli DEF ad DEF circũferentiã, & quattuor recti ad H angulum. Sed angulus H angulo G est æqualis. ergo ut ABC circulus ad sectorem AGCB, ita circulus DEF ad DHFE sectorem: & permutando ut ABC circulus ad circulum DEF, ita AGCB sector ad DHFE se-
a duode- ctorem. & ut circulus ad circulum, ita quadratum ex AG ad quadratum ex DH:
cimi. hoc est AGC triangulum ad triangulum DHF. Vt igitur AGCB sector ad se-
C ctorem DHFE, ita triangulũ AGC ad DHF triangulum: & reliqua portio ABC
E ad portionem DEF, vt triangulum AGC ad triangulum DHF; hoc est vt quadratum

dratum ex AC ad id, quod ex DF quadratum. Dico præterea ut ABC circumferen tia ad circumferentiam DEF, ita AC basis ad basim DF. Iisdem enim constructis vt ABC circuli circumferentia ad circumferentiam circuli DEF, ita circumferentia ABC ad DEF circumferentiã. Vt autem circulorum circumferentiæ inter seſe, ita AG ad DH, hoc est AC ad DF. Vt igitur ABC circumferentia ad circumferentiam DEF, ita basis AC ad DF basim. 11 huius F G

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur similes sunt ABC DEF portiones, angulus ad G æqualis est angulo ad H] *Ex similium circuli portionum diffinitione.* A

Ergo ut circulus ABC ad AGCB sectorem, ita ambitus circuli ABC ad ABC circumferentiam] *Ex antecedenti.* B

Hoc est quattuor recti ad angulum G] *Ex vltima sexta:* C

Hoc est AGC triangulum ad triangulum DHF] *Nam cum triangulum AGC simile sit triangulo DHF, habebit triangulum AGC ad ipsum DHF duplam proportionem eius, quæ est AG ad DH ex 19. sexti. & ex 20 eandẽ habebit quadratum ex AG ad quadratum ex DH. vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex DH, ita est AGC triangulum ad triangulum DHF.* D

Et reliqua portio ABC ad portionem DEF, ut triangulum AGC ad triangulum DHF] *Ex 19. quinti.* E

Vt autem circulorum circumferentiæ inter seſe, ita AG ad DH] *Ex undecima huius. Circulorum enim circumferentiæ eandem inter se proportionem habent, quam ipsorum diametri, & earum dimidiæ, quæ ex centris circulorum.* F

Hoc est AC ad DF] *Ex 4. sexti ob triangulorum AGC DHF Similitudinem.* G

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIIII.

Sint duo circuli; & ad ipsorum cẽtra æquales anguli ABC DEF. & contingentes quidem rectæ lineę sint AG DH; perpendiculares uero AK DL. ostendendum est, ut AGK triangulum ad trilineum ACK, ita esse triangulum DHL ad DFL trilineum.

Hoc autem ex antedictis manifestum est. triangulum enim AGK simile fit triangulo DHL: & ACK trilineum simile trilineo DFL: & utrumque ad utrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL.

COMMENTARIVS.

A Triangulum enim AGK simile fit triangulo DHL.] *Ponitur namque angulus ad B æqualis angulo ad E: & sunt anguli GAB HDE recti ex* 18. *tertii: & ob id inter se æquales, ergo & reliquus æqualis reliquo, & triangulum ABG triangulo DEH simile. Sed triãgulo ABG simile est triangulum AGK, & triangulo DEH simile triangulum* DHL, *ex* 8. *sexti. ergo & triangula* AGK *DHL inter se similia erunt.*

B Et ACK trilineum simile trilineo DFL] *Cum enim anguli ad B E sint æquales, erunt & circumferentiæ AC DF inter se similes: & productæ* AK DL *usque ad alteram circumferentię partem in punctis M N similes circulorum portiones abscindent, ACM DFN: quarum dimidiæ ACK DFL etiam similes sunt.*

C Et utrumque ad vtrumque eandem proportionem habet, quam quadratum ex AK ad quadratum ex DL] *Triangulum enim AGK ad triangulum DHL ipsi simile eandem habet proportionem, quam quadratum ex AK ad quadratum ex* DL, *ex iis quæ nos proxime* 15 quinti *tradidimus. portio autem ACM ad DFN portionem, hoc est earum dimidia, uidelicet, ACK trilineum ad trilineum DFL. ex antecedenti eam proportionem habet, quam quadratũ ex AM ad quadratum ex DN: hoc est quam quadratum, ex AK ad id quod fit ex DL quadratum triangulum igitur AGK ad triangulum DHL eandem proportionem habebit, quam trilineum ACK ad trilineum DFL. & permutando AGK triangulum ad trilineum ACK habebit eandẽ, quam triangulum DHL ad DFL trilineum.*

THEOREMA XIIII. PROPOS. XV.

Sit triangulum orthogonium ABC: & circa centrum C per A describatur circumferentia AD. rectus autem est angulus ad B. ostendendũ est sectorẽ ACD ad ABD trilineum maiorem proportionem habere, quàm angulus rectus ad BCA angulum.

16 tertii Ducatur ipsi CA ad rectos angulos AF, quæ circumferentiam AD. contingit: & per B circa centrum A describatur circumferentia EBG: atque ad AF perpendicularis BH ducatur. Quoniam igitur EBF trilineum ad trilineum EBH maiorem proportionem habet, quam ad EAB

26 quin. sectorem; & componendo triangulum FHB ad trilineum EBH maiorem habet proportionem, quam FAB triangulum ad sectorem EAB; ut autem FHB triangulum ad trilineum EBH; ita triangulum FAB ad ADB trilineum; quòd æquales sunt anguli EAB ACD; hoc enim ante demonstratum est: & triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quam ad sectorem EAB. maior igitur est EAB

10 8 quinti sector trilineo DAB ac propterea EAB sector ad sectorem BAG maiorem habet proportionem, quam trilineum DAB ad BAG sectorẽ. sed trilineũ DAB ad BAG sectorem maiorem proportionem habet, quã ad triangulum ABC. multo igitur maio-

maiorẽ hẽt EAB ſector ad ſectorem BAG, quã trilineũ DAB ad BAC triangulũ. Vt autem ſector EAB ad BAG ſectorem, ita angulus FAB ad angulum BAC. ergo ult.sexti. angulus FAB ad BAC angulũ maiorem proportionẽ habet, quam DAB trilineũ ad triangulum BAC. & conuertendo triangulũ BAC ad BAD trilineum maiorem ha 26 quin. bet proportionem, quam BAC angulus ad angulum BAF: componendoque ſector 28. quin. DCA ad ABD trilineum maiorem proportionem habet, quam FAC angulus ad angulum FAB; hoc eſt, quam angulus rectus ad ACB angulum. eſt enim angulus FAB æqualis ipſi ACB, quòd in orthogonio triangulo FAC, perpendicularis eſt 8. sexti. AB, & triangulum FAB triangulo ACF eſt ſimile.

COMMENTARIVS.

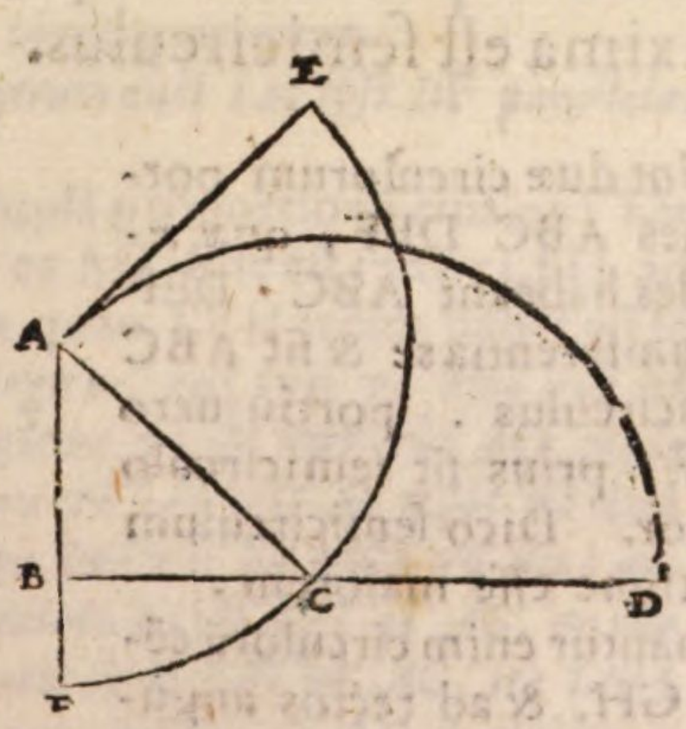
Quòd æquales ſunt anguli EAB ACD] *Ex 8 sexti. eſt enim triangulum FAC orthogonium, & ab angulo recto ad baſim perpendicularis ducitur AB. quare ABF triangulum ſimile eſt triangulo* CAF, *anguluſque* FAB *angulo* FCA *æqualis.* A

Hoc enim ante demonſtratum eſt] *In antecedente.* B

Et triangulum FAB ad BAD trilineum maiorem proportionem habebit, quam ad ſectorem EAB] *Ex 13. quinti.* C

THEOREMA XV. PROPOS. XVI.

Sit rurſus triangulorum orthogonium ABC, rectum angulum habens ad B: & circa centrum C per A circuli circumferentia deſcribatur. Dico ACD ſectorem ad trilineum ABD maiorem proportionem habere, quam angulus rectus ad ACD angulum.



A 8 quinti.
B ult.sexti.

Ducatur ipſi AC ad rectos angulos AE: & producta BA per C punctũ circa centrum A deſcribatur circuli circũferentia ECF. Quoniam igitur circa eãdem ſemidiametrum CA deſcriptę ſunt circumferẽtiæ AD ECF; conſtat eas eſſe æqualiũ circulorũ: & angulus ACD maior eſt angulo CAE. ergo ſector ACD ſectore ACE eſt maior: & ob id maiorẽ proportionẽ hẽt ACD ſector ad triangulum ABC, quã ſector ACE ad idem triangulũ: & multo maiorem, quam ſector ACE ad ſectorem ACF. vt autem ACE ſector ad ſectorẽ ACF, ita angulus EAC ad CAF angulum, ergo ACD ſector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF. & conuertendo, componendoque, & rurſus cõuertendo maiorem proportionem habet ACD ſector ad trilineum ABD, quã angulus EAC ad EAF angulum: hoc eſt quam rectus angulus ad angulum ACD. eſt. n. angulus EAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD æqualis eſt recto CBA, & BAC angulo.

C

D

COMMENTARIVS.

A Et angulus ACD maior est angulo CAE] *Angulus enim ACD exterior (ex 32 primi) æqualis est duobus interioribus, & oppositis ABC BAC, quorum ABC est rectus. ergo angulus ACD recto maior erit, videlicet angulo CAE, quem rectum esse posuimus.*

B Et multo maiorem, quam sector ACE ad ACF sectorem] *Nam sector ACE ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam ad sectorem ACF, quippe qui triangulo ABC est maior, ex 8. quinti.*

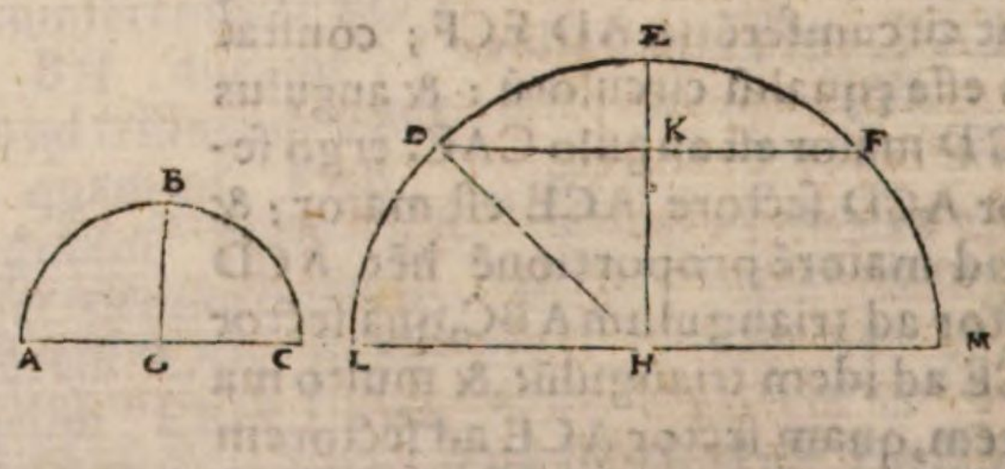
C Et conuertendo, componendoque & rursus conuertendo maiorem proportionẽ habet ACD sector ad trilineum ABD, quam angulus EAC ad angulum EAF] *Quoniam enim ACD sector ad triangulum ABC maiorem proportionem habet, quam EAC angulus ad angulum CAF, habebit conuertendo ex 26. quinti, ABC triangulum ad sectorem ACD minorem proportionem, quam angulus CAF ad EAC angulum: componendoque ex 28. eiusdem ABD trilineum ad sectorem ACD minorem proportionem habebit, quàm angulus EAF ad EAC angulum; & rursus conuertendo sector ACD ad ABD trilineum maiorem habebit proportionem, quam EAC angulus ad angulum EAF. In Græco codice legitur καὶ ἀνάπαλιν καὶ συνθέντι καὶ ἀναστρέψαντι μείζονα λόγον ἔχει, &c.*] *Sed corrupta, ut opinor, etenim conuersa ratione, & composita tantum utimur, non item rationis conuersione.*

D Est enim angulus EAF æqualis angulo ACD, quoniam & ACD æqualis est recto CBA, & BAC angulo.] *Ex 32. primi elementorum.*

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVII.

His præmissis theorema propositum, quod comparatiuum est, ita demonstrabimus.

A Circuli portionum, quę æqualem circumferentiam habent, maxima est semicirculus.



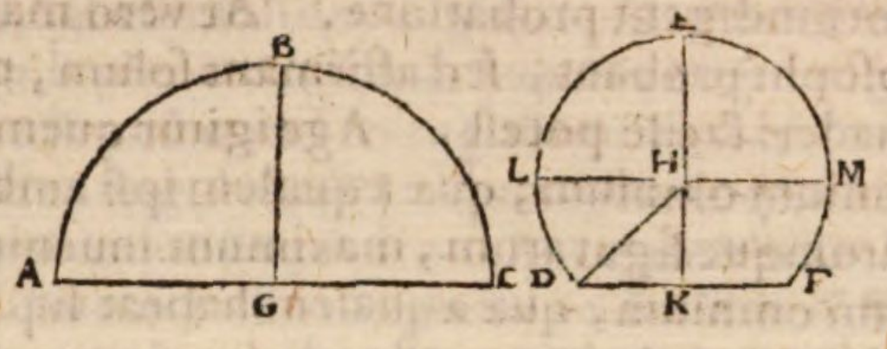
Sint duæ circulorum portiones ABC DEF, quæ æquales habeant ABC DEF circumferentias: & sit ABC semicirculus. portio uero DEF prius sit semicirculo minor. Dico semicirculum portione esse maiorem. Sumantur enim circulorũ centra GH, & ad rectos angu-

B los sit GB; a puncto autem H ad DF perpendicularis ducatur HKE: & ipsi DF parallela LM, iungaturque DH. Quoniam igitur ut circumferentia LE ad

11 huius AB circumferentiam, ita est recta linea LH ad rectam AG. Circulorum enim circumferentiæ inter sese sunt, ut diametri. Sed circumferentia AB æqualis est ipsi DE circumferentiæ. Vt igitur circumferentia LE ad ED, ita est LH

ul. se. C ad AG. & vt LE ad ED, ita sector LHE ad EHD sectorem. habet autem quadratum

dratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem eius, quam habet LH ad AG. ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH ad sectorem ABG. duplam proportionem habebit eius, quam LCH sector habet ad sectorem DCH. ac propterea inter sectorores LCH ABG medius proportionalis est sector DEH. & quoniam per lemma ante demonstratum sector DEH ad trilineum EDK maiorem proportionem habet, quam rectus angulus; hoc est angulus LHE ad ipsum DHE; hoc est quam LHE sector ad sectorem DHE. ut autem sector LHE ad DHE sectorem, ita DHE sector ad sectorem ABG. ergo sector DHE ad DEK trilineum maiorem proportionem habet, quam idem sector ad sectorem ABG. maior igitur est ABG sector trilineo DKE: & eorum dupla. ergo 8 quinti ABC semicirculus portione DEF est maior. Sit rursus portio DEF maior semicirculo. Dico itidem semicirculum portione maiorem esse. cõstruantur enim eadem, quæ supra. Similiter demonstrabimus, ut LHE sector ad sectorem DHE, ita esse sector em DHE ad ipsum ABG, quod æquales sint AB DE circumferẽtiæ. Et quoniam ob secundum lemma sector DHE ad DKE trilineum maiorem proportionem habet, quam rectus angulus, uidelicet LHE ad angulũ DHE, hoc est, quam LHE sector ad sectorem DHE, hoc est, quam sector DHE ad ABG sectorem; erit ABG sector trilineo DEK maior: & eorum dupla. maior igitur est ABC semicirculus portione DEE. ex quibus sequitur omnium circuli portionũ, quæ æquales habent circumferentias, semicirculum maximum esse.



COMMENTARIVS.

A Circuli portionum, quæ æqualem circumferentiam, habent maxima est semicirculus] *Hæc nos addidimus perspicuitatis causſa, quæ in græco non erant.*

B Et ipsi DF parallela LM] *Intelligatur per H centrum duci LM ipsi DF parallela. quæ sit LHM.*

C Habet aũt quadratũ ex LH ad quadratũ ex AG duplã proportionẽ eius, quã hẽt LH ad AG. ergo quadratũ ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH ad sectorem ABG duplam proportionem habebit eius, quam LEH sector habet ad sectorem DEH.] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur.* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αυ διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς λθλ πρὸς ηα. τὸ δὲ ἀπὸ τῆς λθλ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *ita vero corrigendus est, vt opinor* καὶ ἔχει τὸ ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς αη διπλασίονα λόγον τοῦ τῆς λθ πρὸς αη, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς λθ πρὸς τὸ ἀπὸ αη. *Quoniam enim vt circumferentia LE ad ED circumferentiam, ita est LH ad AG, & rursus vt LE ad ED, ita sector LHE ad EHD sectorem; erit & ut LH ad AG, ita LEH sector ad sectorem DCH. Quòd cum quadratum ex LH ad quadratum ex AG duplam proportionem habeat eius, quam habet LH ad AG ex 2. sexti; duplam quoque proportionẽ habebit eius, quam sector LEH habet ad DEH sectorem.*

D Ergo quadratum ex LH ad quadratum ex AG, hoc est sector LEH ad sectorem AGB] *semicirculus enim LEM ad semicirculum ABC ex 13 huius, eam proportionem habet, quam quadratum ex LM ad quadratum ex AC, hoc est quam quadratum ex LH ad quadratum ex AG. & eorum dimidia; sector igitur LEH ad sectorem ABG est ut quadratum ex LH ad quadratum ex AG.*

Et

E Et quoniam per lemma ante demonſtratum] Ex 15. *huius.*

F Vt autem ſector LHE ad DHE ſectorem, ita DHE, ſector ad ſectorem ABG, ergo ſector DHE ad DEK trilineum, &c.] *Græcus codex mancus eſt, quem nos ita reſtituimus.* ὡς δὲ ὁ ΛΘΕ τομεὺς πρὸς τὸν ΔΘΕ, οὕτως ὁ ΔΘΕ τομεὺς πρὸς τὸν ΑΒΓ τομέα. ὁ ἄρα ΔΘΕ τομεὺς πρὸς τὸ ΔΕΚ τρίγραμμον.

G Et quoniam ob ſecundum lemma] *Ex 16. huius.*

Primum & effectorem omnium Deum mundo ſphæricam figuram merito, ac iure dediſſe philoſophi aſſerunt, cum omnium optimam, pulcherrimamque delegiſſet, quæ ipſi ſphæræ inſunt naturalia ſymptomata dicentes, præterea & illud addunt, omnium ſolidarum figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habeat, ſpheram maximam eſſe. Itaque alia quidem, quæ ipſi dicunt ineſſe perſpicua ſunt, & minori indigent probatione. At vero maiorem eſſe aliis figuris, neque ipſi. philoſophi probant, ſed affirmant ſolum, neque ſine maxima contemplatione perſuaderi facile poteſt. Age igitur quemadmodum in ſuperioribus, circulum maximum omnium, quæ æqualem ipſi ambitum habent, ordinatarum, multiangularumque figurarum, maximum inuenimus, & nunc, quod conſequens eſt, ſpheram omnium, quæ æqualem habeat ſuperficiem, ordinatarum, ac ſolidarum figurarum maximam oſtendere enitamur. Sed prius de ſolidis ipſis, cum quibus ſphæram conferri oportet, pauca diſſeramus. Multæ enim intelligi poſſunt ſolidæ figuræ, varias ſuperficies habentes; magis autem quis exiſtimauerit dignas, de quibus dicatur, eas, quæ ordinate eſſe videntur. & ex his multo magis tum conos, tum cilyndros, tum quæ polyedra appellantur. hæc autem ſunt, non ſolum quæ apud Diuiniſſimum Platonem quinque figurę, videlicet tetraedrum, hexaedrum, octaedrum, & dodecaedrum, & quintum icoſaedrum, ſed etiam quæ ab Archimede inuenta ſunt, numero tredecim; æquilateris quidem, & æquiangulis polygonis, non autem ſimilibus contenta. Primum enim octaedrum eſt, quod quattuor triangulis, & totidem hexagonis continetur. tria vero deinceps, quattuordecim baſium, quorum primum continetur octo triangulis, & octagonis ſex. Secundum quadratis ſex, & hexagonis octo. tertium triangulis octo, & ſex quadratis. Poſtea duo vigintiſex baſium, quorum primum octo triangulis, & duodeuiginti quadratis continetur. Secundum quadratis duodecim, hexagonis octo, & ſex octagonis. Deinde tria triginta duarum baſium, quorum primum triangulis uiginti, & duodecim decagonis conſtat. Secundum pentagonis duodecim & viginti hexagonis. tertium triangulis viginti, & quadratis duodecim. poſt hæc vnum eſt, octo & triginta baſium, quod conſtat triginta duobus triangulis, & quadratis ſex. Hoc ſequuntur duo ſexaginta duarum baſium, quorum primum viginti triangulis, quadratis triginta, & pentagonis duodecim comprehenditur. Secundum triginta quadratis, hexagoni viginti, & decagonis duodecim. Denique vltimum nonaginta duarum baſium, quod triangulis octoginta, & duodecim decagonis continetur. Quot autem angulos ſolidos habent vnaquęquæ tredecim figurarum polyedrarum, & quot latera, hoc modo comperiemus. Quarum enim ſimpliciter polyedrarum figurarum ſolidi anguli tribus planis angulis conſtant, enumeratis angulis planis, quos habent omnes polyedri baſes, facti numeri tertia pars eſt numerus ſolidorum angulorum. quarum autem polyedrarum angulus ſolidus quattuor planis angulis continetur, enumeratis omnibus angulis planis, quos habeat polyedri baſes, numeri eius quarta pars eſt angulorum ſolidorum numerus. Simili ratione quarum polyedrarum angulus ſolidus quinque planis angulis comprehenditur, quinta pars multitudinis angulorum planorum, eſt numerus ſolidorum angulorum multitudinis. At vero multitudinem laterum, quæ vnaquæque polyedrarum figurarum habet, hoc modo

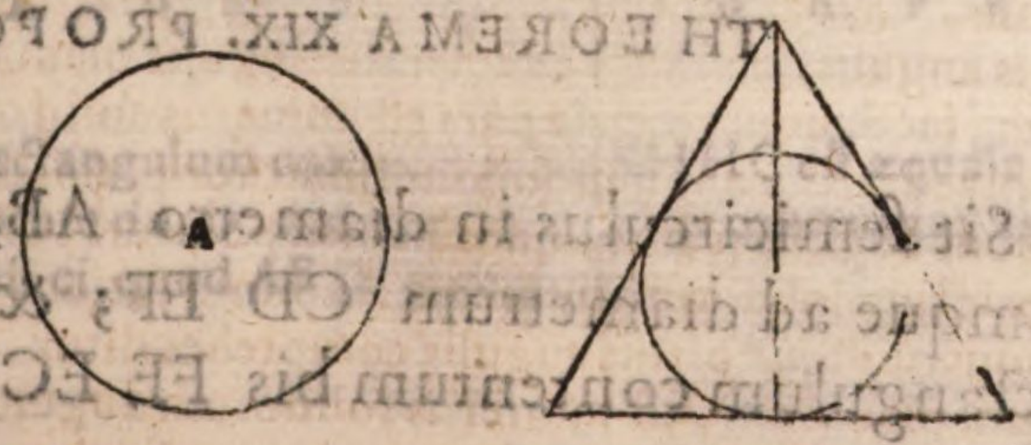
inue-

inueniemus.enumeratis enim omnibus lateribus,quæ habeat ſuperficies polyedrũ continentes,eorum numerus æqualis eſt multitudini planorum angulorũ.Sed quoniam duorum planorum vnumquodque latus commune eſt, patet dimidium multitudinis numerũ eſſe laterum polyedri.Primum igitur tredecim diſsimilium polyedrorũ,cum triangulis quattuor,& totidem hexagonis,cõtinetur,angulos quidẽ ſolidos habet duodecim,latera autẽ duodeuiginti.etenim quattuor triangulorum anguli duodecim ſunt,& latera duodecim,quattuor aũt hexagonorum anguli uiginti quattuor,& viginti quattuor latera,numeroq; omni facto 36.neceſſe eſt ſolidorũ angulorũ numerum numeri prædicti tertiam partem eſſe;quoniã & vnuſquiſq; ſolidorũ ipſius angulorũ trib⁹ angulis planis continetur. At laterũ multitudo dimidia pars eſt ipſius numeri,videlicet 36.itavt latera ſint duodeuiginti.Eorũ uero,quę ex quattuordecim baſibus conſtant,primũ continetur octo triangulis, & quadratis ſex, ita ut duodecim ſolidos angulos habeat,vnuſquiſq;.n.ipſius angulus quattuor angulis planis comprehenditur,latera autem habeat viginti quattuor.Secundũ,quod continetur quadratis ſex,& octo hexagonis,habebit ſolidos angulos uiginti quattuor,: vnuſquiſq;.n.angulorum ex tribus angulis planis conſtat:& habebit latera triginta ſex.Eorũ,quæ ſex et uiginti baſes habeat.Primũ quod triangulis octo, & duodeuiginti quadratis continetur,habebit ſolidos angulos uiginti quattuor, & quadraginta octo latera:Secundũ,quod continetur duodecim quadratis hexagonis octo,& octagonis ſex,habebit ſolidos angulos 48.latera 72.Eorũ,quæ ex 32.baſibus cõſtant, primum,quod cõtinetur triangulis viginti,& duodecim pẽtagonis, habebit ſolidos angulos 30.latera 60.Secundũ,quod continetur duodecim pẽtagonis,& hexagonis viginti,habebit ſolidos angulos 60.latera 90.Tertiũ,quod uiginti triangulis,& decagonis duodecim continetur,habebit ſolidos angulos 60.latera 90.Illud ãt, quod ex 38.baſibus conſtat,quoniam continetur triangulis 32. & quadratis ſex, habebit ſolidos angulos 40.latera 60.Eorũ,quę ex duabus & ſexaginta baſibus cõſtant, primum,quod continetur triangulis 20.quadratis 30.& 12.pentagonis, habebit ſolidos angulos 60.latera 120.Secundum quod continetur 30.quadratis, 20. hexagonis,& decagonis 12.habebit ſolidos angulos 120.latera 180.Poſtremo quod ex duabus & nonaginta baſibus conſtat,quoniam triangulis 80.ex pentagonis duodecim continetur,habebit ſolidos angulos 60.latera 150.Hæ igitur figuræ,uel angulos diſſimiles habent,uel inæqualibus,& diſsimilibus polygonis continentur,ob perturbationem,confuſionemque omittantur.Eas autem,quæ quinque figurę appellantur, operæ pretium eſt cum ſphæra comparare. quoniam enim æqualibus, & ſimilibus planis continentur,ſolæ angulos ſolidos æquales habeat, ideoque magis ordinatæ ſunt,quam reliquæ. At plures his quinque figuris inueniri nõ poſſe,quæ æqualibus, & ſimilibus æquilateris polygonis comprehendantur,tum ab Euclide,tum ab aliis quibuſdam demonſtratum iam fuit.

THEOREMA XVII. PROP. XVIII.

Itaque hęc ipſa polyedra primum cum ſphęra comparemus.

Sit enim ſphæra quidem, in qua A, una uero prędictarum quinque figurarum, quæ totam ſuperficiem ſuperficiei ſphæræ A ęqualem habeat. Dico ſphæram maiorẽ eſſe. Intelligatur



gatur enim ſphæra intra polyedrum deſcripta, ita vt plana ipſam continentia tangat. maior igitur polyedri ſuperficies, quàm ſuperficies deſcriptæ ſphæræ, cum ipſam contineat. ſed ſuperficies polyedri æqualis eſt ſuperficiei ſphæræ A. ergo & ſphæræ ſuperficies A ſuperficie ſphęræ intra polyedrum deſcriptæ maior erit. ac propterea quæ ex centro ſphæræ A maior eſt, quam quę ex centro ſphęrę deſcriptæ. ſphæræ autem A ſuperficies æqualis eſt ſuperficiei polyedri. Conus igitur baſim habens circulum ęqualem ſuperficiei ſphęrę A, maior eſt pyramide, cuius baſis eſt rectilineum ęquale ſuperficiei polyedri, & altitudo quę ex centro ſphærę intra ipſum deſcriptę. Sed conus æqualis eſt ſphęræ A. hoc enim ex ijs, quæ ab Archimede demonſtrata ſunt in libro de ſphæra, & cylindro, & aliter ex lemmatibus, quæ a nobis ſubiiciuntur, perſpicue conſtat. pyramis autem polyedro eſt æqualis. ergo & ſphæra A propoſito polyedro maior erit. Habent autem comparationē quandam inter ſeſe & hę quinque figuræ, de qua deinceps conſiderabimus. Oſtēditur namque poſitis æqualibus ſuperficiebus, ſolidum, quod plures baſes habet, ſemper etiam maius eſſe, vt coſaedrū maius dodecaedro, & dodecaedrū octaedro & octaedrum cubo, & cubum pyramide, ſimile enim quiddam in hiſce ſolidis addidit, atque in planis polygonis, in quibus cum æquales ambitus habeant, ſemper maius eſt id, quod pluribus angulis continetur. omnibus autem maior eſt circulus, quemadmodum & nunc oſtenſa eſt ſphæra polyedris maior.

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XIX.

Conſtat præterea & conum & cylindrum, qui ſuperficiem habeant ſphæræ ſuperficiei ęqualem, ipſa ſphæra minores eſſe.

Etenim conus baſim habeas æqualem ſuperficiei ſphęræ, & totam ſuperficiem ſuperficie ſphæræ maiorem, ſphæræ æqualis deprehenditur, cum ipſius altitudo ei, quæ ex centro ſphęrę ſit æqualis. Cylindrus autem baſim habens eandem, quā conus. quæ eſt æqualis ſuperficiei ſphęræ, & altitudinem, tertiam partem axis coni, quippe qui eſt æqualis cono, ſphæræ etiam ęqualis inuenitur, cum maiorem, quàm ipſa ſuperficiem habeat. nam duę cylindri baſes duplę ſunt baſis coni, hoc eſt ſuperficiei ſphęræ. ergo cum utraque figurā ſuperficiem habeat ſuperficiei ſphęræ æqualem, tunc ſphæra neceſſario utraque ipſarum maior erit.

Hęc igitur de comparatione ſphęrę cum quinque figuris, & cum conis & cylindris dicta ſint. Quæ vero ab Archimede, vt diximus, ſunt demonſtrata, & nos aliter demonſtrabimus, prępmittentes lemmata nonnulla, quæ ad eorum demonſtrationes pertinent.

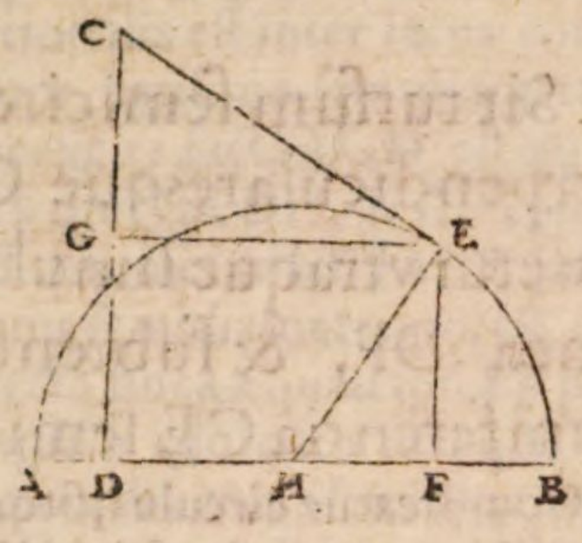
THEOREMA XIX. PROPOSITIO XX.

Sit ſemicirculus in diametro AB, & perpendiculares vtcumque ad diametrum CD EF; & contingens CE. Dico rectangulum contentum bis FE EC æquale eſſe ei, quod AB DF continetur.

Ducatur

Ducatur enim a puncto E ad CD perpendicularis EG, & sumpto H centro iungatur EH. Quoniã igitur rectus est angulus CEH, erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis. sed & rectus ad F æqualis est recto ad G. æquiangulum igitur est CEG triangulũ triangulo HEF; & ut FE ad EH, ita GE ad EC. ergo rectangulum, quod continetur FE EC æquale est contento HE EG. ac propterea quod bis continetur FE EC contento bis HE EG est æquale. Sed contento bis HE EG æquale est quod AB DF cõtinetur est. n. GE ipsi DF æqualis. rectangulũ igitur contẽtum bis FE EC æquale est ei, quod continetur AB DF. quare & contentum utraque ipsarum simul EF DG, & CE æquale est ei, quod AB DF continetur.

A



4 sexti. B

15. quin. C

COMMENTARIVS.

Erit CEG reliquus reliquo FEH æqualis] *Cum enim ab angulo* CEF, *ex altera quidẽ parte auferatur angulus rectus* CEH, *ex altera uero rectus* FEG; *erit & reliquus* HEF *reliquo* CEG *æqualis,* A

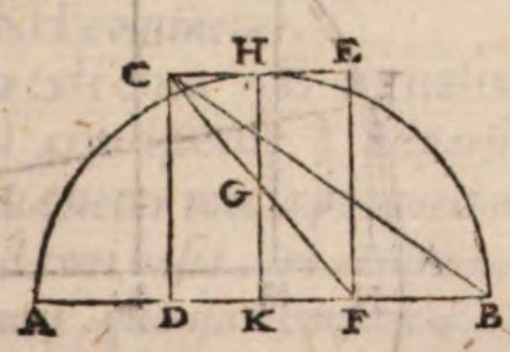
Ergo rectangulum, quod cõtinetur FEEC æquale est contento HE EG] *ex 16. sexti libri elementorum.* B

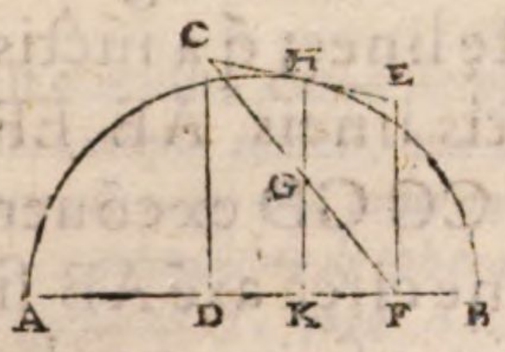
Sed contento bis HE EG æquale est quod AB DF continetur] *Est enim AB ipsius HE dupla.* C

THEOREMA XX. PROPOS. XXI.

Sint rursus ad diametrum vtcũque perpendiculares CD EF: & CHE semicirculum contingens, ita vt CH ipsi HE sit æqualis. Dico rectangulum contentum AB DF æquale esse ei, quod utraque simul CD EF, & CE continetur.

Ducatur enim perpendicularis HK, & CGF iungatur. Itaque quoniam parallelæ sunt CD HK, EF, & CE ipsius CH est dupla; erit & EF dupla HG: & CD ipsius GK. ergo & utraque simul CD EF ipsius HK est dupla. & ex eo, quod proxime ostendimus rectangulum contentum bis KH HC est æquale ei, quod continetur AB DK, & ipsorum dupla. rectangulum igitur contentum utraque simul CD EF, & CE æquale est ei, quod AB DF continetur.





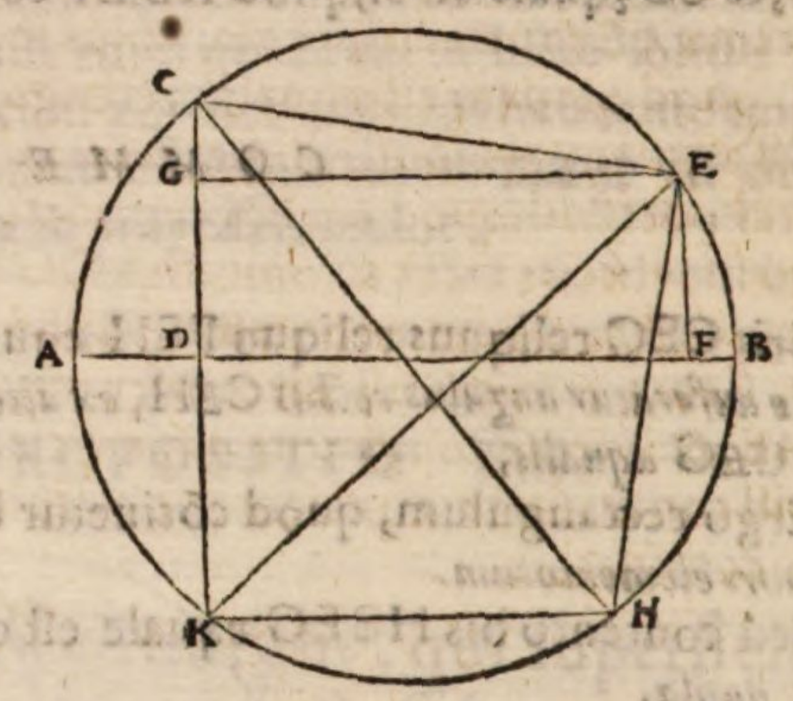
4. sexti 2. quinti.

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXII.

Sit rursum semicirculus, & recta linea vt contingit CE; perpendicularesque CD EF. Dico rectangulum, quod continetur vtraque simul CD EF, & CE æquale esse contento recta linea DF, & subtendente circumferentiam, quæ una cum circumferentia CE semicirculum perficit.

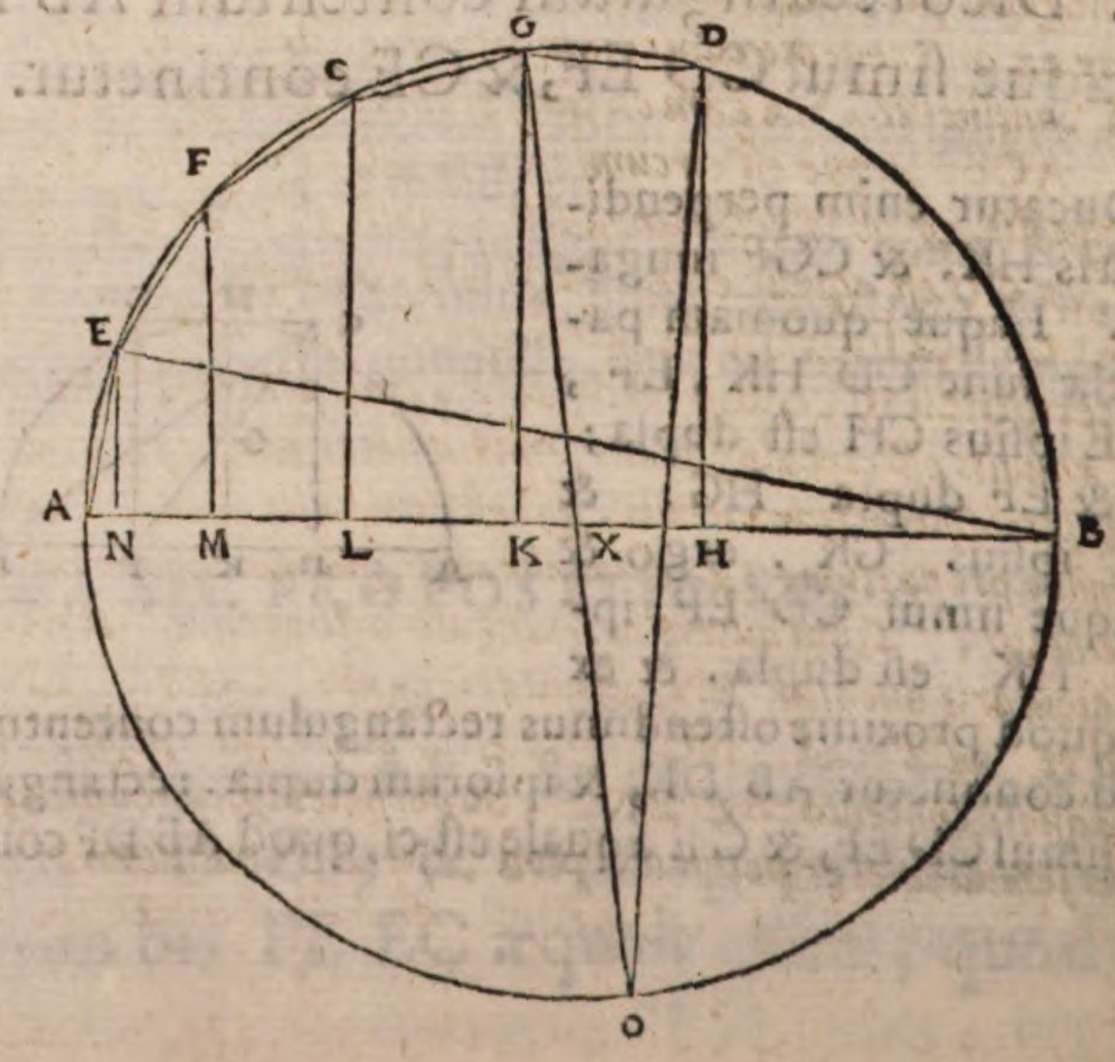
Compleatur circulus, sitq; ipsius diameter CH, & producta CD in K, ad ipsam perpendicularis ducatur EG: & FHEK iũgantur. Quoniã igitur AB secat CK ad rectos angulos, æqualis ẽ CD ipsi DK. Sed & GD est æqualis EF; & DF ipsi GE. quæ uero reliquam semicirculi CEH circumferentiam subtendit, est EH. Itaque quoniam angulus K est æqualis angulo H, & HEC angulus in semicirculo rectus æqualis recto ad G; erunt sciangula HEC KEG æquiangula. ergo ut HE ad EC, ita KG ad GE. & ob id rectangulum contentum HE EG, hoc est HE DF æquale est ei, quod GK CE, hoc est ei, quod utraque simul CD EF & CE continetur.

3 tertii.
34 primi
21 tertii.
4 sexti.
16 sexti



THEOREMA XXII. PROP. XXIII.

Et ex hoc manifestum est, si alicuius semicirculi ACB circumferentia quędã vt ACD in quotcũque partes æquales diuidatur, & iũgãtur rectę lineę; q̃ a iũctis rectis lineis AE EF FC CG GD ex cõuersione circa axẽ AB fiũt superficies æquales sũt circulo, cui⁹ semidiameter, (iũcta EB) potest id, quod EB AH continetur.



Superficies .n. quæ fit a GD ẽ æqualis circulo, cuius semi-

semidiameter pōt id, quod cōtinetur vtraq; simul GK DH,& GD; quarū media proportionalis est semidiameter dicti circuli. dicit enim Archimedes. Si conus isosceles A
plano secetur, basi parallelo; superficiei coni, quæ inter parallela plana interiicitur æqualis est circulus, cuius semidiameter media proportionalis est inter latus coni, quod est inter plana parallela, & rectam lineam æqualem utrisque semidiametris circulorum, qui in parallelis planis consistunt. ergo superficies facta a GD est æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod utraque simul GK DH, & GD continetur. quod quidem demonstratum est æquale ei, quod continetur EB KH. Superfi B
cies vero quæ fit a CG similiter æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur EB LK; etenim completo circulo, & recta linea æquali ipsi EB per G in circulum aptata, quod continetur ipsa & LK est æquale contento utraque simul CL GK, & CG & superficies facta a CF æqualis est circulo, cuius semidiameter potest illud, quod continetur EB MN; hoc enim est æquale ei, quod utraque simul C
EN FM, & EF continetur. & in reliquis eodem modo. At conica superficies facta ab extrema AE æquali est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EB AN continetur. quod quidem est æquale rectangulo AEN. triangula namque AEB AEN, NEB æquiangula sunt, & superficies facta ab AE æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod AE EN continetur; hoc enim Archimedes ipse demōstrauit. ergo superficies facta ab omnibus DG GC CF FE EA composita æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EB AH continetur. Perspicuum autem est, si tota semicirculi circumferentia in partes æquales diuidatur, quarum una sit AE, & inter se iungantur; superficiem factam ab omnibus polygoni lateribus ex simili conuersione æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest illud, quod EB BA continetur.

COMMENTARIVS.

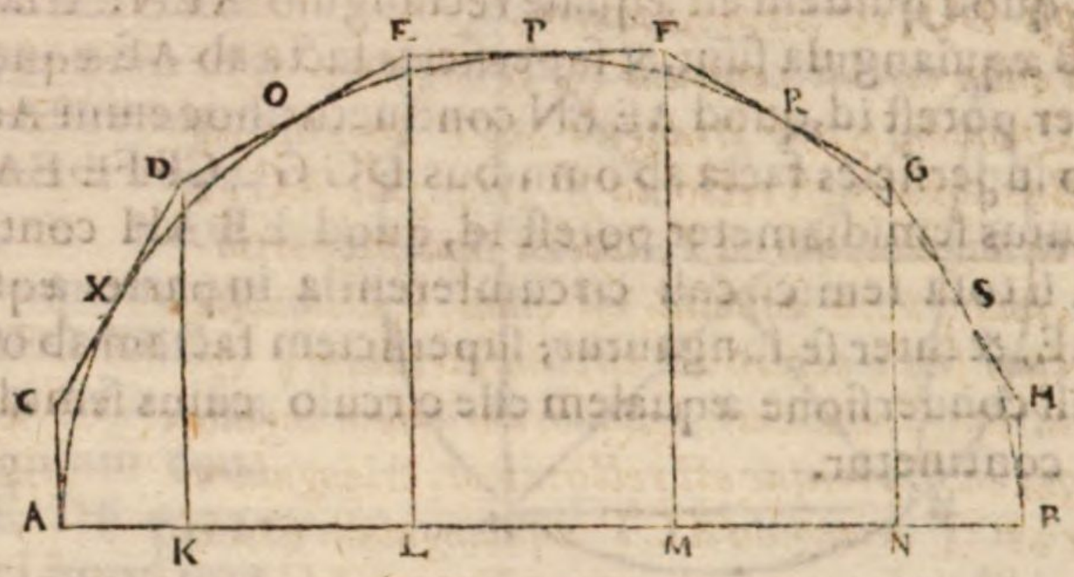
Dicit enim Archimedes, si conus isosceles, &c.] *In propositione 16. primi libri de sphæra & cylindro.* A

Quod quidem demonstratum est æquale ei, quod continetur EB KH] *Compleatur enim circulus, cuius centrum X, & ducta GX producatur ad circumferentiam in O, iungaturque DO; erit circumferentia DBO ea, quæ una cum GD semicirculum perficit. quare ex antecedente contentum utraque simul GK DH & GD æquale est ei, quod DO KH continetur. Sed cum circumferentia GD BO sit semicirculi, æqualis erit circumferentia ACB. atque est circumferentia GD æqualis ipsi AE. ergo & reliqua DBO reliquæ ECB est æqualis. & ob id recta linea DO æqualis est rectæ EB. contentum igitur utraque simul GK DH, & GD est æquale ei, quod EB KH continetur.* B 29 tertii

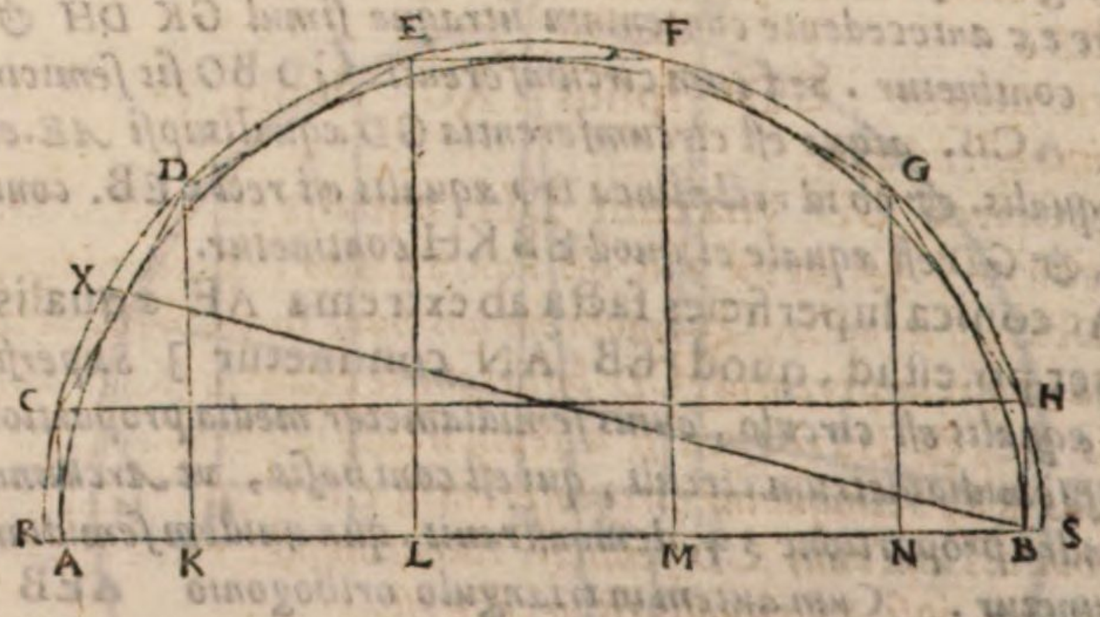
At conica superficies facta ab extrema AE æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod EB AN continetur] *Superficies namque conica, quæ fit ab AE æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter AE latus coni, & EN semidiametrum circuli, qui est coni basis, vt Archimedes in primo libro de sphæra, & cylindro propositione 14. demonstrauit. quæ quidem semidiameter potest id, quod AE EN continetur. Cum autem in triangulo orthogonio AEB ab angulo recto ad basim perpendicularis ducatur EN, erunt triangula AEN ENB similia toti, & inter sese. ergo vt AN ad NE, ita est AE ad EB: & ideo quod continetur AN EB est æquale contento AE EN. Superficies igitur conica facta ab AE est æqualis circulo, cuius semidiameter potest id, quod AN EB continetur.* Ç 17 sexti 8 sexti. + 1

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXIIII.

Diuidatur autem rursus semicirculi circumferentia in quotcumque partes æquales, in quibus contingentes ducantur, sicuti in descriptione apparet. Dico superficies, quæ fiunt ab ipsis CD DE EF FG GH ex simili conuersione, æquales esse circulo, cuius semidiameter est AB.



Ducantur perpendiculares a punctis DEFG ad diametrum. Itaque cum CX sit æqualis ipsi XD, & perpendiculares CA DK; rectangulum BAK æquale est ei, quod vtraque CA DK & CD continetur. A hoc enim in theoremate 21. priùs ostensum est: sed superficies facta a CD æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur utraque B CA DK, & CD, ex eodem 16. Archimedis theoremate. circulus igitur, cuius semidiameter potest id, quod BA AK continetur, æqualis est superficiei factæ a CD. Similiter & circulus, cuius semidiameter potest id, quod continetur AB KL, cũ rursus DO æqualis sit OE, est æqualis superficiei, quæ fit a DE. & ita in aliis, quę sequuntur. ergo & circulus, cuius semidiameter AB æqualis est superficiei factę ab omnibus CD, DE, EF, FG, GH. Vel hoc modo.



Idem polygonum ACDEFGHB inscribatur alteri semicirculo, circa idem centrum, cuius semidiameter sit RS: & perpẽdiculares similiter E ducantur. erit vtique CD ipsius AC dupla, & GH dupla HB, ex eo, quod propositum est. & idcirco CD una cũ DH æqua- F lis est ipsi XDS, subtẽdit enim circũferentiã CDH iuncta CH, quæ est æqualis ipsi AC, hoc est ipsi XDS. ergo ex 21. theoremate, quod continetur CH AK, hoc est BAK rectangulum æquale est ei, quod utraque CA DK, & CD continetur. & quod continetur AB KL est æquale contento utraque DK EL, & DE. & in reliquis eodem modo. quare omnia omnibus sunt æqualia. Circulus igitur, cuius semidiameter est AB æqualis erit superficiebus, quæ ab ipsis CD DE EF FG GH fiunt.

COM-

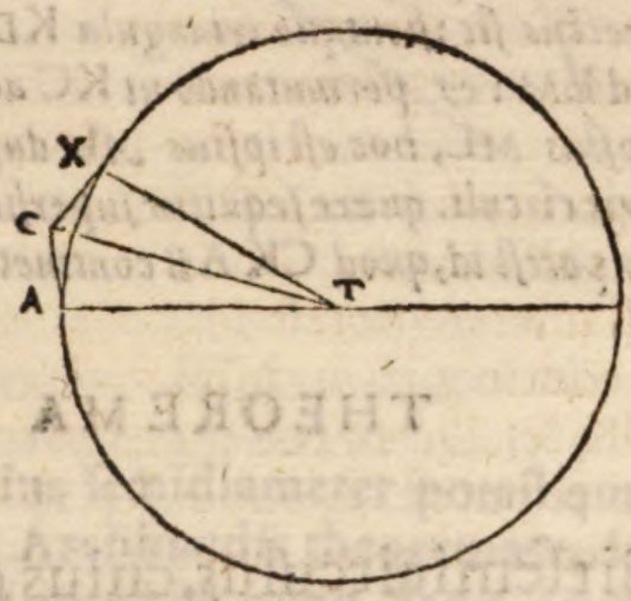
COMMENTARIVS.

Hoc enim in theoremate 21 prius oſtenſum eſt] *Græcus codex ſic habet.* τοῦτο A
γάρ βγ θεωρήματι προλέλεικται. *Sed quoniam theorema illud in diuiſione noſtra vigeſimum primum obtinet locum, ita vertere malui mus.*

Ex eodem 16 Archimedis theoremate] *in Græco codice legitur* διὰ τὸ αὐτὸ ἐκχι- B
λίους ις θεώρημα. *Sed fort aſſe corrigẽdũ eſt* 15, *namque illud theorema eſt ſextumdecimum primi libri de ſphæra, & cylindro.*

Ergo & circulus, cuius ſemidiameter AB æqualis eſt ſuperficiei factæ ab omnibus C
CD, DE, EF, FG, GH] *poteſt enim ſemidiameter AB id quod AB, & omnibus eius portionibus, AK, KL LM MN NB continetur, ex prima ſecundi libri elementorum Animaduertendum autem eſt rectam lineam contingentem AC ipſi CX æqualem eſſe, & XD ipſi DO, & ita in reliquis:*

Sit enim circuli centrum T, & ducãtur CT, XT. Quoniam igitur trianguli ACT angulus ad A rectus æqualis eſt recto ad X trianguli XCT; & circa angulos, qui ad T, latera ſunt proportionalia, immo vero æqualia. eſt enim TA æqualis TX, cum ſint a centro ad circumferentiam, & CT utrique communis: reliquorum autem angulorum, qui ad C vterque eſt recto minor. triangulum igitur ACT triangulo XCT æquiangulum eſt, ex 7 ſexti libri elementorum: & ut TA ad AC, ita eſt TX ad XC: & permutando, ut TA ad TX, ita AC ad CX. ſed TA, TX ſunt æquales. ergo & æquales AC CX. Eodem modo, & in reliquis demonſtratio fiet. ex quibus ſequitur DC ipſius CA duplam eſſe, & GH duplam ipſius HB.



D

Vel hoc modo] *Illud idem aliter oſtendit, nempe alio polygono circa triangulum deſcripto, cuius idem ſit centrum, & diameter RS.*

Erit utique CD ipſius AC dupla, & CH dupla HB.] *quod nos proxime oſtendimus.* E

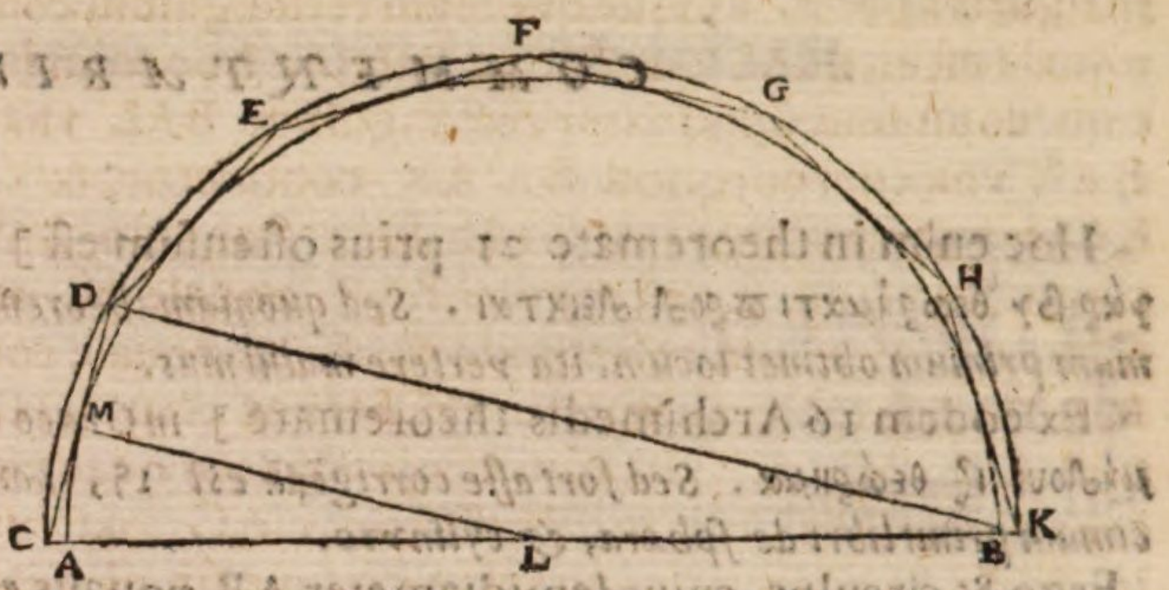
Et idcirco CD vna cum DH æqualis eſt ipſi XDS] *Græcus codex habet.* καὶ F
διὰ τοῦτο ἡ γὰρ μετὰ τῆς ΔΘ ἴση τῇ ΔΘσ. *Sed mendoſe, vt arbitror. neque enim CDH ipſi DHS eſt æqualis. Quamobrem nos hunc locum reſtituimus aptata in ſemicirculum figura, ita ut circumferentia CD bifariam ſecetur in X, & iungatur XS. namque fiet CX æqualis RC, & HS. Quod ſi a ſemicirculo auferantur RC SH, quæ vtræque ſimul ſunt æquales RX, relinquetur circumferentia CDH ipſi XDS æqualis, uidelicet ei, quæ una cũ RX, hoc eſt una cum CD ſemicirculum complet. recta igitur linea CH, quæ ei ſubtenditur, hoc eſt AB, ipſi XS æqualis ſit neceſſe eſt.*

Ex iis, quę hoc loco demonſtrata ſunt, conſtat ſuperficiem factam ab omnibus polygoni lateribus AC CD DE EF FG GH HB æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt AB, vna cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt ipſi CA, vel HB æquales.

Sed illud quoque demonſtrare oportebat,

De-

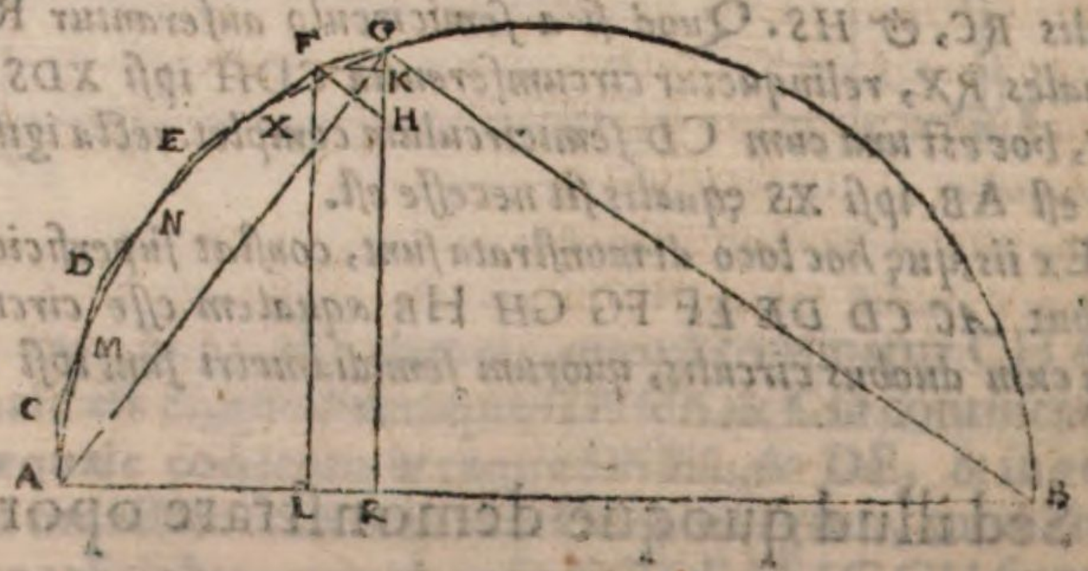
Describatur circa semicircu lum, cuius diameter AB polygonum æquilaterũ CDEFGHK, quod quidem ab altero semicirculo CDK circa idem centrum comprehendat ur. Dico superficiem, quæ fit a lateribus CD DE EF FG GH HK ex conuersione circa CK æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest id, quod CK AB continetur.



Polygonum enim semicirculo circumscriptum, cuius diameter AB, inscriptum est semicirculo CDK. ergo si DK iungatur, superficies facta ab omnibus polygoni lateribus æqualis erit circulo, cuius semidiameter potest id quod continetur DKC ex demonstratis in 23. *huius. Sed DK ipsi AB est æqualis, ut perspicue apparet. Sit enim centrum L, & a puncto L ad punctum, in quo CD semicirculum contingit, ducatur LM. erit* 18 tertii *LM ad CD perpendicularis, & ipsi DK parallela; quod angulus CDK in semicirculo e-* 28 primi *tiam rectus sit: fientque triangula KDC LMC inter se similia. Vt igitur CK ad KD, ita est CL ad LM: & permutando ut KC ad CL, ita DK ad ML. est autem KC dupla CL. ergo & DK ipsius ML, hoc est ipsius AL dupla erit. ac propterea DK erit æqualis ipsi AB diametro minoris circuli. quare sequitur superficiem factam a polygoni lateribus, circulo, cuius semidiameter potest id, quod CK AB continetur, æqualem esse.*

THEOREMA XXIIII. PROPOS. XXV.

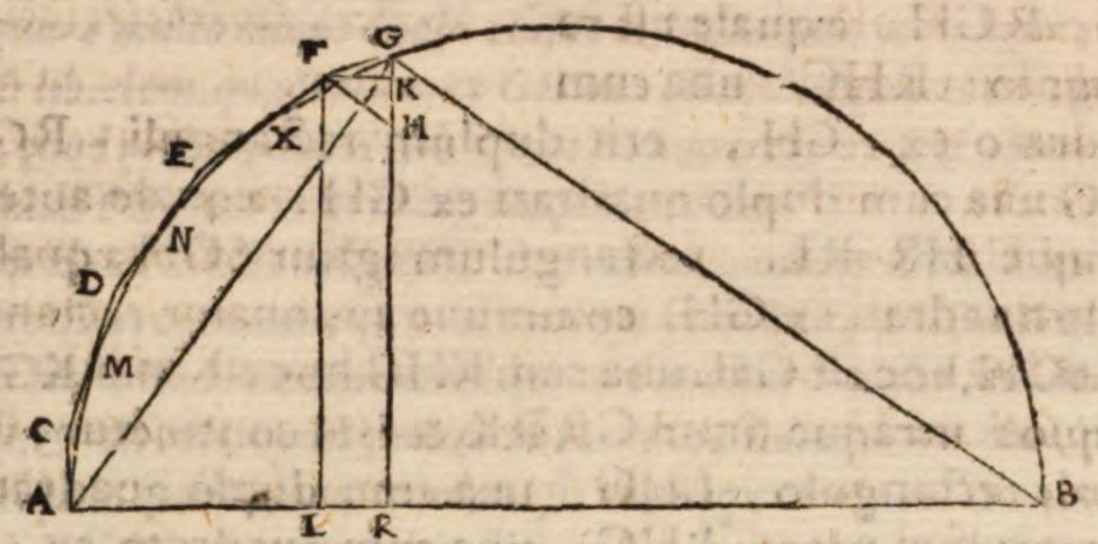
Sit semicirculus, cuius diameter AB, & ducatur recta linea vt contingit AG, diuidaturque AG circumferentia in quotcumque partes æquales in MNX: a punctis uero AG, & à diuisionibus ducãtur rectæ lineæ contingentes ACCDDEEFFG. & ipsi FG æqualis fiat GH; perpendiculari existẽte GR. Dico si circa axem AB semicirculus conuersus in priorem locum restituatur; superficiem factam ab omnibus ACCDDEEFFG maiorẽ esse, quam circulũ, cuius semidiameter est AG, circulo, cuius semidiameter potest dimidiũ eius, quod fit a recta linea HF.



Ducantur perpendiculares a puncto F, ad rectam quidem lineam AB ipsa FL; ad GR uero FK. quæ quidem FK, cum an-

gulus

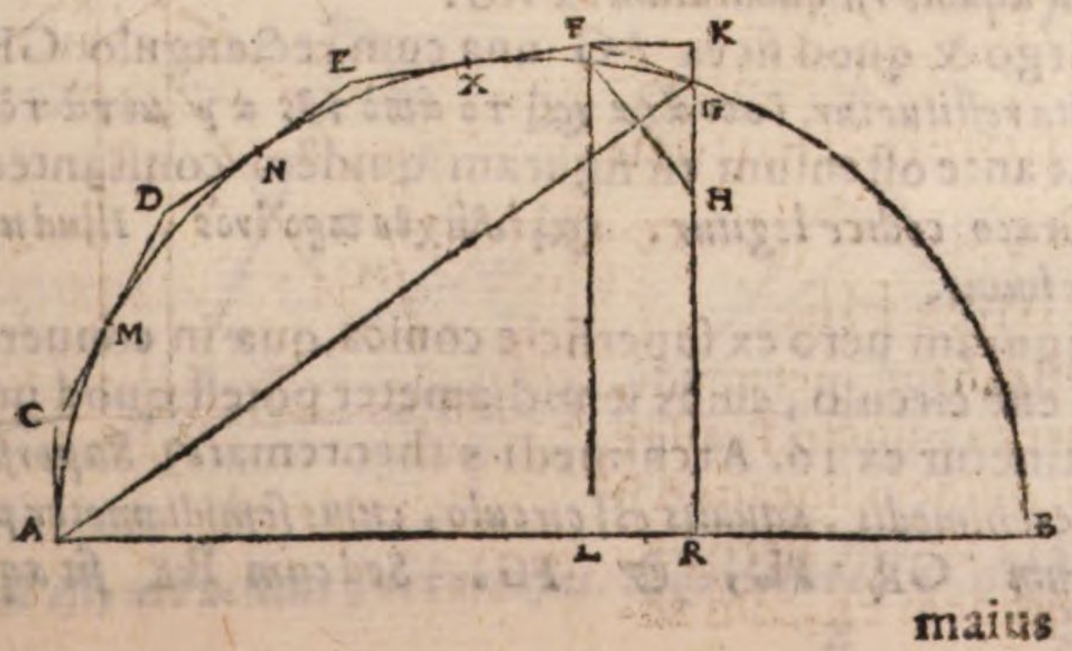
gulus FGH sit acutus, inter G H cadet; cum autem obtusus, cadet extra G, vt in figuris aparet. Itaque quoniam rectangulum contentum bis RGH, vel RGF æquale est ei, quod AB LR cõtinetur. hoc enim in xx. theoremate est demõstra B
tum. commune apponatur rectangulum BAL vna cum GHK. ergo rectangulũ BAL vna cum eo, quod BA LR continetur, & GHK æquale est contento bis RGH vna cum BAL & GHK sed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA LR C
continetur, hoc est rectangulo BAR æquale est, quod fit ex AG. ergo & quod D E
fit ex AG vna cum rectangulo GHK est æquale contento bis RGH vna cũ GHK, & BAL. contento autem bis RGH vna cum GHK æquale est quod vtraque simul GR RK, & GH continetur vna cum quadrato ex GH. hoc namque deinceps demonstrabitur. ergo quod fit ex AG vna cum GHK est æquale rectangulo BAL, & ei, quod continetur vtraque simul GR RK, & GH vna cum quadrato ex GH. Quoniã autem circuli inter se eandem proportionem habent, quam diametrorum, & semidiametrorum quadrata; & antea ostensum est figuram quidem constantem ex superficiebus conicis, quæ fiunt a contingentibus CD DE EF, æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest, quod continetur BAL; figuram vero ex conica superficie, quæ in conuersione fit ab ipsa FG æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest quod vtraque simul GR RK & GH continetur ex 16 Archimedis theoremate, & figura, quę fit a CA circulus est, cuius semidiameter potest id quod fit a GH: erunt H
tres circuli, hoc est superficies facta ab AC CD DE EF FG maior est, quam circulus, cuius semidiameter potest, quod fit ab AG circulo, cuius semidiameter potest, quod GHK continetur, hoc est dimidium eius, quod fit ab FH. At vero dimi L
dium eius, quod ab FH æquale esse ei, quod continetur GHK ex his patet. Nam in prima figura, cum angulus FGH acutus est, quod fit ab FH vna cum eo, quod bis HGK continetur, æquale est duobus quadratis ex FG GH per 13 secundi libri elementorum. ergo dimidiũ eius, quod fit ab FH vna cum rectãgulo HGK æquale est quadrato ex HG, quôd æquales sint FG GH. Sed quadratum ex HG est æquale rectangulo HGK una cum ipso GHK. quare sublato communi HGK, secundi.
erit reliquum, videlicet dimidium eius, quod fit ab FH reliquo GHK æquale.



F

G

Cum autem angulus FGH sit obtusus, vt in secunda figura, rursus rectangulum KHG æquale est dimidio eius, quod fit ab FH, quoniam enim quod fit ab FH maius est, quam quadrata ex FG GH, eo quod bis HGK continetur, erit dimidium eius, quod fit ab FH



maius

maius, quam quadratum ex GH, rectangulo HGK. quadratum igitur ex GH vna cũ rectangulo HGK æquale est dimidio eius, quod fit ab FH. sed quadratum ex GH vna cum HGK rectangulo est æquale rectangulo KHG ex 3. secundi libri elementorum.
M dimidium igitur eius, quod ab FH rectangulo KHG est æquale. Et quoniam di-
N midium eius, quod ab FH semper minus est duplo quadrati ex FG; constat superficiem factam ab AC CD DE EF FG, circulo, cuius semidiameter est AG una cũ duobus circulis, quorum semidiametri sunt FG, minorem esse.

Quod autem bis continetur RGH una cum rectangulo KHG, æquale esse ei, quod utraque simul GR RK, & GH continetur, una cum quadrato ex GH, ita demonstrabimus.

O Ponatur rectæ lineæ, GR
3 secun. æqualis RS, & ipsi HR æqualis RL. reliqua igitur LS ipsi GH est æqualis. Itaque quoniam rectangulum RGH æquale est rectangulo RHG una cum

15 quint. quadrato ex GH, erit duplum rectanguli RGH æquale duplo rectanguli RHG una cum duplo quadrati ex GH. æquale autem inter se sunt GR RS;
P itemque HR RL. rectangulum igitur SGH æquale est rectangulo LHG una cũ duplo quadrati ex GH. commune apponatur rectangulum KHG. ergo rectan-
Q R lum SGH, hoc est GSL una cum KHG, hoc est cum KGH, & quadrato ex GH. videlicet quod utraque simul GR RK, & GH continetur, una cum quadrato ex GH est æquale rectangulo LHG una cum duplo quadrati ex GH, & rectangulo KHG. rectangulum uero LHG una cum quadrato ex GH æquale est rectangulo LGH. & quadratum ex GH est æquale ei, quod GH LS continetur. rectangulum igitur SGH videlicet, quod bis continetur RGH una cũ rectangulo KHG æquale est ei, quod utraque simul GR RK, & GH continetur una cum quadrato ex GH.

COMMENTARIVS.

A Dimidium eius, quod fit a recta linea HF] *Græcus codex habet* τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ΖΗ τὸ θ. *Sed nos perspicuitatis causſa ita vt endum censuimus.*

B Hocenim in xx. theoremate est demonstratum] *In Græco codice legitur.* τοῦτο γὰρ ἐν τῷ πεντεκαιεικοστῷ θεωρήματι δέδειχται.

C Sed rectangulo BAL vna cum eo, quod BA LR, continetur, hoc est rectangulo BAR] *ex prima secundi libri elementorum.*

D Aequale est quod fit ex AG] *Iuncta enim BG triangula ABG AGR similia sunt ex octaua sexti libri elementorum. ergo vt BA ad AG, ita GA ad AR, ac propterea rectangulo*
4
17 sexti. *BAR æquale est quadratum ex* AG.

E Ergo & quod fit ex AG una cum rectangulo GHK] *Græcus codex mancus est, qui ita restituetur.* ἴσον ἄρα καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ μετὰ τοῦ ὑπὸ ηθκ.

F Et ante ostensum est figuram quidem constantem ex superficiebus conicis.] *In Græco codice legitur.* καὶ ἐδείχθη πρότερον. *Illud uero ostensum est in 24. propositione huius.*

G Figuram uero ex superficie conica, quæ in conuersione fit ab ipsa FG æqualem esse circulo, cuius semidiameter potest quod utraque simul GR RK, & GH continetur ex 16. Archimedis theoremate] *Superficies conica, quæ fit ab* FG *ex 16. Archimedis, æqualis est circulo, cuius semidiameter potest id, quod continetur utraque ipsarum* GR FL, *&* FG. *Sed cum* RK *sit æqualis* FL, *&* GH *æqualis ipsi* FG,

FG, contentum utraque GR RK, & GH eſt æquale ei, quod utraque GR FL, & FG continetur.

Et figura quæ fit a CA circulus eſt, cuius ſemidiameter poteſt id, quod fit a GH] H
Facta eſt.n. GH *æqualis FG, hoc eſt ipſi* AC, *namque* AC CM MD DN NE EX XF *FG inter ſe ſunt æquales, quod a nobis ſuprà demonſtratum fuit.*

Erunt tres circuli, hoc eſt ſuperficies facta ab AC CD DE EF FG maior, quam cir K
culus, cuius ſemidiameter poteſt quod fit ab AG, circulo , cuius ſemidiameter pót quod GHK continetur] Ex *iis, quę dicta ſunt, ſequitur tres circulos, hoc eſt ſuperficiē factam ab omnibus* AC CD DE EF FG *æqualem eſſe duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter eſt* AG, *& ei cuius ſemidiameter poteſt quod GHK continetur.*

Hoc eſt dimidium eius, quod fit ab FH. At uero dimidiam eius, quod ab FH æ- L
quale eſſe ei, quod continetur GHK ex his patet] *Græcus codex mancus eſt, quē ita reſtituemus* τουτέσι τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ. ὅτι δὲ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ ζθ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ηθκ δῆλον ἐντεῦθεν.

Et quoniam dimidiū eius, quod ab FH ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG] M
Dimidium.n. eius quod ab FH, *hoc eſt rectangulum GHK ſemper minus eſt duplo quadrati ex FG. quod quidem in prima figura manifeſte patet, in qua rectangulum GHK minus eſt quadrato ex* GH, *hoc eſt quadrato ex FG. quare multo minus duplo eiuſdem. In ſecunda uero figura rectā gulum GHK, hoc eſt ex 3. ſecundi lib. elem. quadratum ex GH una cū rectangulo HGK, idcirco minus erit duplo quadrati ex* FG, *quod rectangulū HGK minus ſit quadrato ex GH. etenim recta linea GK ſemper minor eſt, quam FG, quæ maiori angulo ſubtenditur.*

Conſtat ſuperficiem factam ab AC CD DE EF FG circulo , cuius ſemidiameter N
eſt AG una cum duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt FG, minorem eſſe]
Superficies facta ab AC CD DE EF FG *demonſtrata eſt æqualis duobus circulis, uidelicet circulo, cuius ſemidiameter eſt* AG, *& circulo, cuius ſemidiameter poteſt dimidium eius , quod fit ab* FH. *Sed cum dimidium eius, quod ab* FH *ſemper minus ſit duplo quadrati ex* FG, *erit dicta ſuperficies ab* AC CD DE EF FG *minor tribus circulis, uidelicet circulo, cuius ſemidiameter eſt* AG, *& duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt* FG.

Ponatur rectæ lineę GR æqualis RS & ipſi HR æqualis RL] *Hęc demonſtratio ad ſecū* O
dam tantum figuram pertinet; nam primæ figuræ ſequens theorema ſeorſum aptatum eſt.

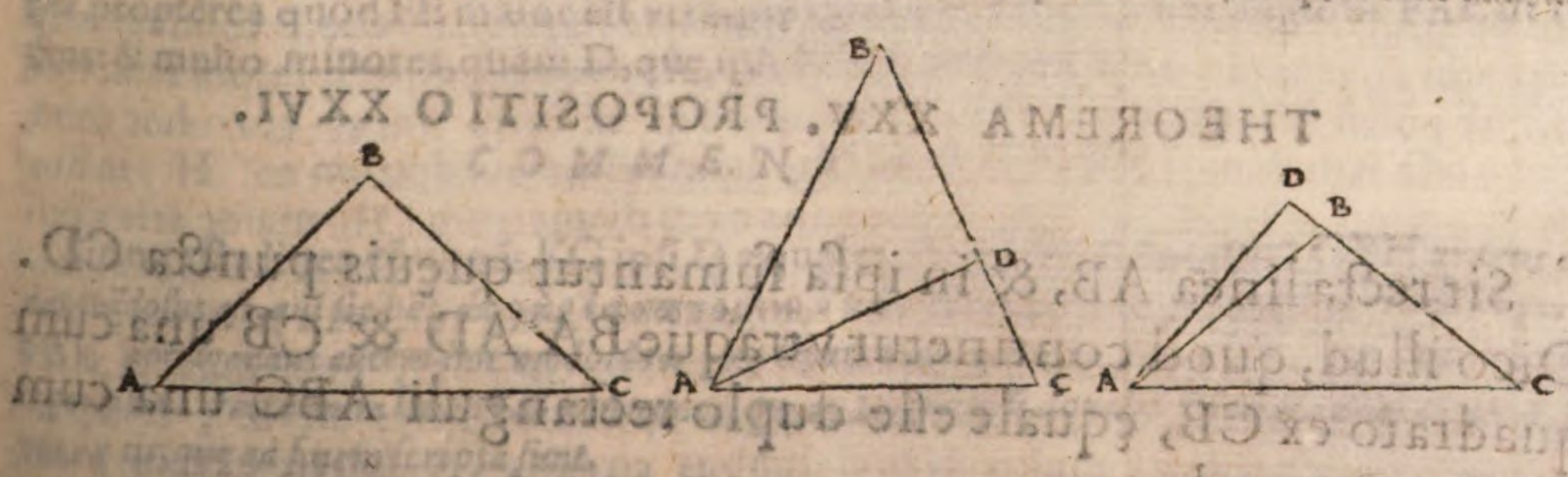
Rectangulum igitur SGH æquale eſt rectangulo LHG una cū duplo quadrati ex P
GH] *Nam rectangulum SGH duplum eſt rectangulū* RGH, *quod SG dupla ſit ipſius* GR RG; *& rectangulum LHG duplum eſt rectanguli RHG cum* LH *ſit dupla ipſius* HR.

Vna cum KHG, hoc eſt cum KGH & quadrato ex GH] *Sequitur hoc ex 3. ſecundi* Q
libri elementorum.

Videlicet, quod utraque ſimul GR RK, & GH cōtinetur, vna cū quadrato ex GH] R
Quod.n. continetur utraque ſimul GR RK, *& GH eſt æquale duobus rectāgulis SGH, et KGH*
Ex iam demonſtratis duo huiuſmodi theoremata elici poſſunt.

THEOREMA PRIMVM.

Sit triangulum æquicrure ABC, & a puncto A ad ipſam BC perpendicularis ducatur AD. Dico rectāgulum DCB dimidio quadrati ex AC æquale eſſe.



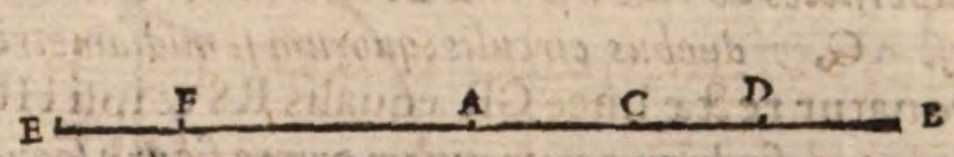
Vel igitur angulus ABC *rectus eſt, uel acutus , vel obtuſus. Si quidem rectus, quod propo*

47 primi *ſitum eſt, manifeſto conſtat, punctum enim D in ipſum* B *cadet. & cum quadratum ex AC æquale ſit duobus quadratis ex AB DC, erit DCB rectangulum, hoc eſt quadratum ex* BC *æquale dimidio quadrati ex AC, cum AB BC inter ſe ſint æquales. Si vero ſit acutus, cadet* D 13 secun. *inter B & C, vt in ſecunda figura. & quadratum ex AC una cum duplo rectanguli CBD æquale erit duobus quadratis ex AB BC. dimidium igitur quadrati ex* AC *una cũ rectangulo* CBD *eſt æquale quadrato ex* BC. *at quadrato ex BC æqualia ſunt vtraque rectangula ſimul* CBD DCB. *ergo communi ſublato* CBD, *relinquetur rectangulum* DCB *dimidio quadrati ex AC æquale. Quòd ſi angulus ABC ſit obtuſus, cadet D in ipſam AB productam extra B, ut in tertia figura. Itaque quoniam quadratum ex AC ſuperat quadrata ex AB BC duplo rectanguli CBD;* 12 secun. *dimidium quadrati ex AC ſuperabit quadratum ex* BC *rectangulo* CBD. *quadratum igitur ex* BC *una cum rectangulo CBD eſt æquale dimidio quadrati ex AC. Sed quadrato ex* 3 secun. BC *una cum rectangulo* CBD *æquale eſt* DCB *rectangulum. ergo rectangulum* DCB *dimidio quadrati ex* AC *æquale erit.*

THEOREMA II.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur quęuis puncta CD. Dico duplum rectanguli ADC una cum BCD rectangulo ęquale eſſe ei, quod vtraque BA AD, & CD continetur, una cum quadrato ex CD.

Producatur AB ex parte A, ſitq;
EA æqualis AD, & FA ęqualis AC.
erit & EF reliqua reliquę CD ęqua-
3 secun. *lis. Quoniam igitur ADC rectangulũ*
æquale eſt rectangulo ACD, una cũ
eo, quod fit ex CD quadrato: duplum



rectanguli ADC ęquale erit duplo rectanguli ACD, *& duplo quadrati ex* CD. *Sed EDC rectangulum duplum eſt rectanguli* ADC *cum ED dupla ſit ipſius* DA. *& eadem ratione rectangulum FCD rectanguli ACD eſt duplum. rectangulum igitur EDC æquale eſt rectangulo* FCD, *& duplo quadrati ex CD. commune apponatur rectangulum* BCD. *ergo EDC rectangulum una cum rectangulo* BCD *eſt æquale rectangulo* FCD *una cum duplo quadrati ex* CD, *& rectangulo* BCD. *rectangulo autem* EDC *una cũ ipſo* BCD,
3 secun. *hoc eſt una cum rectangulo* BDC, *& quadrato ex* CD *æquale eſt id, quod continetur* EB *&* CD, *hoc eſt quod continetur utraque* BA *AD & CD una cum quadrato ex* CD. *at rectangulo* FCD *una cum quadrato ex* CD *æquale eſt* EDC *rectangulo. quadrato autem ex* CD *æquale eſt id, quod EF & CD continetur. ergo rectangulum EDC, hoc eſt duplum rectanguli ADC una cum rectangulo* BCD *eſt æquale ei, quod utraque* BA *AD & CD continetur, una cum eo, quod fit ex* CD *quadrato.*

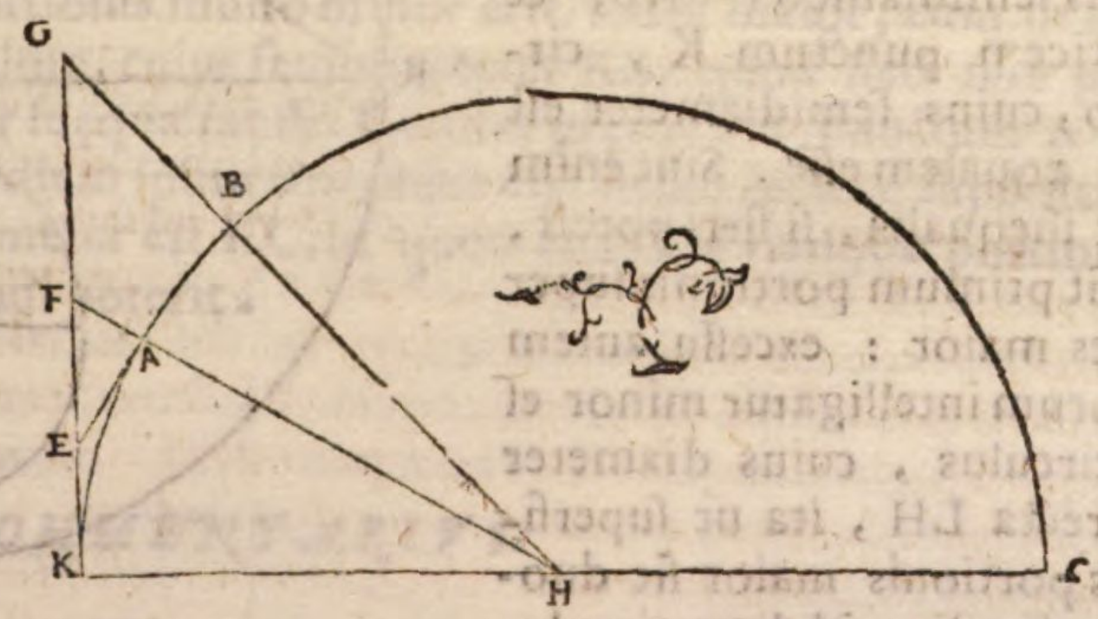
THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVI.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur quęuis puncta CD. Dico illud, quod continetur vtraque BA AD & CB una cum quadrato ex CB, ęquale eſſe duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo.

Ponatur ipsi AD æqualis AE, & ipsi AC æqualis AF. reliqua igitur CD æqualis erit EF. Itaq; cum ABC rectangulum æquale sit rectãgulo ACB vna cũ quadrato ex CB per 3. theorema secũdi libri elementorum; erit rectanguli ABC duplum æquale duplo rectanguli ACB vna cum duplo quadrati ex CB. duplo autem rectanguli ACB æquale est rectangulũ FCB; etenim FC ipsius CA est dupla rectangulum igitur FCB una cum duplo quadrati ex CB æquale est duplo rectanguli ABC. commune apponatur rectangulum, quod continetur CB & EF, hoc est rectangulum BCD. ergo rectangulum ECB vna cum duplo quadrati ex CB est æquale duplo rectanguli ABC vna cum BCD rectangulo. Sed rectangulo ECB vna cum duplo quadrati ex CB æquale est rectangulum EBC vna cum quadrato ex CB: rectangulum enim ECB una cum quadrato ex CB est æquale ipsi EBC rectangulo, ex eodẽm theoremate secundi libri elementorũ. ergo rectangulum EBC, hoc est id, quod utraque BA AD, & CB continetur, una cum quadrato ex CB, est æquale duplo rectanguli ABC una cum BCD rectangulo. A

PROBLEMA II. PROPOS. XXVII.

Sit aliqua circuli circumferentia KBC, & recta linea D. Dico fieri posse, vt infinite abscindatur circumferentia KA quæ ipsius KBC pars existat, ita vt ductæ contingentes AE KE minores sint, quam D recta linea.



Sit enim recta linea contingens KG ipsi D æqualis, & ad centrũ ducatur GBH. Itaque secãtes circũferẽtiã KBC bifariã, & rursus eius dimidium bifariam. hocq; semper facientes, relinquemus quãdã circumferẽtiã, ut KA, quæ minor erit, quã KAB. & ducatur recta linea AE positionẽ contingẽs. ergo AE ipsi EK est æqualis. & factum iam erit, quod proponebatur. ducta enim per HA recta linea ad F, erunt KE EA, quam KF minores, propterea quòd FE maior est vtraque ipsarum AE EK, cum angulus FAE sit rectus: & multo minores, quam D, quæ ipsi KG æqualis ponitur. A B C D

COMMENTARIVS.

Sit. n. recta linea cõtingẽs KG ipsi D æquales. & ad cẽtrũ ducatur] GBH *græcus codex mẽdosus est, qui sic hẽt.* ὡς γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἐλάσσων τῆς δ, καὶ ἐστὶ τὸ κέντρον ἡ βθη *corrigendus autem hoc modo.* ἔσω γὰρ ἐφαπτομένη ἡ κη ἴση τῆ δ, καὶ ἐστὶ τὸ κέντρον ἡ βθ. *recta enim linea KG non minor, quam D, sed ipsi æqualis ponitur, quod etiam apparebit ex us, quæ ad finem scripta sunt.* A

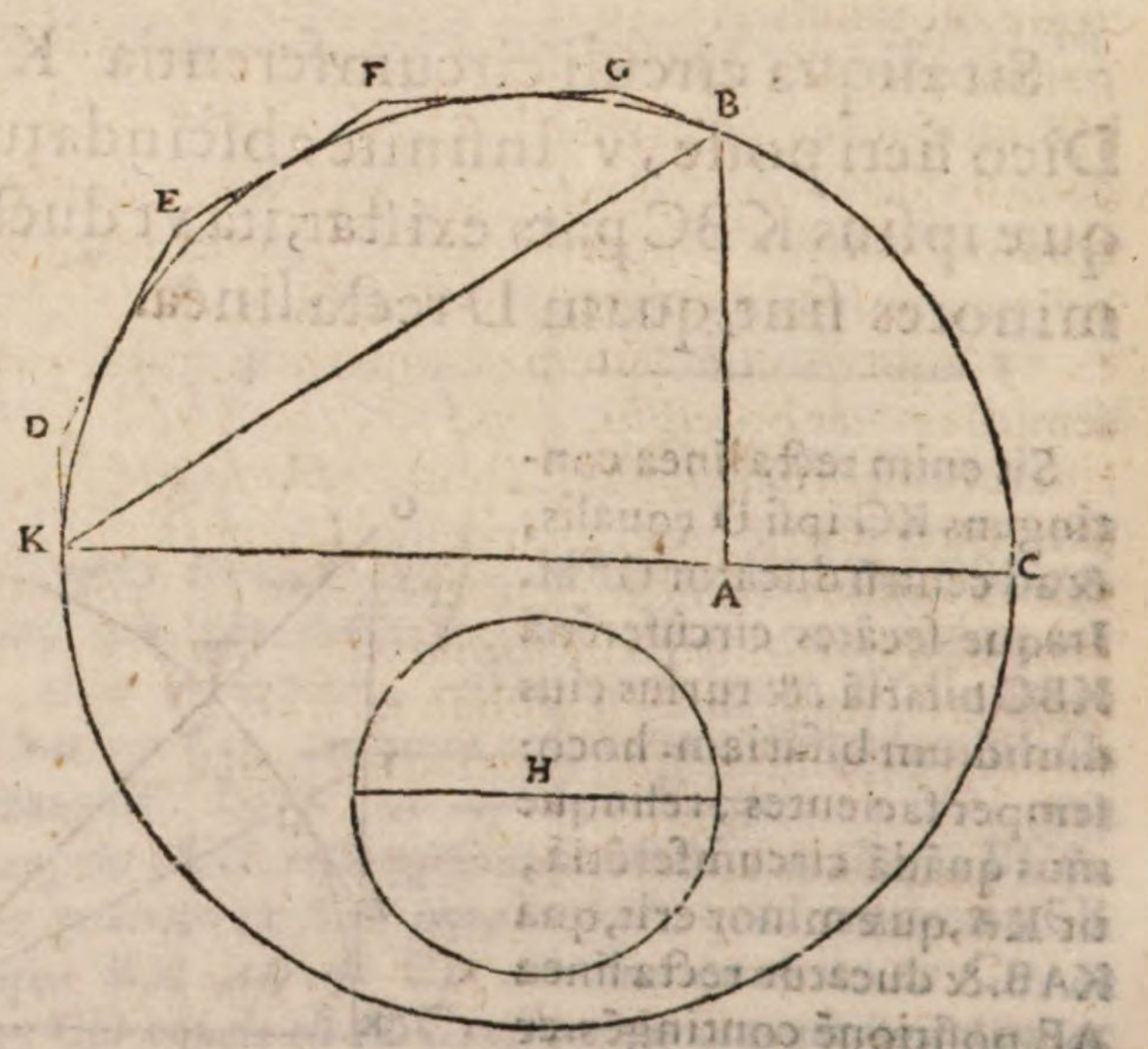
B Relinquemus quàndam circumferentiam, ut KA, quæ minor erit, quam KAB] *Ex prima decimi libri elementorum.*

C Ergo AE ipsi EK est æqualis] *Hoc nos supra in 24. huius demonstrauimus.*

D Propterea quod FE maior est utraque ipsarum AE EK, cum angulus FAE sit rectus] *Recta enim linea* FE, *quæ recto angulo subtenditur, maior est ipsa* E*A ex 19. primi elementorum: & cum* EK *sit utrique communis, erit tota* KF *maior, quam ipsæ* AE EK. *nam si æqualibus, inæqualia addantur, tota erunt inæqualia. Græcus autem codex sic habet* ὀρθῆς ὕυσης τῆς ὑπὸ ζαε, *corrige* ὀρτῆς ὕυσης τῆς ὑπὸ ζα ε.

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVIII.

Omnis portionis sphęrę curua superficies ęqualis est circulo, cuius semidiameter est ęqualis ei, quę ex polo ipsius portionis.



Sit enim portio sphærę, cuius polus est punctum K, & quæ ex polo KB. Circulus autem maximus per K B transiens sit, cuius diameter KC, ad quam perpendicularis ducatur BA. Dico sphæricam superficiem portionis, quæ basim habet circulum, cuius semidiameter AB, & verticem punctum K, circulo, cuius semidiameter est KB æqualem esse. Sint enim hæc inęqualia, si fieri potest, & sit primum portionis superficies maior: excessu autem ipsorum intelligatur minor esse circulus, cuius diameter

A est recta LH, ita ut superficies portionis maior fit duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB, & eo, cuius diameter est H. diuidaturque circumferentia KB in quotcumque partes æquales, & contingentes

B ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita ut unaquæque ipsarum minor sit

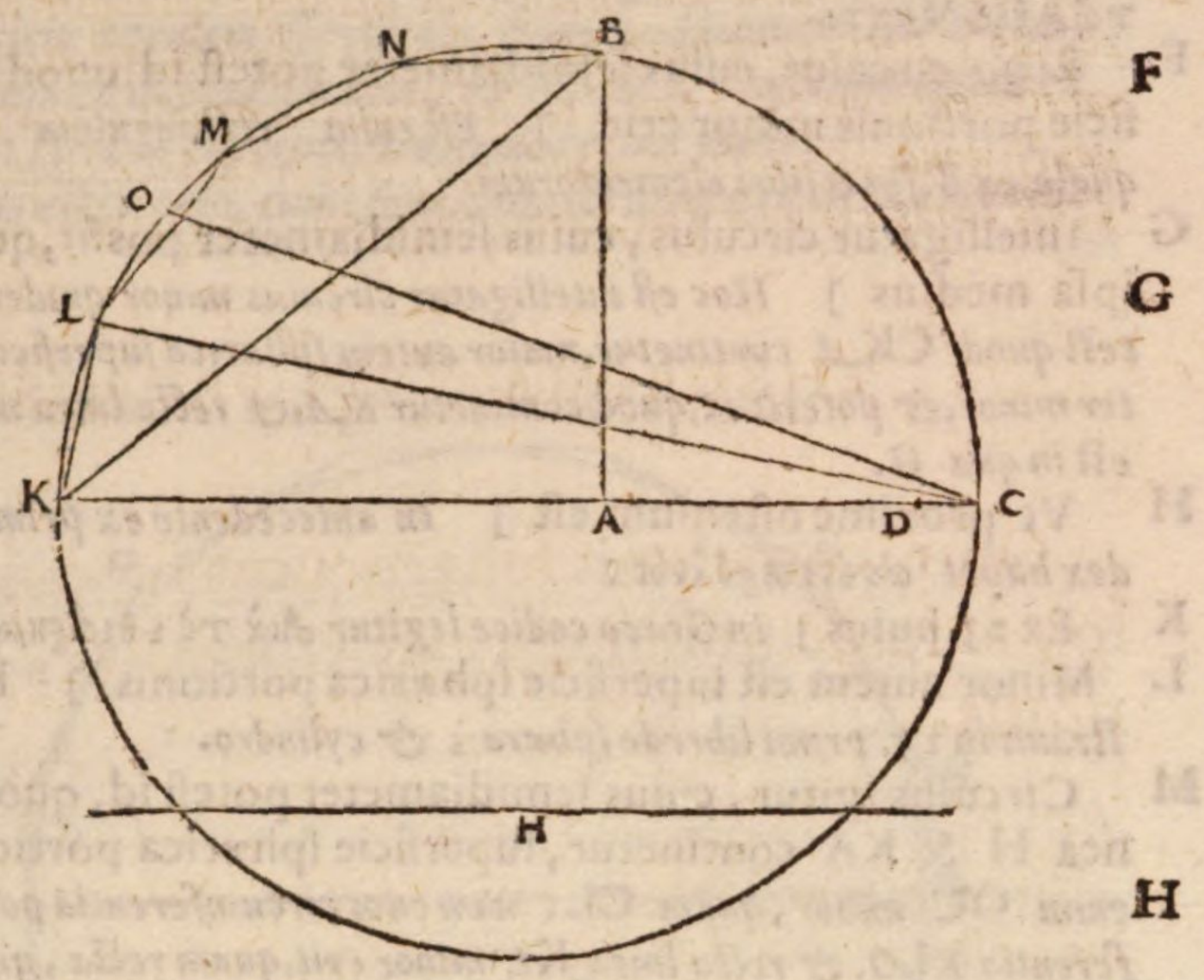
C ea, quæ potest octauam partem quadrati, quod fit ex recta linea H. hoc enim

D fieri posse iam demonstratum est. Quoniam igitur quadratum ex H maius est eo, quod octies fit ex GB; & circulus circa diametrum H maior erit duo-

E bus circulis, quorum semidiameter est GB. hi enim duo circuli una cum circulo, cuius semidiameter est KB, vt demonstratum fuit in 25. huius, maiores sunt superficie facta a rectis lineis contingentibus, quæ quidem circa portionem sphæræ descripta est. erit igitur ipsa superficies minor, & superficies portionis sphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius

ius semidiameter est KB, & circulo, cuius diameter est H. atqui maior ponebatur. quod est absurdum.

Sed sit circulus, cuius semidiameter KB maior superficie sphærica portionis. ergo circulus, cuius semidiameter potest id, quod CKA continetur curua superficie portionis maior erit. Intelligatur circulus, cuius semidiameter posfit id, quod continetur DKA, inter ipsa medius. maior igitur est KC, quam recta linea H. sit ipsi H æqualis CO. & diuidatur circumferentia KOB in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque sit minor circumferentia KLO, vt proxime ostensum est: iunganturque KL LM MN NB. superficies igitur quę ab ipsis fit ex conuersione circa axem KA, quousque ad priorem locum redeat, comprehenditur à superficie portionis, eandemque basim habet; & est æqualis circulo. cuius semidiameter (iuncta CL) potest id, quod LC & KA continetur ex 23 huius; minor autem est superficie sphærica portionis. circulus igitur, cuius semidiameter potest id, quod OC, & KA, hoc est quod recta linea H & KA cõtinetur, superficie sphærica portionis multo mipor erit. sed & maior, cum sit medius inter portionem, & circulum, cuius semidiameter KB. quod fieri non potest. ex quibus sequitur ea inter se æqualia esse. Constat præterea si punctum A sit centrum, portionem esse dimidiam sphæram. atque erit totius sphæræ superficies æqualis circulo, cuius semidiameter est KC, id quod etiam ex vtriusque portionibus qualescumque sint, concludi poterit.



COMMENTARIVS.

A Ita vt superficies portionis maior sit duobus circulis, videlicet circulo, cuius semidiameter est KB, & eo, cuius diameter est H] *Græcus codex diminutus est, & ita corrigendus.* ὥστε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος μείζονα εἶναι τῶν δύο κύκλων, οὗ τε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ κβ, καὶ οὗ διάμετρος ἐστὶν ἡ θ; καὶ διηχήσθω ἡ κβ περιφέρεια εἰς ἴσας ὁποσασοῦν.

B Hoc enim fieri posse, iam demonstratum est] *In antecedente.*

C Quoniam igitur quadratum ex H maius est eo, quod octies fit ex GB.] *In Græco codice habetur.* ἐπεὶ οὖν μείζονές ἐσι τὸ ἀπὸ θ. *sed legendum* ἐπεὶ οὖν μεῖζον ἐσὶ τὸ ἀπὸ θ.

D Et circulus circa diametrum H maior erit duobus circulis, quorum semidiameter est GB] *Quadratum enim ex dupla ipsius* GB *quadruplum est eius, quod fit ex* GB, *per* 20 *sexti libri elementorum. & duo huiusmodi quadrata simul sumpta eiusdem*

sunt

2. duod. *ſunt octupla : & minora quadrato ex H . & cum circuli eandem inter ſe proportionem habeant, quam ipſorum quadrata, erit circulus circa diametrum H maior duobus circulis, quorum diameter eſt dupla ipſius* GB, *hoc eſt quorum ſemidiameter eſt* GB.

E Vt demonſtratum fuit in 25. huius] *In Græco codice legitur* ὡς προδέδεικται τῶ ΗΘ ϑεωρήματι.

F Ergo circulus, cuius ſemidiameter poteſt id, quod CKA continetur, curua ſuperficie portionis maior erit.] *Eſt enim rectangulum* CK*A quadrato ex* KB *æquale, ex* 8. *ſexti libri elementorum.*

G Intelligatur circulus, cuius ſemidiameter posſit, quod continetur DKA inter ipſa medius] *Hoc eſt intelligatur circulus minor quidem circulo, cuius ſemidiameter poteſt quod* CK*A continetur, maior autem ſphærica ſuperficie portionis. erit eius ſemidiameter minor, & poterit id, quod continetur* K*A, & recta linea minore, quam* KC, *quæ ſit* DK, *hoc eſt in qua H.*

H Vt proxime oſtenſum eſt] *In antecedente ex prima decimi libri. Græcus autem codex habet.* ὡς ἐστι πρό ἱνός .

K Ex 23. huius] *In Græco codice legitur* διὰ τὸ ε ϑεώρημα.

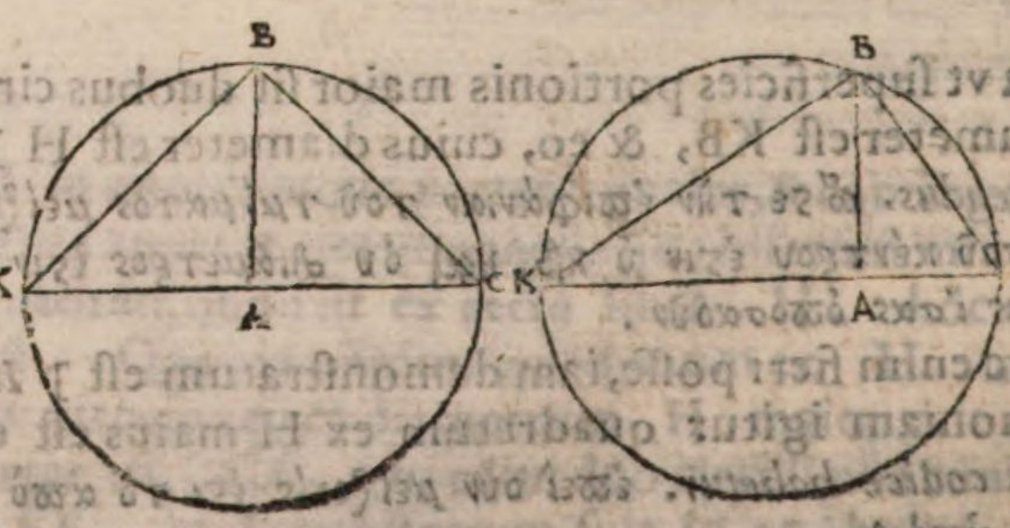
L Minor autem eſt ſuperficie ſphærica portionis] *Ex iis, quæ Archimedes demonſtrauit in* 23. *primi libri de ſphæra, & cylindro.*

M Circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt id, quod OC & KA hoc eſt recta linea H & KA continetur, ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.] *Eſt enim* OC *minor, quàm* CL. *nam cum circumferentia ponatur* KL, *minor, quam circumferentia* KLO, *& recta linea* KL *minor erit, quam recta, quæ ipſi* KO *ſubtenditur, ideoque quadratum ex* KL *minus quadrato ex* KO. *reliquum igitur quadratum ex* LC *reliquo ex* OC *maius erit, & ob id recta linea* LC *maior, quam recta* OC ; *ſunt enim utraque quadrata ex* KL LO, *& ſimiliter utraque ex* KO OC *eidem quadrato ex* A*E æqualia, per* 47. *primi libri elementorum. quare circulus, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur* OC K*A minor eſt eo, cuius ſemidiameter poteſt id. quod* LC KA *continetur, ac propterea circulus, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur* OC KA *ſuperficie ſphærica portionis multo minor erit.*

N Cum ſit medius inter portionem, & circulum, cuius ſemidiameter KB] *Hoc eſt medius inter portionis ſuperficiem, & circulum, cuius ſemidiameter eſt* KB.

O Conſtat præterea ſi punctum A ſit centrum, portionem eſſe dimidiam ſphærã] *Græcus codex mendoſus eſt, & fortaſſe, ita corrigendus.* καὶ δῆλον ὡς ἂν τὸ α κέντρον ἢ γινεται τὸ τμῆμα ἡμισφάιριον,

P Atque erit totius ſphęræ ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt KC] *Græcus codex mendoſus eſt, in quo legitur.* καὶ ἔσαι ἐπιφάνεια τῆς σφάιρας ὅλης ἴσον κύκλῳ οὗσης ἐκ τοῦ ἔσιν ἡ κγ η. *legendum autem, ut arbitror,* ἴσον κύκλῳ οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐσιν ἡ κ γ. *Si igitur manente* KC *ſemicirculus* KBC *conuertatur, quouſque ad priorem locum redeat, portio* KBA *dimidiam ſphæram deſcribet, & ſimiliter* CBA *reliquam dimidiam, erit quie ex iam demonſtratis dimidię ſphæræ* KB*A curua ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter eſt* KB . *& alterius dimidię* CBA *ſuperficies æqualis circulo, cuius ſemidiameter* CB. *ergo totius ſphærę ſuperficies erit æqualis circulo, cuius ſemidiameter* KC . *eſt enim quadratũ ex* KC *duobus quadratis ex* KB BC *æquale per* 47. *primi libri elementorum.*



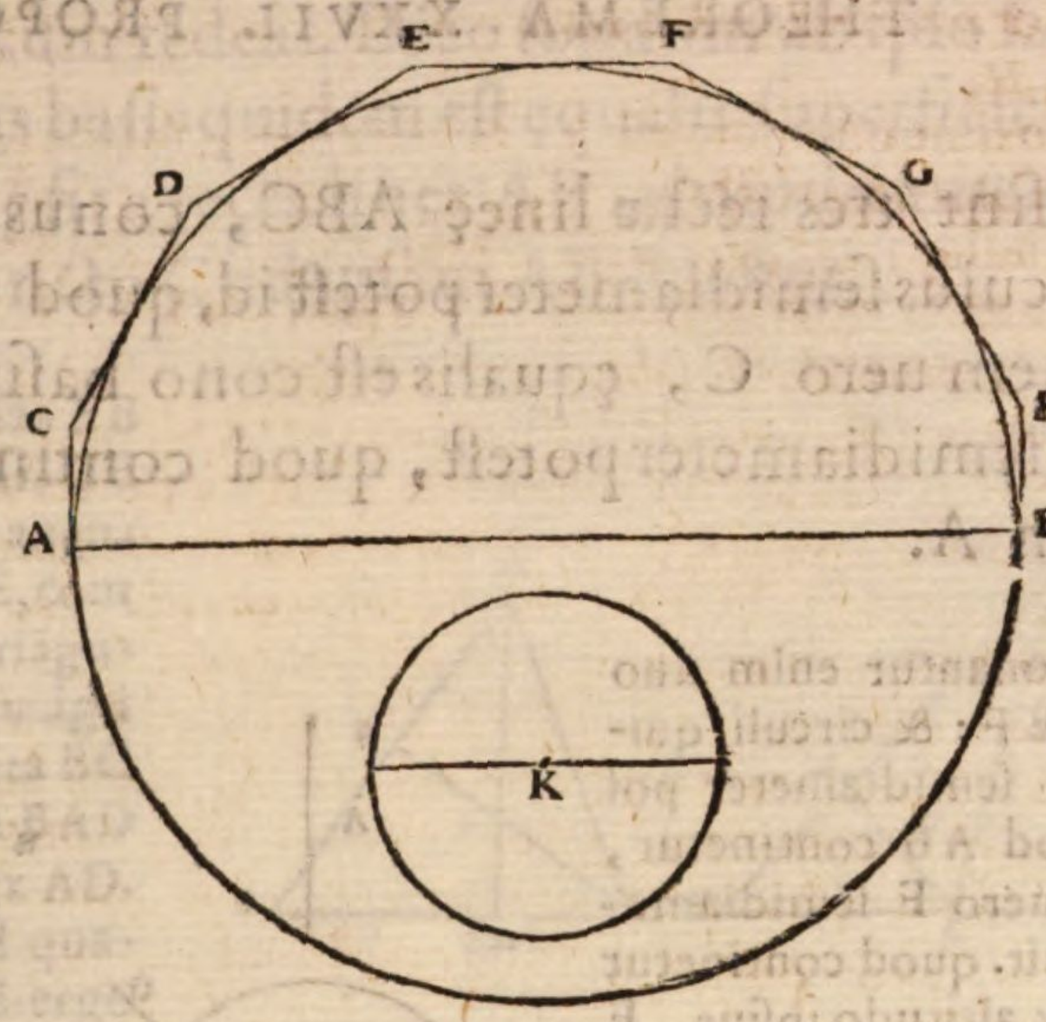
Ex

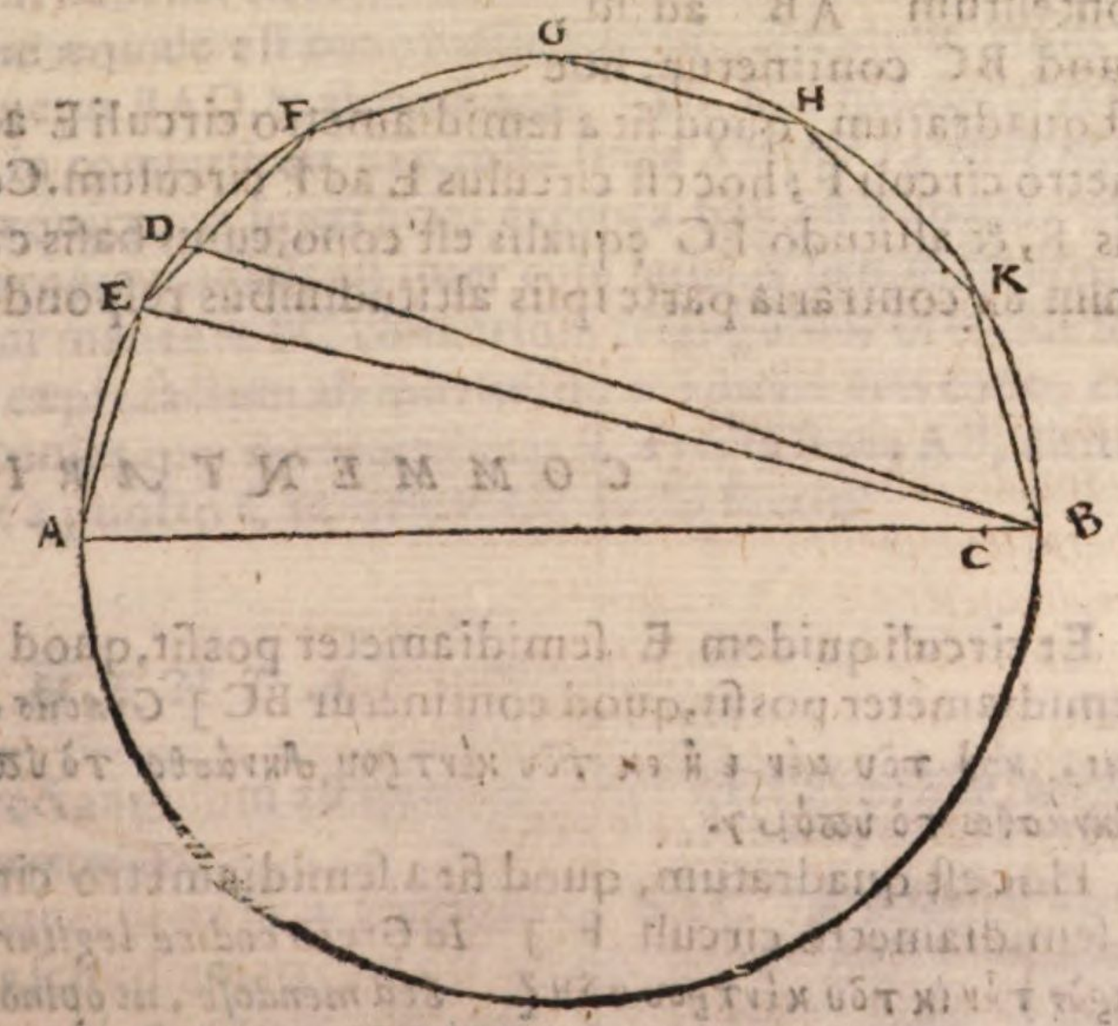
Ex quibus perſpicue patet, totius ſphærę ſuperficiem circuli in ſphæra maximi quadruplam eſſe.

Id, quod etiam ex vtriſque portionibus, qualeſcumque ſint concludi poſſent] Q *Sed non cadat punctum A in centrum, vt in ſecunda figura. Eodem modo demonſtrabitur totius ſphęræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* KC. *etenim quadratum ex* KC *pariter eſt æquale duobus quadratis ex* KB BC. *Poſſumus etiam ex iis, quæ præmiſſa ſunt, aliter ipſius ſphæræ ſuperficiem oſtendere, hoc modo.*

Sphæræ totius ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter diametro circuli in ea maximi eſt æqualis.

Sit ſphæra, & circulus in ea maximus, cuius diameter eſt AB. Dico totius ſphæræ ſuperficiem circulo, cuius ſemidiameter eſt AB, æqualem eſſe. niſi enim ita ſit, erit ſphæræ ſuperficies, vel maior, vel minor dicto circulo. ſit primum maior, ſi fieri poteſt, & exceſſu ipſorum intelligatur minor circulus, cuius ſemidiameter eſt recta linea K, *ita vt ſuperficies ſphæræ maior ſit duobus circulis, circulo ſcilicet, cuius ſemidiameter eſt* AB, *& circulo, cuius diameter* K: *diuidaturque ſemicirculi circumferẽtia in quotcumque partes æquales: & rectæ lineæ contingentes ducantur, quemadmodum in figura apparet, ita tamen, vt vnaquæque ipſarum minor ſit ea, quæ poteſt octauam partem quadrati rectæ lineæ* K. *Itaque quoniam quadratum ex* K *maius eſt eo, quod octies ſit ex* AC, *erit & circulus, cuius diameter* K *maior duobus circulis, quorum ſemidiametri ſunt* AC. *qui quidem duo circuli vna cum circulo, cuius ſediameter* AB *ex 24. huius æquales ſunt ſuperficiei factæ à rectis lineis contingentibus, quæ circa ſphæram deſcripta eſt. ergo ea ſuperficies minor erit, & ſuperficies ſphæræ multo minor duobus circulis, videlicet circulo, cuius ſemidiameter* AB, *& circulo, cuius diameter* K. *ſed & maior ponebatur. quod fieri non poteſt. Quòd ſi circulus, cuius ſemidiameter* AB *ſuperficie ſphærica ſit minor, intelligatur alius circulus inter ipſa medius, cuius ſemidiameter poſſit id, quod* CAB *continetur, hoc eſt minor quidẽ circulo cuius ſemidiameter* AB *ſphærica autem ſuperficie ma-*

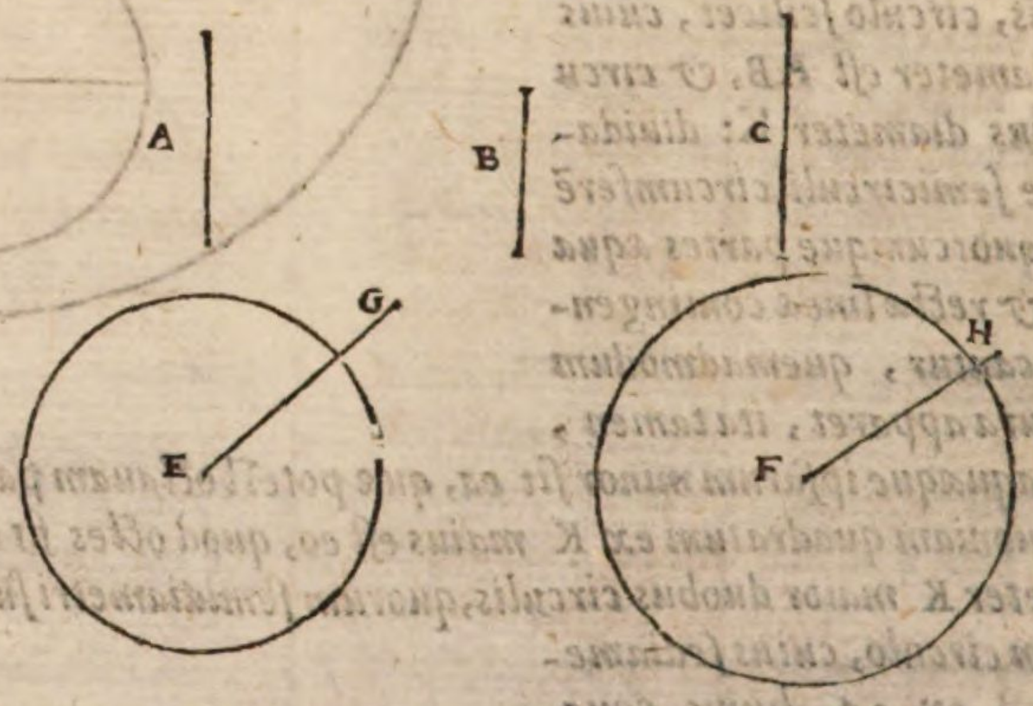




ior erit CA *minor, quam* AB. *Sit ipſi* CA *æqualis* BD, *& ſemicirculi* ADB *circumferentia diuidatur in quotcumque partes æquales, quarum vnaquæque ſit minor, quam* AD: *iunganturque* AE EF FG GH HK KB BE. *ergo ſuperficies, quæ ab ipſis fit ex conuerſione circa* AB, *æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod continetur* EBA *ex* 23. *huius*. *& cum a ſuperficie ſphæræ comprehendatur, ea minor erit*. *eſt autem* DB *minor, quam* BE, *quòd* DA, *maior ſit, quam* AE: *circulus igitur, cuius ſemidiameter poteſt, quod* CBA, *hoc eſt quod* CAB *continetur, multo minor erit ſuperficie ſphæræ*. *Sed & maior, quod eſt abſurdum*. Ex *quibus ſequitur ſuperficiem ſphæræ circulo, cuius ſemidiameter* AB *æqualem eſſe, quod demonſtrare oportebat.*

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXIX.

Si ſint tres rectæ lineę ABC, conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod AB continetur, altitudinem uero C, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BC, & altitudinem A.



A Exponantur enim duo circuli E F: & circuli quidem E ſemidiameter poſſit, quod AB continetur, circuli uero F ſemidiameter poſsit. quod continetur BC, & altitudo ipſius E ſit EG æqualis C: altitudo autem F ſit FH æqualis
1.ſexti. A. Quoniam igitur ut
B A ad C, hoc eſt ut FH ad EG, ita rectangulum contentum AB ad id, quod BC continetur; hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidia-
C metro circuli F; hoc eſt circulus E ad F circulum. Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E, & altitudo EG æqualis eſt cono, cuius baſis circulus F, & altitudo FH. baſes enim ex contraria parte ipſis altitudinibus reſpondeat.

COMMENTARIVS.

Et circuli quidem E ſemidiameter posſit, quod AB continetur, circuli uero F ſemidiameter posſit, quod continetur BC] *Græcus codex mancus eſt, atque ita corrigẽdus*. καὶ τοῦ μέν ε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου, δυνάσθω τὸ ὑπὸ κ β; τοῦ δὲ ζ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δυνάσθω τὸ ὑπὸ β γ.

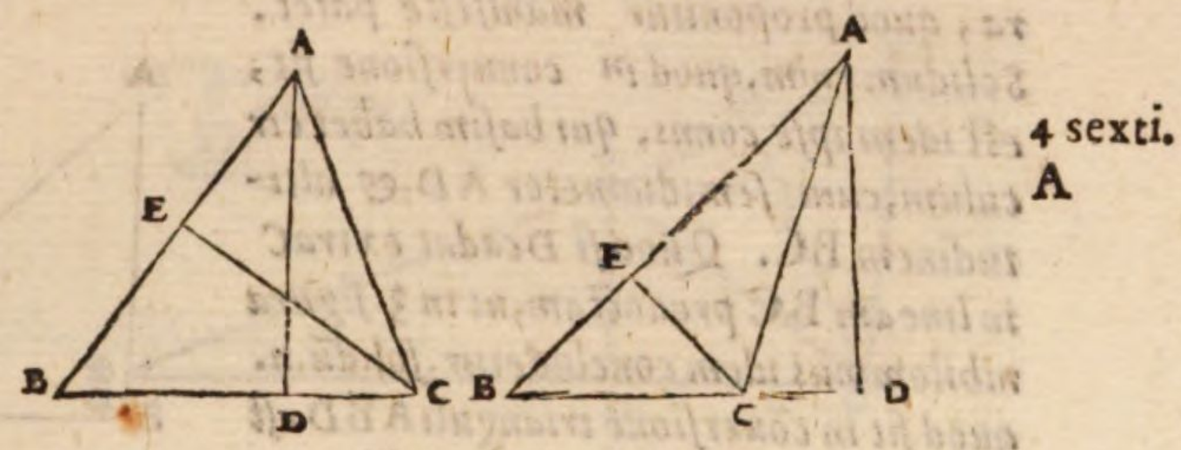
B Hoc eſt quadratum, quod fit a ſemidiametro circuli E ad quadratum, quod a ſemidiametro circuli F] *In Græco codice legitur*, τουτέστιν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ. *Sed mendoſe, ut opinor, non enim eſt, ut rectangulum contentum* AB *ad rectangulum, quod* BC *continetur, ita ſemidiameter circuli* E *ad ſemidiametrum*

metrum circuli F. *quare fortaſſe ita legendum erit.* τουτέστι τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ε πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζ.

Conus igitur, cuius baſis eſt circulus E. & altitudo EG, æqualis eſt cono, cuius baſis C circulus F & altitudo FH.]Fx 15. *duodecimi libri elementorum.*

THEOREMA XXVIII. PROP. XXX.

Sit triangulum ABC, & manente BC uſque eò conuertatur, quoad in eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, cuius baſis quidem eſt æqualis ſuperficiei coni cę, quę in conuerſione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quę a puncto C ad ipſam AB ducitur.



4 sexti. A

A punctis enim AC ad ipſas AB BC perpendiculares ducantur, CE AD. Et quoniam rectus angulus ad D æqualis eſt recto ad E, communis autem, qui ad B; erit triãgulum ABD triangulo BCE æquiãgulum. quare ut BA ad AD, ita BC ad CE. Sed ut BA ad AD, ita BAD rectangulum ad quadratũ ex AD. vt igitur rectangulũ BAD ad quadratum ex AD, ita BC ad CE. ergo conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod BAD continetur, altitudinem vero CE æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC, quoniã rurſus ipſorũ baſes reſpondent altitudinibus ex contraria parte. ſolidum autem quod in conuerſione fit a triãgulo BAC æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC. ergo idem ſolidum æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur BAD, & altitudinem CE. Sed hic circulus eſt æqualis ſuperficies conicæ, quæ in conuerſione fit a recta linea AB per 14. theorema Archimedis. omnis enim coni æquicruris ſuperficies excepta baſi, eſt æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter coni latus, & ſemidiametrum circuli, qui eſt coni baſis. Si igitur manente BC conuerſum triangulum in eundẽ locum reſtituatur, a quo moueri cæpit, factum ab ipſo ſolidum æquale erit cono, cuius baſis eſt æqualis ſuperficiei conicę, quę in conuerſione fit a recta linea AB, altitudo autem perpendicularis, quæ a puncto C ad ipſam AB ducta fuerit.

15. duod. B

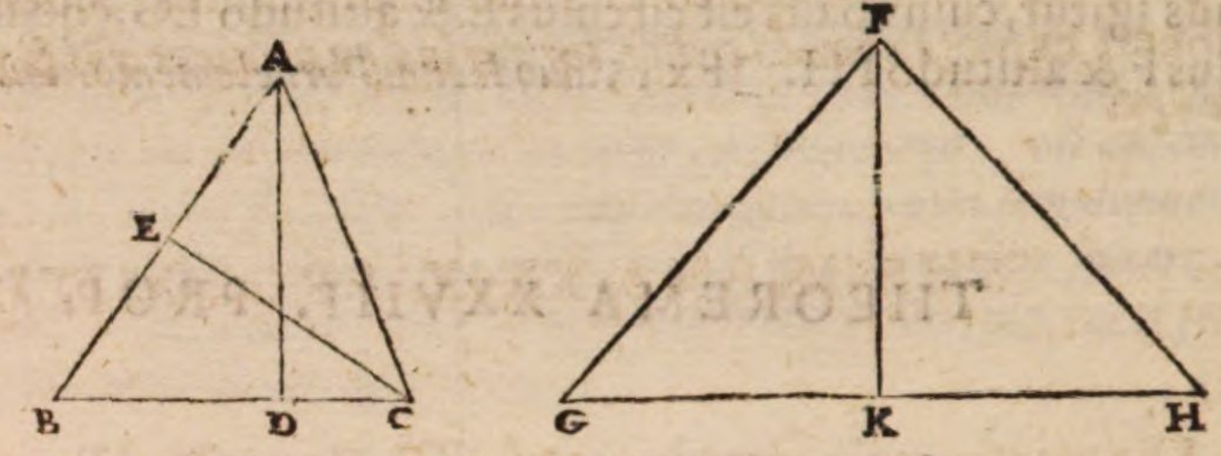
C

COMMENTARIVS.

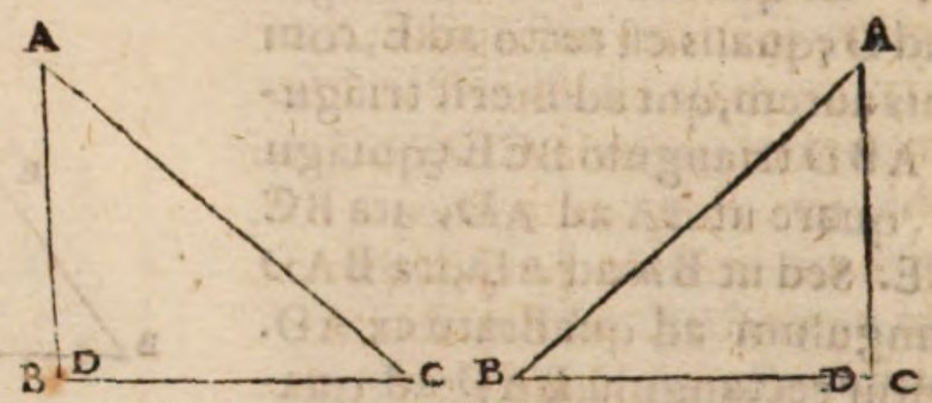
Sed vt BA ad AD, ita BAD rectangulum ad quadratum ex AD] *Ex prima ſexti, uel ex lemmate in 13. decimi libri elementorum.* A

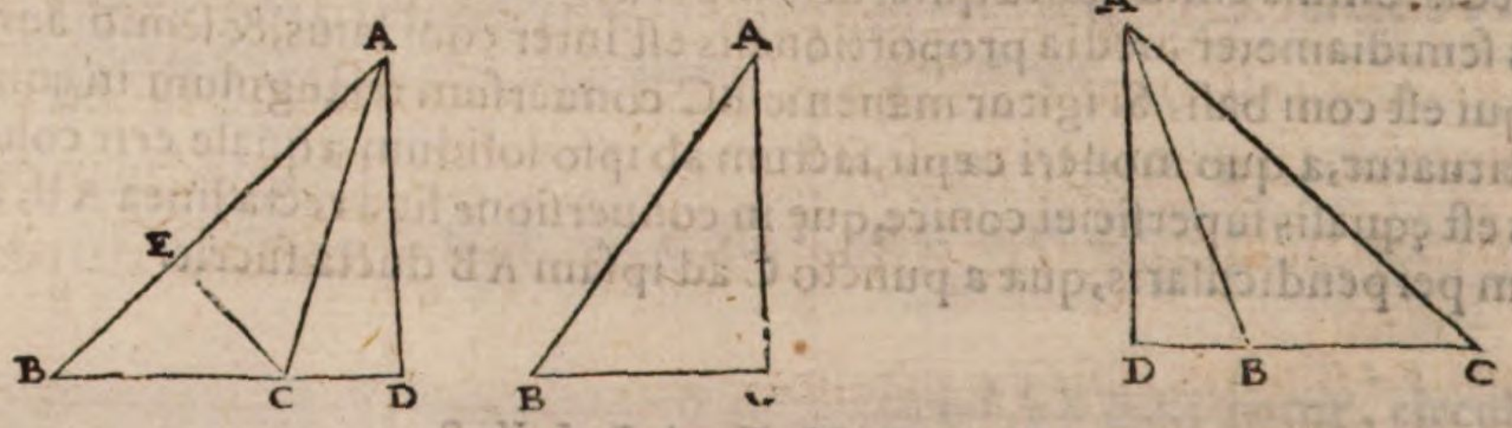
Solidum autem, quod in conuerſione fit a triangulo BAC æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem BC] *Punctum enim D uel cadit inter BC, uel in alterum ipſorum, uel extra. cadat primum* B

inter BC. *ut in prima figura. Si igitur manente* BC *triangulum* BAC *conuertatur fiet solidum constans ex duobus conis, quorum basis est eadem, videlicet circulus, cuius semidiameter* AD, *& alterius quidem altitudo* BD, *qui dicatur conus* BAD: *alterius uero* CD, *qui dicatur* CAD. *Sit præterea alius conus* FGH, *basim habens æqualem circulo, cuius semidiameter* AD, *& altitudinem* FK, *quæ ipsi* BC *sit æqualis. erit hic conus æqualis duobus conis iam dictis. Vt. n.* BAD *conus ad conũ,* CAD *ita altitudo* BD *ad* DC *altitudinem ex* 14. *duodecimi libri elementorum. & componendo, vt duo dicti coni ad conum* CAD, *ita* BC *ad* CD. *Sed ut conus* FGH *ad eundem conũ* CAD. *ita* FK, *hoc est* BC *ad* CD. *duo igitur coni* BAD CAD. *hoc est solidum ex ipsis constans, æquale est cono* FGH, *hoc est cono, basim habenti circulum, cuius semidiameter* AD, *& altitudinem* BC. *Si autem punctum* D *cadat in* B, *uel in* C, *ut in secunda figura, quod proponitur manifeste patet. Solidum enim, quod in conuersione fit, est idem ipse conus, qui basim habet circulum, cuius semidiameter* AD, *& altitudinem* BC. *Quod si* D *cadat extra* C *in lineam* BC *prodoctam, ut in* 3 *figura nihilominus idem concludetur, solidũ. n. quod fit in cõuersione trianguli* ABD *est æquale cono basim habenti circulũ cuius semidiameter* AD, *& altitudinẽ* BD. *solidũ uero quod fit a triãgulo* ACD *æquale est cono basim habenti eandem, & altitudinem* CD, *ergo reliquum solidum, quod fit a triangulo* ABC *est æquale cono, qui est in eadem basi, & altitudinem habet reliquam, videlicet* BC. *Sed vt illud manifestius constet, intelligãtur tres coni in eadem basi, in circulo scilicet, cuius semidiameter* AD. *sitque unius quidem altitudo* BC, *qui dicatur conus* BAC, *alterius autem altitudo* CD, *qui dicatur* CAD, *& tertii altitudo* BD, *qui dicatur* BAD. *Itaque ut conus* BAC *ad conum* CAD,



9 quinti.





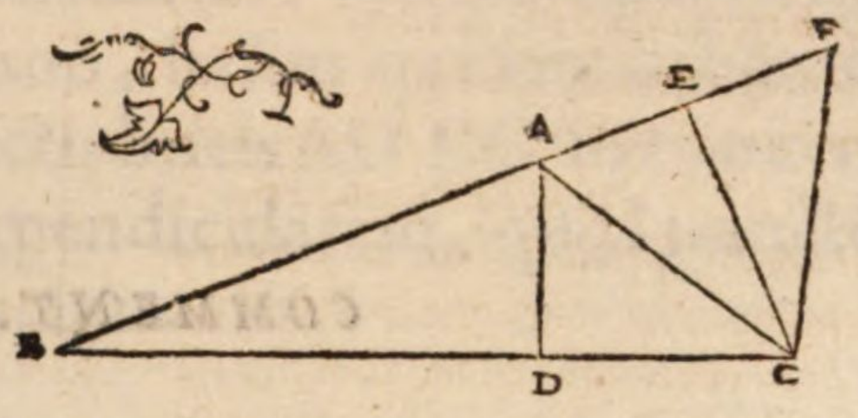
ita est altitudo BC, *ad* CD. *quare & cõponendo ut utrique coni* BAC CAD *ad conũ* CAD, *ita* BD *ad* DC. *conus aũt* BAD *ad eundẽ* CAD *est ut* BD *ad* DC. *ergo utrique coni* BAC CAD *cono* BAD *sũt æquales. si igitur a cono* BAD *auferatur conus* CAD, *relinquetur* BAC *conus. quare solidũ, qđ ĩ cõuersione fit a triãgulo* BAC *ẽ æquale cono basim hñti circulũ, cuius semidiameter* AD, *& altitudinẽ* BC. *Eodẽ mõ fiet demõstratio si pũctũ* D *cadat extra* B. *ut in* 4. *figura. erunt. n. duo coni* CAB, BAD *uni cono* CAD *æquales. quare si ab eo auferatur* BAD, *reliquus*

quus erit conus CAB, qui baſim habebit circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinẽ CB.

Si igitur manente BC conuerſum triangulum in eũdem locum reſtituatur, a quo moueri cæpit] *In Græco codice legitur ἐν ἄρα μενούσης τῆς βγ. legendum uero, ut opinor,* ἴση ἄρα.

THEOREMA XXIX. PROPOSITIO XXXI.

Sit rurſus triangulum ACF, & recta linea, vt contingit BC; qua manente conuertatur triangulum quouſque ad eundem locum redeat. Dico ſolidum ab ipſo factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti circulum æqualem ſuperficiei, quę in conuerſione fit a recta linea AF, altitudinem vero perpendicularem, quę a puncto C ad ipſam AF ducitur.

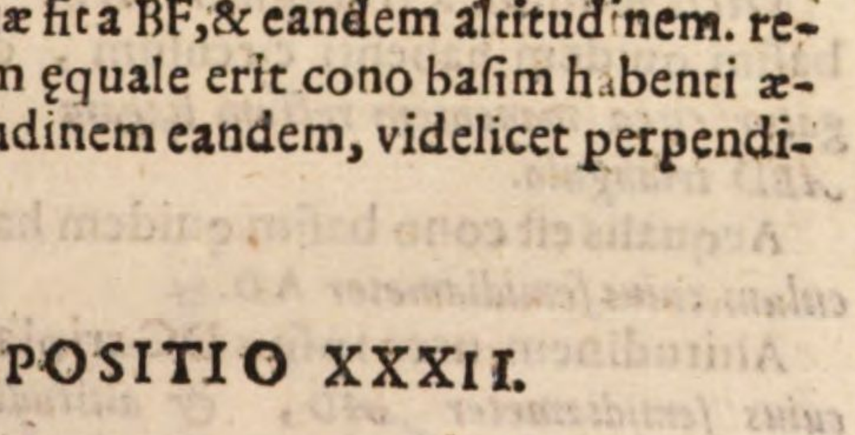


Producatur FA vſque ad B. ergo ob id, quod proxime oſtendimus, ſolidum a triãgulo ABC factum æquale eſt cono, qui baſim habet æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a recta linea AB, altitudinem uero perpendicularem a puncto C ad BA ductam. ſolidum autem, quod fit a triangulo BFC ſimiliter eſt æquale cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quæ fit a BF, & eandem altitudinem. reliquum igitur ſolidum a triangulo ACF factum æquale erit cono baſim habenti æqualem ſuperficiei coni, quę fit ab AF, & altitudinem eandem, videlicet perpendicularem, quæ a puncto C ad AF ducitur.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXXII.

Sit recta linea AF parallela ipſi BC, & perpendiculares CF AD ducãtur. Dico ſolidũ a triãgulo ABF in cõuerſione factũ æquale eſſe cono baſim quidẽ habenti circulũ, cuius ſemidiameter eſt CF, altitudinẽ uero rectę lineę AF, hoc eſt ipſius DC duplam.

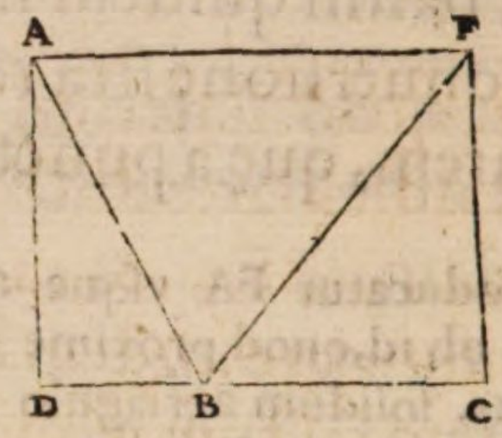
Quoniã. n. cylindrus, qui fit a parallelogramo AC æqualis eſt cono baſim quidẽ habẽti AD, altitudinẽ uero ipſius DC triplam; conus autem qui fit a triangulo ABD baſim eandem habet, & altitudinẽ BD: erit ſolidum factum a triangulo ABD vna cum parallelogrammo ADCF æquale cono baſim habenti eandem, &



altitudinem BD una cum tripla ipſius DC. communis auferatur conus, qui fit a triangulo BCF, eandemque baſim habet, & altitudinem BD una cum DC ſemel ſumpta. reliquum igitur ſolidum factum a triangulo ABF æquale eſt cono eandem baſim habenti CF, & altitudinem ipſius DC, uel AF duplam.

Sed illud etiam conſtat, ſuperficiei cylindricę, quæ fit ab AF æqualem eſſe circulum, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri. hoc enim Archimedes in 13. theoremate primi libri de ſphęra & cylindro demonſtrauit. quare ſuperficies, quæ fit ab AF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis FCD continetur.

Si uero B cadat inter D C, quod propo-
E ſitum eſt facilius oſtendetur. cylindrus enim a paral-
logrammo ADCF factus, eandemque baſim ha
bens, quam coni qui fiunt a triangulis ABD
BC, & altitudinem DA, ipſos excedit cono,
qui eſt in eadem baſi, & altitudinem habet ipſius
DC duplam. quare & ſolidum a triangulo ABF
factum eidem cono eſt ęquale. quod oſtendere o-
portebat.



COMMENTARIVS.

A Dico ſolidum a triangulo ABF in conuerſione factum, æquale eſſe cono baſim quidem habenti circulum, cuius ſemidiameter eſt CF &c.] *Intelligatur circa manentem rectam lineam BDC conuerti parallelogrammum AC una cum ABD triangulo.*

B Aequalis eſt cono baſim quidem habenti AD.] *Hoc eſt æqualis cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter AD.*

C Altitudinem uero ipſius DC triplam] *Eſt enim conus, qui baſim habet circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem triplam ipſius DC, tertia pars cylindri*
10 duod. 14 9 quinti *baſim eandem habentis, & ęqualem altitudinem: cuius ipſius cylindri tertia quoque pars eſt cylindrus, qui in eadem baſi conſtituitur, & altitudinem habet DC. hic igitur cylindrus æqualis eſt cono baſim eandem habenti, & altitudinem ipſius DC triplam.*

D Quare ſuperficies, quę fit ab AF æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod bis FCD continetur] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur* ὥσε ἡ ὑπὸ τῆς α β γινομένης ἐπιφανείας, ἴσον ἐστὶ τῷ ΛΙΣ ἀπὸ τῶ ζ γ Λ. *corrigendus autem eſt in hanc ſententiam,* ὥσε ἡ ἀπὸ τῆς α β γινομένης ἐπιφάνεια ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου δύναται τὸ ΛΙΣ ὑπὸ ζ γ Λ. *nam ſi cylindri ſuperficies æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter cylindri latus, & diametrum baſis cylindri, ut Archimedes demonſtrauit in xiii. theoremate primi libri de ſphæra, & cylindro, erit ſuperficies facta ab AF æqualis circulo, cuius ſemidiameter poteſt id, quod dupla ipſius FC continetur, & CD: hoc eſt quod bis FCD continetur. eſt enim FC ſemidiameter baſis cylindri, & CD latus eiuſdem.*

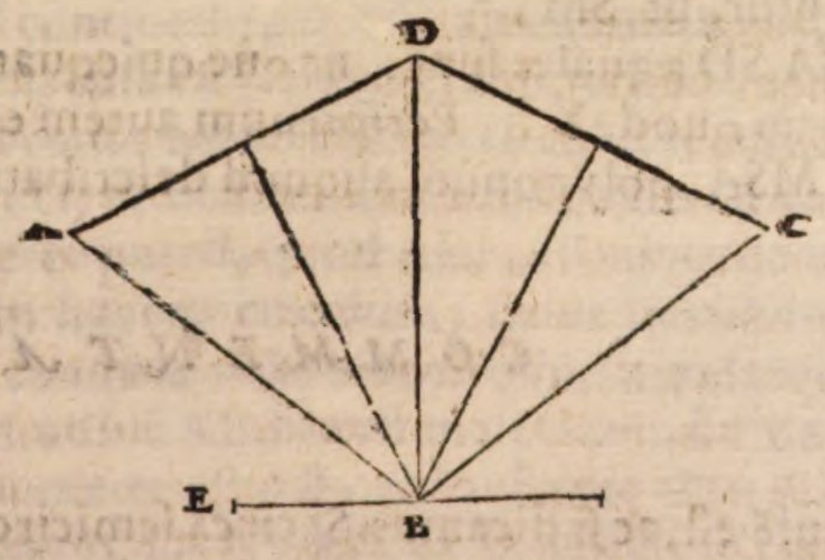
E Cylindrus enim a parallelogrammo ADCF factus, eandemque baſim habens, quam coni, qui fiunt a triangulis ABD FBC, &c.] *Cylindrus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter AD, & altitudinem DC eſt æqualis cono, qui baſim eandem*

dem habet, & altitudinem ipsius DC triplam. At duo coni, qui fiunt à triangulis ABD FBC sunt æquales cono basim habenti eandem, & altitudinem DC, vt superius demonstratum est. ergo cylindrus hunc ipsum conum excedit cono, qui basim eandem habet, & altitudinem duplam ipsius DC. sed etiam excedit solido, quod fit a triangulo ABF. dictum igitur solidum eidem cono æquale sit necesse est. In Græco codice legitur. ὁ γὰρ ὑτὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ὑπὸ τοῦ αβδ ζβγ τρίγωνον &c. *legendũ autem est, vt opinor,* ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ αδγζ παραλληλογράμμου γινόμενος κύλινδρος τοῖς ἀπὸ τῶν αβδ ζβγ τριγώνων γινομένοις κώνοις.

THEOREMA XXXI. PROP. XXXIII.

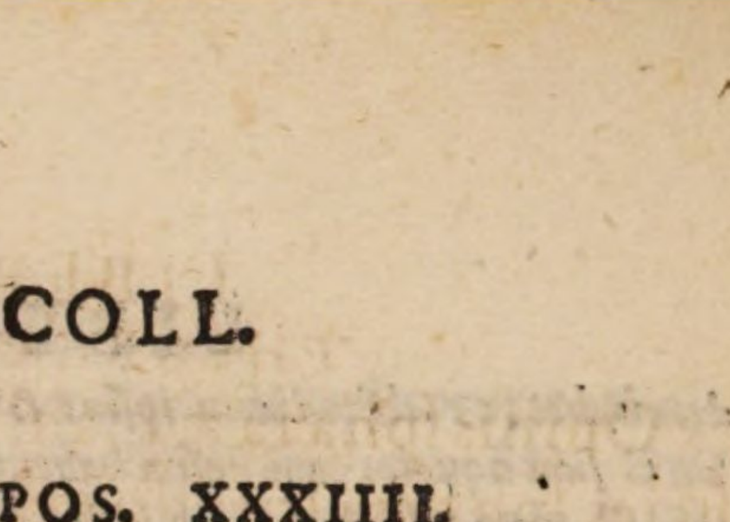
Sit quadrilaterum ABCD, à puncto B ad ipsas AD DC perpendiculares ductę sint ęquales. ducatur autem recta linea quædam BE, & ea manente conuertatur quadrilaterum quousquein eundem locum restituatur. Dico solidum à quadrilatero factum æquale esse cono, basim quidem habenti æqualem superficiebus, quę a rectis lineis AD DC in conuersione fiunt, altitudinem vero perpendiculatem, quę à puncto B ad vnam ipsarum AD DC ducitur.

Iungatur BD. ergo solidum a quadrilatero factum est idem, quod fit a triangulis ABD DCB. & proxime ostensum est, quod fit a triãgulo ABD æquale esse cono basim habenti æqualem superficiei factæ ab ipsa AD altitudinem vero perpendicularem a puncto B ad AD, vel DC ductam: quod autẽ fit a triangulo DBC æquale cono, cuius basis est æqualis superficiei factę a DC, & altitudo eadem. ergo totum solidum a quadrilatero factum æquale erit cono basim quidem habenti æqualem superficiebus, quæ ab ipsis AD DC in conuersione fiunt, altitudinam vero perpendicularem, quæ a puncto B ad alterum ipsarum AD DC ducta fuerit.

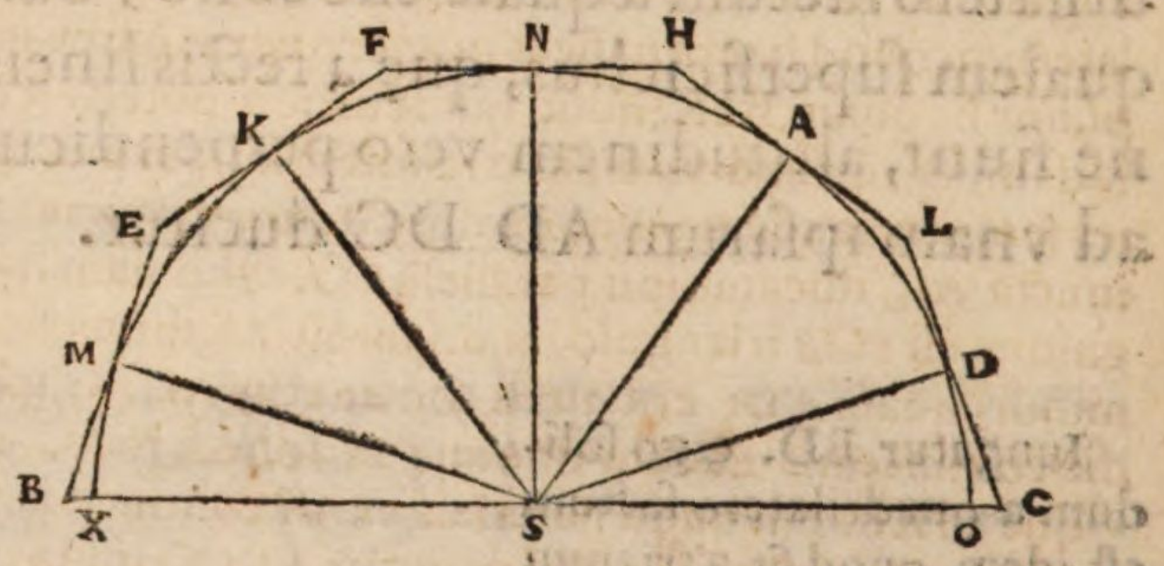


THEOREMA XXXII. PROPOS. XXXIIII.

Quòd ſi pro quadrilatero quinquelaterum ſit DABFC, &quotcumque latera habens, ita ut a puncto B ad vnamquamque ipſarum AD DC CF perpendiculares ductæ ſint æquales, ſimiliter oſtendetur ſolidum a polygono factum æquale eſſe cono, baſim quidem habenti æqualem ſuperficiebus, quæ ab ipſis AD DC CF fiunt; altitudinem uero vnam aliquam dictarum perpendicularium. & nihil differt, ſi extrema ipſi AB congruat.



A Idem autem eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculum, cuius centrum S polygonum ali-
B quod deſcribatur, quotcumque latera habeas ut BEFHLC, & manente BC polygonum conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factũ, quod etiam deſcriptũ eſt circa ſphæram, quã facit ſemicirculus, æquale eſt cono, baſim quidẽ habenti ſuperficiẽ, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem uero ſemidiametrum ſphæræ. omnes enim perpendiculares, quæ a puncto S ad latera ducuntur, ut SM, SK, SN, SA SD æquales ſunt. ne qùe quicquam differt, ſi D idem ſit, quod O, uel M idem quod X. Perſpicuum autem eſt, etiam ſi circa ſectorem circuli, ut XSA, vel MSA polygonum aliquod deſcribatur, eadem prorſus demonſtrari.



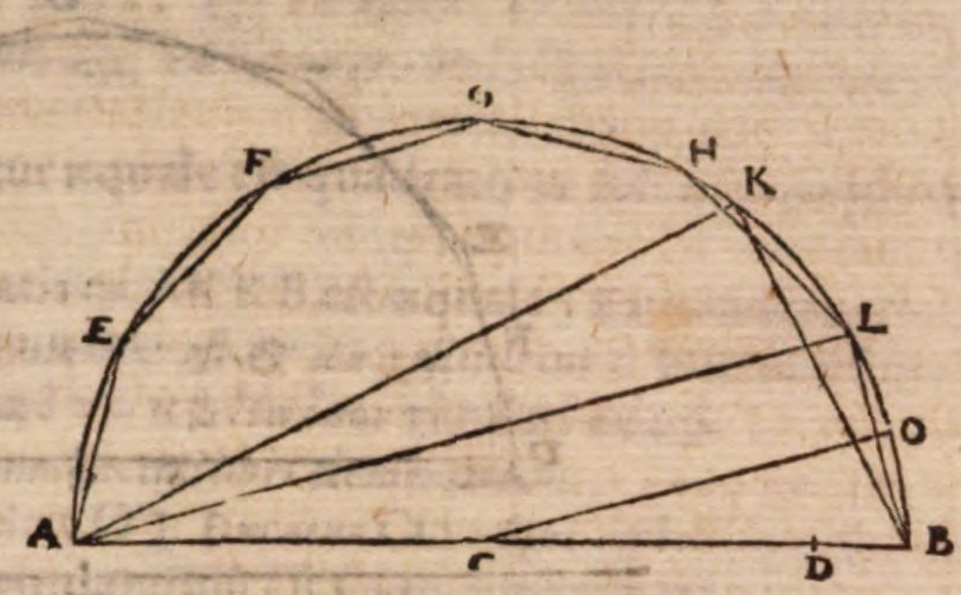
COMMENTARIVS.

A Idem autẽ eſt, ac ſi dicamus. Si circa ſemicirculũ, cuius centrum S, polygonũ aliquod deſcribatur, quotcum que latera habens, &c.] *Non.n. quadrilaterum, uel quinque laterum, vel plurilaterum eiuſmodi fieri poteſt, niſi circa ſemicirculi circumferentiam deſcribatur. Idẽ quoque intelligendũ eſt de polygono æquilatero ſemicirculi circumferentiæ inſcripto, nam ſi diametro manente conuertatur, quouſque ad eundem locum redeat, ſolidum ab ipſo factum, quod & ſphæræ inſcriptum eſt, æquale erit cono baſim habenti ſuperficiem, quæ in conuerſione fit a polygoni lateribus, altitudinem uero perpendicularem, quę a centro ad vnum aliquod latus ducta fuerit.*

B Quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quã facit ſemicirculus] *Græcus codex.* ὃ ἀλλὰ καὶ περιγέγραπται περὶ τὴν σφάιραν καὶ ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον. *Sed legendum puto,* περὶ τὴν σφάιραν ἣν ποιεῖ τὸ ἡμικύκλιον.

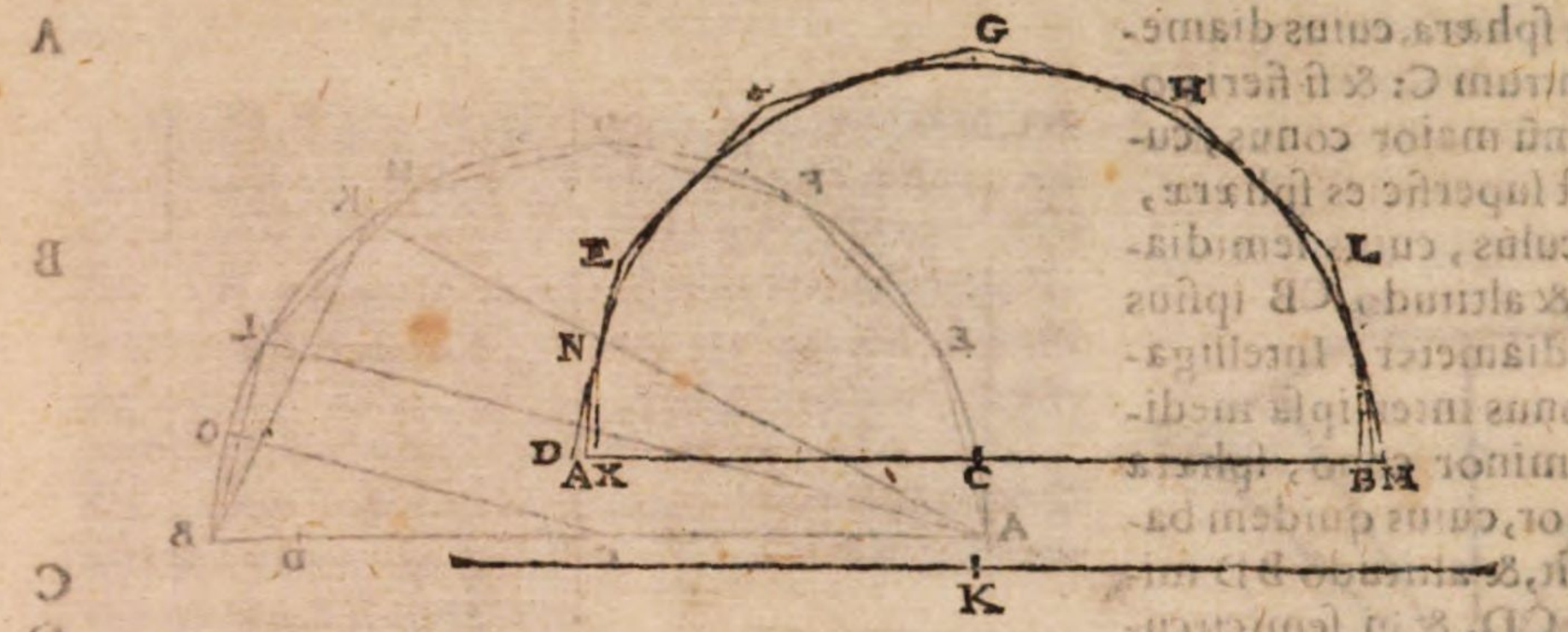
THEOREMA XLI. PROPOS. XLI.

Omnis ſphæra æqualis eſt cono, cuius baſis quidem eſt ſuperficies ſphære, altitudo vero eiuſdem ſemidiameter.



Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C: & ſi fieri poteſt, ſit primũ maior conus, cuius baſis eſt ſuperficies ſphæræ, hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB, & altitudo CB ipſius ſpæræ ſemidiameter. Intelligatur alius conus inter ipſa medius, hoc eſt minor cono, ſphæra autem maior, cuius quidem baſis eadem ſit, & altitudo BD minor. quam CD. & in ſemicirculo AEB ducatur AK, quæ poſſit id quod bis continetur AB CD. ergo reliquum, hoc eſt, quod bis ABD contiuetur, æquale eſt ei, quod fit à BK, & eorum dimidia; videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & eius dimidia continetur. quod enim continetur bis ABD vna cum contento bis AB CD., hoc eſt, quod bis ABC continetur æquale eſt quadrato ex AB. quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB eſt æquale, cum angulus ad K in ſemicirculo rectus ſit. Deſcribatur in ſemicirculo polygonũ æquilaterum, quod latera habeat numero paria AEFGHLB, ita vt circumferentia BL minor ſit quam BLK. quod quidem fieri poteſt. ſecantes enim ſemicirculum bifariam, & rurſus dimidiam circumferentiam bifariam ſecantes, atque hoc facientes ſemper, tandem relinquemus circumferentiam minorem, quam BLK, vt BL. & iuncta AL, ducatur ipſi parallela CO. Quoniam igitur triangulum ALB æquiangulum eſt COB triangulo, & dupla eſt AL ipſius CO, & LB dupla BO; eſt hue LB minor, quam AL: erit quod continetur AL CO maius eo, quod LB & eius dimidia continetur. Eadem quoque ratione ſi per C. ipſi AK parallelam duxerimus vſque ad KB: erit quod parallela ex AK continetur, maius eo, quod continetur KB, aque eius dimidia contentum igitur AL CO multo maius eſt eo, quod eiſdem cõtinetur. hoc eſt ABD rectangulo. quare conus baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod continetur AL CO, altitudinem vero AB, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter poteſt id, quod ABD continetur, & altitudinem AB. Sed conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod continetur AL CO, & altitudinem AB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt, quod AL, AB continetur, & altitudinem CO. hic igitur conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter põt quod LAB, & altitudinẽ CO, maior ẽ cono baſim habẽte circulũ, cuius ſemidiameter poteſt, quod ABD, continetur, & altitudinẽ AB: hoc eſt maius cono huic æquali, qui baſim hebet circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero BD. vt enim quadratum ex AB ad ABD rectangulum, ita AB ad BD. & oſtenſum eſt in 23. huius ſuperficiens factam ab omnibus polygoni lateribus ex ſimili conuerſione, æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter poteſt id quod LAB continetur, conus igitur baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod LAB continetur, & altitudinem CO, qui quidem eſt æqualis figuræ ſolidæ ib ſphæra deſcriptæ, maior eſt cono baſim habente circulum, cuius ſemidiameter AB. & altitudinem BD. quare & ſolida figura iam dicta maior eſt cono, cuius baſis ſemidiameter eſt AB, altitudo autem BD. ſed etiam hic conus poſitus eſt maior ſphæra. ſolida igitur figura in ſphæra deſcripta multo maior erit, quam ipſa ſphæra. quod fieri non poteſt.

Sit



Sit autem ſphæra minor dictus conus, baſim quidem habens circulum, cuius ſemidiameter eſt AB, altitudinem vero CB, hoc eſt conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem AB. vt enim AB ad BC, ita eſt quadratum ex AB ad ABC rectangulum. & inter ſphæram & conum intelligatur alius conus medius, cuius baſis ſit eadem, & altitudo recta linea K maior, quam AB. circa ſemicirculum vero deſcribatur polygonum æquilaterum, ita vt vnum latus DE minus ſit exceſſu, quo recta linea K ipſam AB excedit, atque eſt DE maior, quã vtraque ſimul DA BM, ſiquidem & DN maior eſt, quam DA. ergo DM, quam K minor erit. Quoniam autem ſuperficies, quæ a polygono fit ex ſimili conuerſione circa axem DM æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter poteſt, quod DM AB continetur, patet ſolidum a polygono factum, quod etiam deſcriptum eſt circa ſphæram, quam facit ſemicirculus, æquale eſſe cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM AB, & altitudinem CB ipſius ſphæræ ſemidiametrum ex 35. huius. Sed conus baſim habens circulum cuius ſemidiameter poteſt quod continetur DM AB, & altitudinem CB, æqualis eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinẽ DM, cum baſes ex contraria parte altitudinibus reſpondeant. eſt enim vt id, quod continetur DM AB ad rectangulum ABC, ita DM ad BC. Solidum igitur a polygono factũ æquale eſt cono baſim habenti circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem DM. eſt autem K maior, quam DM: & conus baſim habens circulum, cuius ſemidiameter poteſt quod ABC continetur, & altitudinem K, minor eſt ſphæra. quare ſolidum circa ſphæram deſcriptum ipſa ſphæra multo minus erit. quod fieri non poteſt. conus igitur ſphæra neceſſario eſt æqualis.

COMMENTARIVS.

Sit enim ſphæra, cuius diameter AB, centrum C] *Græcus codex* ἴσω γὰρ σφαίρᾳ, ἧς
A *διὰμετρος ἡ* α *δ. Sed legendum* ἡ α β.

Hoc eſt circulus, cuius ſemidiameter AB] *Ex 29. huius.*

B Et altitudo BD. minor, quam CD] *Græcus codex* ὕτος δὲ ἡ βδ *legendum autem*
C *ἡ β δ.*

Et in ſemicirculo AEB ducatur AK, quæ poſſit id, quod bis continetur,
D AB CD.] *Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet,* καὶ ἡ μ. κυκλίου οὗτος

τοῦ

τοῦ α β ε ἐλλειχθη ἡ. *Sed forte legendum erit.* καὶ ἡμικυκλίου ὄντος τοῦ α ε β ἤχθω ἡ α κ.

Et eorum dimidia, videlicet quod continetur ABD æquale ei, quod BK & E eius dimidia continetur] *Græcus codex.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β Δ ἴσόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς ἐπὶ τὰ β κ. *legendum autem puto.* καὶ τὰ ἥμισυ, τὸ ὑπὸ α β Δ ἴσον ἐστι τῷ ὑπὸ τῆς ἐπὶ τὰ β κ, καὶ τῆς ἡμισείας. F

Hoc est quod bis ABC continetur æquale est quadrato ex AB] *Ex prima secundi libri elementorum.*

Quadratum autem ex AB quadratis ex AK KB est æquale] *Ex penultima primi libri elementorum. Græcus autem codex diminutus est, & ita restituetur.* τουτέστι τὸ Δὶς ὑπὸ α β γὰρ ἴσόν ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς α β. τὸ δὲ ἀπὸ τῆ. α β ἐστιν ἴσον τοῖς ἀπὸ α κ κ β. G

Quod quidem fieri potest] *Ex prima decimi libri elementorum.* H

Et iuncta AL ducatur ipsi parallela CO] *Ducatur* CO *vsque ad* LB, *quã in* O *secet.* K

Quoniã igitur triangulum ALB æquiangulũ est COB triãgulo] *est. n. angulus* OCB *æqualis angulo* LAB, *&* COB *æqualis ipsi* ALB *ex* 21. *primi libri elementorum. ergo & reliquus reliquo æqualis erit.* L

Et dupla est AL ipsius CO, & LB dupla BO] *vt. n.* BA *ad* AL, *ita ẽ* BC *ad* CO: *& permutãdo ut* AB *ad* BC, *ita* AL *ad* CO *sed* AB *ẽ dupla* BC, *ergo &* AL *ipsius* CO *dupla erit. Eodem modo demonstrari potest* LB *dupla* BO, *quod tamen per se patet ex tertia tertii lib. element. recta enim linea* CO *secat* LB *ad rectos angulos. ergo & bifariam secat.* M

Estq; LB minor quam AL] *Quoniam. n.* BD *posita est minor, quam* DC, *erit quod bis continetur* ABD, *hoc est quadratũ ex* BK *minus eo, quod bis* AB CD *cõtinetur, hoc ẽ quadrato ex* KA. *ergo* BK *minor est, quã* KA. *Sed cum* BL *sit minor, quã* BK, *quadratũ ex* BL *minus ẽ quadrato ex* BK. *quare reliquum quadratum ex* AL. *maius est reliquo ex* AK *quadrato. est. n. quadratum ex* AB *æquale duobus quadratis ex* AL LB: *itemque duobus ex* AK KB. *ergo* AL *maior est, quam* AK. *multo igitur minor erit* LB, *quam* AL. N

Erit quod continetur AL CO maius eo, quod LB ex eius dimidia cõtinetur] *Hoc est maius eo, quod continetur* LB O. *Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ α λ γ ο μεῖζόν ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς λ β. *sed legendum arbitror.* τὸ ἄρα ὑπὸ α λ γ ο μεῖζόν ἐστι τοῦ ὑπὸ λ β καὶ τῆς ἡμισείας τῆς λ β *Hæc quidem uera sunt, sed quid conferant ad demonstrationem non video, satis enim erat demonstrare id, quod continetur* AL CO *maius esse eo, quod* KB *& eius dimidia continetur, hoc est rectangulo* ABD. G

Eadem quoque ratione si per C ipsi AK parallelã duxerimus usque ad KB] *Corruptus est hoc loco græcus codex, quem nos in eam sententiam corrigemus.* O

Maius ẽ eo, quod cõtinetur KB atq; eius dimidia] *græcus codex* μεῖζον ἐστι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ κ β εὐθείας. *sed legẽdũ puto* μεῖζον ἐστι τοῦ ὑπὸ τῆς κ β καὶ τῆς ἡμεισείας τῆς κ β εὐθείας. P

Cõtẽtũ igr AL CO multo maior ẽ eo, qđ ei sdẽ cõtinetur] *hic ẽt corrigẽdus ẽ græcus codex* Q

Hoc ẽ ABD rectãgulo] *rectãgulũ. n.* ABD *æquale ẽ dimidio quadrati ex* KB, *hoc ẽ ei, qđ* KB *et eius dimidia cõtinetur. græcus codex* τουτέστι τὸ ὑπὸ α Δ β. *sed legẽdũ* τουτέστι τὸ ὑπὸ α β Δ. R

Sed conus basim habens circulũ, cuius semidiameter potest quod cõtinetur AL CO, & altitudinẽ AB, æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod AL AB continetur, & altitudinẽ CO] *Ex* 15. *duodecimi libri elementorum.* S

Qui basim habet circulum, cuius semidiameter est AB, altitudinem uero BD] *græcus codex* ὃν ἡ μὲν βάσις ἐστι κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ Δ β, ὕψος δὲ ἡ Δ. *sed legendũ est ut arbitror* οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἐστὶν ἡ α β, ὕψος δὲ ἡ β Δ. T

Et ostensũ est in 23. huius] *in græco codice legitur* καὶ δέδεικται τῷ Δ θεωρήματι. V

Qui quidem est æqualis figuræ solidę in sphæra descriptæ] *Ex* 35. *huius.* X

Quare & solida figura] *in Græco codice legitur* ὡς δὲ καὶ το' *lege* ὅσε καὶ τὸ. Y

Quod fieri non potest] *Est enim minor, quod Archimedes in* 23. *primi libri de sphęra, & cylindro demonstrauit.*

Hæc Pappus, quę fortasse non omnino satisfacere uidebuntur, posset enim quis plane dicere, conum qui basim habeat superficiei sphæræ æqualem, & altitudinem CB, *sphæra quidem maiorem esse, sed non adeo, ut inter ipsa conus medius cõstituatur, eãdẽ basim habẽs, et altitudinẽ* Z

BD, *quæ minor sit, quam* CD. *quinimmo eius coni altitudinem multo maiorem esse, quam* BD. *oportet namque excessu quantulocumque dato consequi id, quod fieri non potest. quamobrem ego ita demonstrandum censerem.*

Sit sphęra, cuius diameter AB, *centrum* C: *& si fieri potest, sit primũ maior conus, cuius basis ẽ superficies sphæræ, hoc est circulus, cuius semidiameter* AB, *& altitudo* AC, *uidelicet ipsius sphæræ semidiameter. Sit alius conus inter ipsa medius, hoc ẽ minor cono, sphæra ãt maior, cuius basis eadẽ sit, & altitudo* AD, *minor quidẽ, quã* AC, *maior uero, quã* DC. *& descripto circa* AB *semicirculo ducatur* AK, *quæ possit id, quod bis cõtinetur* AB DC. *erit reliquũ quod bis* BAD *cõtinetur æquale ei, quod fit a* BK. *& eorum dimidia, uidelicet quod continetur* BAD *æquale dimidio eius, quod fit a* BK, *hoc est ei, quod* BK *& eius dimidia cõtinetur. Describatur in semicirculo polygonum æquilaterum, quod latera habeat numero paria* AEFGH LB, *ita ut circũferentia* AE *minor sit quã* AEK, *quod facile fieri põt: & iuncta* EB *per* C *ducatur* CO *ipsi parallela. Itaq; quoniã triangulũ* ABE *triãgulo* ACO *ẽ æquiãgulum, & est* BA *dupla* AC, *&* BE *ipsius* CO *dupla erit. posita est ãt* AE *minor, quã* AK, *& ob id quadratũ ex* AE *minus erit quadrato ex* AK. *ergo reliquũ quadratũ ex* EB *maius est quadrato ex* BK. *vtraque. n. quadrato ex* AB *sunt æqualia ex penultima primi lib. elemen. & dimidiũ quadrati ex* EB, *hoc est quod continetur* EB *& eius dimidia* CO, *maius dimidio quadrati ex* BK, *hoc est eo, qd* BK *& eius dimidia continetur, uidelicet* BAD *rectangulo. conus igitur basim habens circulum, cuius semidiameter potest quod* EB, CO *continetur. & altitudinẽ* AB, *maior est cono basim habẽti circulũ, cuius semidiameter potest, quod continetur* BAD, *& altitudinem* AB. *Sed conus ba-*
15. duo. *sim habens circulum, cuius semidiameter potest quod continetur* EB CO. *& altitudinem* AB *æqualis est cono basim habenti circulum, cuius semidiameter potest quod* EBA *continetur, altitudinem ãt* CO. *vt. n. rectangulum contentum* BE CO *ad rectãgulum* EBA, *ita est* CO *ad* AB. *& rursus conus basim habens circulũ, cuius semidiameter põt quod* BAD *continetur, & altitudinẽ* AB *æqualis est cono basim habenti circulũ, cuius semidiameter* AB, *& altitudinem* AD. *quoniã ut quadratum ex* AB *ad rectangulũ* BAD, *ita est* BA *ad* AD. *ergo conus basim habens circulũ, cuius semidiameter potest quod* EBA *continetur, & altitudinẽ* CO *maior est cono basim habente circulũ, cuius semidiameter est* AB, *& altitudinẽ* AD. *Sed demonstratũ est in* 23. *huius superficiei coniçę, quæ in conuersione fit ab omnibus polygoni lateribus æqualẽ esse circulũ, cuius semidiameter põt, quod* EBA *continetur. conus igitur basim habẽs circulũ, cuius semidiameter põt quod* EBA *continetur, & altitudinẽ* CO, *qui est æqualis solidæ figuræ in sphæra descriptæ maior ẽ cono basim habẽte circulũ, cuius semidiameter* AB, *& altitudinẽ* AD. *ergo et solida figura ĩ sphęra descripta maior ẽ cono, cuius basis semidiameter ẽ* AB, *& altitudo* AD. *hic ãt conus positus ẽ maior quã sphæra. solida igitur figura ma sphæra dscripta multo minor erit, quã ipsa sphæra quod fieri minime potest.*

A Atque est DE maior, quã utraq; simul DA BM, siquidẽ & DN maior ẽ, quã DA] *Secetur*

tur DE bifariam in puncto N, a quo ad diametrum perpendicularis ducatur KX. erit ND, quæ maiori angulo, uidelicet recto subtenditur, maior quam DX, & multo maior, quam DA. Eodem modo ex altera parte ostendetur dimidium lateris ML, minus esse, quam BM. quare tota DE maior erit, quam utraque DA BM simul sumptæ. In Græco codice legitur καὶ ἐστὶ μείζων ἡ ΔΕ τῆς βαβζ, ἐστὶ δὲ καὶ ἡ μὲν τῆς Δα. Sed nos ita legendum duximus. καὶ ἐστὶ μείζων ἡ ΔΕ τῆς Δα Δμ ἐστὶ δὲ καὶ ἡ ν Δ τῆς Δα. Quoniam enim in polygoni lateribus erat elementum ζ, nos pro ζ hic reposuimus Eα, & ad medium lateris DE aptauimus N, perpendicularemque NX duximus, ut omnia magis perspicua essent, quamquam in figura græcis codicis nihil horum omnino apponeretur. A B ß

Ergo DM, quam K minor erit] Ponitur enim K maior, quam utraque simul AB DE. & cum rursus DE maior sit, quam utraque DA BM, erit ipsa K multo maior, quam DM. γ

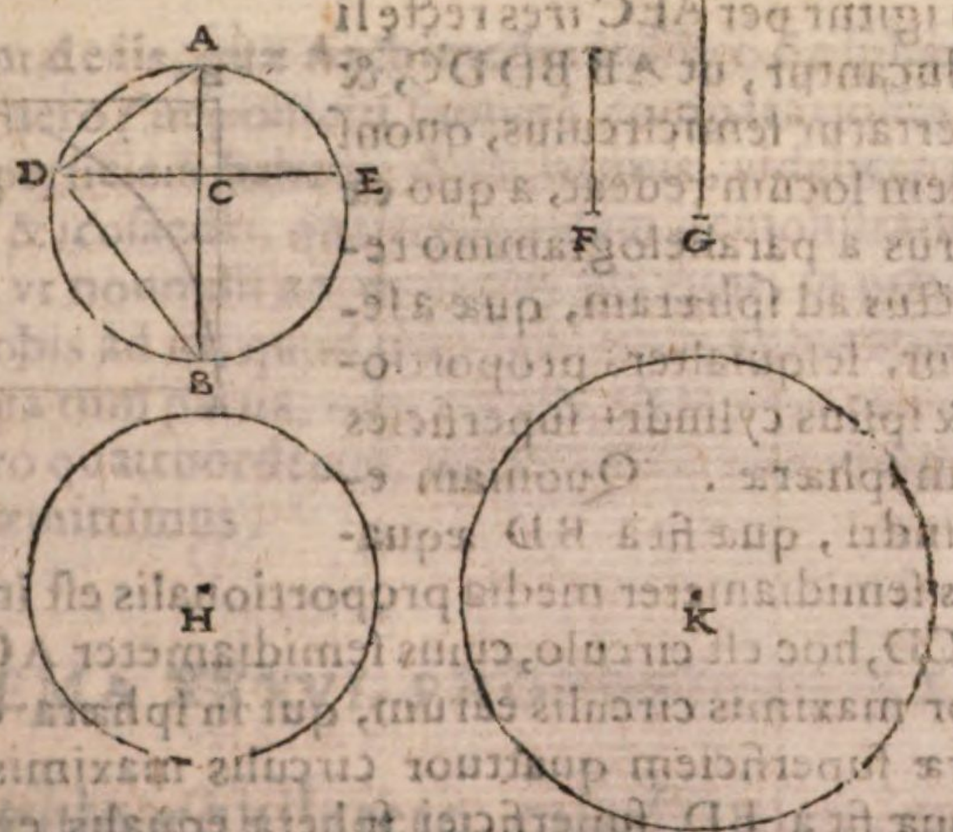
Quoniam autem superficies, quæ a polygono fit & reliqua] Græca uerba magna ex parte corrupta esse arbitramur, & ita restituenda, ut ex iis, quæ nos uertimus colligi potest. An uero hoc Pappus, aut aliud quippiam intelligi uoluerit, alii considerabunt.

Aequalis est circulo, cuius semidiameter potest, quod DM AB continetur] Hoc a Pappo demonstratum non est in iis, quæ extant, sed a nobis in commentarius in 24 huius. δ A B

Ex 35. huius] In Græco codice legitur διὰ τὸ κβ ϛημ. ε

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXVI.

Sphæra data, & data proportione, superficiem sphęrę, plano ita secare, vt portionum superficies inter se proportionem habeant eandem datę proportioni.



Sit enim sphæra, cuius maximus circulus ADBE, diameter AB, & data proportio quam habet F ad G: seceturque AB in C, ita vt AC ad CB eandē habeat proportionē, quam F ad G, & per C ducto plano ad rectos angulos ipsi AB secetur sphæra. sit aūt communis sectio DE, & iunctis AD DB. exponantur duo circuli HK, ut H quidē semidiametrū habeat ipsi AD æqualē, K vero habeat æqualē ipsi DB. erit igitur circulus H æqualis superficiei portionis DAE, & K æqualis superficiei DBE portionis.
A hoc. n. ante demonstratū est. Et quoniā rectus angulus est ADB, & perpendicularis
B DC; vt AC ad CB, hoc est vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratū ex DB, videlicet quadratum semidiametri circuli H ad quadratum semidiametri ipsius K, hoc est circulus H ad K circulum, hoc est superficies portionis sphæræ DAE ad superficiem DBE portionis.

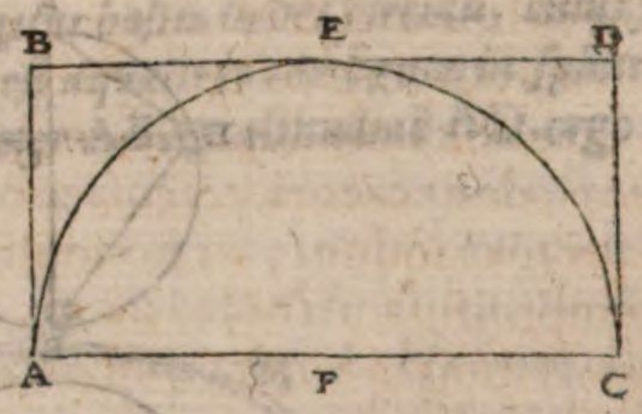
COMMENTARIVS.

A Hoc enim ante demonstratum est] *In 9 huius.*

B Vt AC ad CB, hoc est vt F ad G, ita erit quadratum ex AD ad quadratū ex DB] Ex 8. *propositione sexti libri elem. fiunt enim triangula ACD DCB similia toti, & inter sese. quare ut AC ad CD, ita DC ad CB. vt autem AC ad CD, ita AD ad DB. ergo ex 20. eiusdē ut prima AC ad tertiam CB, ita quadratum primæ AC ad quadratum secundæ CD, hoc est ita quadratum ex AD ad id, quod fit ex DB quadratum.*

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVII.

Quæ cum ita sint, perspicue constat cylindrum, cuius basis æqualis sit maximo in sphęra circulo, & altitudo æqualis diametro sphęrę, ipsius sphęrę sesquialteram esse; & eius superficiem superficiei itidem sphęrę sesquialteram.



Sit. n. semicirculus AEC, cuius diameter AC, & punctum E circumferentiā bifariā diuidens, & centrum F. Cum igitur per AEC tres rectę lineæ contingentes ducantur, ut AB BD DC, & manente AC conuertatur semicirculus, quousque rursus ad eundem locum redeat, a quo cæpit moueri, cylindrus a parallelogrammo rectangulo ABCD factus ad sphæram, quæ a semicirculo describitur, sesquialterā proportionem habebit, quā & ipsius cylindri superficies
A habet ad superficiem sphæræ. Quoniam enim superficies cylindri, quæ fit a BD æqualis est circulo, cuius semidiameter media proportionalis est inter BD, & utramquę
B ipsarum simul ABCD, hoc est circulo, cuius semidiameter AC; hic autem circulus
C æqualis est quattuor maximis circulis earum, qui in sphæra describuntur, atque ostensum est sphæræ superficiem quattuor circulis maximis æqualem esse; erit & superficies, quæ fit a BD superficiei sphęræ æqualis. ergo una cum duobus circulis, qui sunt bases cylindri, ad superficiem sphærę proportionem habet, quam sex ad quattuor, videlicet sesquialteram. Et quoniam conus basim habens æqua-
D lem superficiei sphęræ, & altitudinē sphęrę semidiametrū, ipsi sphęrę est æqualis; erit

conus

conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipſius ſphęræ. Sed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet, & altitudinem ſphæræ diametrum, quare ſequitur cylindrum ipſum ſphæræ ſeſquialterum eſſe. E

COMMENTARIVS.

Quoniam enim ſuperficies cylindri, quæ fit a BD æqualis eſt circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter BD, & vtramque ipſarum ſimul AB CD] *ex 13 primi libri Archimedis de ſphęra ex cylindro. eſt enim ſuperficies cylindri facta à* BD *æqualis circulo, cuius ſemidiameter media proportionalis eſt inter latus cylindri* BD, *& baſis diametrum. Quòd cum* BD *ſit æqualis diametro baſis, erit & inter ipſas media eidem æqualis. oſtenſum autem eſt ſuperius in 24. huius, etiam ſi circumferentia ſemicirculi non in duas, ſed in quotcunque partes æquales diuidatur; atque a diuiſionibus rectæ lineæ contingentes ducantur, ſuperficiem a contingentibus factam æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter eſt* AC. A

Hic autem circulus æqualis eſt quattuor maximis circulis eorum, qui in ſphæra deſcribũtur.] *circuli enim inter ſeſe duplam eius, quæ eſt diametrorum, proportionem habent, videlicet quadruplam, cum eorum diametri ſint duplæ.* B

Atque oſtenſum eſt ſphęrę ſuperficiem quattuor circulis maximis ęqualem eſſe.] *Ex 31 primi libri Archimedis de ſphęra, & cylindro. ſed & ſuperius oſtenſum eſt in 29 huius, ſphæræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius ſemidiameter* AC. C

Ipſi ſphæræ eſt æqualis; erit conus baſim habens circulum in ſphæra maximum, & altitudinem eandem, quarta pars ipſius ſphæræ. ſed & hic conus ſexta pars eſt cylindri, qui eandem baſim habet, & altitudinem ſphæræ diametrum.] *Hæc autẽ omnia nos ſuppleuimus, quæ in græco codice deſiderari videbantur. conus enim baſim habens circulum maximum in ſphæra, & altitudinem ſphæræ diametrum, tertia pars eſt ipſius cylindri. At conus baſim habens eandem, & altitudinem ſemidiametrum ſphęræ, dimidiæ pars eſt dicti coni. hic igitur conus cylindri ſexta pars neceſſario erit.* D

4. duodecimi.

Quare ſequitur cylindrum ipſum ſphærę ſeſquialterum eſſe.] *Nam cum ſphæra contineat quattuor eiuſmodi conos, quorum cylindrus continet ſex, habebit cylindrus ad ſphæram proportionem eandem, quam ſex ad quattuor, videlicet ſeſquialteram.* E

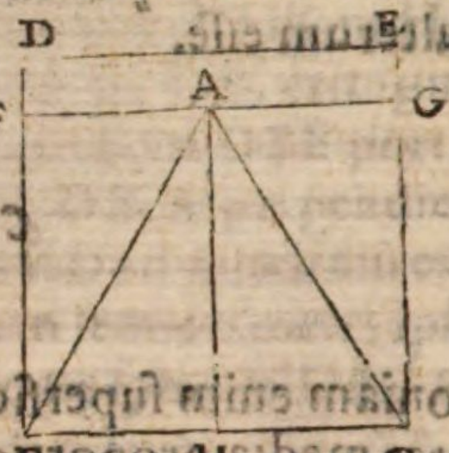
Hæc igitur dicta ſint de iis, quæ Archimedes in libro de ſphæra & cylindro demonſtrauit. deinceps uero (ut polliciti ſumus) comparationes quinque figurarum, quæ æqualem ſuperficiem habent, deſcribemus, videlicet pyramidis, cubi, octaedri, dodecaedri, & icoſaedri. quarum quidem demonſtrationes non per reſolutiuam methodum, vt nonnulli antiquorum fecerunt, in prædictis figuris, ſed per compoſitiuam a nobis ad id, quod manifeſtius eſt, ac breuius redactę ſunt. quoniam & lemmata omnia tum parua, tum magna ob multos, qui diſcendi ſtudio flagrant, diſpoſui numero quattuordecim; tot enim hoc loco indigemus. ad comparationes autem hæc præmittimus.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVIII.

In omni triangulo æquilatero, quadratum, quod a vno latere fit, maius eiuſdem eſt, quam duplum dicti trianguli, minus vero, quam quadruplum.

Sit

Sit enim triangulum æquilaterum ABC : sitque ad basim BC perpendicularis AH, quæ scilicet ipsam bifariam secat, & a BC describatur quadratum BDEC, quod quidem triangulum ABC superabit, cum perpendicularis AH trianguli latere minor sit. & per A ipsi BC parallela ducatur FAG. Quoniam igitur AB potestate quadrupla est ipsius BH, erit AB sesquitertia ipsius AH potestate, hoc est DB ipsius BF. est igitur DB minor, quam dupla BF. atque vt DB ad BF, ita est BE quadratum ad parallelogrammum FC. ergo & BE quadratum parallelogrammi FC minus est, quam duplum, & minus quam quadruplum trianguli ABC. quadratum igitur BE minus est, quam quadruplum, maius vero, quam duplum trianguli ABC.



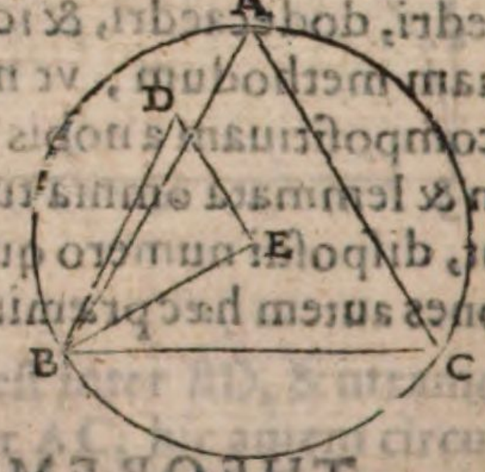
A Erit AB sesquitertia ipsius AH potestate] *Ex penultima primi libri elementorum. Hoc etiam per sese a nobis demonstratum est in commentariis in xii. propositionẽ tertii decimi libri.*

B Et minus quam quadruplum trianguli ABC] *Est enim parallelogrammum FC trianguli ABC duplum ex 41. primi libri elementorum. Græcus codex mancus est, qui ita restituetur.* καὶ ἔλασσόν ἐστι τετραπλάσιον τοῦ αβγ τριγώνου.

THEOREMA XXXVII. PROP. XXXIX.

Quę a centro sphęrę ad planum octaedri perpendicularis ducitur, potestate tertia pars est semidiametri sphęrę.

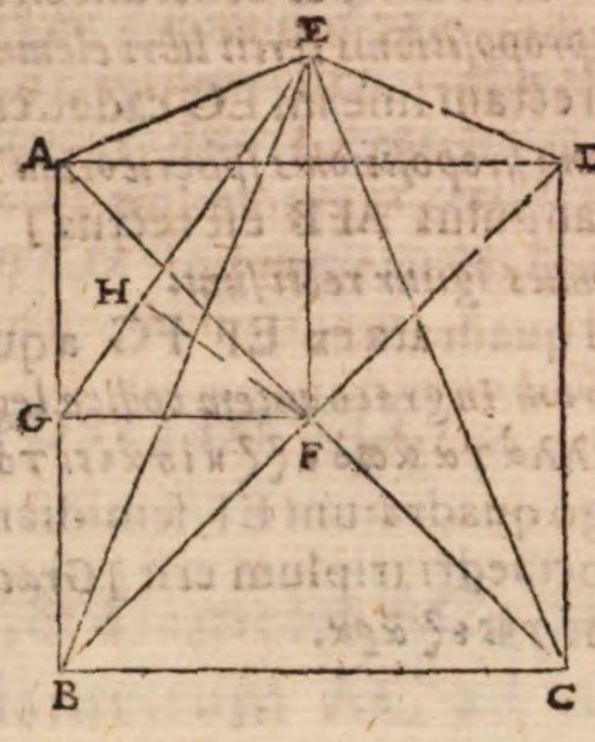
Sit triangulum sphærę octaedrum comprehendẽtis ABC, in sphæra existens, & circa ipsum circulus. a sphæræ autem centro D ad circuli planum perpendicularis DE. erit ex sphæricis punctum E circuli centrum. iungantur EB BD. Dico quadratum semidiametri sphæræ BD quadrati ipsius DE triplum esse. Quoniam enim in octaedro ostensa est sphærę drameter potestate dupla lateris octaedri; est autem & semidiametri sphæræ, quadrupla potestate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit. Et quoniam quadratũ ex BC triplum ẽ quadrati ex BE per 12. tertiidecimi libri elem. & quadrati ex BD duplum, erit quadratum ex BD sesquialterum quadrati ex BE. sed quadratis ex BE ED, quadratum ex BD est equale: ergo quadrata ex BE ED quadrati ex BE sesquialtera sũt; ac propterea quadratum ex BE dupl um est quadrati ex ED, quadrata igitur ex BE ED, hoc est quadratum ex BD quadrati ex DE est triplum.



ALI-

ALITER.

Exponatur quadratum, in quo dimidium octaedri ſit ABCDE: & iungantur AC BD diametri ipſius quadrati, & EF. ergo EF ſemidiameter eſt ſphæræ comprehendentis octaedrum, ut in elementis demonſtratum eſt. ducatur a centro F ad ipſam AB perpendicularis FG. erit AG ipſi GB æqualis, iungãturque EG EB. Et quoniam æquilaterũ eſt triangulum ABE, & AG æqualis GB; tranſibit EG per centrum circuli circa triãgulum ABE deſcripti. ergo quæ a puncto F ad planũ ABE trianguli perpendicularis ducitur in rectam lineam EG cadet, cadat vt FH. Itaque quoniã AF æqualis eſt FB, & angulus AFB eſt rectus, erit FAG dimidius recti. ſed & rectus eſt FGA. reliquus igitur AFG eſt recti dimidius. & ob id AG eſt æqualis GF; quadratumque ex AF quadrati ex FG duplum. eſt autem AF æqualis FE. ergo quadrata ex EF FG tripla ſunt quadrati ex FG. ſed quadrata ex EF FG æqualia ſunt quadrato ex EG, propterea quod EF perpendicularis eſt ad quadratum ABCD. quadratum igitur ex EG quadrati ex GF eſt triplum. atque ut EG ad GF, ita EF ad FH, cum æquiangula ſint EFG EFH triãgula. ergo quadratũ EF ſemidiametri ſphærę quadrati FH perpendicularis ad planum octaedi triplum erit.



F G H K L M N O P

6. primi elementorum.
47. primi elemen.
8. ſexti

COMMENTARIVS.

Erit ex ſphæricis punctum E circuli centrum] *ex corollario primæ propoſitionis Sphæricorum Theodoſii.* A

Quoniam enim in octaedro oſtenſa eſt ſphærę diameter poteſtate dupla lateris octaedri] *in 14 tertii decimi libri elementorum.* B

Eſt autẽ & ſemidiametri ſphæræ quadrupla poteſtate: quadratum ex BC quadrati ex BD duplum erit] *etenim* BC *eſt octaedri latus. &* BD *ſemidiameter ſphæræ. In græco codice legitur* ἐστὶ δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυναμει τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ. *ſed legendum.* ἐστὶ δὲ καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας δυνάμει τετραπλάσια. διπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ βγ τοῦ ἀπὸ βδ. C

Et quoniã quadratum ex BC triplũ eſt quadrati ex BE per 12. tertij decimi libri elementorum, & quadrati ex BD duplũ erit quadratũ ex BD ſeſquialterum quadrati ex BE] *Quarum n, partium quadratum ex* BC *eſt ſex, earum quadratum ex* BE *eſt duarum, & quadratũ ex* BD *trium. Græcus codex habet* διὰ τὸ θ τοῦ ιγ στοιχίου. *ſcribendum autem* διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχίου. D

Ergo quadrata ex BE ED quadrati ex BE ſeſquialtera ſunt.] *In græco codice legitur* τὸ ἄρα ἀπὸ βεδ ἡμιόλιον τοῦ ἀπὸ βε. *ſed legendum vt arbitror,* τὰ ἄρα ἀπὸ βε εδ ἡμιόλια τοῦ ἀπὸ βε. E

Et EF] *Intelligantur diametri ipſius quadrati* AC BD *ſeſe in puncto* F *ſecantes.* F

Vt

G Vt in clementis demonſtratum eſt] *Videlicet in 14. tertiidecimi libri elemen torum.*

H Erit AG ipſi GB æqualis] *Sunt enim anguli* FAB FBE *inter ſe æquales, ex quinta primi libri elementorum, & æquales qui ad* G *recti ergo & reliqui reliquis æquales*
4 sexti. *ſunt, & triangulſi* FAG *triangulo* FBG *ſimile. cum igitur ſit ut* FG *ad* GA, *ita* FG *ad* GB; *erit*
9 quinti. *AG ipſi* GB *æqualis.*

K Iunganturque EG EB] *Græcus codex habet:* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΚ. *ego legendum puto* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΚ καὶ ΕΒ.

L Tranſibit EG per centrum circuli circa triangulum ABE deſcripti] *Ex corollario primæ propoſitionis tertii libri elementorum.*

M In rectam lineam EG cadet. cadat ut FH] *Cadet autem in centrum circuli ex corollario primę propoſitionis ſphęricorum Theodoſii.*

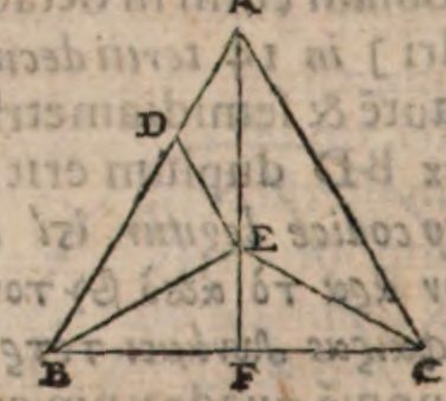
N Et angulus AFB eſt rectus] *Nam circa centrum F conſiſtunt quattuor anguli ęquales. omnes igitur recti ſunt.*

O Sed quadrata ex EF FG æqualia ſunt quadrato ex EG] *Ex 47. primi libri elementorum. In græco autem codice legitur* ἀλλὰ τὸ ἀπὸ ΕΖ ἡ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΘΗ. *ſed legendum* ἀλλὰ τὰ ἀπὸ ΕΖ ΖΗ ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΗ.

P Ergo quadratum EF ſemidiametri ſphæræ quadrati FH perpendicularis ad planum octaedri triplum erit] *Græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΘΖ. ἄρα. *ſed corrigendum* καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΕΖ ἄρα.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XL.

A Sit triangulum æquilaterum ABC in ſphæra deſcriptum, ſphæræ autem centrum D, a quo ad trianguli planum ducatur perpendicularis DE. ergo E eſt centrum circuli circa triangulum ABC deſcripti, in prima ſphęricorũ Theodoſii. vt in ſphęricis demonſtratum fuit: & iũcta AE producatur. Dico rectam lineam AE ipſius EF duplam erit.



B C Iungantur enim BE EC, quæ inter ſe æqua-
les ſunt. & quoniam vterque angulorum BAE
EBF tertia pars eſt recti, erit uterque BEF
ABF duæ tertię recti, & triangulum ABF trian
D gulo BEF æquiangulum. eſt igitur ut AB
ad BF, ita BE, hoc eſt AE ad EF. Sed AB eſt
E dupla BF. ergo & AE ipſius EF dupla erit.

COMMENTARIVS.

A Et iuncta AE producatur] *videlicet uſque ad trianguli baſim, quam ſecet in puncto* F.

B Iungantur enim BE EC, quæ inter ſe æquales ſunt] *Quòd a centro circuli ad circumferentiam ducantur, quibus etiam eſt æqualis* AE.

Et

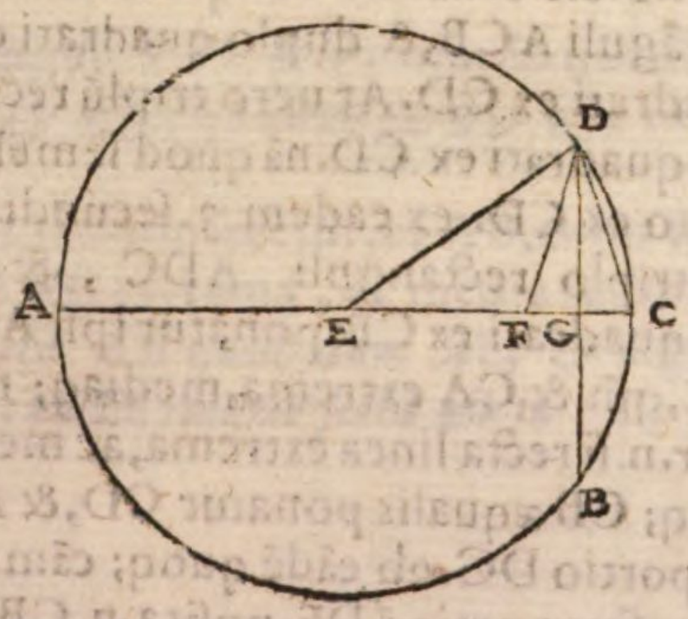
Et quoniam uterque angulorum BAE EBF tertia pars est recti, erit vterq; BEF ABF duæ tertię recti] *Recta.n.linea AE ab angulo trianguli æquilateri ducta per centrũ circuli,qui circa triangulum describitur,basim bifariam secat,& ad ipsam est perpendicularis, vt nos demonstrauimus in commentariis in secundam propositionem tertiidecimi libri elem. quare angulus BAF est æqualis angulo FAC. Quòd cum trianguli æquilateri angulus duas recti tertias contineat, erit BAF angulus tertia pars recti, itidemque angulus EBA, qui ipsi est æqualis, & reliquus angulus EBF ex quo sequitur angulum BEF duas recti tertias esse, videlicet ipsis BAE EBA interioribus & oppositis æqualem ex 32. primi elementorum.*

Est igitur ut AB ad BF, ita BE, hoc est AE ad EF] *Ex 4. sexti lib. elem.*

Ergo & AE ipsius EF dupla erit.] *Simile quippiam a nobis demonstratum est in commentariis in primam propositionem quartidecimi libri elementorũ, eã scilicet, quæ a centro circuli ad latus trianguli æquilateri perpendicularis ducitur, dimidiã esse eius, quę ex centro circuli. est enim E centrum circuli circa triangulum ABC descripti, & AE æqualis ei, quę ex centro.*

THEOREMA XXXIX. PROPOSITIO XLI.

Sit circulus ABCD circa centrum E, & diameter AC; pentagoni autem latus sit DGB secans diametrum AC ad rectos angulos, & ipsi CG æqualis ponatur GF. Dico rectam lineam EC extrema, ac media ratione secari in F, & EF maiorem portionem esse.



Iungantur enim ED FD GD. & quoniã CD circumferentia est decagoni, quòd DCB pentagoni sit; angulus DEC continet duas quintas recti quare uterque angulorũ ECD EDC quattuor recti quintas continet. Sed FG est æqualis GC, & communis DG, quæ ipsam ad rectos secet angulos. ergo & FD æqualis erit DC, ac propterea angulus DFC angulo DCF æqualis continebit quattuor quintas recti. continet autem FED duas quintas recti, reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit: eritque DEF angulus angulo FDE æqualis. quare & latus EF æquale lateri FD, hoc est ipsi DC. Itaque quoniam EDC angulus angulo ECD, videlicet ipsi DFC est æqualis, & communis DCF: erit reliquus DEC æqualis reliquo FDC, & triangulum DEC triangulo FDC æquiangulum. Vt igitur EC ad CD, ita est DC ad CF, ideoque ECF rectangulum quadrato ex CD est æquale. Sed CD æqualis est EF. rectangulum igitur ECF quadrato ex EF æquale erit. ergo recta linea EC extrema, ac media ratione secta est in F. atque est EF maior eius portio.

COMMENTARIVS.

A Et quoniam CD circumferentia est decagoni, quod DCB pentagoni sit] *Nã cum recta linea AC secet ipsam DB ad rectos angulos, & circumferentiam DB bifariam secabit, quod ex 30. tertij libri elementorum manifesto patere potest.*

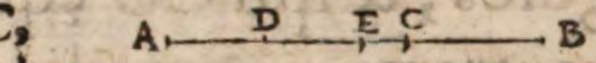
B Ergo & FD æqualis erit DC] *Ex quarta propositione primi libri elementorum.*

C Reliquus igitur EDF duas recti quintas continebit.] *Est enim angulus exterior DFC duobus interioribus, & oppositis æqualis ex 32. primi libri elementorum.*

Ex iis autem, quæ hoc loco demonstrantur, satis constare potest, si hexagoni latus extrema, ac media ratione secetur, maiorem eius portionem esse latus decagoni.

THEOREMA XL. PROPOSITIO XLII.

Si recta linea extrema, ac media ratione secetur, quod fit a tota ad id quod quinquies fit a minori portione maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria.



Recta.n.linea AB extrema, ac media rõne secetur in C, sitq; minor ipsius portio CB. Dico quadratũ ex AB ad id, quod quinquies fit a CB maiorẽ hẽre proportionẽ, quã quattuor ad tria. ponatur ipsi CB æqualis CD. Quoniã igitur AB extrema, ac media rõne secatur in C, erũt quadrata ex AB BC æqualia triplo quadrati ex AC, ex 4. theoremate tertiidecimi lib. elem. hoc est æqualia triplo rectãguli ABC. sed triplũ rectãguli ABC æquale ẽ triplo rectãguli ACB, & triplo quadrati ex BC. etenim quod semel ABC cõtinetur æquale ẽ rectãgulo ACB, & ei, quod fit ex BC quadrato ex 3. sec. lib. ele. & ablato cõi quadrato ex BC, erit reliquũ ex AB quadratũ æquale triplo rectãguli ACB, & duplo quadrati ex BC, hoc ẽ æquale triplo rectãguli ACD, & duplo quadrati ex CD. At uero triplũ rectãguli ACD ẽ æquale triplo rectãguli ADC, & triplo quadrati ex CD. nã quod semel ACD cõtinetur, ẽ æquale rectãgulo ADC, & quadrato ex CD. ex eadem 3. secundi libr. element. Quadratum igitur ex AB æquale est triplo rectanguli ADC, & quintuplo quadrati ex CD, hoc est quintuplo quadrati ex CB. ponatur ipsi AD æqualis DE: perspicuũ ẽ AD minorẽ esse, quam DC, qm̃ & CA extrema, mediaq; rõne secatur, & maior portio ipsius ẽ DC. Genera liter. n. si recta linea extrema, ac media rõne secetur, ut AB, cui' minor portio sit CB, ipsiq; CB æqualis ponatur CD, & AC extrema, ac media rõne secta erit, & eius maior portio DC. ob eãdẽ quoq; cãm & DC extrema ac media rõne secatur in E; & maior ipsius portio ẽ DE. posita. n. CB ipsi DC æquali, erit tota AB extrema, ac media rõne in pũcto C secta. minor igitur ẽ EC, quã utraq; ipsarũ AD DE, quoniã ut AC ad CD, ita ẽ CD ad DA, hoc ẽ ad DE. & diuidẽdo ut AD ad DC, ita CE ad ED. minor aũt est AD, quã DC. ergo & CE, quã ED minor erit. Quadruplũ igitur DEC rectãguli maius est rectãgulo DCE. cõe apponatur, videlicet quadruplũ rectanguli DCE. erit igitur quadruplũ DEC, & quadruplum DCE rectãguli, hoc est quadruplum quadrati, quod fit ex DE maiora sunt quintuplo rectanguli DCE. sed quadruplum DEC rectãguli, & quadruplũ quadrati ex DE æqualia sũt quadruplo rectãguli CDE. quadruplũ igitur rectanguli CDE maius est quintuplo ipsius DCE. Rursus cõmune apponatur quintuplum rectanguli CDE. erit nonuplum rectanguli CDE maius quintuplo DCE, & quintuplo CDE rectanguli, hoc est maius quintuplo quadrati ex DC. triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplũ quadrati ex DC maiorẽ proportionẽ habet,

habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC. proportio autem tripli ADC ad nonuplũ ADC rectãguli est, quam habet vnũ ad tria. ergo triplũ rectãguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorem habet proportionem, quam unum ad tria. & componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc est quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quã quattuor ad tria. Sed demonstratum est triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex CB quadrato ex AB æquale esse. ergo quadratum ex AB ad quintuplũ quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quattuor ad tria. P

COROLLARIVM.

Ex quo manifeste constat quadratum ex AB quintuplo quadrati ex CB maius esse.

COMMENTARIVS.

Hoc est æqualia triplo rectanguli ABC] *Est enim rectangulum* ABC *æquale quadrato* ex AC, *quod AB extrema, ac media ratione secetur in C.* A

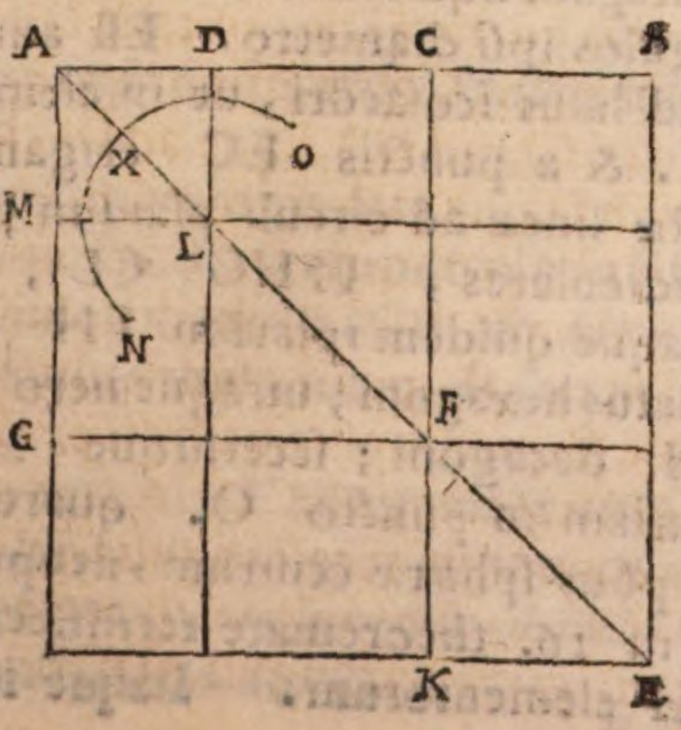
Et enim quod semel ABC continetur æquale est rectangulo ACB & ei, quod fit ex BC quadrato] *Græcus codex* ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ αξ ἀπὸ α β ἴσον ἐστι τῷ ὑπὸ α β γ, καὶ τῷ ἀπὸ β γ. *Sed legendum est.* ἐπεὶ καὶ τὸ ἀπὸ αξ ὑπὸ α β γ ἴσον ἐστι τῷ ὑπὸ α γ β καὶ τῷ ἀπὸ β γ. B

Ex tertia secundi libri elementorum] *Post hæc in græco codice nonnulla leguntur, quæ nos consulto reliquimus, ne idem frusta iteretur.* C

Hoc est æquale triplo rectanguli ACD, & duplo quadrati ex CD] *Facta est enim CD ipsi* CB *æqualis.* D

Quadratum igitur ex AB æquale est triplo rectanguli ADC & quintuplo quadratis ex CD] *Namque erat æquale triplo rectanguli* ADC, *& triplo quadrati ex* CD *una cum duplo quadrati ex* BC *hoc est quadrati ex* CD. E

Generaliter enim si recta linea extrema, ac media ratione secetur, ut AB, cuius minor portio sit CB, ipsiq; CB æqualis ponatur CD; & AC extrema, ac media ratione secta erit, atque eius maior portio DC.] *Sit rectæ lineæ* AB *quadratum* AE, *& dupla figura describatur. Quoniam igitur* AB *extrema, ac media ratione secta est in* C, *quod* AB BC *continetur, uidelicet rectangulum* CE *est æquale quadrato ex* AF. *Sed ipsi* CE *æquale est* GE *rectangulum. ergo* GE *quadrato* AF *est æquale. Itaque si a rectangulo* GE *auferatur quadratum* FE, *& a quadrato* AF *auferatur* LF *quadratum, quod quidem est æquale quadrato* FE, *cum* DC CB *sint æquales inter se: reliquum* GK *rectangulum, hoc est rectangulum* MF *nempe* DF *gnomoni* NXO *æquale erit. a quibus ablato communi* LC, *erit reliquum* DG *rectangulum æquale quadrato* LF. *At uero rectangulum* DG *ipsis* CA AD *continetur, & quadratum* LF *fit a* DC. *Vt igitur* AC *ad* CD, *ita* CD *ad* DA. *Sed* AC *maior est, quam* F



CD. *ergo &* CD, *quam* DA *maior erit. recta igitur linea* AC *extrema, ac media ratione secatur in* D, *& maior eius portio est* CD, *quod oportebat demonstrare.*

G Posita enim CB ipsi CD æquali, erit tota AB extrema, ac media ratione secta in C] *Ex 5. tertiidecimi libri elementorum.*

H Quadruplum igitur DEC rectanguli maius est rectangulo DCE] *Rectangulum.n. DCE est æquale rectangulo DEC, & quadrato ex EC, quæ multo minora sunt quadruplo rectanguli DEC.*

K Hoc est quadruplum quadrati, quod fit ex DE] *Rectangulum namque DCE quadrato ex DE est æquale. ob extremam, ac mediam rationem.*

Sed quadruplum DEC rectanguli, & quadruplum quadrati ex DE æqualia sunt quadruplo rectanguli CDE] *Rectangulum enim DEC, & quadratum ex DE æqualia sunt rectangulo CDE, ex 3. secundi libri elementorum.*

M Quadruplum igitur rectanguli CDE maius est quintuplo ipsius DCE] *Græcus codex mancus est, qui sic restituetur.* τὸ ἄρα τετράκις ὑπὸ γ δ ε μεῖζον τοῦ πενταάκις ὑπὸ δ γ ε.

N Hoc est maius quintuplo quadrati ex DC] *Sunt enim rectangula CDE DCE quadrato ex DC æqualia: ex 2. secundi libri elementorum.*

O Triplum igitur rectanguli ADC ad quintuplum quadrati ex DC maiorẽ proportionem habet, quam ad nonuplum rectanguli ADC] *Ex octaua quinti libri elementorũ pro rectangulo autem CDE assumpsit ADC, quod est æquale ipsi CDE. sunt enim AD DE inter se æquales.*

P Et componendo triplum rectanguli ADC, & quintuplum quadrati ex DC, hoc est quadrati ex CB ad quintuplum quadrati ex CB maiorem proportionem habet, quam quatuor ad tria] *Ex 28. quinti libri elementorum, quam nos addidimus. Græcus codex.* τὸ ἄρα τρὶς ὑπὸ α δ γ καὶ πενταάκις ἀπὸ δ γ, τουτέστι τὸ πενταάκις ἀπὸ γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δ πρὸς γ. *lege* τουτέστι τὸ πενταάκις ἀπὸ γ β πρὸς τὸ πενταάκις ἀπὸ γ β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ δ πρὸς γ.

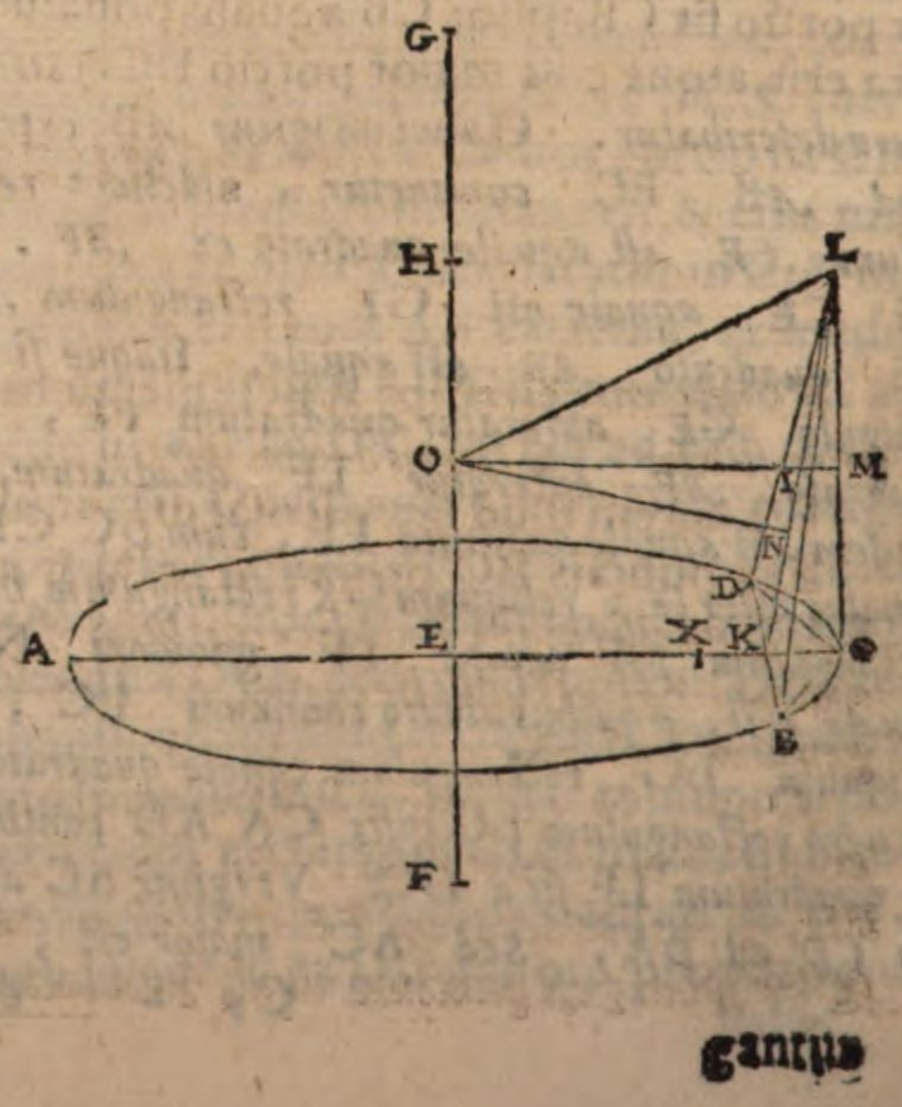
THEOREMA XLI. PROP. XLIII.

Potestate duodecuplum perpendicularis eius, quę a centro sphærę icosaedrum comprehendentis ad vnum aliquod icosaedri planum ducitur, maius est potestate quintuplo lateris icosaedri.

A Exponatur circulus ABC suscipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis: sitque AC circuli diameter, centrum E, & DKB pentagoni æquilateri latus ad rectos angulos ipsi diametro. Est autem illud latus icosaedri, ut in elemen-

B C tis. & a punctis EC erigantur rectæ lineæ ad circuli planum perpendiculares, FEHG CL, & utraque quidem ipsarum EH CL sit latus hexagoni; utraque uero EF GH decagoni; seceturque EH

D bifariam in puncto O, quare O est ipsius sphæræ centrum, ut appareat in 16. theoremate tertiidecimi libri elementorum. Itaque iun-



gantur

gantur LD LB LK BC. Et quoniam hexagoni latus est CL, & BC latus decagoni, angulusque BCL rectus; erit BL pētagoni latus per 10. theorema tertijdecimi libri elementorum. Similiter & LD, & BD. triangulum igitur BLD ęquilaterum est ex ijs, quæ icosaedrum continent. Rursus quoniam. LK perpendicularis est ad BD, & planum per AC KL ductū, quod transit per parallelas EG CL, rectum erit ad ipsam BD, ac propterea BD ad dictum planum est perpendicularis. hæc enim in insolidis elementorum ostensa sunt. ergo omnia, quæ per BD transeunt plana, quorum vnum est triangulum BLD, recta sunt ad planum per OG CL, inquo est triangulum GKL. quare & triangulum BLD ad ipsum CKL rectum erit: Ducatur ad rectam lineam KL perpendicularis ON. duo igitur plana CKL BDL inter se recta sunt. & ad communem ipsorum sectionem KL in uno plano perpendicularis est ON. ergo & ON ad triangulum BLD est perpendicularis, quod cum LB dupla sit ipsius BK, erit & LN ipsius NK dupla ex 4o huius secetur CL bifariam in puncto M, & OM iungatur. erit vtique OM parallela ipsi EC. est enim EO æqualis CM, quoniam & CL EH duplæ, & parallelę sunt. pręterea LI est æqualis IK, etenim in triangulo CKL ipsi CK æquidistans ducta est IM. atque est LM æqualis MC, & LN ipsius NK dupla. Quarum igitur partium KL est sex, earum LN erit quattuor, & KN duarū, & vtraque LI IK trium, & reliqua NI vnius. ergo LI tripla est ipsius IN. Dico duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD æqualia esse. Ponatur ipsi CK æqualis KX. Itaque ex 41 huius recta linea EC exttema ac media ratione secta est in X, cuius maior portio EX, & ex 42 huius quadratum ex EC maius est quintuplo quadrati minoris portionis XC. ergo quadratum, quod fit ex EC quadrati ex CX maius est, quam quintuplum. quadrati vero ex CK maius, quam uigintuplum. atque est ut quadratum ex EC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK, hoc est quadratum ex ON ad quadratum ex NI; æquiangula enim sunt triangula ONI, LIM, LKC. quadratum igitur ex ON maius est viginti quadratis ex NI. & 36. quadrata ex ON 720. quadratis ex NI sūt maiora. sed 720. quadrata ex NI sunt 80. quadrata ex LI, etenim LI ostensa est tripla ipsius IN. octaginta uero quadrata ex IL sunt 20. quadrata ex LK, quod KL ipsius LI sit dupla. At 20. quadrata ex KL sunt 15 quadrata ex BD: æquilaterum namque est triangulum DBL, perpendicularisque LK, & BD ipsius KL potestate sesquitertia. ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD sunt maiora. & ob id duodecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt; quod ostendere oportebat.

G H
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
V
X
Y
Z

COMMENTARIVS.

Exponatur circulus ABC suscipiens pentagonum dodecaedri, ut in elementis] *propisitione 16. tertii decimi libri.* A

Est autem illud latus icosaedri, ut in elementis] *eodem in loco.* B

Et a punctis EC origantur rectæ lineæ ad circuli planū perpendicularis FEHG, CL] *intelligatur FE dodecaedri latus esse infra planum circuli ABCD, & EHG supra, quarum EH est latus hexagoni, & HG dragoni. Græcus codex habet.* αι ζε ηγα *sed legendum* ζεκϐ γλ. C

Quare O est ipsius sphęræ centrum, ut apparet in 16 theoremate tertijdecimi libri elementorum.] *Est enim FEGH sphæræ diameter, quæ ex latere hexagoni EH, & duobus decagoni FE HG in eodem circulo descriptorum lateribus constat. centrum igitur sphærę est punctum illud, quod latus hexagoni bifariam diuidit.* D

Rursus

E Rursus quoniam LK perpendicularis est ad BD, & planum per AC KL ductum, quod transit per parallelas EG CL rectum erit ad ipsam BD, ac propterea BD ad dictum planum est perpendicularis] *Cum enim recta linea* BD *duabus rectis lineis* AC LK *sese mutuo secantibus, in communi sectione ad angulos rectos insistat : & ad earum planum perpendicularis erit, ex* 4. *undecimi libri elementorum. Græcus autem codex habet.* καὶ ἐστει ἡ λκ τῆ βδ. καὶ τὸ α διὰ τῶν αγκλ ἄρα ἐστὶ πεδον, ὅπερ ἐστὶν η διὰ τῶν ε η γλ πραγαλλήλων, ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὴν βδ. *Sed legendum, vt arbitror.* καὶ ἐστει ἡ λκ τῆ βδ, καὶ τὸ διὰ τῶν η α ἄρα γκλ ἐστὶ πεδον, ὅπερ ἐστὶν διὰ τῶν ε η γλ πραγαλλήλων, ὀρθὸν ἐστὶ πρὸς τὴν βδ.

F Ergo omnia, quę per BD transeunt plana, quorum vnum est triangulum BLD recta sunt ad planum per EG CL] Ex 18. *vndecimi libri elementorum.*

G Ergo & ON ad triangulum BLD est perpendicularis] Ex 4 *diffinitione vndecimi libri elementorum. atque erit punctum* N *centrum circuli, triangulum* BLD *comprehendentis ex corollario primę sphęricorum Theodosii.*

H Quod cum LB dupla sit ipsius BK, erit & LN ipsius NK dupla ex 40. huius] *In ea .n ostenditur* LN *duplam esse ipsius* NK *ex eo, quod* LB *ipsius* BK *sit dupla. In græco codice legitur.* καὶ διπλῆ ἐστιν ἡ λβ τῆς ο κ. *corrigendum autem* τῆς βκ.

K Erit vtique OM parallela ipsi EC. est enim EO æqualis CM, quoniam & CL EH duplæ & parallelæ sunt] Ex 33. *primi libri elementorum.*

L Præterea LI est æqualis IK, In triangulo enim CKL ipsi CK parallela ducta est IM] Ex 2. *sexti libri elementorum.*

M Ponatur ipsi CK æqualis KX] *In græco codice legitur* κείσθω τῆ κγ ἴση ἡ ηκξ ο γ. *sed legendum* ἴση ἡ ηξ.

N Cuius maior portio EX] *Græcus codex* καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα ἐστὶ τὸ ε. *lege* τὸ εξ.

O Quadrati uero ex CK maius, quam vigintuplum] *Quadratum enim ex* CX *quadruplum est quadrati mediętatis* CK, *cum proportionem habeat duplam eius, quæ est* XC *ad* CK. *ex* 20. *sexti libri elementorum.*

P Atque est ut quadratum ex LC ad quadratum ex CK, ita quadratum ex LC ad quadratum ex CK] Ex 7. *quinti libri elementorum : positæ enim sunt* LC CL *inter se æquales.*

Q Æquiangula enim sunt triangula ONI LIM LKC] *Triangulum namque* LIM *simile est triangulo* LKC *propter lineas* IM KC *parallelas. Sed trianguli* ONI *rectus angulus ad* N *est æqualis recto ad* C, *uel* M, *& angulus* OIN *æqualis ipsi* LIM, *qui ad uerticem constituitur. ergo & reliquus reliquo æqualis. Græcus codex hoc loco corruptus est.*

R Et 36. quadrata ex ON 720. quadrati ex NI sunt maiora] *Quam.n.proportionẽ habet* 1 *ad* 20 *eandem* 36. *habet ad* 720.

S Sed 720 quadrata ex NI sunt 80. quadrata ex LI] *Nam cum* LI *tripla sit ipsius* IN, *erit quadratum ex* LI *nonuplum quadrati ex* IN, *ac propterea unumquodque quadratorum ex* LI *continebit* 9 *quadrata ex* IN. *octoginta igitur quadrata ex* LI *sunt* 720. *quadrata ex* IN.

T Octoginta uero quadrata ex CL sunt 20. quadrata ex LK] *Est.n.quadratum ex* KL *quadrati ex* LI *quadruplum.*

V Quod KL ipsius LI sit dupla] *Græcus codex* διπλῆ γὰρ ἡ λκ τῆς λι. *sed legendum.* διπλῆ γὰρ ἡ λ ητης λι.

X At 20. quadrata ex KL sunt 15. quadrata ex BD, æquilaterum namque est triangulum DLB, perpendicularisque LK, & BD ipsius KL potestate sesquitertia] *Est enim quadratum ex* BD, *videlicet quadratum ex* BL *æquale duobus quadratis ex* BK KL. *Sed quadratum ex* LB *quadruplum est quadrati ex* BK. *ergo quadratum ex* LB *reliqui quadrati ex* KL *sesquitertium erit. Græcus codex,* ἴκοσι δὲ τά ἀπὸ κ λι τῶν ἀπὸ β δ μείζονα, *Sed legendum*

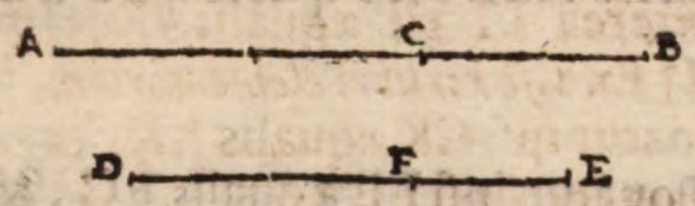
dum vt opinor, ἴσοσι δὲ τὰ ἀπὸ κλ ιέ τὰ ἀπὸ βδ. *neque enim* 20. *quadrata ex* KL 15 *quadratis ex* BD *ſunt maiora, ſed ipſis æqualia, vt manifeſto apparet.*

Ergo 36. quadrata ex ON quindecim quadratis ex BD ſunt maiora.] *hoc* Y *eſt primum maius eſt vltimo. Græcus codex* ὥσε λς τὰ δ ἀπὸ ον ιέ τῶν ἀπὸ βδ. *legendum autem.* ὥσε λς τὰ ἀπὸ ον ιε' τῶν ἀπὸ βδ μείζονα.

Et ob quindecim quadrata ex ON quinque quadratis ex BD maiora erunt] Z *ex* 15 *quinti libri elementorum; vtrumque enim vtriuſque tertia pars eſt.*

THEOREMA XLII. PROP. XLIIII.

Si duæ rectæ lineę extrema, ac media ratione ſecentur, in ſubiecta ſunt anologia.



Secetur enim AB extrema, ac media ratione in C, ita vt maior ipſius portio ſit AC. ſimiliter & DE ſecetur in F, ſitque maior portio DF. Dico vt tota AB ad maiorem eius portionem AC, ita eſſe & totam DE ad maiorem portionem DF. Quoniam enim ABC rectangulũ æquale eſt quadrato ex AC, rectangulum vero DEF æquale quadrato ex DF; erit vt ABC rectangulum ad quadratum ex AC, ita rectangulum DEF ad quadratum ex DF. vt igitur quadruplum rectanguli ABC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF ad quadratum ex DF: & componendo, vt quadruplum rectanguli ABC una cum quadrato ex AC ad quadratum ex AC, ita quadruplum rectanguli DEF una cum quadrato ex DF ad quadratum ex DF. Sed quadruplum rectanguli ABC una cum quadrato ex AC eſt quadratum quod fit ex vtraque AB BC per octauum Theorema ſecundi libri elementorum. & quadruplum rectanguli DEF una cum quadrato ex BF eſt quadratum, quod fit ex vtraque DE EF. ergo ut quadratum ex vtraque AB BC ad quadratum ex AC, ita quadratum ex vtraque DE EF ad quadratum ex DF. & longitudine ut vtraque AB BC ad AC, ita vtraque DE EF ad DF. componendoque vt vtraque AB BC una cũ AC, hoc eſt duæ AB ad AC, ita vtraque DE EF una cum DF, hoc eſt duæ DE ad DF; & antecedentium dimidia, vt AB ad AC, ita DE ad DF. EX quo manifeſte patet, ſi ſint duæ rectæ lineæ æquales vt AB DF, quarum vtraque extrema, ac media ratione ſecetur, in punctis CF, erunt maiores portiones ipſarum æquales inter ſe, & minores ſimiliter æquales. Quoniam enim demonſtratũ eſt, vt AB ad AC, ita eſſe DE ad DF; & permutando erit vt AB ad DE, ita AC ad DF.

COMMENTARIVS.

Hoc ſimiliter demonſtratum eſt in quartodecimo libro elementorum, propoſitione VII.

THEO-

THEOREMA XLIII. PROPOS. XLV.

Sit ſemicirculus ABC, cuius centrum E: ſitque AC tripla CD: & ipſi AC ad rectos angulos DB; & AB BC iungan
A tur, erit AC ipſius CB poteſtate tripla, vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ob triangulorum ABC BCD ſimilitudinem. Itaque ſecetur BC extrema, ac media ratione in H, vt maior portio ſit BH: & fiat
B CE poteſtate quintupla ipſius EF; quòd quidem fieri poteſt. etenim CE, cum ſit longitudine tripla ipſius ED, poteſtate no-
C nupla erit. Dico proportionem BH ad CF poteſtate eſſe eam, quam habent quinque ad tria.

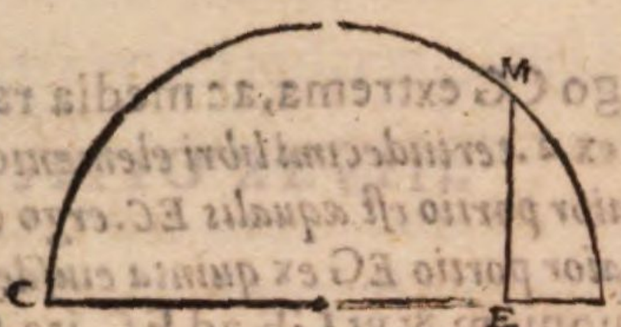
Ponatur ipſi FE æqualis EG, & FG extrema ac media ratione ſecetur in K, vt FK ſit maior ipſius portio. & quoniam recta linea CE ſuæ ipſius portionis EF quintuplum poteſt, & dupla ipſius EF extrema, ac media ratione ſecatur in K: erit KF æqualis FC per ſecundum theorema tertiidecimi libri
D elementorum. quare & CG extrema, ac media ratione ſecta eſt in F, cuius maior portio FG. Sed ex eo, quod proxime demonſtratum eſt, vt CB ad BH, ita CG ad GF, hoc eſt GF ad FC: & permutando ut BC ad FG, ita
E BH ad CF. Quoniam igitur AC ipſius quidem CB poteſtate tripla eſt, ipſius uero GF quintupla: quarum partium AC poteſtate eſt quindecim, earum CB eſt quinque, & FG trium. ergo BC ad FG poteſtate eam proportionem habet, quã quinque ad tria. quare & BH ad FO poteſtate habet eandem, quam quinque ad tria.

COMMENTARIVS.

A Erit AC ipſius CB poteſtate tripla: vt enim AC ad CD, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Nam cum triangula ABC BDC æquiangula ſint, ex 8. ſexti libri elementorum, erit ut AC ad CB in triangulo ABC, ita BC ad CD in triangulo BDC. ergo AC ad CD, hoc eſt ut prima ad tertiam, ita quadratum primi AC ad quadratum CB ſecundæ ex corollario 20. eiuſdem.*

Quod

Quod quidem fieri potest] *Sit recta linea CE, quæ producatur in L, ita ut CE ipsius EL sit quintupla; & circa diametrum CL describatur semicirculus CML; perque E ipsi CL ad rectos angulos ducatur EM. erit CE ipsius EM potestate quintupla. Vt enim CE ad EM, ita ME ad EL. quare ut CE ad EL, ita quadratum ex CE ad quadratum ex EM. Si igitur EF fiat æqualis EM, factum iam erit, quod oportebat.*



Etenim CE cum sit longitudine tripla ipsius ED, potestate nonupla erit] *Est enim AC longitudine tripla ipsius CD, quare AD dupla est DC. Itaque quoniam tota AC dupla est totius CE, & pars AD itidem dupla partis DC, erit & reliqua CD dupla reliquæ DE, & tota CE ipsius DD tripla.*

Quare & CG extrema, ac media ratione secta est in F, cuius maior portio FG] *Ex 5. tertiidecimi libri elementorum.*

Quoniam igitur AC ipsius quidem BC potestate tripla est, ipsius vero GF quintupla.] *Horum primum ante demonstratum est, secundum uero manifeste patet. Nam cum CE ipsius EF potestate sit quintupla, erit & dupla ipsius CE, hoc est AC duplæ EF, uidelicet FG. similiter quintupla potestate ex 15 quinti libri elementorum.*

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLVI.

Rursus sit semicirculus ABC, cuius centrum F, & quadratum ex CF quintuplum quadrati ex FE. ipsi vero AC ad rectos angulos sit BE, & iuncta BC extrema, ac media ratione secetur in D, vt BD sit portio maior. Dico quadrata ex CB BD quadrati ex CE quintupla esse.

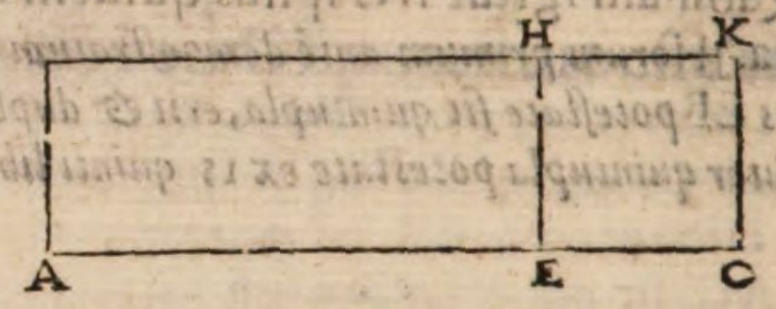
Ponatur FG æqualis EF. ergo CG extrema, ac media ratione secta est in E, atque eius maior portio EG. & quoniam rectangulum GCE æquale est quadrato ex EG, ipsa uero EC est æqualis AG, quoniam & EF ipsi FG; erit AEC rectangulum quadrato ex EG æquale. estque vt quadratum quidem ex EG, hoc est rectangulum AEC ad quadratum ex EC, ita quadratum ex CB ad quadratum ex BD, quoniam & ut GE ad EC, ita CB ad BD. vt autem rectangulum AEC ad quadratũ ex EC, ita AE ad EC. hoc.n. per primam sexti libri elem. ostenditur, descripto scilicet quadrato ab ipsa EC, & cõpleto in AE parallelogrammo. vt igitur AE ad EC, ita quadratum ex CB ad id, quod fit ex BD quadratum; & componendo ut AC ad CE, hoc est ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita quadrata ex CB BD ad quadratum ex BD. est autem, & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex CE. ex æquali igitur vt quadratum ex AC ad quadratum ex EG, ita quadrata ex CB ED ad quadratum ex CE. Sed quadratum ex AC quintuplum est quadrati ex EG. ergo & quadrata ex CB BD quadrati ex CE quintupla erunt. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Ergo CG extrema, ac media ratione secta est in E, atque eius maior portio EG] *Nam ex 2. tertiidecimi libri elementorum recta linea EG extrema ac media ratione secatur, cuius maior portio est æqualis EC. ergo & tota CG extrema, ac media ratione secta est in E, cuius maior portio EG ex quinta eiusdem.*

B Quoniam & vt GE ad EC, ita CB ad BD] *Ex 22. sexti libri elementorum. Cum enim GE extrema, ac media ratione secetur, atque eius maior portio sit æqualis EC, ut proxime dictum est, erit ex 44. huius ut GE ad EC, hoc est ad maiorem eius portionem, ita & CB ad BD.*

C Hoc enim ex prima sexti elementorum ostenditur, descripto scilicet quadrato ab ipsa EC, & completo in AE parallelogramino] *Describatur ex EC quadratũ HECK, & parallelogrammum compleatur: erit AH rectangulum, quod AEC continetur. ergo ut rectangulum AH ad HC quadratum, ita AE ad EC ex prima sexti: sed illud per sese patet ex lemmate in 23. decimi libri elem.*



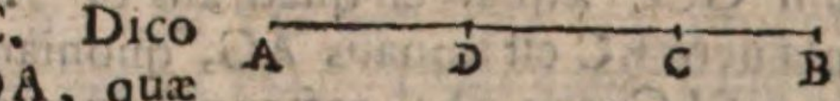
D Et componendo ut AC ad CE, hoc est ut quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Ob similitudinem triangulorum ABC BEC nempe ducta AB, quemadmodum in antecedenti ostendimus*

E Est autem & ut quadratum ex BC ad quadratum ex EG, ita quadratum ex BD ad quadratum ex EC] *Est enim ex 45. huius ut CB ad BD, ita GE ad EC. ergo & permutando ut RC ad EG, ita BD ad CE.*

THEOREMA XLV. PROPOS. XLVII.

Hexagoni latere extrema, ac media ratione secto, maior portio eius est decagoni latus.

Hexagoni enim latus DB extrema, ac media ratione secetur in C: & sit maior portio DC. Dico DC latus decagoni esse. apponatur enim DA, quæ sit decagoni latus. ergo AB extrema, ac media ratione secatur in D. Similiter & DB in C secatur. quare per octauum lemma ut AB ad BD, hoc est vt BD ad DA, ita BD ad DC. æqualis igitur est AD ipsi DC. Sed CD est latus decagoni. ergo & DC decagoni latus erit.



A
B
C
D

COMMENTARIVS.

A Ergo AB extrema, ac media ratione secatur in D] *Ex 9. tertiidecimi libri elementorum.*

B Quare per octauum lemma] *Nam inter quattuordecim lemmata, quæ ad comparationes quinque figurarum præmittit, octauum tenet locum. est autem 44. huius.*

Ita

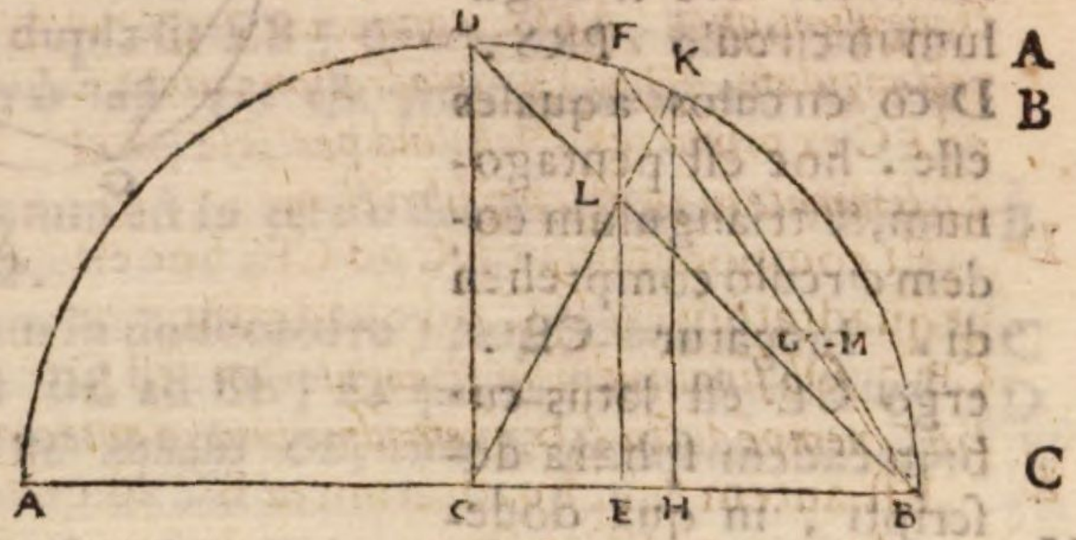
Ita BD ad DC] *In codice græco mendose legitur.* οὕτως ἡ α β πρὸς δγ *cum legendum* C
sit οὕτως ἡ β δ πρὸς δ γ.

Aequalis igitur est AD ipsi DC] *Ex 9. quinti elementorum.*

Ergo & DC decagoni latus erit] *Nos autem hoc aliter demonstrauimus in cõmentariis* D
in 9. tertiidecimi libri elementorum propositione prima. E

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVIII.

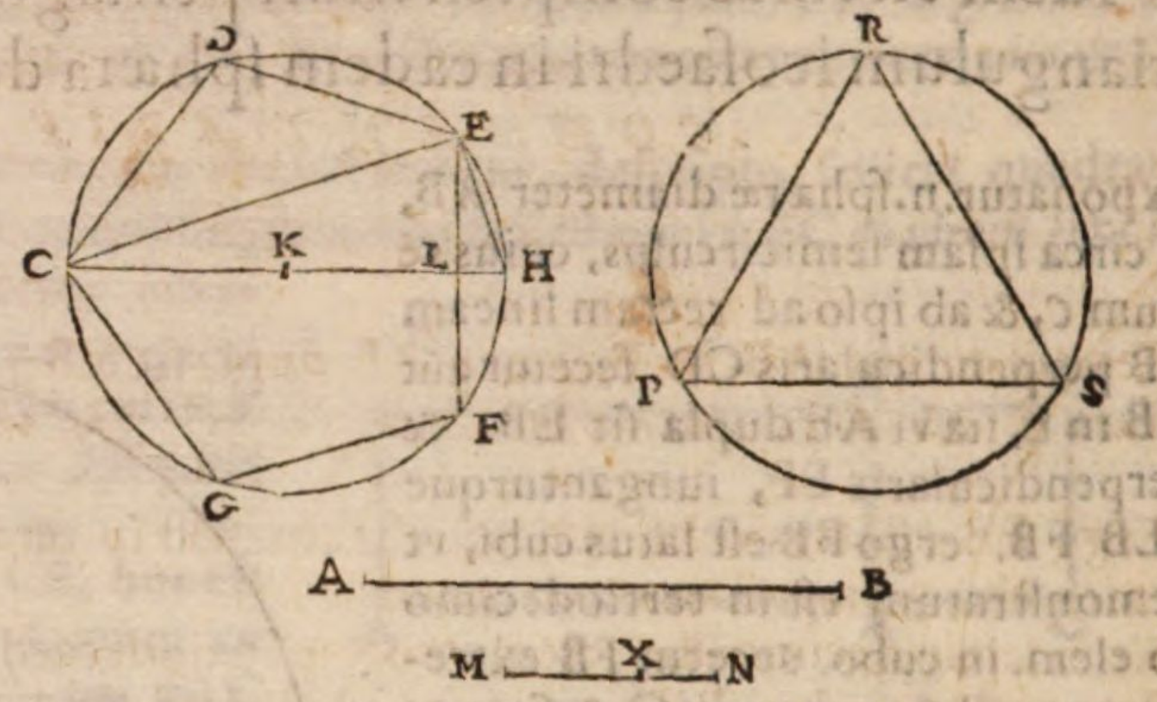
Idem circulus comprehendit pentagonum dodecaedri, & triangulum icosaedri in eadem sphæra descriptorum.



Exponatur.n.sphæræ diameter AB, & circa ipsam semicirculus, cuius cẽtrum C, & ab ipso ad rectam lineam AB perpendicularis CD. secetur aũt AB in E, ita vt AE dupla sit EB, & perpendicularis EF, iunganturque DLB FB. ergo FB est latus cubi, vt demonstratum est in tertiodecimo lib. elem. in cubo. secetur FB extrema, ac media ratione in G, & sit maior portio FG. erit FG dodecaedri latus, ut in tertiodecimo libr. elem. in dodecaedro. iuncta autem CL producatur in K, & perpendicularis ad AB agatur KH; iũctaque KB extrema ac media ratione secetur in M; & LM sit maior portio. Quoniã igitur AB dupla est BC, & AE itẽ dupla EB: erit & reliqua BE reliquæ EC dupla. sed BE est æqualis EL, propterea quòd vt BC ad CD, ita est BE ad EL. ergo & LE dupla est EC. sed & KH ipsius HC est dupla. quadruplũ igitur est quadratũ ex KH quadrati ex HC, & ideo quadratũ ex KC quintuplũ est quadrati ex CH. quare & quadratum ex BC quadrati ex CH quintuplum erit. ergo KB est latus icosaedri, quod demonstratum fuit in tertiodecimo libro elem. Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonstratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH esse eam, quam habent quinq; ad tria: in decimo autem quadrata ex BK KM quintupla esse quadrati ex BH: erunt quadrata ex BK KM quadrati ex FG tripla. Itaque exponatur citculus eomprehendens icosaedri triangulũ, & a centro ducta recta linea, ut contingit, NX, extrema, ac media ratione secetur in O, sitque maior portio ipsius NO. ergo NO est decagoni latus, quod ante ostensum est. & quoniam latus triãguli æquilateri descripti in circulo, cuius centrũ N, potestate triplũ est ipsius NX semidiametri, ut in tertiodecimo lib. elemen. demonstratur, erat autẽ trianguli latus KB: quadratũ ex KB quadrati ex NX ẽ triplum. & sunt utræque extrema, ac media ratione sectæ ergo ex ante demõstratis, vt BK ad NX, ita KM ad NO: & eorũ quadrata & vt vnum ad vnũ, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK KM tripla sunt quadratorũ ex NX NO. sed ostẽsa sũt quadrata ex BK KM tripla quadrati ex FG. ergo quadrata ex NX NO quadrata ex FG æqualia erunt. atque est NX latus hexagoni, & NO decagoni quare FG est latus pentagoni in eodem circulo, cuius centrum N descripti, quod etiam in tertiodecimo libro elem. demonstratur. recta uero linea FG cum sit pentagoni, & dodecaedri, latus erit. idem igitur circulus triangulum icosaedri, & dodecaedri pentagonũ comprehendit. prop. 10.

ALITER.

Idem circulus comprehendit icosaedri triangulum, & dodecaedri pentagonum.



Exponatur quædam sphæra, & in ipsa dodecaedrum, & icosaedrũ describantur. sitque dodecaedri quidem pentagonum CDEFG circulo CDE contentum, icosaedri vero triangulum in circulo PRS. Dico circulos æquales esse. hoc est pentagonum, & triangulum eodem circulo comprehendi. Iungatur CE. ergo CE est latus cubi in eadem sphæra descripti, in qua dodecaedrum. hoc enim demonstratum fuit in tertiodecimo libro elementorum. Sumatur circuli centrum K, & ab ipso perpendicularis KL producatur AD CH, & iungatur EH. ergo EH est decagoni latus. & quoniam quadratum ex CH, hoc est quadrata ex CE EH quadrupla sunt quadrati ex HK, erunt quadrata ex CE, EH HK quadrati ex HK quintupla. Sed quadratis ex EH HK æquale est id, quod fit ex EF quadratum: etenim latus pentagoni potest & hexagoni, & decagoni latus in eodem circulo descriptorum, quod in tertiodecimo libro elementorum demonstratum est. quadrata igitur ex CE EF quintupla sunt quadrati ex HK. Itaque exponatur & sphæræ diameter AB, & recta quædam linea MN, ita ut quadratum ex AB quintuplum sit quadrati ex MN. est autem & sphæræ diameter potestate quintupla semidiametri circuli, in quo describitur icosaedrum, vt ostensum est in tertiodecimo libro elementorum. ergo MN est semidiameter circuli, in quo icosaedrum describitur. Secetur MN extrema, ac media ratione in X, vt maior ipsius portio sit MX. Est igitur MX decagoni latus per quartum lemma. & quoniam quadratum ex AB quadrati quidem ex MN quintuplum est, quadrati uero ex CE latere cubi triplum, vt in tertiodecimo libro elementorum; erunt tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN æqualia. Sed ut tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX, etenim cubi latere extrema, ac media ratione secto, portio maior est dodecaedri latus; ut ostenditur in tertiodecimo libro elementorum, tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia sunt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX. quinque autem quadrata ex MN, & quinque quadrata ex MX sunt æqualia quinque quadratis ex RS: ut in tertiodecimo libro elementorum ostensum est in icosaedro. ergo quinque quadrata ex RS æqualia sunt tribus ex CE quadratis, & tribus quadratis ex DE. Sed quinque

prop.17.
O
P
prop.10.
Q
prop.16.
R
prop.15.
T
prop.17.
V
prop.16.
X

quidem

quidem quadrata ex RS æqualia sunt quindecim quadratis semidiametri circuli circa PRS triangulum descripti per 12. tertii decimi libri elementorum: tria uero quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE sunt æqualia quindecim quadratis semidiametri circuli, qui circa pentagonum CDEFG describitur, cum demonstratum sit quadrata ex CE EF quadrati ex HK quintupla esse. quindecim igitur quadrata semidiametri circuli circa triangulum PRS, sunt æqualia quindecim quadratis semidiametri circuli circa CDEFG pentagonum descripti. quare & vnum vni æquale, diameterque diametro, & circulus circulo est æqualis. Idem igitur circulus comprehendit dodecaedri pentagonum, & triangulum icosaedri in eadem sphæra descriptorum.

COMMENTARIVS.

Secetur autem AB in E, ita vt AE dupla sit EB] *Græcus codex habet* καὶ τετμήσθω ἡ αβ ὥστε διπλασίαν εἶναι τὴν αβ τῆς εβ. *sed legendum* τὴν αε τῆς εβ. A

Ergo FB est latus cubi, ut demonstratum est in tertio decimo libro elementorum in cubo] *propositione* 15. *& vltima*. B

Vt in tertio decimo libro elementorum in dodecaedro] *propositione* 17. C

Propterea quod ut BE ad CD, ita est BE ad EL] *Ex quarta sexti ob similitudinem triangulorum* BDC, BLE. *est autem BC æqualis CD, cum* C *sit semicirculi centrum. ergo &* BE *ipsi* EL *est æqualis.* D

Sest & KH ipsius HG est dupla. quadruplum igitur est quadratum ex KH quadrati ex HE.] *ob similitudinem scilicet triangulorum* LCE KCH. *in græco codice legitur* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς εγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ ἐκ τοῦ γε. *sed corrigendum* ἀλλὰ καὶ ἡ κθ τῆς θγ διπλῆ. τετραπλάσιον ἄρα τὸ ἀπὸ κθ τοῦ ἀπὸ θγ. E

Ergo KB est latus icosaedri, quod demonstratum fuit in tertiodecimo libro elementorum] *propositione* 16. *& ultima*. F

Quoniam igitur in nono quidem lemmate demonstratur proportionem quadrati ex FG ad quadratum ex BH esse eam, quam habent quinque ad tria *videlicet in* 46. *huius*. G

In decimo autem quadrata ex BK KM quintupla esse quadrati ex BH.] *in* 47. *huius*. H

Erunt quadrata ex BK KM quadrati ex FG tripla] *Nam cum quadratum quidem ex* FG *ad quadratum ex* BH *proportionem habeat, quam quinque ad tria, quadrata vero ex* BK KM *ad idem quadratum ex* BH *eam habeat, quam quinque ad vnum, hoc est quam quindecim ad tria, habebunt quadrata ex* BK KM *ad quadratum ex* FG *proportionem eandem, quam quindecim ad quinque, videlicet triplam. In græco codice omnia ferè sunt corrupta; qui sic habet* ἐνδὲ τῷ εβω τὰ ἀπὸ βζ ζθ πενδαπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βζ ζθ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζη. *ego sic corrigendum arbitror.* ἐν δὲ τῷ ι τὰ ἀπὸ βκ κμ πενδαπλάσια τοῦ ἀπὸ βθ. τὰ ἄρα ἀπὸ βκ κμ τριπλάσια τοῦ ἀπὸ ζη. K

Vt in tertiodecimo libro elementorum demonstratur] *propositione* 12. L

Ergo ex ante demonstratis vt BK ad NX, ita KM ad NO, & eorum quadrata, & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. quadrata igitur ex BK KM tripla sunt quadratorum ex NX NO] *est enim ex* 45. *huius vt* BK *ad* KM, *ita* XN *ad* NO, *permutandoque vt* BK *ad* XN, *ita* KM *ad* NO. *& vt quadratum ex* BK *ad quadratum ex* NX, *ita quadratum ex* KM *ad quadratum ex* NO. *vt autem vnum ad vnum,* M 22. sexti. 12. quinti.

ita

ita omnia ad omnia. Sed quadratum ex BK *triplum eſt quadrati ex* NX. *quadrata igitur ex* BK KM *quadratorum ex* NX NO *ſunt tripla. In codice græco legitur.* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τοίνυν ἐσιν ὡς ἡ βζ τῆς νξ, ἡ ζη πρὸς νο, καὶ τὰ τετράγωνα, καὶ ὡς ἔμπροσθεν πάντα πρὸς πάντα, τα ἄρα ἀπὸ βκ η τῶν ἀπὸ ξνο ἐσι τριπλάσια. *quæ nos ita emendauimus,* διὰ τὸ ἐν ἀρχῇ τύινυν ἐσιν ὡς ἡ βκ πρὸς νξ, ἡ κμ πρὸς νο καὶ τα τετράγωνα. καὶ ὡς ἔν πρὸς ἕν, πάντα πρὸς πάντα. τὰ ἄρα ἀπὸ βκμ τῆς ἀπὸ ξνο ἐσι τριπλάσια.

N Sed oſtenſa ſunt quadrata ex BK KM tripla quadrati ex FG] *Græcus codex habet.* ἐδείχθη δὲ καὶ τοῦ ἀπὸ ζη τά ἀπὸ τῆς βζζ ν τριπλάσια. *ſed legendum* τὰ ἀπὸ τῆς βκκμ τριπλάσια.

O Ergo EH eſt decagoni latus] *Etenim* CH *circumferentiam pentagoni* EF *bifariam diuidit in* H, *quod in* 41. *huius adnotauimus.*

P Hoc eſt quadrata ex CE EH] *Ex penultima primi elementorum.*

Q Ita vt quadratum ex AB quintuplum ſit quadrati ex MN] *Hoc quomodo fieri poſſit oſtendimus ſupra oſtendimus in commentariis in* 45. *huius.*

R Eſt igitur MX decagoni latus per 11. lemma] *Videlicet per præcedentem.*

S Erunt tria quadrata ex CE quinque quadratis ex MN æqualia] *Quoniam enim quarum partium quadratum ex* AB *eſt quindecim, earum quadratum quidem ex* MN *eſt triũ, quadratum uero ex* CE *quinque, erunt tria ex* CE *quadrata quadrato ex* AB *æqualia: & quinque quadrata ex* MN *ſimiliter æqualia eidem quadrato ex* AB. *tria igitur ex* CE *quadrata quinque quadratis ex* MN *æqualia erunt.*

T Sed vt tria quadrata ex CE ad tria quadrata ex DE, ita quinque ex MN quadrata ad quinque quadrata ex MX.] *Secetur cubi latus* CE *extrema, ac media ratione, erit maior eius portio æqualis lateri pentagoni* DE, *hoc eſt lateri dodecaedri ex* 8. *tertiidecimi libri elementorum, & 17. eiuſdem. ergo ut* CE *ad maiorem portionem* DE, *ita &* MN *ad* MX: *&*
ex .. hui' *ut quadratum ex* CE *ad quadratum ex* DE, *ita quadratum ex* MN *ad quadratum ex* MX. *Vt*
ex .. ſex. *autem quadratum ex* CE *ad quadratum ex* DE, *ita tria ex* CE *quadrata ad tria quadrata ex*
15 quinti DE. *& ut quadratum ex* MN *ad quadratum ex* MX, *ita quinque ex* MN *quadrata ad quinque quadrata ex* MX. *vt igitur tria quadrata ex* CE *ad tria quadrata ex* DE, *ita quinque quadrata ex* MN *ad quinque ex* MX *quadrata.*

V Tria igitur quadrata ex CE, & tria quadrata ex DE æqualia sũt quinque quadratis ex MN, & quinque quadratis ex MX] *Quoniã. n. oſtensũ eſt, ut tria quadrata ex* CE *ad tria quadrata ex* DE, *ita eſſe quinq; quadrata ex* MN *ad quinq; ex* MX *quadrata, erit permutãdo ut tria quadrata ex* CE *ad quinque quadrata ex* MN, *ita tria quadrata ex* DE *ad quinq quadrata ex* MX. *& ut unum ad unũ, ita omnia ad omnia. Vt igitur tria quadrata ex* CE *ad quinque quadrata ex* MN, *ita tria quadrata ex* CE, *& tria quadrata ex* DE *ad quinque quadrata ex* MN *& quinque quadrata ex* MX. *Sed tria quadrata ex* CE *ſunt æqualia quinq; quadratis ex* MN. *ergo tria quadrata ex* CE, *& tria quadrata ex* DE *quinque quadratis ex* MN *& quinque quadratis ex* MX *æqualia erunt.*

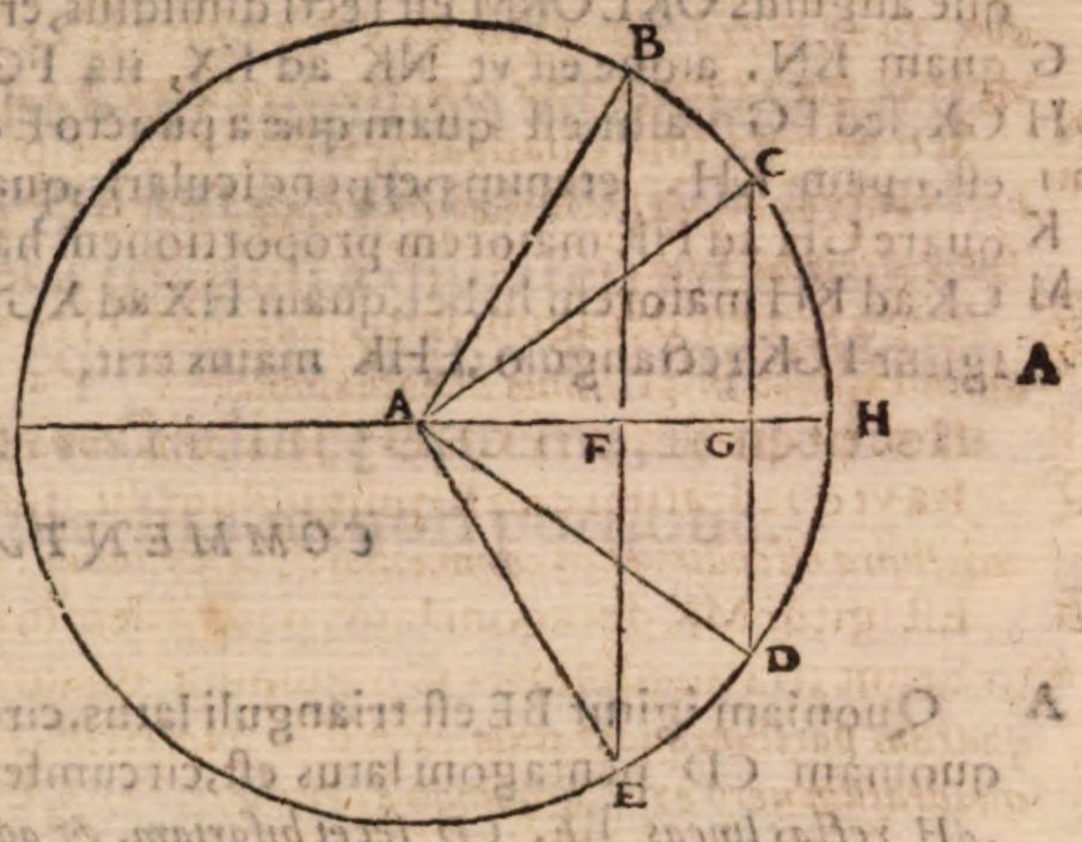
Sed quinque quidem quadrata ex RS æqualia ſunt quindecim quadratis ſemidia-
X metri circuli, &c.] *In Græcis codicibus mendoſe legitur.* ἀλλὰ πεντεμὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἐσι δὲ καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. *ſcribendum autem* ἀλλὰ κέντε μὲν τὰ ἀπὸ ρσ ἴσα ἔσι δέκα καὶ πέντε τοῖς ἀπὸ τοῦ κέντρου. *& ita inferius multis in locis.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLIX.

Duodecim pentagona maiora ſunt viginti triangulis, quæ in eodem circulo deſcribuntur.

Sit

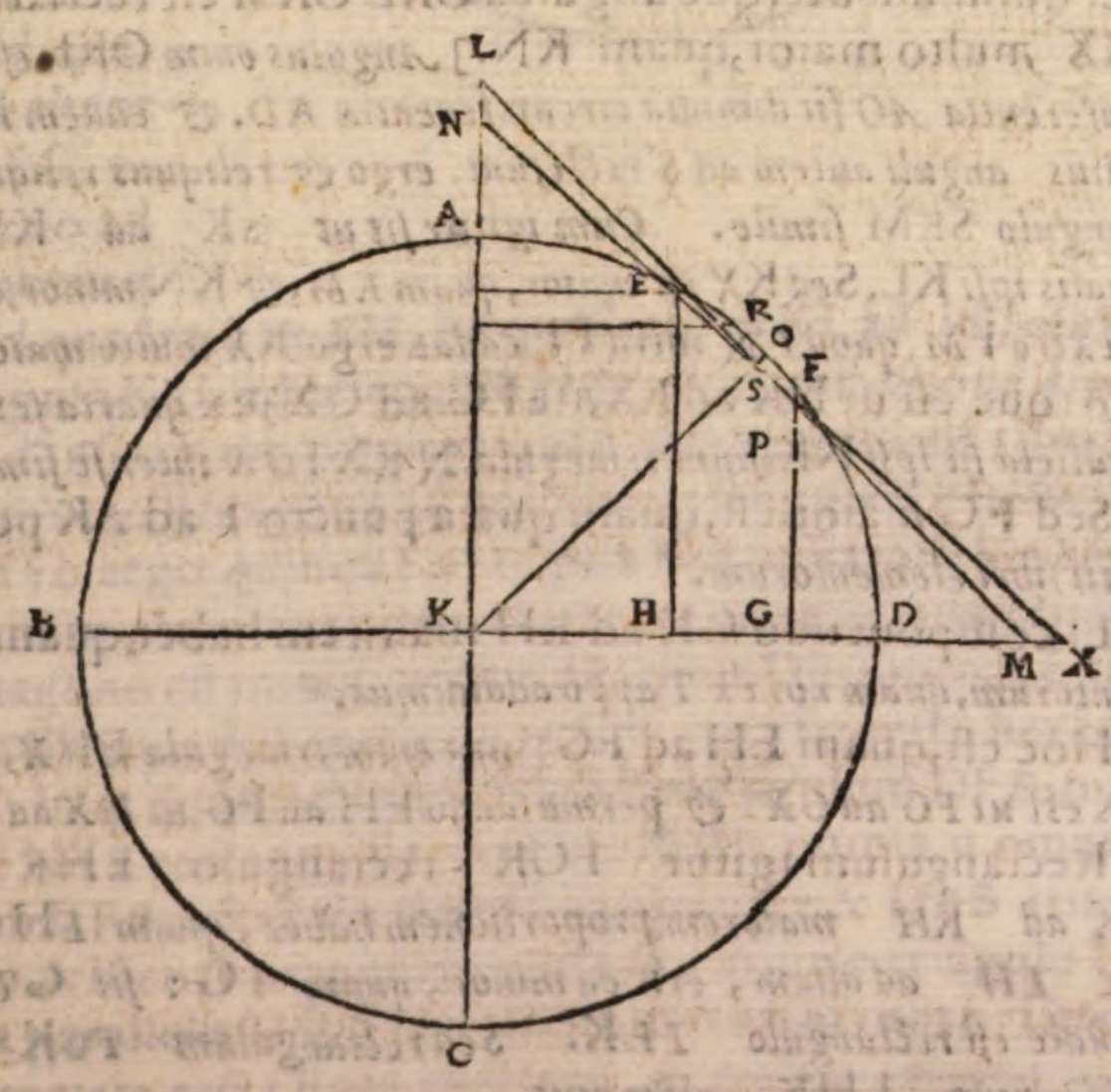
Sit circulus cõprehendens triangulum icosaedri, & pentagonum dodecaedri BCDE, & in ipsode-scribatur trianguli quidẽ latus BE, pentagoni uero CD, quæ interse parallela sint. sumatur autem circuli centrum A, & ab ipso ad parallelas perpendicularis ducatur AFGH, iunganturque AB, AC AD AE. Quoniam igitur BE est trianguli latus, circumferentia BH hexagoni est. rursus quoniam CD pentagoni latus est, circumferentia CH est decagoni, & perpendiculares sunt BF CG. maius igitur est CGA rectangulum rectangulo BFA ex eo, quod mox demõstrabitur; propterea que triangulũ ADD maius est triangulo ABE. & sexaginta triangula ACC sexaginta triangulis ABE sunt maiora. At sexaginta quidem triangula ACD dodecaedrum est, vnumquodque enim pentagonum quinque triangula habet ipsi ACD similia. sexaginta vero triangula ABE icosaedrum est, cum vnumquodque triangulum tria triangula contineat similia ipsi ABE. duodecim igitur pentagonama ora sunt viginti triangulis eorum, quæ in eodem circulo describuntur.



Quod autem posuimus, ita demonstrabitur.

THEOREMA XLVIII. PROP. L.

Sit circul⁹ ABCD, cuius centrum K, diametrique ad rectos angulos in terse le AC BD: & hexagoni quidem circumferentia DE, decagoni vero DF: & EH FG ad diametrum BD perpendiculares. Dico FGK rectangulum rectãgulo EHK maius esse.



Sit enim octanguli circumferentia DO. ergo quarum partiũm circulus est 360, earum DE quidem erit 60, DF vero 36, & DO 45. reliqua igitur FO

est

C D est 9, & OE 15. ponatur ipsi FO æqualis OR. erit & reliqua AR æqualis DF.
E iunctæ autem FE FR producantur. sintque rectæ lineæ NEFX, LRFM. & iun-
F cta KO ipsam FR bifariam & ad rectos angulos secat. secet in S. & quoniã vter-
que angulus OKL OKM est recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior,
G quam KN. atque est vt NK ad KX, ita FG ad GX. minor igitur est FG quam
H GX, sed FG maior est quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur: hoc
8. quinti est, quam KH. etenim perpendicularis, quæ a puncto R ducitur æqualis est FG.
K quare GH ad HK maiorem proportionem habet, quam ad GX, & componendo
L M GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG, hoc est quam LH ad HG. rectangulum
A igitur HGK rectangulo LHK maius erit.

COMMENTARIVS.

A Quoniam igitur BE est trianguli latus, circumferentia BH hexagoni est. rursus quoniam CD pentagoni latus est, circumferentia CH est decagoni.] *Nam cum AH rectas lineas BE, CD secet bifariam, & ad rectos angulos, circumferentias quoque BE CD bifariam secabit ex 30 tertii elementorum. in Græco codice legitur* . ἡ γθ ἄρα λϛ λεκαγόνου *et lege* λεκαγώνου.

B At hexagona quidem triangula ACD dodecaedrum est, &c.] *Dodecaedrum, & icosaedrum hoc loco pro dodecaedri, & icosaedri superficie usurpauit.*

C Erit & reliqua AR æqualis DF.] *Punctum enim O circumferentiam DA bifariam secat. quare æqualibus utrinque sublatis, reliqua æqualia erunt.*

D Iunctæ enim FE, FR producantur.] *Producantur scilicet in utramque partem quousque diametros productas secent.*

E Et iuncta KO ipsam FR bifariam, & ad rectos angulos secat.] *Intelligantur enim iũctæ KR KF. & quoniam circumferentiæ RO OF æquales sunt, erunt anguli RKS SKF*
ul. sexti. 1. quinta *æquales. sunt autem æquales & qui ad R. reliquus igitur reliquo est æqualis, & ob id uterque rectus. quod cum KO ipsam FR ad rectos angulos secet, bifa-*
3. tertii. *riam quoque secabit.*

F Et quoniam uterque angulus OKL OKM est recti dimidius, erit KM æqualis KL, & KX multo maior, quam KN.] *Angulus enim OKL est dimidius recti LKM, quod circumferentia AO sit dimidia circumferentiæ AD. & eadem ratione angulus OKM est recti di-*
9. quinti. *midius. anguli autem ad S recti sunt. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum LKS triangulo SKM simile. Cum igitur sit ut SK ad KM, ita SK ad KL, erit KM æqualis ipsi KL. Sed KX est maior, quam KM, & KN minor, quam KL. recta enim linea FX cadit extra FM, quod FN intra FL cadat. ergo KX multo maior erit, quam KN.*

G Atque est ut NK ad KX, ita FG ad GX.] Ex *quarta sexti elementorum. Nam cum FG parallela sit ipsi NK, fiunt triangula NKX FGX inter se similia.*

H Sed FG maior est, quam quæ a puncto E ad AK perpendicularis ducitur.] Ex 15. *tertii libri elementorum.*

K Et componendo GK ad KH maiorem habet, quam HX ad XG.] Ex 28. *quinti elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.*

L Hoc est, quam EH ad FG.] *Sunt enim triangula EHX, FGX inter se similia. ergo EH ad HX est ut FG ad GX. & permutando EH ad FG, ut HX ad XG.*

M Rectangulum igitur FGK rectangulo LHK maius erit.] *Quoniam enim GK ad KH maiorem proportionem habet, quam EH ad FG, fiat ut GK ad KH,*
8. quinti. *ita EH ad aliam, erit ea minor, quam FG: sit GP. rectangulum igitur PGK*
16 sexti *æquale est rectangulo EHK. Sed rectangulum FGK maius est ipso PGK, ergo & rectangulo LHK est maius.*

THEOREMA XLIX. PROP. LI.

Si triangulum æquicrure habens angulum ad uerticẽ quattuor quintarum recti, & triangulum ęquilaterum ipsi æquale constituatur; quadratum lateris triãguli æquilateri ad quadratum uniuslaterum æqualium ęquicruris minorẽ proportionẽ habebit, quàm quadratũ totius rectæ lineę extrema, ac media ratione sectæ ad id, quod quinquies fit a minori portione.

Sit enim triangulum æquicrure BDE, angulum habens ad *E* quattuor quintarum recti, & circulo comprehensum, cuius centrum *E*, & diameter A*E*FC ad lineam BD perpẽdicularis. ergo BF*D* ẽ latus pẽtagoni. Si igitur utramque circumferentiarum CG CH dodecaedri assumamus, iungamusque GH *E*G EH, erit EGH triangulum ęquilaterum. & si rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit. Quòd si velimus aptare triangulum æquale triangulo BDE, cadet illud inter triangula HEG, KEF, hoc est triangulo H*E*G maius erit, & triangulo K*E*L minus, quod sic ostenditur. Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM est ea, quam habent 4 ad 3, est autem HE ęqualis EC; erit & quadrati ex CE proportio ad quadratum ex *E*M, quam habent 4 ad 3. sed vt quadratũ ex CE ad quadratũ ex *E*M, ita quadratũ ex KL ad id, quod fit ex HG quadratũ, hoc est triangulũ K*E*L ad triangulũ H*E*G; & ita hexagona. circumscriptum igitur hexagonum ad inscriptum proportionẽ habet, quam 4 ad 3, hoc est, quam 12 ad 9. Circumscriptum vero hexagonũ ad quinque triangula KEL eam proportionem habet, quam 12 ad 10. ergo quinque triangula KEL inscripto hexagono sunt maiora, & multo maiora inscripto pentagono. nã pentagonum ęquilaterum circulo inscriptum inscripto hexagono est minus. triangulũ igitur DE*B* minus ẽ triangulo KEL. Dico & triãgulo H*E*G maius esse. sumatur. n. CN circũferentia hexagoni & perpẽdicularis ducatur NX. Itaq; quoniã ex antecedente rectãgulum DF*E* maius est NX*E* rectãgulo, & æquale ẽ NXE rectangulũ rectãgulo HME, omnia. n. omnibus sunt æqualia: erit rectangulum DF*E* rectagulo HM*E* maius. quare & D*E*B triangulum maius est triangulo HEG. & ideo si triangulũ ęquilaterũ æquale triãgulo DE*B* constituatur, ita ut basis ipsius parallela sit ipsi HG uel KL, inter KH cadet. Quoniã igitur ostensum est in sexto lemmate, recta linea extrema, ac media ratione secta, quadratum totius ad id, quod quinquies fit a minori portione, maiorem proportionem habere, quam 4 ad 3. habet autem quadratum ex KE ad quadratum ex

E C, hoc est ad quadratum ex EH proportionem eandem, quam 4 ad 3. ergo totius rectæ lineæ quadratum ad id, quod quinquies fit a minori portione multo maiorem proportionem habebit, quam quadratum lateris trianguli æquilateri, quod inter KE HE cadit, ad quadratum ex EH, hoc est ad quadratum ex ED lateris æquicruris.

8 quinti. L

COMMENTARIVS.

A Erit EGH triangulum æquilaterum] *Quoniam enim utraque* GC CH *circumferentia est dodecagoni, erit tota* GCH *circumferentia hexagoni, & recta linea* GMH *hexagoni latus, quod quidem semidiametro est æquale. triangulum igitur* EGH *æquilaterum est.*

B Et si rectam lineam contingentem KCL ducamus, triangulum quoque EKL æquilaterum erit] *Hoc ita intelligẽdum est, ut recta linea circulum contingens in C ab* EH *producta secetur in* K, *& ab* EG *in* L. *fiunt enim triangula* EHG EKL *similia, quod* HG KL *inter sese parallelæ sint.*

C Quoniam enim proportio quadrati ex HE ad quadratum ex EM est ea, quam habent 4 ad 3] *Demonstratur hoc in* 39. *huius.*

D Sed ut quadratum ex CE ad quadratum ex EM, ita quadratum ex KL ad id, quod fit ex HG quadratum, hoc est triangulum KEL ad triangulum HEG] *Est enim ob triangulorum similitudinem, ut* CE *ad* EM, *ita* KC *ad* HM, *& ita eorum dupla* KL *ad* HG. *triangulum autem* KEL *ad triangulum* HEK *duplam habet proportionem eius, quam* KL *ad* HG. *Sed & quadratum ex* KL *ad quadratum ex* HG *duplam proportionem habet eius, quam* KL *ad* HG. *Vt igitur quadratum ex* KL *ad quadratum ex* HG, *ita triangulum* KEL *ad* HEG *triangulum.*

E Et ita hexagona] *Ex* 15. *quinti elem. Sunt n. hexagona sextupla triangulorum, nempe circumscriptum hexagonum trianguli* KEL, *& inscriptum trianguli* HEG *sextuplum.*

F Circumscriptum uero hexagonum ad quinque triangula KEL eam proportionẽ habet, quam 12 ad 10.] *Habet namque eam, quam 6 ad* 5.

G Nam pentagonum æquilaterum circulo inscriptum inscripto hexagono est minus] *Latus enim pentagoni æquilateri in circulo descripti, ex iis, quæ a Ptolemæo in magna constructione tradita sunt, minus est triginta tribus partibus earum, quarum diameter circuli est* 120. *ergo totus pentagoni ambitus minor est* 165. *partibus. hexagoni uero latus cõtinet* 30. *earundem partium, & totus ambitus* 180. *pentagoni igitur ambitus ambitu hexagoni est minor. Sed cum in prima huius ostensum sit, polygonorum ordinatorum quæ angulos quidẽ numero inæquales habent, ambitum vero æqualem, illud, quod ex pluribus angulis constat semper maius esse, si pentagonum, & hexagonũ æquali ambitu cõstituantur, pentagonũ minus erit hexagono. At pentagoni æquilateri ambitus minor est ambitu hexagoni in eodem circulo descriptorũ. ergo dictum pentagonum hexagono multo minus sit necesse est.*

H Et æquale est NXE rectangulum rectangulo HME, omnia enim omnibus sũt æqualia] *Ducatur a centro* E *ipsi* AC *ad rectos angulos* EO *& cum* CN *sit circumferentia hexagoni, erit reliqua* NO *dodecagoni circumferentia ipsi* CH *æqualis, &* HO *circumferentia hexagoni æqualis* CN. *ergo recta linea* NX *est æqualis ei, quæ a puncto* H *ad* EO *diametrum perpendicularis ducitur, uidelicet ipsi* ME, *&* HM *similiter æqualis perpendicularis a puncto* N *ad* EO *ductæ: hoc est* EX. *rectangulũ igitur* HME *rectangulo* NXE *est æquale.*

K Quoniam igitur ostensum est in sexto lemmate] *Videlicet in* 42. *huius.*

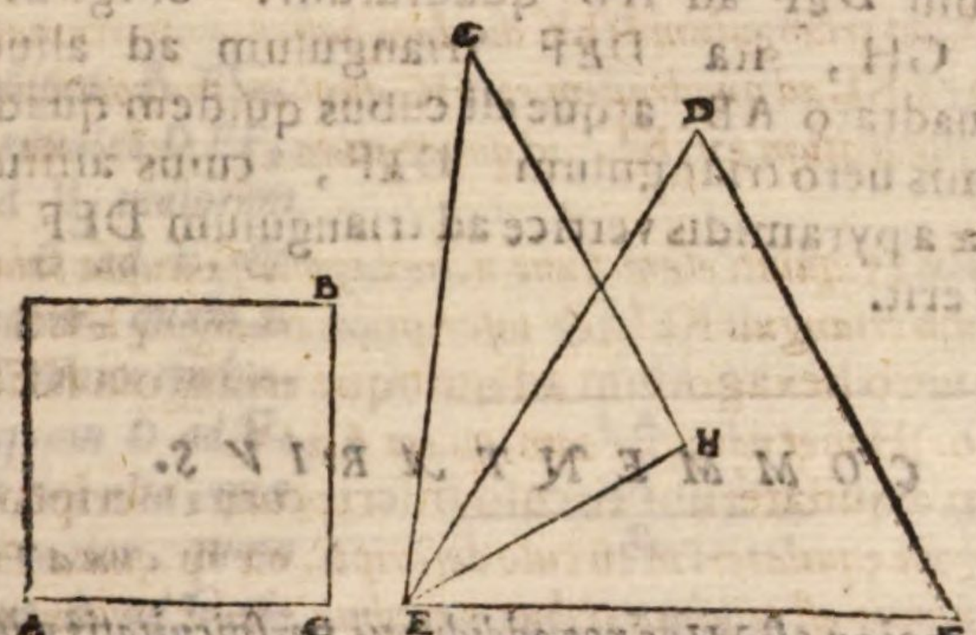
L Ad quadratum ex EH, hoc est quadratum ex ED lateris æquicruris.] *In Græco codice legitur* πρὸς τὴν εθ τουτέσι τὴν εδ τοῦ ἰσοσκελοῦς, *sed mendose, ut opinor. legendum enim erit* πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς εθ, τουτέσι τὸ ἀπὸ τῆς εδ ἰσοσκελοῦς.

THEOREMA L. PROPOSITIO LII.

Quæ igitur ad comparationes quinque figurarum æqualem superficiem habentium assumuntur, seorsum posita sint. Deinceps vero ostendendum est icosaedrum maximum esse, posticosaedrum dodecaedrum, deinde octaedrum, deinde cubus, postremo omnium minima pyramis

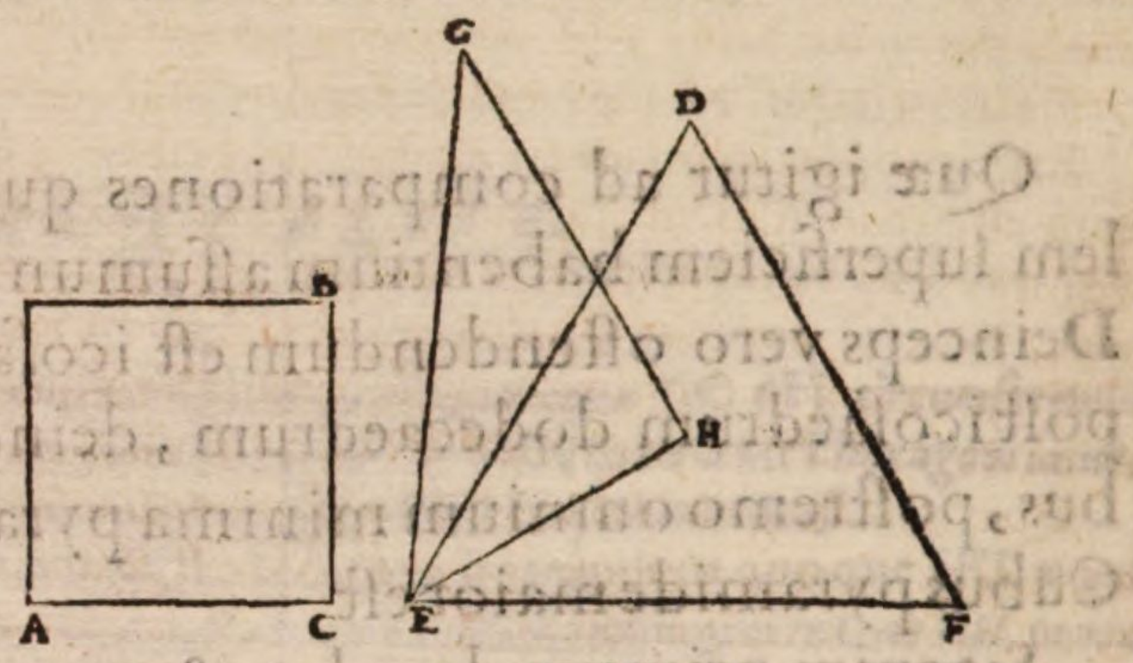
Cubus pyramide maior est

Sit enim primum de cubo, & pyramide sermo, sitque cubi ABC quadratum AB, & pyramidis triangulum DEF.



Quoniam igitur æquales ponuntur figurarum superficies, erunt sex quadrata AB æqualia quattuor triangulis DEF. ergo proportio trianguli DEF ad AB quadratum est ea, quam habent 3 ad 2. ducatur a pyramidis vertice ad planum perpendicularis GH, & EH jungatur. perspicuum est H centrum esse circuli circa triangulum DEF descripti. quadratum igitur ex DE, hoc est quadratum ex EG triplum est quadrati ex EH, atque est angulus EHG rectus. quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH est, quam habent 3 ad 2, hoc est quam 54 ad 36. quadrati autem ex GH ad quadratum tertiæ partis GH proportio est, quam habent 36 ad 4. ergo proportio quadrati ex GE, hoc est ex EF ad tertiæ partis GH quadratum est, quam habent 54 ad 4. Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit, minus est, quam quadruplum dicti trianguli, erunt quattuor triangula DEF, quæ sunt sex quadrata AB, maiora quadrato ipsius EF. ergo AB quadratum ad quadratum ex EF maiorem proportionem habet, quam 1 ad

6, hoc eſt quam 9 ad 54. quadrati autem ex EF ad quadratum tertiæ partis GH proportio eſt, quam habet 54 ad 4, ut oſtenM ſum fuit. & ex æquali quadratum AB hoc eſt quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9 ad 4. ergo & longitudine recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem habet proportionem, quam 3 ad 2. Sed oſtenſum eſt proportioné trianguli DEF ad AB quadratum eſſe eam, quam habent 3 ad 2. triangulum igitur DEF ad AB quadratum minorem proportionem habet, quam recta linea AC ad tertiam partem GH & ex contrario recta linea AC ad tertiam partem GH maiorem proportionem haN bet, quam triangulum DEF ad AB quadratum. Si igitur faciamus ut AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud quippiam; erit O ad ſpacium minus quadrato AB. atque eſt cubus quidem quadratum AB, cuius P altitudo AC: pyramis uero triangulum DEF, cuius altitudo eſt tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis uertice ad triangulum DEF ducitur. ergo cuQ bus pyramide maior erit.



COMMENTARIVS.

A Cubus pyramide maior eſt] *Hęc nos addidimus perſpicuitatis cauſa, ut eſſent loco propoſitionis.*

B Ducatur a pyramidis uertice ad planum perpendicularis GH] *Græcus codex* ἤχθω ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς πυραμίδος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον. *ſed legendum* ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον. *hoc eſt ad planum trianguli DEF.*

C Perſpicuum eſt H centrum eſſe circuli circa triangulum DEF deſcripti] *Intelligantur iunctæ* DH HF GF. *Quoniam igitur recta linea* GF *eſt æqualis* GE, *& quadratum ex* GF *quadrato ex* GE *æquale erit. quadrato autem ex* GF *æqualia ſunt utraque quadrata ex* GH HF, *quod angulus* GHF *ſit rectus: & quadrato ex* GE *ſimiliter æqualia ſunt utraque quadrata ex* GH HE. *ergo quadrato ex* GH HF *quadratis ex* GH HE *ſunt æqualia. & ablato communi quadrato ex* GH, *relinquetur quadratum ex* HF *æquale quadrato ex* HE. *ergo recta linea* HF *eſt æqualis* HE. *Eadem quoque modo oſtendetur* HD *ipſi* HE *æqualis. tres igitur rectæ lineæ* HF, HE, HD *ſunt æquales inter ſeſe. ergo ex* 9. *tertii elementorum* H *eſt centrum circuli circa* DEF *triangulum deſcripti.*

D Quadratum igitur ex DE, hoc eſt quadratum ex EG triplum eſt quadrati ex EH] *ex* 12. *tertiidecimi libri elementorum.*

E Quare proportio quadrati ex GE ad quadratum ex GH eſt, quam habent 3 ad 2.] *Quadratum enim ex* GE *eſt æquale duobus quadratis ex* EH HG. *Quod cum quadratum ex* GE *ad quadratum ex* EH *ſit ut* 3 *ad* 1, *erit quadratum ex* EG *ad quadratum ex* GH, *ut* 3 *ad* 2.

Hoc

Hoc est quam 54. ad 36.] *ex 15. quinti. est enim vtrumque vtriusque octodecuplum, vel duodeuigintuplum.* F

Quadrati autē ex GH ad quadratū tertiæ partis GH proportio est quam habent 36. ad 4.] *Nam proportio quadrati ex GH ad quadratum tertiæ partis ipsius est dupla eius, quam habet* GH *ad tertiam partem* GH, *videlicet nonupla. Græcus codex.* τοῦ ἀπὸ ΗΘ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ γ. *lege* τοῦ δὲ ἀπὸ ΗΘ· *&c.* G 20. sexti.

Ergo proportio quadrati ex GE hoc est ex *E*F ad tertię partis GH quadratum est, quam habent 54. ad 4.] *videlicet ex æquali. Græcus autem codex habet,* καὶ τοῦ ἀπὸ ΗΕ ἄρα, τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΕΔ πρὸς τὸ ἀπὸ τριγώνου τῆς ΗΘ. *sed legendum,* τουτέστι τοῦ ἀπὸ ΕΖ πρὸς τὸ ἀπὸ τοῦ τρίτου τῆς ΗΘ. H

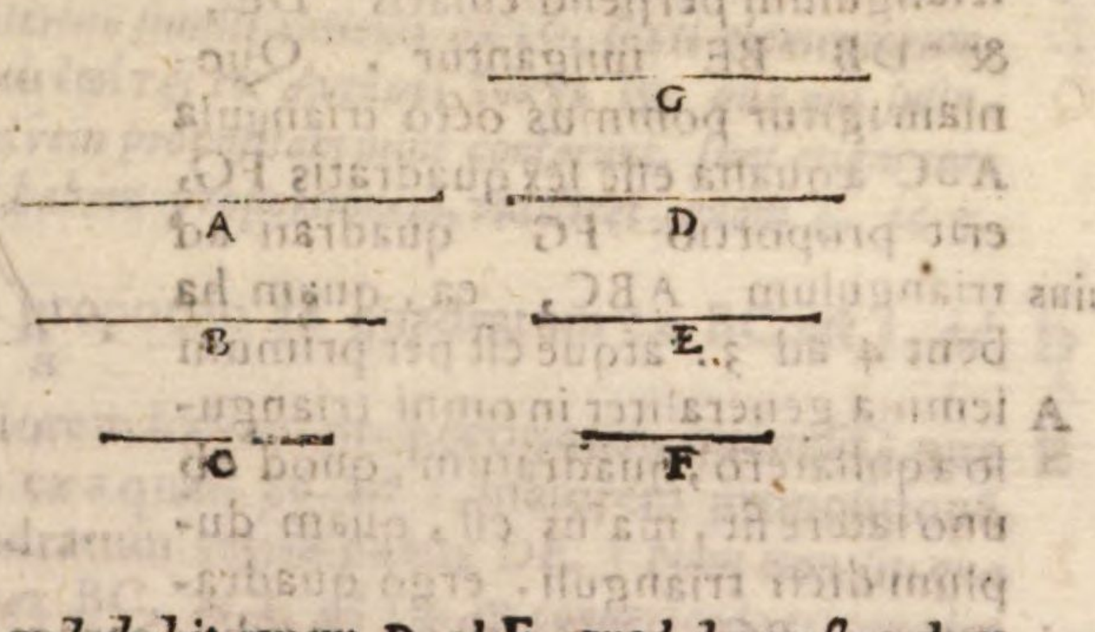
Et quoniam in omni triangulo æquilatero quadratum, quod ab vno latere fit minus, est quam quadruplum dicti trianguli] *ex 39. huius.* K

Quæ sunt sex quadrata AB] *in Græco codice legitur* ἅπερ ἐστὶν ἓξ τετράγωνα ἀπὸ κγ. *Sed quoniam quadratum quod fit ab* AC *est ipsum* AB, *nos ita vertere maluimus, quod & obseruauimus aliis in locis.* L

Et ex æquali quadratum AB, hoc est quadratum ex AC ad quadratum tertiæ partis GH maiorem proportionem habet, quam 9. ad 4.] *Hoc in elementis perse demonstratum non est, sed tamen facile demonstrabitur hoc modo.* M

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis numero æquales, habeatque prima priorum ad secundam maiorem proportionem, quam prima posteriorum ad secundam, secunda vero priorum ad tertiam eandem proportionem habeat, quam secunda posteriorum ad tertiam, etiam ex æquali prima priorum ad tertiam maiorem proportionem habebit, quàm prima posteriorum ad tertiam.

Sint tres magnitudines A B C, *& aliæ ipsis numero æquales* D E F, *habeat autem* A *ad* B *maiorem proportionem, quam* D *ad* E, *&* B *ad* C *habeat eandem, quam* E *ad* F. *Dico* A *ad* C *maiorem habere proportionem, quam* D *ad* F. *fiat enim vt* A *ad* B, *ita alia, quæ sit* G *ad* E, *erit* G *maior, quam* D. *ex æquali igitur vt* A *ad* C, *ita est* G *ad* F. *sed* G *ad* F *maiorem habet proportionem, quam* D *ad* F. *ergo ex* 13. *quinti libri elementorum* A *ad* C *maiorem proportionem habebit, quam* D *ad* F. *quod demonstrandum fuerat.*



Si igitur faciamus vt AC ad tertiam partem GH, ita DEF triangulum ad aliud quippiam, erit spacium minus quadrato AB] *Hoc est si fiat vt* AC *ad tertiam partem* GH, *ita* DEF *triangulum ad aliud spacium, quod sit quadratum* K. *erit illud quadrato* AB *minus ex octaua quinti elementorum. quare prisma basim habens triāgulum* DEF *& altitudinem tertiam partem* GH, *æquale erit prismati, cuius basis spacium* K, *quod est minus quadrato* AB, *& altitudo* AC. *bases enim altitudinibus ex contraria parte respondent. quod quidem ex vndecimo, & duodecimo libro elementorum facile constare potest, & demonstratur a nobis in commentariis, in* IX. *propositionem duodecimi libri elementorum.* N

Atque est cubus quidem quadratum AB, cuius altitudo AC] *est enim cubus prima, cuius basis* AB *quadratum, & altitudo* AC *æqualis scilicet lateri ipsius basis, quippe cum sex quadratis æqualibus contineatur.* O

Pyramis vero triangulum DRF, cuius altitudo est tertia pars perpendicularis, quæ a pyramidis vertice ad triangulum DRF ducitur.] *hoc est pyramis est æqualis prismati, cuius basis est triangulum* DEF, *& altitudo tertia pars perpendicularis* P

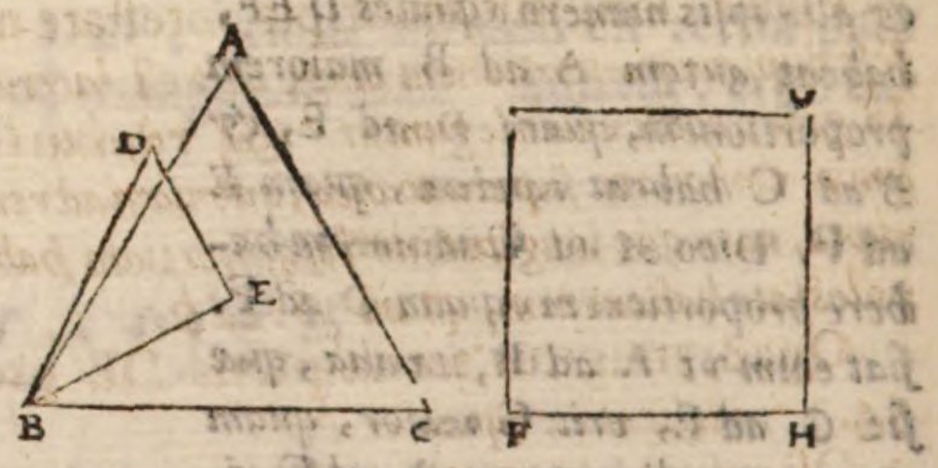
GH. *prisma enim basim habens triangulum* DEF, *& altitudinem* GH *est triplum pyramidis, quæ eandem basim habet, & altitudinem æqualem ex corollario septimæ duodecimi libri elementorum, atque est triplum prismatis, cuius eadem est basis, & altitudo tertia pars ipsius* GH *prismata namque omnia & pyramides, quę in eisdem, uel æqualibus basibus constituuntur, eam inter se proportionem habent, quam altitudines, ut nos demonstrauimus* 9 quinti. *in libro de centro grauitatis solidorum propositione* 20. *pyramis igitur basim habens triangulum* DEF, *& altitudinem* GH *est æqualis prismati, cuius eadem est basis, & altitudo tertia pars ipsius* GH.

Q Ergo cubus pyramide maior erit] *Cubus enim maior est prismate, cuius basis est minor quadrato* AB, *& altitudo* AC, *nam cum altitudinem æqualem habeant, inter se sint, ut ipsorum bases ex* 32. *vndecimi libri elementorum, ex quo sequitur cubum pyramide maiorem esse.*

THEOREMA LI. PROPOS. LIII.

Octaedrum cubo maius est.

Sit enim octaedri quidem triangulum ABC, cubi vero quadratum FG, & a centro sphæræ octaedrum comprehendentis ducatur ad ABC triangulum perpendicularis DE, & DB BE iungantur. Quoniam igitur ponimus octo triangula ABC æqualia esse sex quadratis FG, erit proportio FG quadrati ad 38 huius triangulum ABC, ea, quam habent 4 ad 3. atque est per primum A lemma generaliter in omni triangulo æquilatero, quadratum, quod ob uno latere fit, maius est, quam duplum dicti trianguli. ergo quadra- 8 quinti. tum ex BC maius est sex partibus earum, quarum quadratum FG est quat- 39. huius tuor, ac propterea 4 ad 6, hoc est 36 ad 54 maiorem proportionem habent, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. Et quoniam per secundum lemma proportio quadrati ex BD ad quadratum ex DE est ea, quam ha- B bent 3 ad 1: quadratum autem ex BD æquale est quadratis ex BE ED; erit proportio quadrati ex DE ad quadratum ex EB, eadem, quæ est 1 ad 2. Sed proportio quadrati ex EC ad quadratum ex BE est eadem, quæ 6 ad 2 ex duodecima tertiidecimi libri elementorum, ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC est 1 ad 6, videlicet 9 ad 54. proportio C autem quadrati tertiæ partis ipsius DE ad quadratum ex DE est 1 ad 9, etenim D longitudine tripla potestate nonupla sunt. quadrati igitur tertiæ partis DE E proportio ad quadratum ex BC est 1 ad 54. ostensum autem est 36. ad 54 maiorem habere proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem proportionem habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE, & longitudine 6 ad 1 maiorem habet pro- F portionem, quam recta linea FH ad tertiam ipsius DE partem. At proportio sex quadratorum FG ad unum est, quam habeat 6. ad 1. & sunt sex quadrata



drata FG æqualia octo triangulis ABC. octo igitur triangula ABC ad quadratum FG maiorem proportionem habet, quam recta linea FH ad tertiam partē DE. atque est octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo est tertia pars DE, cubus autem quadratum FG, cuius altitudo FH. octaedrum igitur ipso cubo est maius. 7.quinti. G

COMMENTARIVS.

Qnadratum, quod ab vno latere fit maius est, quam duplum dicti trtanguli] A
In Græcis codicibus mendose legitur. τοῦ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετραγώνου μεῖζον ἡ διπλάσιον, *legendum enim erit,* τὸ ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς τετράγωνον.

Sed proportio quadrati ex BC ad quadratum ex BE est eadem, quę 6. ad 2. ex 12. tertijdecimi libri elementorum. ergo proportio quadrati ex DE ad quadratum ex BC est 1. ad 6. videlicet 9. ad 54.] *Quoniam enim qundratum ex* BC *ad quadratum ex* BE, *est vt 6. ad 2. erit & conuertendo quadratum ex* BE *ad quadratum ex* BC *vt 2. ad 6. ex æquali igitur quadratum ex DE ad quadratum ex* BC *est ut 1. ad 6. hoc est vt 9. ad 54. Græcus codex habet.* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε, ὃν ἐξ πρὸς δ διὰ τὸ ις τοῦ ιγ στοιχεῖον. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν α πρὸς γ. *sed legendum* τοῦ δὲ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ βε ὃν ἐξ πρὸς β, διὰ τὸ ιβ τοῦ ιγ στοιχείου. λόγος ἄρα τοῦ ἀπὸ δε πρὸς τὸ ἀπὸ βγ ὃν ἑνὰ πρὸς ς. B

Etenim longitudine tripla potestate nonupla sunt] *Habent enim quadrata interse duplam proportionem eius, quæ est laterum similis rationis ex* 20. *sexti elementorum. In græco codice hæc leguntur.* καὶ τὰ μήκει ἐστὶ τρίτα δυνάμει ἔνατε ἴσα. *quæ nos sustulimus tamquam supervacanea, quoniam ad rem propositam nihil conferunt. sunt etiam corrupta. nam quę longitudine sesquitertiam habent proportionem, videlicet, quam* 4. *ad* 3. *potestate habeat eam, quam* 16. *ad* 9. C

Quadrati igitur tertiæ partis DE proportio ad quadratum ex BC est 1. ad 54.] *videlicet ex æquali.* D

Ostensum autem est 36. ad 54. maiorem habent proportionem, quam FG quadratum ad quadratum ex BC. ergo ex æquali 36. ad 1. maiorem propositionē habet, quam quadratum FG ad quadratum tertiæ partis DE.] *Nam cum sit quadratum tertiæ partis* DE *ad quadratum ex* BC, *vt* 1. *ad* 54. *& conuertendo erit quadratum ex* BC *ad quadratum tertiæ partis DE, vt* 54. *ad* 1. *sed* 36. *ad* 54. *maiorem proportionem habet, quam* FG *quadratum ad quadratum ex* BC. *ergo ex æquali* 36. *ad* 1. *maiorem habebit proportionem, quam quadratum* FG *ad tertię partis* DE *quadratum. Cur autem hoc sequatur, nos in antecedente demonstrauimus* E

Et sunt sex quadrata FG æqualia octo triangulis ABC] *In græco codice mendose legitur.* καὶ ἐστὶ τὰ ς τετράγωνα ἴσα ἢ τετραγώνοις τοῖς αβγ, καὶ ἢ ἄρα &c. *corrige* καὶ ἐστὶ τὰ ς τετράγωνα ἴσα ἢ τριγώνοις τοῖς αβγ. ἡ ἄρα. &c. F

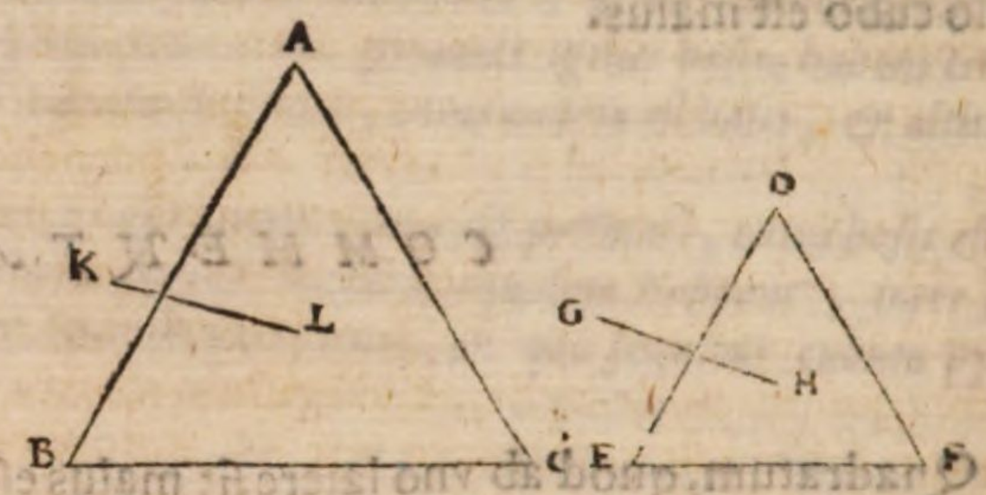
Atque est octaedrum quidem octo triangula ABC, quorum altitudo est tertia pars DE] *hoc est octaedrum est æquale octo prismatibus, quorum bases triangula* ABC *& altitudo tertia pars* DE, *sunt enim ea æqualia octo pyramidibus bases easdem habentibus, & altitudinem* DE, *ex quibus octaedrum ipsum constare manifestum est.* G

THEOREMA LII. PROPOSITIO. LIIII.

Icosaedrum octaedro est maius.

Sic

Sit octaedri quidem triangulum ABC, icosaedri uero DEF, & ducantur a centris sphærarum solida comprehendentium ad eorum plana perpendiculares GH KL. Quoniam igitur demonstratum est in septimo theoremate præmissorum duodecim quadrata ex GH maiora esse quinque quadratis ex EF, quinque vero quadrata ex EF sunt duo quadrata ex BC, quoniam & quinque triangula DEF duobus triangulis ABC sunt æqualia. etenim horum quadrupla videlicet viginti triangula DEF



æqualia sunt octo triangulis ABC: & vt triangulum ad triangulum, ita quadra-
20 sexti. tum ad quadratum. cum figuræ similes inter sese duplam proportionem habeant
A eius, quæ est laterum similis rationis, duo autem quadrata ex BC sunt duodecim quadrata ex KL: nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL est quam habent 6 ad 1. erunt duodecim quadrata ex GH duodecim quadra-
B tis ex KL maiora. ergo recta linea GH maior est, quam KL, & tertia pars
C GH maior, quam tertia KL. & quoniam icosaedrum quidem est viginti triangula DEF, quorum altitudo est tertia pars GH; octaedrum vero octo triangula ABC, altitudinem habentia tertiam partem KL: & sunt viginti triangula DEF octo triãgulis
D ABC æqualia, vt posuimus, icosaedrum octaedro maius erit.

COMMENTARIVS.

A Duo autem quadrata ex BC sunt duodecim quadrata ex KL. nam proportio quadrati ex BC ad quadratum ex KL est quam habent 6 ad 1.] *Hoc demonstratum est in antecedenti. In Græco autem codice legitur.* Δύο δὲ τὰ ἀπὸ αβ γ δίβ ἐστι τὰ ἀπὸ κλ πρὸς δὲ ε δ' ἐ ὁ γὰρ λόγος τῶν ἀπὸ β γ πρὸς τὸ ἀπὸ κ λ, ἐν ἑξ πρὸς ἕνα. *sed ita legendũ puto* Δύο δὲ τὰ ἀπὸ β γ ίβ ἐστι τὰ ἀπὸ κ λ. ὁ γὰρ λόγος, &c.

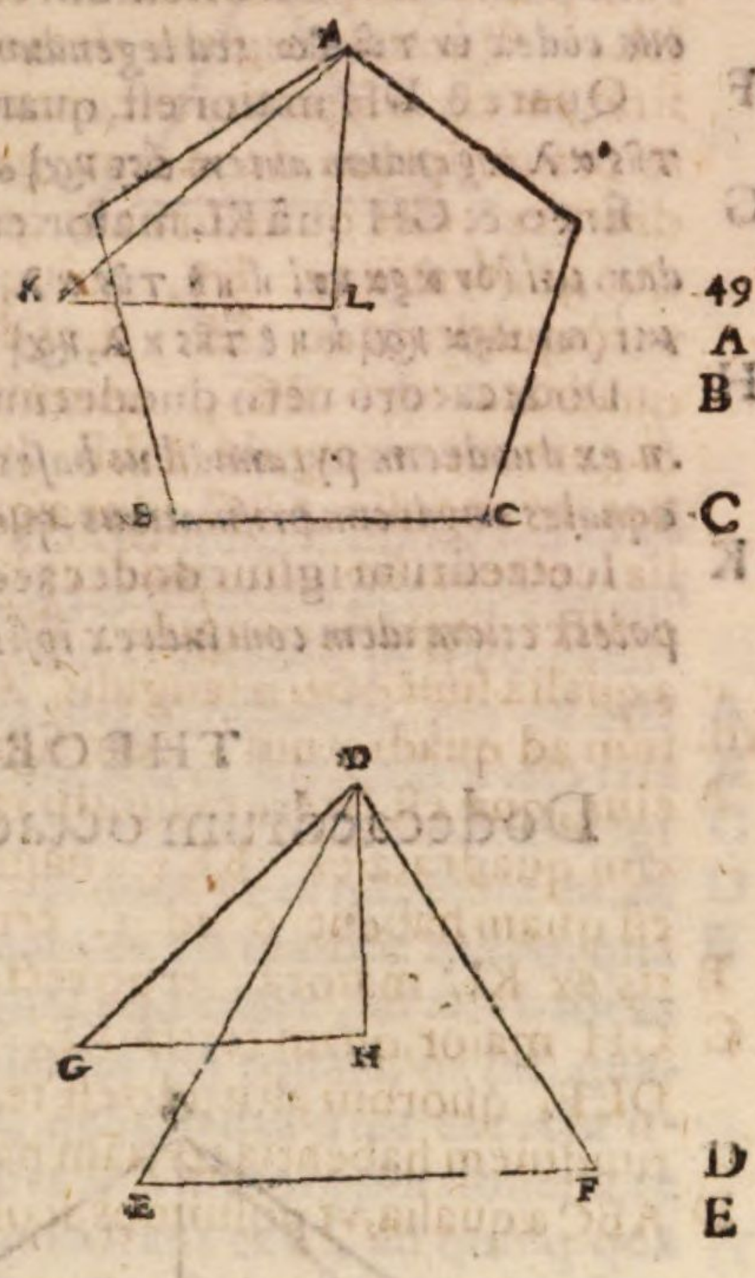
B Ergo recta linea GH maior est, quam KL] *Nam cum sint duodecim quadrata ex* GH *maiora duodecim quadratis ex* KL, *erit quadratum ex* GH *quadrato ex* KL *maius, & idcirco recta linea* GH *maior ipsa* KL.

C Et quoniam icosaedrum quidem est uiginti triangula DEF, quorum altitudo est tertia pars GH] *Icosaedrum enim constat ex uiginti pyramidibus, bases habentibus triangula* DEF, *& altitudinem* GH, *quæ quidem sunt æquales viginti prismatibus, quorum eadem bases, & altitudo tertia pars* GH, *ut demonstratum iam fuit.*

D Icosaedrum octaedro maius erit] *Viginti enim prismata quorum bases sunt triangula DEF, & altitudo tertia pars* GH *maiora sunt octo prismatibus, bases habentibus triangula* ABC, *& altitudinem tertiam partem* KL, *quod altitudo altitudine maior sit. nam cum in æqualibus basibus constituantur, eandem inter se proportionem habent, quam altitudines. possumus etiam hoc probare ex pyramidibus ipsis absque prismatibus, quę quidem inter se sunt, ut earum altitudines, quod nos in libro de centro grauitatis solidorum, propositione* 20. *demonstrauimus.*

THEOREMA LIII. PROP. LV.

Sit n. pentagonũ quidem ABC vnum aliquod pentagonorum dodecaedri, triangulum vero DEF vnũ triangulorũ icoſaedri. & a centris ſphærarũ ſolida cõprehendentium ad plana DEF ABC perpendiculares ducantur GH KL, unganturque GD DH KA AL. Quoniã igitur oſtenſum eſt in 12. theoremate præmiſſorum, eundem circulum cõprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triãgulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum erit AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulũ cõpreheudentis, & KL perpendicularis a centro ſphæræ ad ipſum triangulum: recta uero linea KA ſphęræ ſemidiameter. ſed & triangulũ GHD ſimiliter accipiẽdũ eſt, quod triãgulo KLA eſt ſimile. ut. n. ſphæræ dodecaedrum comprehendẽtis diameter ad AL, ita & diameter ſphæræ comprehentis icoſaedrum ad DH: & ut latus trianguli æquilateri deſcripti i circulo, qui triangulum icoſaedri, & pentagonũ dodecaedri comprehendit ad AL, ita ED ad DH. vt igitur KA ſemidiameter ſphæræ ad AL, ita GD ſemidiameter ſphærę ad DH: & anguli ad LH ſunt recti. ergo triangulum AKL ſimile eſt triangulo DGH. rurſus quoniã oſtenſum eſt in 14. theoremate præmiſſorum 20. triangula DEF, hoc eſt duodecim ABC pentagona maiora eſſe viginti triangulis deſcriptis in circulo pentagonum ABC comprehendente, perſpicue conſtat, & circulum deſcriptum circa DEF maiorem eſſe eo, qui circa ABC pentagonum deſcribitur. quare & DH maior eſt, quam AL. ſuntque triangula DGH AKL ſimilia. vt igitur DH ad HG, ita AL ad LK; & permutando ut DH ad AL, ita HG ad LK maior autem eſt, quam AL. ergo & GH quam KL maior erit. & tertia pars GH maior quã tertia KL. eſt autem icoſaedrum viginti triangula DEF, quorum altitudo tertia pars GH: dodecaedrum uero duodecim pentagona ABC, quorum altitudo tertia pars KL: & poſita ſunt viginti triangula DEF duodecim pentagonis ABC æqualia. Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius.



49 huius

COMMENTARIVS.

Eundem circulum comprehendere, & pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* ἅτι ὑ ἀυ τὸς κὺκλος ϖεριλαμβάνει τὸτε τρί̓γωνον τὸυ εἰκοσαέδρου τῆς εἰς τὴν ἀυτήν σφάιραν ἐγ̓γεγραφομένου τῶ δωδεκαέδρω. *ego ita legendum arbitror,* ὅτι ἑ ἀυ̃ τίς κύκλος ϖεριλαμβάνει τὸτε ϖεντά̓γωνον τὸυ δωδεκαέδρου, καὶ τὸ τρί̓γωνον τὸν εἰκοσαέδρου τῶν εἰς ἀυτὴν σφάιραν ἐγ̓γεγραφομένων. A

Et AL quidem ſemidiameter circuli icoſaedri triangulum comprehendentis] *Videlicet comprehendentis pentagonum dodecaedri, & triangulum icoſaedri in eadem ſphæra deſcriptorum.* B

Sed & triãgulum GHD ſimiliter accipiendum eſt, quod triãgulo KLA eſt ſimile.] *Nam & DH eſt ſemidiameter circuli comprehendentis triangulum icoſaedri, & pentagonum* C

gorum dodecaedri. Sed neque eſt idem circulus, qui circa pentagonum ABC, neque eadem ſphæra. ponuntur enim nunc duodecim pentagona ABC viginti triangulis DEF æqualia, quod non fieret in eodem circulo, quippe cum demonſtratum ſit in 49. huius duodecim pentagona uiginti triangulis in eodem circulo deſcriptis maiora eſſe.

D Ergo triangulum AKL ſimile eſt triangulo DGH] *Ex 7. ſexti libri elementorum.*

E Rurſus quoniam oſtenſum eſt in quartodecimo Theoremate præmiſſorum] *Græcus codex* ἐν τῷ δϞω. *ſed legendum* ἐν τῷ ιδϞω.

F Quare & DH maior eſt, quam AL] *Græcus codex* φανερόν ὅσε καὶ ἡ ΔϞ ε ζ μεῖζον ἐστιν ἢ τῆς α λ *legendum autem* ὅσε καὶ ΔϞ θ μεῖζον ἐσι τῆς α λ.

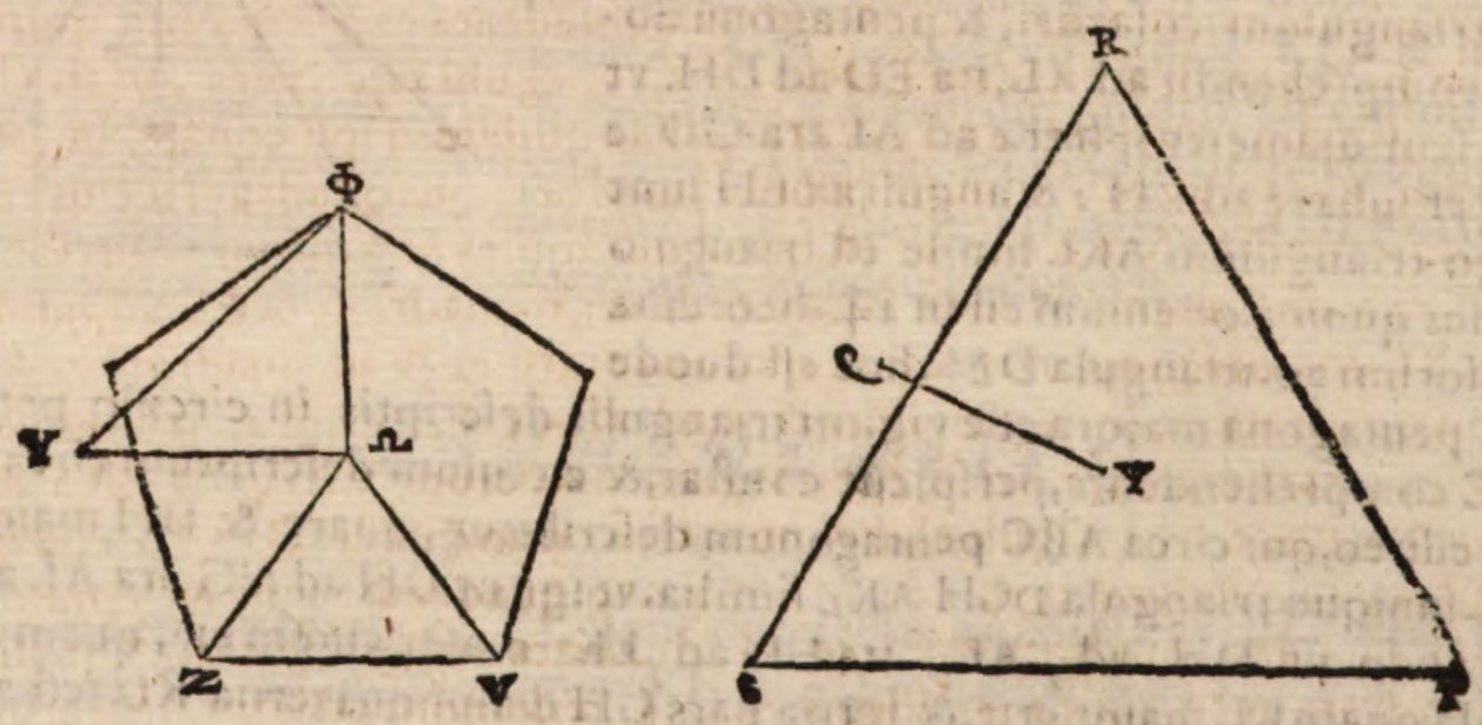
G Ergo & GH quã KL maior erit, & tertia pars GH maior, quã tertia KL] *Græcus codex.* μεῖζον ἄρα καί ἡ ΗΘ τῆς α λ, καὶ τὸ τρίγωνον ἄρα τῆς Η Θ τοῦ τριγώνου τῆς κ λ. *lege* μεῖζων ἄρα καὶ ἡ ΗΘ τῆς κ λ, καὶ τὸ τρίτον ἄρα τῆς ΗΘ τοῦ τρίτου τῆς κ λ.

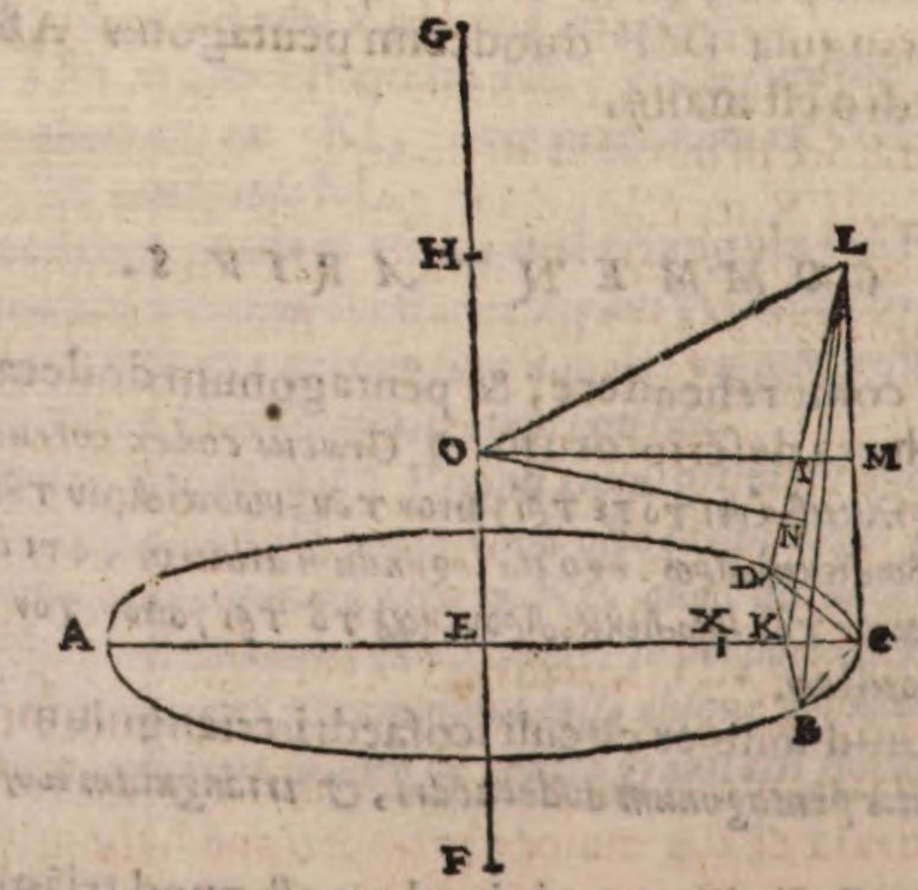
H Dodecaedrũ uero duodecim pẽtagona ABC, quorũ altitudo tertia pars KL] *cõſtat enim ex duodecim pyramidibus baſes habẽtibus pentagona ABC & altitudinem KL, quæ ſunt æquales duodecim priſmatibus, quorum eadem baſes, & altitudo tertia pars* KL.

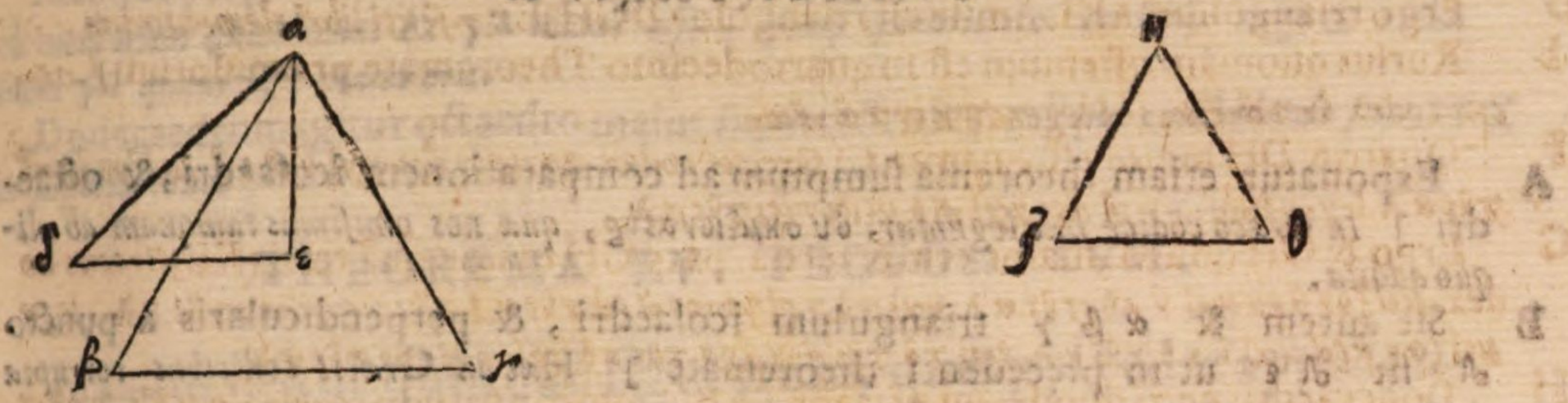
K Icoſaedrum igitur dodecaedro eſt maius] *Nam altitudo* GH *maior eſt altitudine* KL. *poteſt etiam idem concludi ex ipſis pyramidibus.*

THEOREMA LIIII. PROP. LVI.

Dodecaedrum octaedro eſt maius.







Sit dodecaedri pẽtagonũ φzν,& γΩ perpẽdicularis a cẽtro ſphęræ dodecaedrũ cõ
prehẽdẽtis ad pẽtagonũ φzν ducta: iũgaturq. Ωφ, Ωz Ων, γφ. octaedri uero triangulũ
PRS,& ſit ſimiliter perpẽdicularis Q↓ quã oſtẽdere oportet minorẽ perpẽdiculari
γΩ. Exponatur ẽt theorema sũptũ ad cõparationẽ icoſaedri,& octaedri, per qđ oſtẽ A
ditur duodecim quadrata ex ON maiora eẽ quinq; quadratis ex BD. ſit ãt & αβγ triã B
gulũ icoſaedri,& perpẽdicularis a pũcto δ ſit δε, ut ĩ pręcedẽti theoremate. ſimile igi C
tur ẽ φΩγ triãgulũ triãgulo αεδ & triãgulo ONL (& sũt duodecim quadrata ex δε D
maiora quinq. quadratis ex βγ, hoc ẽ duodecim quadrata ex γΩ maiora quinq; qua E
dratis ex Ωφ) Itaq; qm̃ per 14. lẽma oſtẽsũ ẽ, ſi ſit triãgulũ æquicrure, ut Ωzν habeas
angulũ ad Ω quattuor quintarũ recti,& triãgulũ æquilaterũ ipſi ęquale, ut ζηϑ, quadratũ ex ζη ad quadratũ ex Ωz minorẽ proportionẽ hẽt, quã quadratũ totius rectæ lineæ extrema,ac media rõne ſectæ ad id,quod quinquies fit a minore portione; & recta linea EC extrema,ac media rõne ſecta ẽ in X. ergo quadratũ ex EC ad quinq quadrata ipſius XC maiorẽ proportionẽ hẽt quã quadratũ ex ζη ad quadratũ ex Ωz, hoc ẽ quindecim quadrata ex ζη ad quindecim quadrata ex Ωz. & qm̃ 8. triangula PRS æqualia sũt 12. pẽtagonis φzν, hoc ẽ 60. triagulis Ωzν, erunt 2. triãgula PRS æqualia 15. triãgulis Ωzν, hoc ẽ 15. triãgulis ζηϑ, & propterea duo quadrata ex PS æqualia sũt 15. quadratis ex ζη. quadratũ igitur ex EC ad quinq. quadrata ipſius XC. maiorẽ proportionẽ hẽt, quã duo quadrata ex PS ad 15. quadrata ex Ωφ. eſt. n. Ωz æqualis Ωφ. duo uero quadrata ex PS sũt 12 quadrata ex Q↓, ut demoſtratũ ẽ in cõparatione cubi,& octaedri. ergo quadratũ ex EC ad quinq. quadrata ex CX maiorẽ proportionẽ hẽt, quã 12. quadrata ex Q↓ ad 15. quadrata eſt Ωφ. eſt ãt XK æqualis KC. quadratũ ex igitur ex EC ad 20. quadrata ex KC maiorẽ hẽt proportionẽ, quã 12. quadrata ex Q↓ ad 15. quadrata ex Ωφ, & idcirco 36. quadrata ex EC, hoc eſt 36. quadrata ex CL ad 720. quadrata ex KC maiorẽ proportionẽ hẽt, quã 12. quadrata ex Q↓ ad 15. quadrata ex Ωφ. ſed ut LC ad CK, ita LM ad MI, & ut LM ad MI, ita ON ad NO. ergo 36. quadrata ex ON ad 720. quadrata ex NI, hoc ẽ ad 80. quadrata ex LI: etenim in 7. lẽ mate. oſtenſa eſt LI tripla ipſius IN, hoc eſt ad 20. quadrata ex KL. hoc eſt ad 15. quadrata ex BD maiorẽ proportionẽ habere, quã 12. quadrata ex Q↓ ad 15. quadrata ex Ωφ eſt. n. BD ptãte ſeſquitertia ipſius KL. quare & 12. quadrata ex ON ad quinq. quadrata ex BD maiorẽ habent proportionẽ, quam 12. quadrata ex Q↓ ad 15. quadrata ex Ωφ. ſed quinque quadrata ex BD sunt 15. quadrata ex NL. ut demõſtratum eſt in tertiodecimo libro elem. nã pũctũ N centrũ eſt circuli circa triangulũ deſcripti. quare 12. quadrata ex ON ad 15. quadrata ex NL, hoc ẽ 12 quadrata ex δε ad 15. quadrata ex εα maiorẽ proportionẽ habent, quã 12. quadrata ex Q↓ ad 15. quadrata ex Ωφ. a quę eſt ſimile triangulum δαε triangulo γφΩ. duodecim igitur quadrata ex γΩ ad quindecim quadrata ex Ωφ maiorẽ proportionẽ habent, quã 12. quadrata ex Q↓ ad 15 quadrata ex Ωφ. ideoque perpendicularis γΩ maior eſt, quam Q↓. & ponuntur ſuperficies figurarum ſolidarum ęquales. dodecaedrum igitur octaedro maius fit neceſſe eſt.

A B C D E H F G H K M 15.quin. L O M 43.huiu N O P Q R S T V X

COMMENTARIVS.

A Exponatur etiam theorema ſumptum ad comparationem icoſaedri, & octaedri] *In Græco codice hæc leguntur,* ὃυ σημεῖον ας᾽ ῆς, *quæ nos omiſimus tamquam ab aliquo addita.*

B Sit autem & α β γ triangulum icoſaedri, & perpendicularis a puncto Δ ſit Δ ε ut in præcedenti theoremate] *Hæc in Græcis codicibus corrupta ſunt.*

C Simile igitur eſt ΦΩR triangulum triangulo αεΔ, & triangulo ONL] *Hoc in præcedenti demonſtratur. Græcus autem codex ita corrigendus eſt.* ὅμοιον ἄρα τὸ ΦΩν, τῷ τε αεΔ τριγώνῳ, καὶ τῷ ονλ.

D Et ſunt 12 quadrata ex Δε maiora quinque quadratis ex β Γ.] *Vera hæc quidem ſunt, ſed quid ad demonſtrationem conferant, non uideo.*

E Hoc eſt duodecim quadrata ex ΓΩ maiora quinque quadratis Ω Φ] *corrupta hæc ſunt, vt opinor, neque enim vera. quare ſi quis ea una cum antedictis de medio tollat, fortaſſe non errabit.*

F Et quoniam 8 triangula PRS æqualia ſunt 12 pentagonis Φ Z ν] *Ex poſitione ſcilicet, græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet,* καὶ ἐπεισχομένη τρίγωνα τάσσῳ ἴσα. *legendum autem puto,* καὶ ἐπεί η τρίγωνα τάσσῳ ἴσα.

G Hoc eſt 15 triangulis ζ η θ] *Ponitur enim triangulum* ζ η θ *æquilaterum, & triangulo* Ω Z ν *æquale.*

H Et propterea dato quadrata ex PS æqualia 15. quadratis ex ξ η] *Nam triangulorũ, & quadratorum proportio eadem eſt, vt ſuperius potuit.*

K Dico uero quadrata ex PS ſunt 12 quadrata ex Q τ, vt demonſtratum eſt in comparatione cubi, & octaedri] *Hoc eſt in propoſitione 43. huius, in qua demonſtratur quadratum ex* Q τ *ad quadratum ex* PS *eam proportionem habere, quam 1 ad 6.*

L Hoc eſt 36 quadrata ex CL] *Poſita eſt enim* CL *ipſi* EC *æqualis.*

M Hoc eſt ad 80 quadrata ex LI, etenim in ſeptimo lémate oſtenſa, eſt LI, &c.] *Græcus codex hẽt,* τουτέσι ϖ τ, τὰ ἀπὸ λ ι. τριϖλάσια γὰρ ἐν τῷ Δ ϖ λήμματι ἐδείχθη ἡ λ ι. *lege* τουτέσι τὰ ἀπὸ λ ι. τριϖλάσια γὰρ ἐν τῷ ζ ϖ.

N Hoc eſt ad 20. quadrata ex KL] *In Græco codice legitur.* τουτέσι κ τὰ ἀπὸ κ Δ. *corrige* τὰ ἀπὸ κ λ.

O Eſt enim BD poteſtate ſeſquitertia ipſius KL] *Rationem reddit cur 20 quadrata ex KL ſint 15 quadrata ex BD. in Græco legitur* ἐπεὶ τρίτος γὰρ ἡ β Δ τῆς κ λ δυνάμει .. τ ε. *lege* δυνάμει.

P Quare & duodecim quadrata ex ON ad quinque quadrata ex BD maiorem proportionem habent, &c.] Ex 15. *quinti, quam enim proportionem habent 36 ad 15. eandem 12. habeat ad 5. græcus codex* τε καὶ ἡ ιβ τὰ ἀπὸ ο ν. *ſed fortaſſe legendum* ὡσε καὶ ιβ τὰ ἀπὸ ο ν.

Q Nam punctum N centrum eſt circuli circa triangulum deſcripti] *Conſtat hoc ex ſecundo corollario primæ propoſitionis ſphæricorum Theodoſii.*

R Hoc eſt 12 quadrata ex Δε ad quindecim quadrata ex ε α] *Sunt enim ea triangula inter ſe ſimilia, ut dictum eſt.*

S Atque eſt ſimile triangulum Δ αε triangulo τ Φ Ω] *In Græcis codicibus,* καὶ ἐσιν ὅμοιον τῷ λ Δ η ε τρίγωνον τῷ υ Φ ϖ τριγώνῳ *lege* τὸ Δ αε τρίγωνον τῷ, υ Φ ϖ τριγώνῳ.

Maio-

Maiorem proportionem habēt, quàm 12: quadrata ex QΨ ad 15 quadrata ex ΩΦ] *In græco codice hęc desiderantur.* μεἰζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ιβ τὰ ἀπὸ χΨ πρὸς ιε τὰ ἀπὸ ωΦ. T

Ideoque perpendicularis γΩ minor est, quam QΨ] *sequitur enim ex 10. quinti elementorum quadratum ex γΩ maius esse, quam quadratum ex QΨ. ergo & recta linea γΩ quam QΨ maior erit.* V

Dodecaedrum igitur octaedro maius sit, necesse est] *reliqua concludenda sunt, vt in superioribus.* X

THEOREMA LV. PROPOS. LVII.

Harum igitur quinque figurarum, quæ polyedra appellantur, eam quę plures habet bases, multo maiorem esse ex iam demonstratis constat. At vero præter has quinque alias inueniri non posse, quæ æqualibus & similibus æquilateris polygonis contineantur, ex his etiam quis discat.

Omnem solidum angulum ex tribus ad minimum angulis planis cōstare necessarium est: & qui ipsum continent, siue tres, siue plures sint, quattuor rectis angulis omnino sunt minores. Itaque fieri non potest, ut angulus solidus hexagoni angulis, aut alicuius rectilinei, quod plures angulos habent, comprehendatur. etenim tres ad minimum anguli, qui ipsum comprehendere possunt, non sunt quattuor rectis minores. Ex pentagoni vero tribus angulis constitui potest, vt in dodecaedro. Rursus quattuor quidem anguli, vel plures ipsius quadrati continere solidum angulum non possunt, non enim sunt minores quattuor rectis. Tres autem angulum cubi continent. Eadem ratione & trianguli æquilateri sex anguli, vel plures non sunt quattuor rectis minores, ac propterea non continent angulum solidum. At quinque, & quattuor, & tres continere possunt. quinque enim icosaedri, quattuor octaedri, & tres pyramidis angulum continent. Ex quibus manifesto apparet, præter hos non esse alium angulum solidum ex æqualibus polygoni angulis constante. Quare neque aliud polyedrum inueniri potest, præter quinque iam dicta, quod æqualibus & similibus æquilateris polygonis contineatur. ex 21. vndecimi.

QVINTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

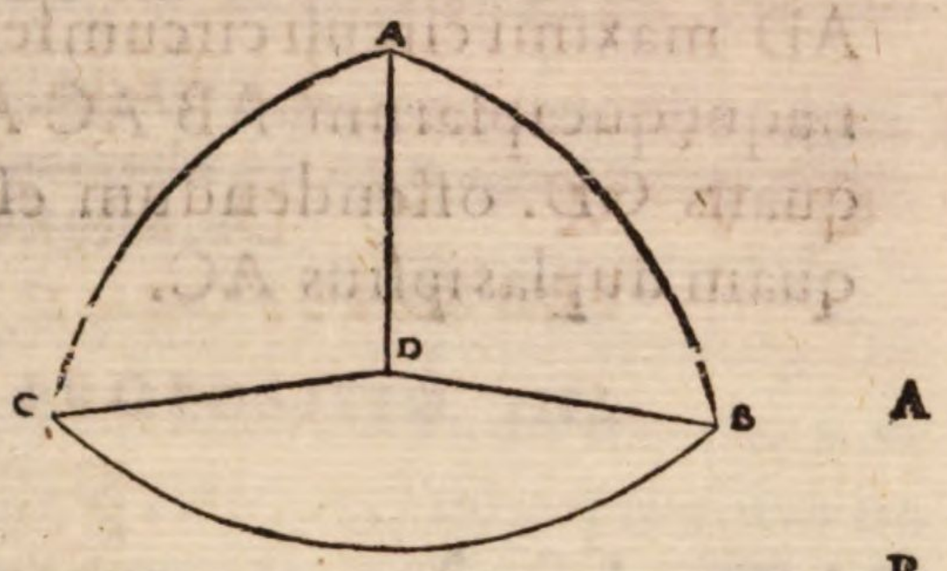
LIBER SEXTVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

VLTI eorum, qui astronomicum locum pertractant, cum propositiones negligenter intelligant, alia quidem apponunt tamquam necessaria; alia vero ut non necessaria prætermittunt. dicunt enim in secundo theoremate tertii libri sphęricorũ Theodosii, oportere vnumquemque duorum maximorum circulorum ab eo, qui per polos sphęrę transit ad rectos angulos secari. hoc autem non semper ita se habet, Similiter & in secundo theoremate phęnomenon Euclidis, prætermittunt, quoties zodiacus circulus bis ad horizontem fit rectus. & in quarto theoremate libri de diebus & noctibus Theodosium falsò exponunt. Et nonnulla alia deinceps tamquam non necessaria prętermittunt, quorum unumquodque nos explicabimus.

THEOREMA I. PROPOSITIO. I.

Si in sphæræ superficie tres maximorum circulorum circumferentiæ se mutuo secent, quarum vnaquæq; sit semicirculo minor, duę reliquæ maiores erunt, quomodocunque sumptæ.



Secent enim sese maximorum circulorum circumferentiæ in punctis ABC. Dico duas reliquæ maiores esse quomodocunque sumptas. Sumatur enim centrum sphæræ, idem quod & circumferentiarum AB BC CA centrum. & sit D, iunganturque DA DB DC. Quoniam igitur solidus angulus, qui est ad D tribus angulis planis ADB BDC CDA continetur, quilibet duo sunt reliquo maiores, quomodocumque sumantur, & anguli ADB BDC CDA circumferentiis AB BC CA insistũt. duæ igitur reliquæ maiores sunt, quomodocumque sumptæ. Hanc autem figuram Menelaus in sphæricis τρίπλευρον appellat. A B C

COMMENTARIVS.

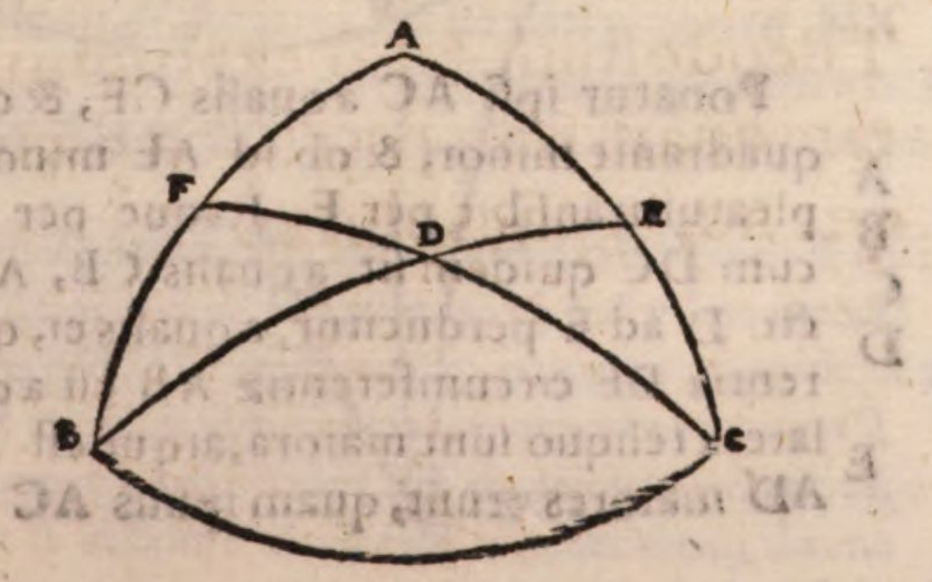
Quilibet duo sunt reliquo maiores, quomodocunque sumantur] *Ex 20. vndecimi Euclidis.* A

Duæ igitur reliquæ maiores sunt, quomodocumque sumptæ] *Anguli enim eandem inter se proportionem habent, quam ipsæ circumferentię, quibus insistunt, ex ultima sexti elementorum.* B

Hanc autem figuram Menelaus in sphæricis τρίπλευρον appellat] *Nos multorum exemplo triangulum sphæricum dicemus.* C

THEOREMA II. PROPOSITIO. II.

Si in uno latere triãguli sphærici duæ circulorum maximorum circumferentię intra constituantur, hæ reliquis duobus trianguli lateribus minores erunt.



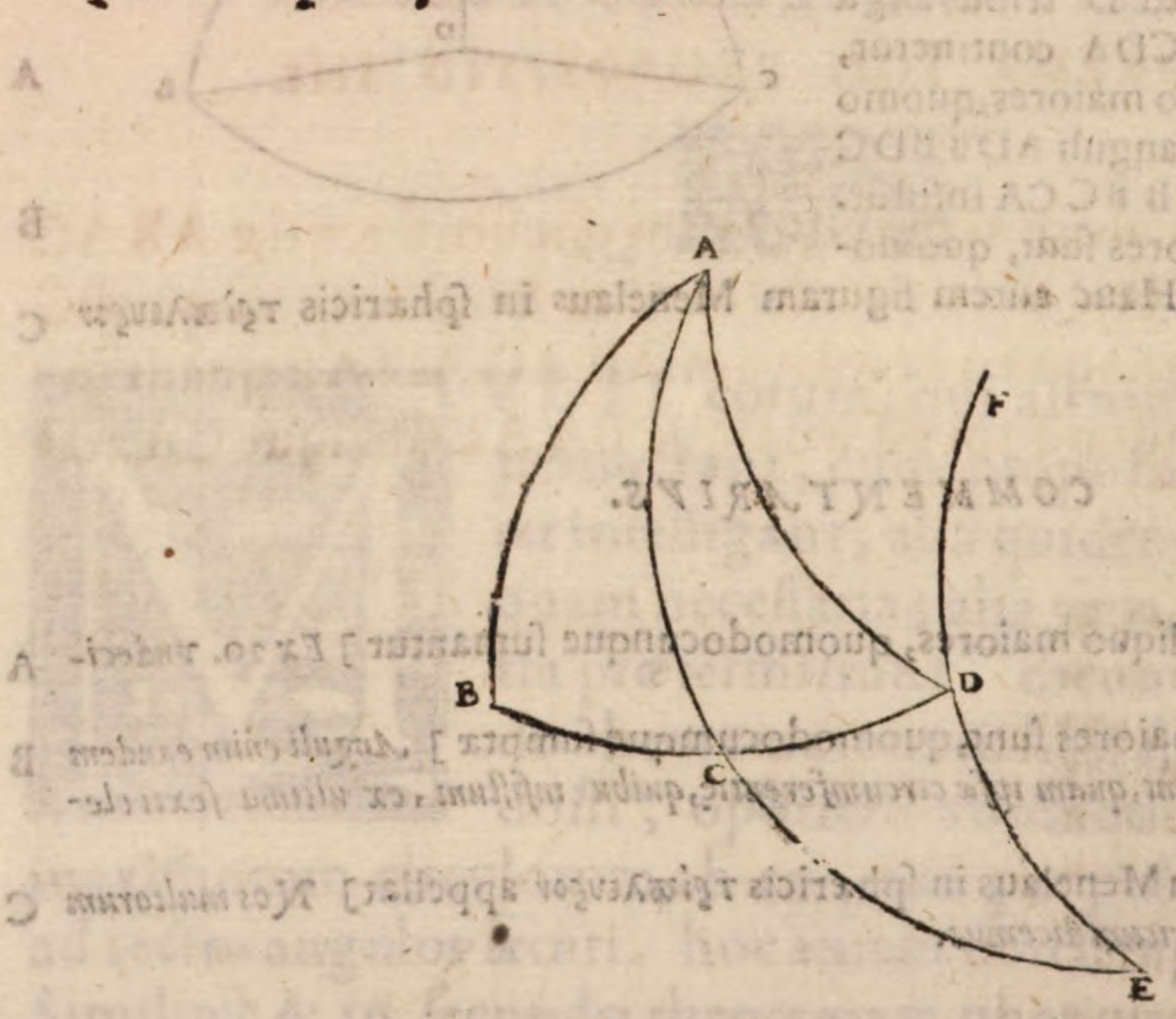
Trianguli enim ABC in vno latere BC duæ circulorum maximorum circumferẽtię

ciæ intra cõstituãtur BD DC. Dico BD DC ipsis BA AC minores eẽ. Qm̃. n. omnis triãguli sph rici duo latera reliquo sunt maiora, erũt CE ED maiora reliquo CD, cõmune apponatur BD. ergo CE EB ipsis CD DB maiora erunt. Rursus qm̃ omnis trianguli latera reliquo sunt maiora, erunt BA AE maiora ipso EB. commune apponatur EC. quare BA AC maiora sunt, quam BE EC. sed BE EC sunt maiora, quam BD DC. multo igitur BA AC ipsis BD DC maiora erunt.

ex proxime demonstratio.

THEOREMA III. PROPOSITIO III.

Trium circulorum maximorum circumferentiæ AB AC AD maximi circuli circumferentiam BD secent, sit autem vnaquęque ipsarum AB AC AD minor quadrante, & sit BC æqualis CD. ostendendum est vtrasque BA AD maiores esse, quàm duplas ipsius AC.



Ponatur ipsi AC æqualis CF, & quoniam AC est minor quadrante, erit & CE quadrante minor, & ob id AE minor semicirculo. non igitur circulus AD si cõpleatur transibit per E. Itaque per ED maximus circulus EDF describatur. & cum DC quidem sit æqualis CB, AC vero ipsi CE, erit recta linea, quæ a puncto D ad E perducitur, æqualis ei, quę ab A perducitur ad B. ergo circumferentia DE circumferentiæ AB est æqualis. Quoniam autem omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, atque est DE æqualis AB, & EC ipsi CA, vtræque BA AD maiores erunt, quam ipsius AC duplæ.

A
B
C
D
E

COM-

COMMENTARIVS.

Non igitur circulus AD si compleatur, transibit per E] *Maximi enim circuli in sphæ-* A
raſese bifariam ſecant ex 11. *primi ſphæricorum Theodoſii.*

Itaque per ED maximus circulus EDF describatur] Ex 20. *primi ſphęricorum* B
Theodoſii.

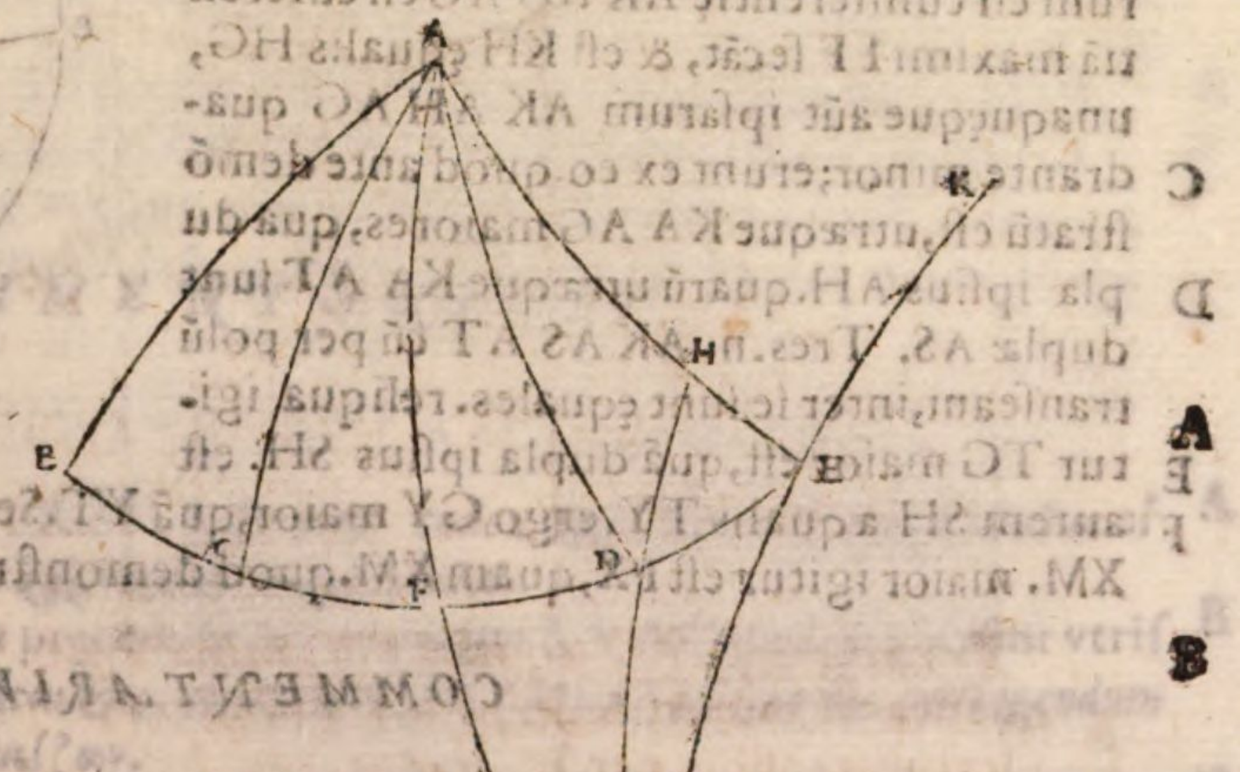
Erit recta linea, quæ a puncto D ad E perducitur ęqualis ei, quæ ab A perducitur C
ad B] Ex 3. *tertii libri ſphæricorum Theodoſii.*

Ergo circumferentia DE circumferentiæ AB eſt æqualis] *Ex* 28. *tertii libri* D
elementorum.

Vtræque BA AD maiores erunt, quam ipſius AC duplæ] *Etenim in* AED *triągulo* E
ED DA *maiores ſunt, quam* AE. *Sed* BA AD *ſunt ęquales ipſis ED DA, & AE dupla eſt AC. utręque igitur* BA AD *maiores ſunt, quam duplæ ipſius AC.*

THEOREMA IIII. PROPOSITIO IIII. A

Quattuor circulorum maximorum circumferentiæ AB AC AD AE maximi circuli circumferentiam BE ſecent. ſitque BC æqualis DE, & unaquæque ipſarum AB AC AD AE quadrante minor. Oſtendendum eſt utraſque BA AE utriſque CA AD maiores eſſe.



Secetur CD bifariam in F, & per AF maximus circulus AFG deſcribatur: ponaturque ipſi AF æqualis FG. deinde per GE quidem deſcribatur maximus circulus GEK: per GD uero maximus circulus GDH. Quoniam igitur GF eſt ęqualis FA, & DF ipſi FC, erit etiã DG ęqualis CA: & eadẽ ratione EG ęqualis BA. & cũ in trianguli GEA uno latere GA duæ circumferentię AD DG intra conſtituantur; erunt AD DG minores, quam AE EG. ergo AE EG ipſis AD DG ſunt maiores. eſt autem EG æqualis AF, & GD ipſi AC. utraq; igitur BA AE utriſque CA AD maiores erunt. quod demonſtrare oportębat.

COMMENTARIVS.

Erit etiam DG æqualis CA : & eadem ratione EG æqualis BA] *Ex iis, quæ in antecedenti dicta sunt.*

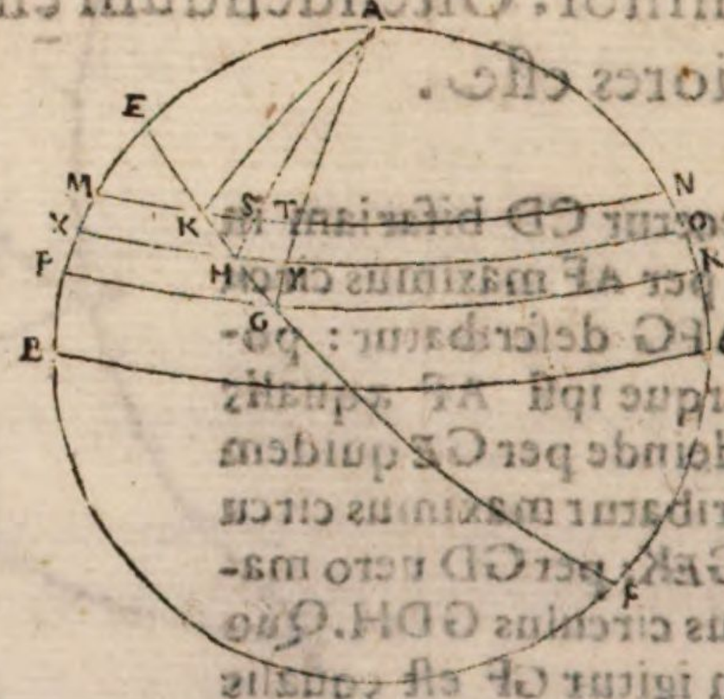
Erunt AD DG minores, quam AE EG] *Ex 2. huius.*

THEOREMA V. PROPOSITIO. V.

His præmissis quintum theorema tertij libri sphæricorum Theodosij aliter ostendere possumus.

Sit in circumferentia maximi circuli ABC parallelorum polus A: & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos secent, quorũ BC quidem sit vnus parallelorũ, EF verò ad parallelos obliquus: & a circulo EF abscindantur æquales circumferentiæ deinceps ad easdem partes GH HK, perque puncta GHk circuli paralleli ipsi BC describantur, qui sint MN XO PR. Ostendendũ est PX maiorem esse, quam XM.

Describantur. n. per A, & per unũquodque punctorum KHG maximi circuli AK AH AG. manifestum est unamquamq; circũferentiarũ AK AH, AG quadrãte minorẽ esse. nam quadrantis circumferentia est a puncto A usque ad maximum circulum BC. Quoniã igitur triũ circulorũ maximorum circumferentię AK AH AG circũferentiã maximi FF secãt, & est KH æqualis HG, unaquæque aũt ipsarum AK AH AG quadrante minor; erunt ex eo, quod ante demõstratũ est, utræque KA AG maiores, quã duplæ ipsius AH. quarũ utræque KA AT sunt duplæ AS. Tres. n. AK AS AT cũ per polũ transeant, inter se sunt æquales. reliqua igitur TG maior est, quã dupla ipsius SH. est autem SH æqualis TY. ergo GY maior, quã YT. Sed GY est æqualis PX, & YT ipsi XM. maior igitur est PX, quam XM. quod demonstrare oportuit.



COMMENTARIVS.

Et a circulo EF abscindantur æquales circumferentię] *Græcus codex* καὶ ἀφειλήφθωσαν ἐπὶ τοῦτο ἴσαι περιφέρειαι *sed ego libentius legerem* ἀπὸ τοῦτο.

Nam quadratis circumferentia est a puncto A vsque ad maximũ circulum BC] *Quoniam enim duo maximi circuli* ABC *&* BC *sese mutuo secant ad rectos angulos, etiam bifariam se secabunt, ex* 13. *primi sphęricorum* Theodosii. *quare circumferentię* AB AC *sunt circuli quadrantes, & quæcũque a puncto* A *usq; ad maximum circulum* BC *ducuntur.*

Erunt ex eo, quod ante demonstratum est, utræque KA AG maiores, quam duplæ ipsius AH] *Ex* 3. *huius.*

Tres

Tres enim AK AS AT cum per polum tranſeant, inter ſe ſunt æquales] *Nam cum* A *ſit polus circuli* MN, *rectæ lineæ, quæ ab* A *ad puncta* KST *ducuntur, inter ſe ſunt æquales. ex poli diffinitione. Et ideo circumferentię maximorum circulorum* AK AS AT *etiam inter ſe æquales erunt. ex 28. tertii libri elementorum.* D

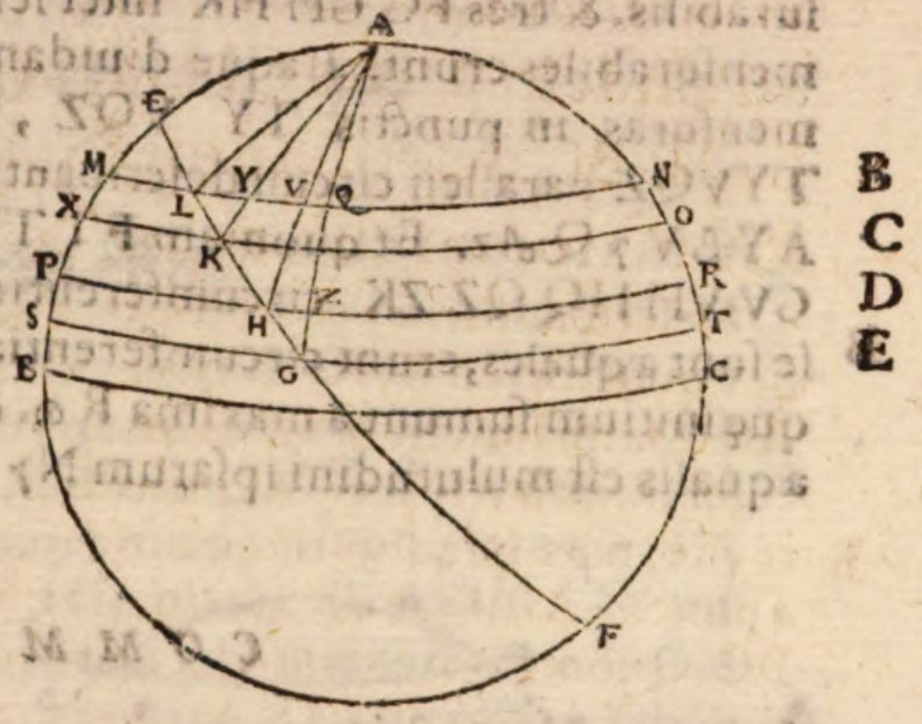
Eſt autem SH æqualis TY] *ex 10. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.* E

Sed GY eſt æqualis PX, & YT ipſi XM] *Ex eadem.* F

THEOREMA VI. PROPOSITIO VI.

Illud autem oſtendatur, etiam ſi circumferentiæ æquales nõ ſint continuatę. hoc enim Theodoſius non demonſtrauit.

Siteadem figura, & æquales circumferentiæ GH KL. paralleli autem ſint MN XO PR ST: & per A & per vnumquodque punctorum GHKL maximi circuli deſcribantur AG AH AK AL. erunt hæ circumferentiæ quadrante minores: & per quartum theorema ex præcedentibus utræque LA AG maiores erunt utriſque KA AH. vtręque uero LA AQ utriſque YA AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN. reliqua igitur QG utriſque VH YK ſunt maiores. Sed VH eſt ęqualis QZ. ergo reliqua ZG maior eſt, quam YK. At ZG æqualis eſt SP, & YK ipſi MX. maior igitur eſt, & SP, quam MX. quod oſtendendum fuit. A



A
B
C
D
E

COMMENTARIVS.

Paralleli autem ſint MN XO PR ST.] *Græcus codex* καὶ ἔσωσαν αἱ παράλληλοι οἱ μνξοπρστ, *ego legendum puto.* καὶ ἔσωσαν παράλληλοι A

Et per quartum theorema ex prȩcedentibus vtræque LA AG maiores erũnt vtriſque KA AH] *Græcus codex* καὶ ἔσαι &c. συναμφοτέρου τῆς κατὰ μείζων ὤν. *ſed legendum arbitror* συναμφοτέρου τῆς κατὰ μείζων. B

Vtræque vero LA AQ utriſque YA AV ſunt æquales, etenim ex polo ſunt circuli MN] *Græcus coaex* συναμφότερος λε &c. λιὰ τὸ α. *hęc ego delenda puto.* C

Reliqua igitur QG utriſque VH YK ſunt maiores] *Grȩcus codex* λοιπὴ ἄρα η χν. *lege* ἡ χη. D

Sed VH eſt æqualis QZ] *Græcus codex*, ἴση δὲ ἡ φθ τῇ χτ. *lege* τῇ χψ. E

THEOREMA VII. PROPOSITIO VII.

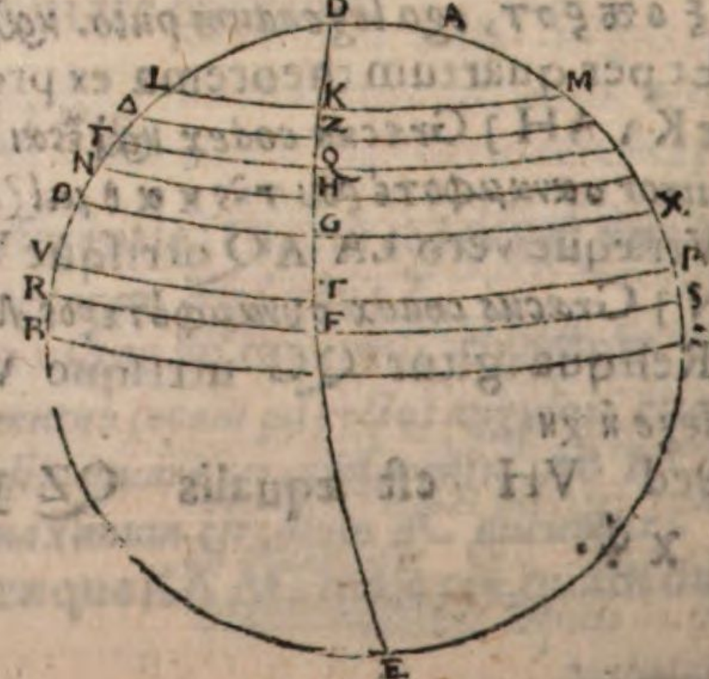
Item aliter ostendendum sit.

In circumferentia enim maximi circuli
A ABC sit polus parallelorum: & hunc ad rectos angulos secent duo circuli DE BC. quorum BC quidem sit parallelus,, DE vero ad parallelos obliquus: & a circulo DE abscisis æqualibus circumferentiis describantur circuli paralleli LM NX OP RS. Dico RO ipsa NL maiorem esse. Vel igitur FG est commensurabilis ipsi GH, vel non. Sit primum commensurabilis, & sit FG
A æqualis HK. ergo HK ipsi GH est commensurabilis. & tres FG GH HK inter se commensurabiles erunt. Itaque diuidantur in mensuras in punctis TY VQZ, & per TYVQZ paralleli circuli describantur ΩT AY βV γQ δz. Et quoniam FT TY YG GV VH HQ QZ ZK circumferentiæ inter
B se sunt æquales, erunt circumferentiæ R ω ω A AO Oβ βN Nγ γδ δL inæquales. quę initium sumunt a maxima R ω. & multitudo circumferentiarum R ω ω A AO æqualis est multitudini ipsarum Nγ γΔ ΔL. maior igitur est RO, quam NL.

COMMENTARIVS.

A Et hunc ad rectos angulos secent duo circuli DE B C] *Maximi scilicet.*
B Erunt circumferentiæ R ω ω A AO Oβ βN Nγ γδ δL inæquales quę initium sumũt a maxima R ω] Ex *quinta huius. Græcus code* x αἱ ἄρα ϱ ω ω α α ο &c. γ δ δλ λν ἴσαι εἰσὶν. *ego legendum puto* αἱ ἄρα ϱ ω ω α α ο &c. γ δ δ λ ἄνισαι εἰσὶν.

THEOREMA VIII. PROPOSITIO VIII.



Sed ijsdem positis non sit FG commensurabilis ipsi GH. Dico & sic RO maiorem esse, quam NL.

Si enim non ita sit, vel æqualis erit, uel minor: Sit primum minor: ipsique RO æqualis ponatur N γ. & cum tres magnitudines sint eiusdem generis LN N γ NO, sumatur ipsi quidem NO cõmensurabilis, maior autem,

rem, quam Nr, & minor quã NL, quæ sit Nϡ: & paralleli circuli sint Qr zϡ. ponatur A
que ZH æqualis GT, & circulus parallelus sit TV. Quoniam igitur utraque ZH B
GT commensurabilis est ipsi GH, atque est OV maior, quam Nϡ, erit RO, quam
Nϡ multo maior. Sed RO est æqualis Nr. ergo Nγ maior erit ipsa Nϡ minor maio- C
re, quod fieri non potest. non igitur RO minor est, quam NL. D

COMMENTARIVS.

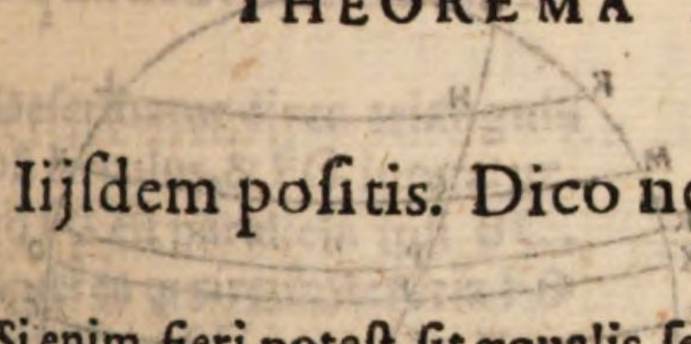
Ponaturque ZH æqualis GT] *Et sint ipsi* GH *commensurabiles, vt deinceps ponitur.* A
Græcus codex καὶ κείσθω τῇ φθ ἴσον ντ. *lege* τῇ ηΤ.

Quoniam igitur utraque ZH GT commensurabilis est ipsi GH, atque est OV ma- B
ior, quam Nϡ] *Ex quinta huius ponitur enim* TG *æqualis* HZ. *Græcus codex.* ἐπεὶ οὖν &c.
τῶν φθ νΤ τῇ ηθ. *lege* τῶν φθ ηΤ τῇ ηθ.

Sed RO est æqualis Nγ] *Ex positione scilicet.* C

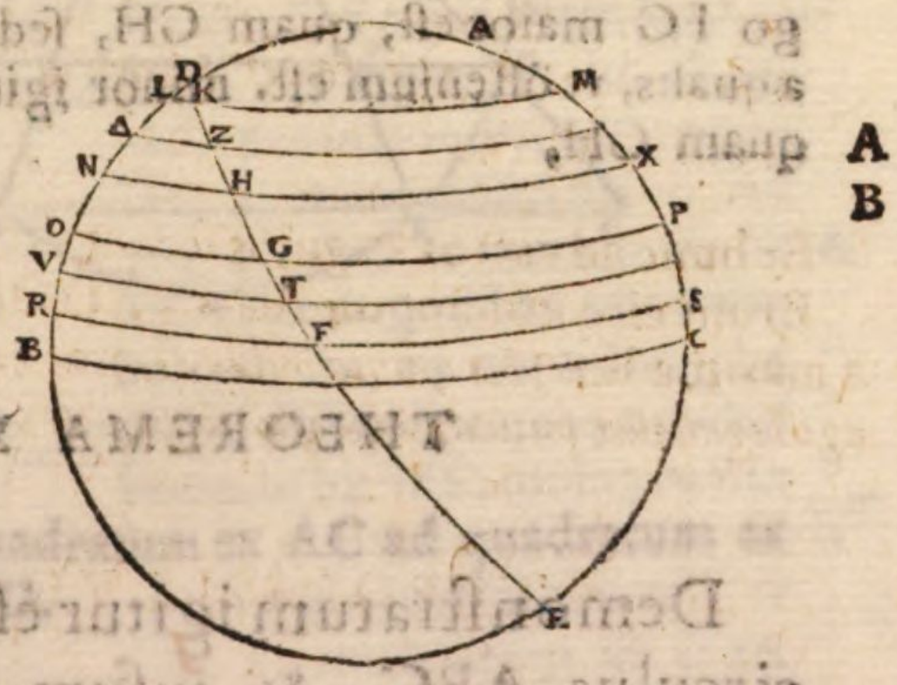
Non igitur RO minor est, quam NL] *Græcus codex* οὐκ ἄρα ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ρο τῆς D
νϡ. *sed potius legendum arbitror* τῆς ν λ.

THEOREMA IX. PROPOSITIO. IX.



Iijsdem positis. Dico neque æqualem esse.

Si enim fieri potest, sit æqualis, secenturque FG HK bifariam in punctis TZ, & sint circuli paralleli TV ZΔ. Quoniam igitur FT TG æquales sunt, erunt RV VO inæquales, incipientes a maxima RV. Rursus quoniam æquales sunt HZ ZK, erunt NΔ ΔL inæquales. incipientes a maiori NΔ. Itaque cum RV sit maior, quam VO, & Nϡ maior, quam ϡL, erit RO maior, quam dupla ipsius Nϡ. quod fieri non potest. non igitur RO est æqualis NL. ostensum autem est neque minorem esse. quare RO, quam NL necessario maior erit.



A
B

COMMENTARIVS.

Erunt Nϡ ϡL inæquales, incipientes a maiori Nϡ] *Græcus codex* ἄνισοι γάρ εἰσιν αἱ A
νϡ ϡλ ἀρχόμεναι ἀπὸ μείζονος νϡ. *vide ne legendum sit* ἀπὸ μείζονος ν ϡ, *non enim* ν ϡ *maxima est, quamquam maior sit ipsa* ϡλ.

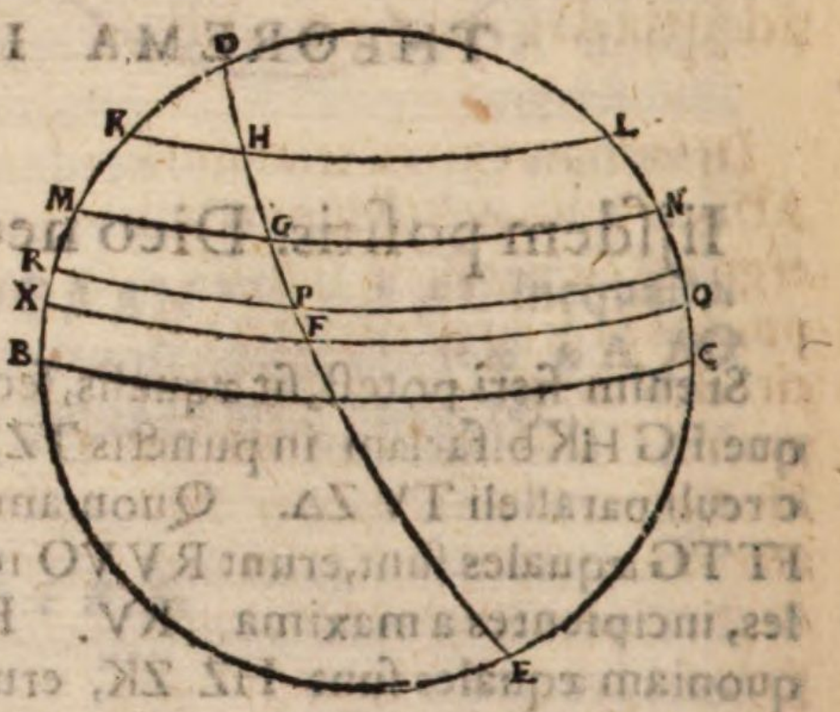
Itaque cum RV sit maior, quam VO, & Nϡ maior, quam ϡL, erit RO maior, B
quam dupla ipsius Nϡ. quod fieri non potest] *Græcus codex* ἐπεὶ οὖν μείζων ἐστὶν &c.
ὥστε

ὅπερ ἀδύνατον προδήλειπται. *Videtunr hoc loco nonnulla desiderari. ergo enim ita demonstrandum censerem. Itaque cum* NΔ *maior sit, quam* ΔL, *erit* NL *minor, quam dupla ipsius* NΔ. *Rursus cũ* RV *sit maior, quã* VO, *&* NΔ, *maior quã* ΔL; *sitque* VO *maior, quã* NΔ, *vt demonstratum est superius, erit* RO *maior, quam dupla* NΔ *Sed* NL *est æqualis* RO. *ergo* NL *maior erit, quam dupla ipsius* NΔ. *quod fieri non potest. demonstrata est enim minor.*

THEOREMA X. PROP. X.

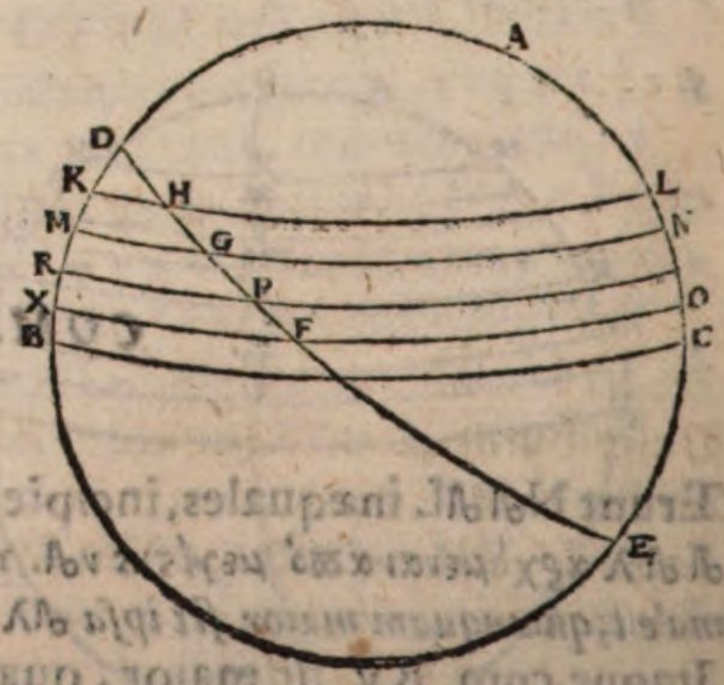
Rursus in maximi circuli circumferentia sit polus parallelorum, & ipsum ad rectos angulos sunt circuli BC. DE. sint autem paralleli KL MN XO, & sit XM. æqualis MK. Dico FG minorem esse, quam GH.

Si enim minor non sit, vel æqualis est, vel maior. sed non æqualis FG ipsi GH. maior enim est XM, quam MK, non est autem maior. non igitur FG est æqualis GH. Dico præterea non esse maiorem. Sit enim si fieri potest, & ipsi GH æqualis ponatur GP. Itaque quoniam PG est æqualis GH, erit KM maior, quam MK. multo igitur maior est XM, quam MK. quod fieri non potest; ponitur enim æqualis. non ergo FG maior est, quam GH, sed neque æqualis, vt ostensum est. minor igitur FG, quam GH,



THEOREMA XI. PROPS. XI.

Demonstratum igitur est si sit circulus ABC, & ipsum secent duo maximi circuli BC DE ad rectos angulos: assumanturque æquales circumferentiæ FG GH, & paralleli circuli KL MN XO describantur, erit XM maior, quã MK. Sit nunc FG maior, quam GH. Dico XM, quam MK multo maiorem esse.



Quo-

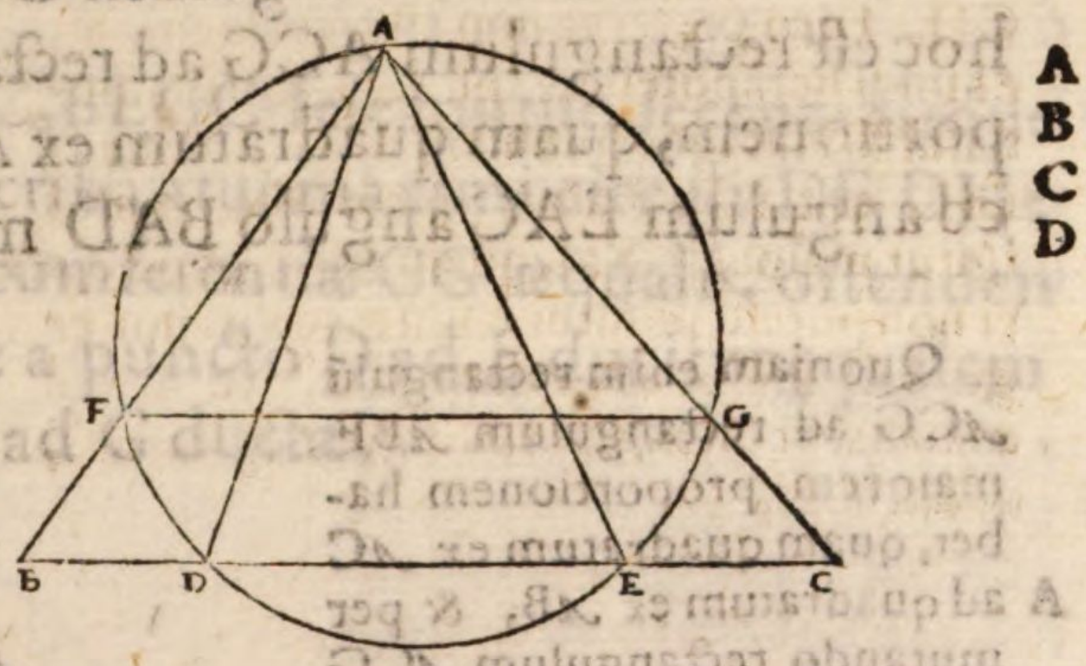
Quoniam enim FG maior est, quam GH, ponatur ipsi GH æqualis GP: & paralleius circulus PR describatur. Itaque cum FG sit æqualis GH, erit RM quã MK maior. multo igitur maior est XM, quam MK. quare si FG sit maior, quam GH, fiet & X M, quam MK multo maior.

De instantia, quæ fit in sextum Theorema tertii libri sphæricorum Theodosii.

LEMMA.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XII.

Sit triangulum ABC, & ducantur duæ rectæ lineę DA AE in angulis æqualibus BAD EAC. Dico ut rectangulum DCE ad rectangulum EBD, ita esse quadratum ex AC ad quadratum ex AB.



A B C D

Describatur circa triangulũ ADE circulus, & FG iungatur. ergo FG est parallela ipsi BC, propterea q; circumferẽtia FD circũferẽtiæ EG ẽ æqualis. Vt igitur AC ad CG, ita est AB ad BF: & ideo ut quadratũ ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum. Sed rectangulum quidem ACG est æquale rectãgulo DCE, rectangulum uero ABF æquale rectangulo EBD. quare ut quadratum ex AC ad rectangulum DCE, ita quadratum ex AB ad EBD rectangulum. & permutando ut quadratum ex AC ad quadratum ex AB, ita DCE rectangulum ad rectangulum EBD.

COMMENTARIVS.

A Describatur circa triangulum ADE circulus, & FG iungatur] *Secet enim circulus rectas lineas AB AC in punctis* FG.

B Ergo FG est parallela ipsi BC, propterea quod circumferentia FD circũferẽtiæ EG est æqualis.] *Illud autem hoc lemmate demonstrabimus.*

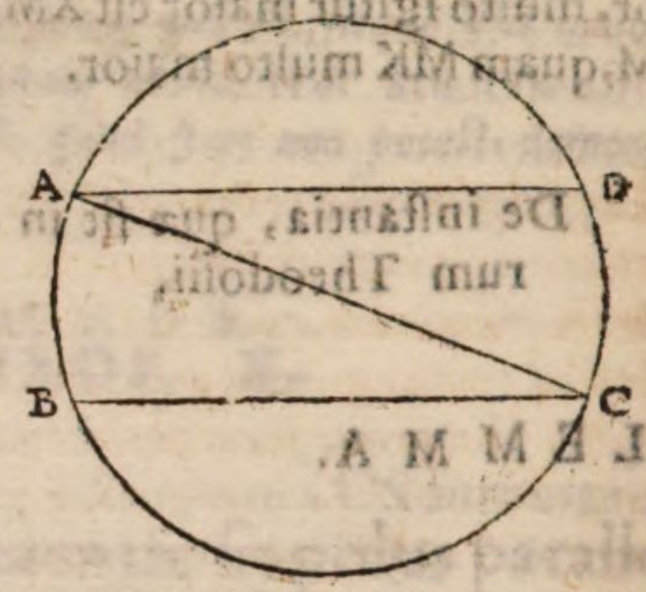
Sit circulus ABCD, *sitque circumferentia* AB *æqualis circumferentiæ* CD, *&* AD BC *iungantur. Dico rectam lineam* AD *ipsi* BC *parallelam esse.*

Iunga-

Iungatur enim AC. & quoniam circumferentia
27.tertii *AB est æqualis circumferentiæ CD, erit angulus*
27 primi *ACB æqualis angulo DAC. ergo AD ipsi BC est parallela.*

C Vt igitur AC ad CG, ita est AB ad BF] *ex 4. sexti libri elementorum ob triangulorum similitudinem.*

D Et ideo vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum] *Quoniam enim vt AC ad CG, ita*
lem. 23. de cimi *est AB ad BF; vt autem AC ad CG, ita quadratum ex AC ad rectangulum ACG; & vt AB ad BF, ita quadratum ex AB ad ABF rectangulum; erit vt quadratum ex AC ad rectangulum ACG, ita quadratum ex AB ad rectangulum ABF.*

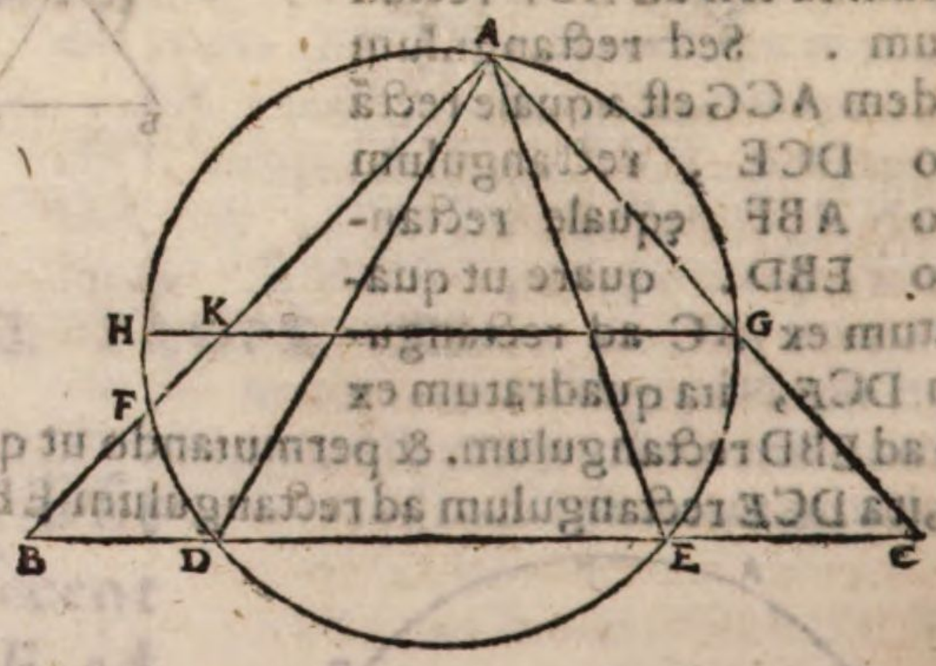


E Sed rectangulum quidem ACG est æquale rectangulo DCE, rectangulum vero ABF æquale rectangulo EBD] *ex 36. tertii elementorum.*

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XIII.

Habeat autem rectangulum DCE ad rectangulum EBD, hoc est rectangulum ACG ad rectangulum ABF maiorem proportionem, quam quadratum ex AC ad quadratum ex AB. Dico angulum EAC angulo BAD maiorem esse.

Quoniam enim rectangulũ *ACG* ad rectangulum *ABF* maiorem proportionem habet, quam quadratum ex *AC*
A ad quadratum ex *AB*, & permutando rectangulum *ACG* ad quadratum ex *AC* maiorẽ habebit proportionem, quam rectangulum *ABF* ad id, quod
B fit ex *AB* quadratum. sed vt rectangulum quidem ACG ad quadratum ex *AC*, ita est CG ad *AC*: vt autem rectangulum *ABF* ad quadratum ex *AB*, ita BF ad *AB*.



C ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF. si igitur fiat,
8.quinti. vt AC ad CG, ita AB ad aliam quandam, erit ad maiorem, quam BF. sit autem
D ad BK, & iuncta GK ad H producatur. parallela igitur est BC ipsi GH. atque
E est circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH. ergo EG maior est, quam DF, ac propterea angulus CAE angulo BAD est maior.

COM-

COMMENTARIVS.

Et permutando rectangulum ACG ad quadratum ex AC maiorem habebit pro portionem, quam rectangulum ABF ad id, quod fit ex AB quadratum] *Ex 27. quinti libri elementorum, quam nos ex Pappo addidimus.* A

Sed ut rectangulum quidem ACG ad quadratum ex AC, ita est CG ad AC, ut autem, &c.] *Ex prima sexti libri elementorum. Græcus codex hoc loco corrigendus est.* B

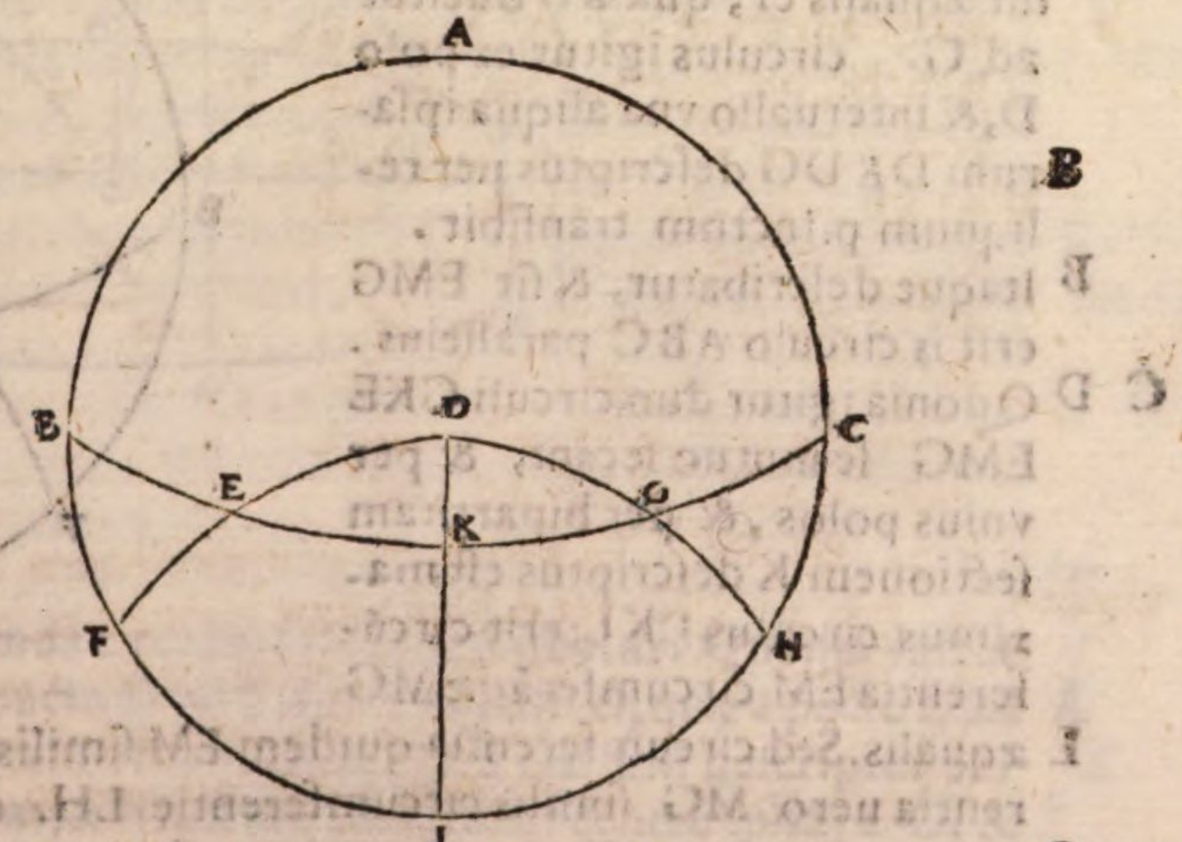
Ergo AC ad CG minorem proportionem habet, quam AB ad BF.] *Ex antedictis sequitur CG ad AC maiorem habere proportionem, quam BF ad AB. ergo conuertendo ex 26 quinti elementorum, AC ad CG minorem habet proportionem, quam AB ad BF. prior autem conclusio, aut desideratur, aut a Pappo breuitatis causſa omissa est.* C

Parallela igitur est CipſiCH] *Ex 2 sexti. sexti elementorum, sequitur. n. diuidendo ut AG ad GC, ita AK ad KB.* D

Atque est circumferentia EG æqualis circumferentiæ DH] *Nam rectæ lineæ in circulo parallelæ circumferentias æquales intra seſe concludunt; quod nos demonstrauimus in cõmentariis in 52. tertii libri huius.* E

THEOREMA XIIII. PROPOSITIO XIIII.

Duo maximi circuli ABC, BEGC seſe mutuo secent: sitque circuli ABC polus D. & describantur maximi circuli DF DH: & sit circumferentia BE circumferentiæ CG æqualis. ostendendum est rectam lineam, quæ a puncto D ad E ducitur æqualem esse rectæ lineæ a puncto D ad G ductæ. A



Secetur circũferẽtia EG bifariã in K, & per DK circulus maximus DKL describatur. Quoniam igitur BE est æqualis GC & EK ipſi KG, erit tota BK toti KC æqualis. & per bipartitam sectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC descriptus est circulu maximus DKL. ergo DKL trãsibit etiam per polos circuli BEGC, & ad ipſum rectus erit. Et quoniam diametro circuli KBC, quę a K sumit initium, recta circuli portio insistit, & insistentis portionis circumferentia secta est in D, estque EK æqualis KG, recta linea ducta a puncto D ad E æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur.

COMMENTARIVS.

A Et describantur maximi circuli DF DH; & sit circumferentia BE circumferentię CG æqualis] *Hoc est describantur maximi circuli* DF DH *secantes circulum* BEGC *in pũctis* EG, *ita ut circumferentia* BE *sit æqualis circumferentiæ* GC.

B Et per bipartitam sectionem circuli BEGC, & per polos circuli ABC descriptus est circulus maximus DKL ergo DKL trãsibit ẽt per polos circuli BEGC, & ad ipsũ rectus erit] *Quoniam.n. circulus* DKL *secat circulum* ABC *per polos, bifariam & ad rectos angulos secat ex* 15 *primi libri sphæricorum Theodosii. quod cum transeat per bipartitam sectionem circuli* BEGC, *etiam per polos eius transibit, & ad ipsum rectus erit ex conuersa* 9. *secundi libri sphæricorum eiusdem Theodosii.*

C Recta linea ducta a puncto D ad E æqualis erit ei, quæ ab eodem puncto D ad G ducitur] *Ex* 12. *secundi libri sphæricorum eiusdem.*

THEOREMA XV. PROPOSITIO XV.

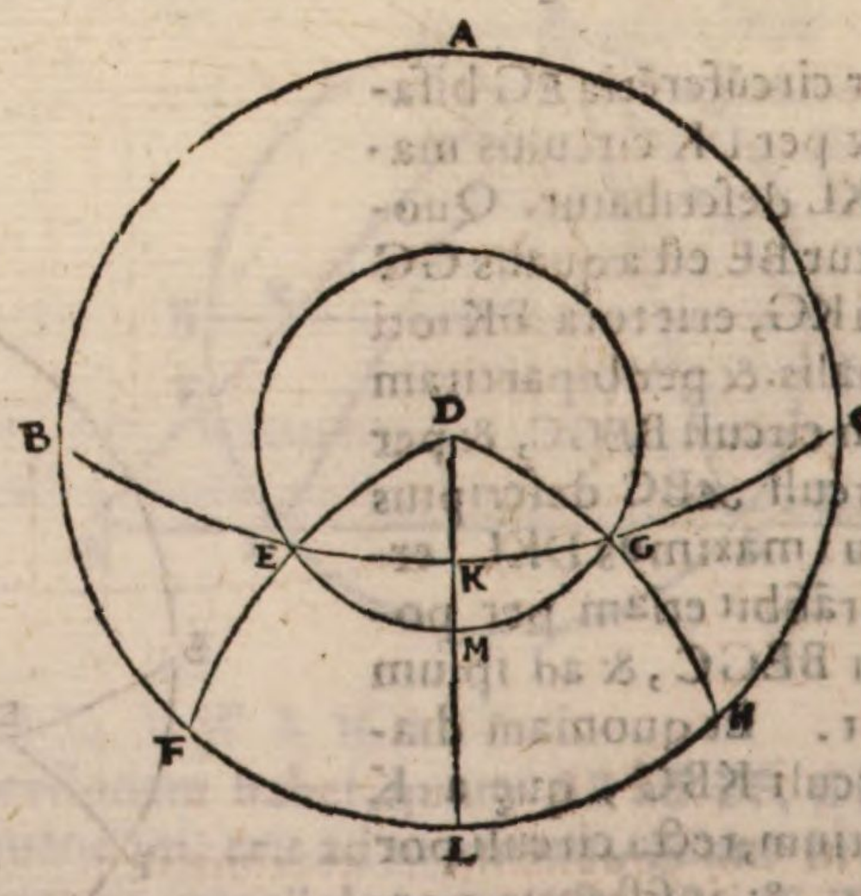
Sint maximi circuli ABC BEGC, & ipsius ABC polus sit D, describantq; maximi circuli DEF DGH, & circumferentię EG bipartitio sit K. Dico siquidem BE sit æqualis GC, & FL ipsi LH esse æqualem. Si autem BE sit maior, quàm GC, & FL maiorem esse, quàm LH; & si minor minorem.

Sit enim prius BE æqualis CC. Dico & FL æqualem esse

A ipsi LH. Quoniam enim BE ipsi GC est æqualis, erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur æqualis ei, quæ a D ducitur ad G. circulus igitur ex polo D, & interuallo vna aliqua ipsarum DE DG descriptus per reliquum punctum transibit.

B Itaque describatur, & sit EMG erit is circulo ABC parallelus.

C D Quoniã igitur duo circuli GKE EMG se mutuo secant, & per vnius polos, & per bipartitam sectionem K descriptus est maximus circulus DKL; erit circũferentia EM circumferãtiæ MG



E æqualis. Sed circumferentia quidem EM similis est circumferentię FL; circumferentia uero MG similis circumferentię LH. ergo & FL ipsi LH similis erit. & sunt eiusdem circuli. æqualis igitur est circumferentia FL circumferentiæ LH, quod demonstrare oportebat.

COM-

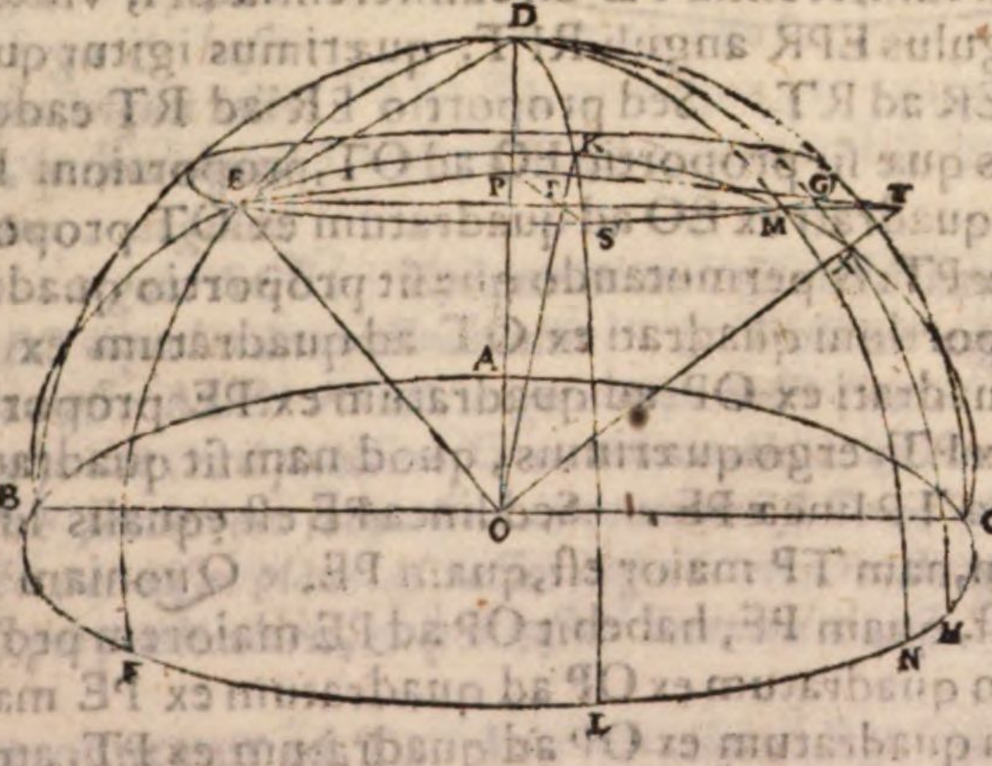
COMMENTARIVS.

Erit & recta linea, quæ a puncto D ad E ducitur, qualis ei, quæ a D ducitur ad A
G.] Ex *antecedente.*
Itaque describatur, & sit EMG] *Græcus codex* γεγράφθω καὶ ἴσον ἡ Η Κε. *uidetur le* B
gendum, καὶ ἔστω ἡ Ε μη.
Erit is circulo ABC parallelus] Ex *prima secundi libri sphæricorum Theodosii.* C
Quoniam igitur duo circuli GKE EMG se mutuo secant, & per unius polos, & D
per bipartitam sectionem K descriptus est maximus circulus DKL, erit circumferē- ex cõuer
tia EM circumferentiæ MG æqualis.] *Cum enim circulus DKL transeat per bipartitam* sa 9.2.sp.
sectionem circuli EKG, etiam per polos ipsius transibit. & cum duo circuli GKE, EMG se Theod.
mutuo secent, maximus circulus DKL per eorum polos ductus bifariam secat portiones ipso- 9 2.sphę.
rum. ergo EM est æqualis MG. Theod.
Sed circumferentia quidem EM similis est circumferentiæ EL] Ex 10. *secundi libri* E
sphæricorum Theodosii.

F

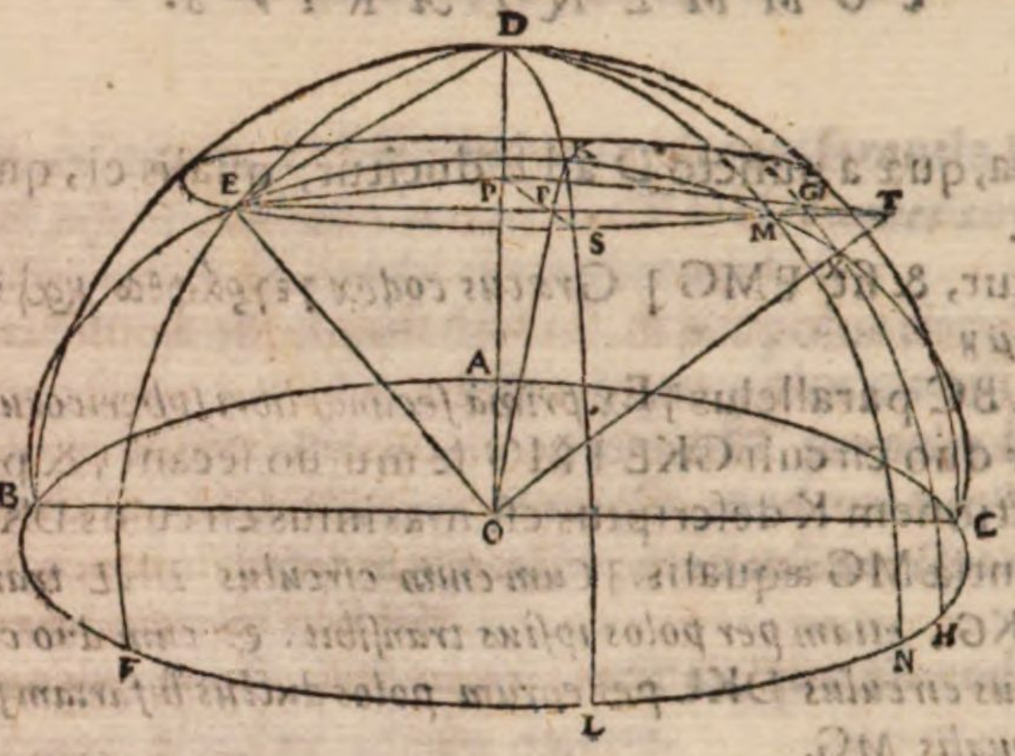
THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVI. G

Ponatur eadem figura, & BE sit maior, quam XC, æqualis H
autem EK ipsi KX. Dico FL, quam LH maiorem esse. K
L M
N
O
P Q



8 quint.

T
Ponatur CM æqualis BE: & maximus circulus DMN describatur. Quoniã igitur V
BE est æqualis MC, erit recta linea a pũcto D ad E ducta æqualis ei, quæ a pũcto D ad A
M ducitur. quare circulus ex polo D, & interuallo una ipsarũ DE DM descriptus per X
reliquũ punctũ transibit. Itaq; transeat, & sit SEM: sumaturq; centrũ sphæræ O, &
iungatur OD. erit OD ad planũ circuli SME perpendicularis, etenim punctum D B
est circuli polus: atque erit centrum circuli MSE in recta linea DO, quod sit P. & iun
cta EM producatur ad T: & PG ad T. iungãturque OE, ORK PR, RS. Et quoniam C D E



F punctum P est in plano circuli MES, & vtrumque ipsorum R S, erunt tria puncta
G in eodem circuli plano. Rursus quoniam OD est in plano circuli DKL, &
punctum P in eodem plano erit. est autem & recta linea ORK in circuli DKL
plano. ergo & punctum R. Sed & S. recta igitur linea est PRS. Eadem ratio-
H ne & PGT est recta linea; etenim puncta PT sunt in plano circuli ESM. sed & in
K plano circuli DGXH. quare & punctum G est in eadem planorum sectione, nempe
L M circuli ESM, & circuli DXH. recta igitur linea est PGT. Et cum circumferen-
N tia EK sit æqualis circumferentiæ KX, erit & angulus EOK angulo KOX æqua-
O lis. ergo proportio EO ad OT eadem est, quæ proportio ER ad RT. sed quoniã
P Q quærimus, quæ sit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet ES ipsi SG,
quærimus qui sit angulus EPR anguli RPT. quærimus igitur quę sit proportio EP
ad PT proportioni ER ad RT. *Sed proportio* ER ad RT eadem est, quæ EO ad
OT. ergo quærimus quæ sit proportio EO ad OT, proportioni EP ad PT. & ob
id, quę sit proportio quadrati ex EO ad quadratum ex OT proportioni quadrati ex
EP ad quadratum ex PT: & permutando quę sit proportio quadrati ex EO ad qua-
T draturũ ex EP proportioni quadrati ex OΓ ad quadratum ex ΓP. diuidendoq;
quæ sit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE proportioni quadrati ex
OP ad quadratum ex PT. ergo quærimus, quod nam sit quadratum TP quadrato
PE. & quæ nam linea TP lineæ PE. Sed linea PE est æqualis lineæ PG. habet au-
S tem comparationem, nam TP maior est, quam PE. Quoniam igitur TP maior
8 quinti. est, quam PG, hoc est, quam PE, habebit OP ad PE maiorem proportionem, quam
OP ad PT. & ideo quadratum ex OP ad quadratum ex PE maiorem proportio-
nem habebit, quam quadratum ex OP ad quadratum ex PT. atque est quadratum
quidem ex EO quadratis ex EP PO æquale, rectus enim est angulus
EPO. quadratum vero ex TO æquale quadratis ex TP PO, quod angulus TPO
T rectus sit. quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem pro-
V portionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP. & per-
mutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportio-
X nem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT. Itaque quoniam qua-
dratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam
quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem pro-
portionem habebit, quam EP ad PT: ac propterea angulus EPS maior erit
angulo SPT. ergo circumferentia ES, maior est, quam circumferentia SG.

Sed

Sed circumferentia quidem ES ſimilis eſt circumferentiæ FL, circumferentia uero SG ſimilis circumferentiæ LH. maior igitur eſt circumferentia FL, quam circumferentia LH. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Erit recta linea a puncto D ad E ducta æqualis ei, quę a puncto D ad M ducitur] A

Ex 14. huius.

Erit OD ad planum circuli SME perpendicularis, erenim punctum D eſt circuli B
polus, atque erit centrum circuli SME in recta linea DO, quod ſit P] *Illud demonſtrabimus in hunc modum, quoniam in ſphæricis per ſe demonſtratum non inuenitur.*

Sit ſphæra ABC, cuius centrum D, & in ea circulus BFCE, cuius polus A, & iungatur AD, circuli plano in G occurrens. Dico AD perpendicularem eſſe ad dictum planum, & per circuli centrum tranſire.

Ducantur enim rectæ lineæ BGC EGF, *& iungãtur* AB BD AE ED AC CD AF FD. *Quoniam igitur ex diffinitione poli, rectę lineæ* AB AE AC AF *inter ſe æquales ſunt, itemque æquales* DA DB DE DC DF, *quod a centro ad circumferentiam ducuntur, erunt triangula* BAD EAD CAD FAD *æqualia, & ſimilia: ideoque anguli ad A omnes ſunt æquales. ſunt autem duę* BA AG *æquales duabus* EA AG. *ergo & baſis* BG *baſi* EG, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur* AGB *eſt æqualis angulo* AGE. *Eadem ratione, & rectæ lineæ* CG FG *tum inter ſe ſe, tum ipſis* BG EG *æquales demonſtrabuntur. & ſimiliter anguli* AGC AGF *demonſtrabuntur æquales ipſis* AGB AGE. *ergo omnes recti ſunt. Quod cum* BG GC EG GF *inter ſe ſint æquales, erit punctum* G *circuli centrum. & cum recta linea* AG *duabus rectis lineis* BC EF *ſe inuicem ſecantibus in communi ſectione ad angulos rectos inſtat, illa etiam ducto per ipſas plano ad rectos angulos erit. recta igitur linea* AD *ad planum circuli* BFCE *eſt perpendicularis, & per ipſius centrum tranſit. quod demonſtrandum propoſuimus.* 4 primi.

Et iuncta EM producatur ad T] *Erit recta linea* EM *communis ſectio circuli* C
SEM, *& circuli maximi* BEKMC, *quæ uſque eo producatur, quoad plano circuli* DXH *in puncto* T *occurrat.*

Et PG ad T] *Hoc eſt iungantur* PG GT. *Græcus codex ſic habet* καὶ ἡ σξ ἐπὶ τὸ τ. D
ſed legendum puto καὶ ἡ ϖη ἐπὶ τὸ τ.

Iungantur que OE ORK PR RS] *Iuncta* OK *ſecet rectam lineam* EM *in puncto* R. *ſecabit enim eam cum in eodem exiſtat plano, ut dictum eſt.* E

Rurſus quoniam OD eſt in plano circuli DKL, & punctum P in eodem plano erit] *Nam cum punctum* O *ſit ſphęræ centrum, erit etiam centrum circuli maximi* DKL. *ergo* OD *eſt in eius plano. Sed oſtenſum eſt punctum* P *eſſe in ipſa* OD. *erit igitur* P *in plano circuli* DKL. *Græcus codex.* πάλιν ἐπεὶ ἡ ο λέντῶ τοῦ λε λ ἐπίπεδο ἐϛιν. *legendum autem puto* λκ λ, *& ita inferius.* F Cor. primæ ſphęricorum Theod.

G Est autem & recta linea ORK in circuli DKL plano. ergo & punctum R. sed & S. recta igitur linea est PRS] *Quoniam n. tria puncta* PRS *sũt in duobus planis, videlicet in plano circuli* MES, *& circuli* DKL, *erunt in ipsorum communi sectione. ergo* PRS *recta linea est ex* 3. *undecimi libri elementorum.*

H Etenim puncta PT sunt in plano circuli SEM] *punctum namque* P *est circuli* SEM *centrum, & punctum* T *in linea* EM *producta.*

K Sed & in plano circuli DGXH] *recta enim linea* OPD *est in plano circuli* DGXH, *& punctum* T *in plano eiusdem circuli producto,*

L Quare & punctum G ẽ in eadem planorum sectione, nempe circuli ESM, & circuli DXH] *Nam linea* PG *est in communi dictorum planorum sectione, in qua etiam est* T, *si plana ipsa extra sphæram producantur. ergo* PGT *recta linea erit.* Græcus codex καὶ τὸ ΗΛΕ κατ' αὐτὴν ἐστὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων. *sed legendum arbitror* καὶ τὸ Η ΛΓΕ κατ' αὐτὴν ἐστὶ τὴν τομὴν τῶν ἐπιπέδων.

3. undecimi.

M Erit & angulus EOK angulo KOX æqualis] *ex* 27. *tertii libri elementorum.*

N Ergo & proportio EO ad OT eadem est, quę proportio ER ad RT] *ex* 3. *sexti elementorum.*

O Sed quoniam quærimus quę sit circumferentia FL circumferentiæ LH, videlicet ES ipsi SG] *Hoc est quomodo se habeat circumferentia* FL *ad circumferentiam* LH, *videlicet* ES *ad* SG. *Vtrum ne maior sit, an minor, vel æqualis. vtitur autem hoc loco Pappus resolutione quadam, quamquam nouum, & inusitatum loquendi modum vsurpet. Eius uerba hæc sunt.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὸν λόγον ἣν ἔχει ἡ ΖΛ περιφέρεια πρὸς τὴν ΛΘ, τουτέστιν ἡ ΕΟ πρὸς τὴν ΟΝ. *sed vide ne corrigendum sit.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὸν λόγον ἣν ἔχει ἡ ΖΛ περιφέρεια πρὸς τὴν ΛΘ, τουτέστιν ἡ ΕΟ πρὸς τὴν ΟΝ. *ex iis quæ infra legentur.*

P Quærimus quis sit angulus EPR angulo RPT] *Hoc est quomodo se habeat angulus* EPR *ad angulum* RPT. *est enim circumferentia* ES *similis circumferentiæ* FL, *& circumferentia* SG *circumferentiæ* LH *ex* 10. *secundi sphæricorum Theodosii. ergo ut* FL *ad* LH, *ita* ES *ad* SG. *sed ut* ES *ad* SG, *ita angulus* EPS *ad angulum* SPG, *hoc est angulus* EPR *ad angulum* RPT. *ut igitur* FL *ad* LH, *ita angulus* EPR *ad* RPT *angulum.* Græcus codex ζητήσω ἄρα τὸν γωνίαν ἣν ἴσον ἐστὶ τῆς ὑπὸ ΕΡΤ. *& hoc loco corrigendum puto.* ζητήσω ἄρα τὸν λωνίαν ἣν ὑπὸ ΕΡΣ τῇ ὑπὸ ΕΡΤ.

Q Quærimus igitur quæ sit proportio EP ad PT proportioni ER ad RT] *uidelicet quæ sit proportio* EP *ad* PT *comparata proportioni* ER *ad* RT. *& ita intellige ea, quæ sequuntur.*

R Diuidendoque quæ sit proportio quadrati ex OP ad quadratum ex PE, proportioni quadrati ex OP ad quadratum ex PT] *Quoniam enim anguli* EPO, TPO *recti sunt, quadratum ex* EO *æquale erit quadratis ex* EP PO, *& quadratum ex* TO *æquale quadratis ex* TP PO. *quadratum igitur ex* EO *superat quadratum ex* ET *quadrato ex* PO: *& ita quadratum ex* TO *superat quadratum ex* TP *eodem ex* PO *quadrato.*

S Quoniam igitur TP maior est, quam PG, hoc est, quam PE, habebit OP ad PS maiorem proportionem, quam OP ad PT] *Hic incipit compositio, quæ resolutioni iam dictę respondet.*

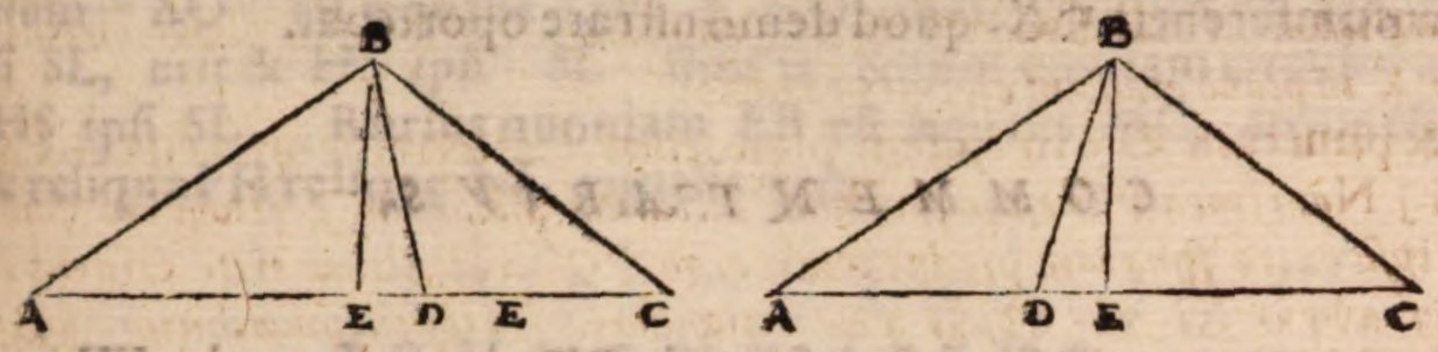
T Quadratum igitur ex EO ad quadratum ex EP maiorem proportionem habet, quam quadratum ex OT ad quadratum ex TP,] *Componendo scilicet ex* 28. *quinti elementorum, quam nos addidimus.*

V Et permutando quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam EP ad PT] *ex* 27. *eiusdem libri.*

X Itaque quoniam quadratum ex EO ad quadratum ex OT maiorem habet proportionem, quam quadratum ex EP ad quadratum ex PT, & EO ad OT maiorem habebit, quam EP ad PT, ac propterea angulus EPS maior erit angulo SPT] *Quoniam enim* EO *ad* OT *maiorem habet proportionem, quam* EP *ad* PT, *& vt* EO *ad* OT, *ita* ER *ad* RT, *habebit* ER *ad* RT *maiorem proportionem, quam* EP *ad* PT. *Quod cum ita sit, erit angulus* EPR *maior angulo* RPT. *Illud autem hoc modo demonstrabimus.*

Sit

Sit triangulum ABC, & in basi AC sumatur punctum D, ita vt AD ad DC maiorem proportionem habeat, quam AB ad BC, & iungatur BD. Dico angulum ABD angulo DBC maiorem esse.

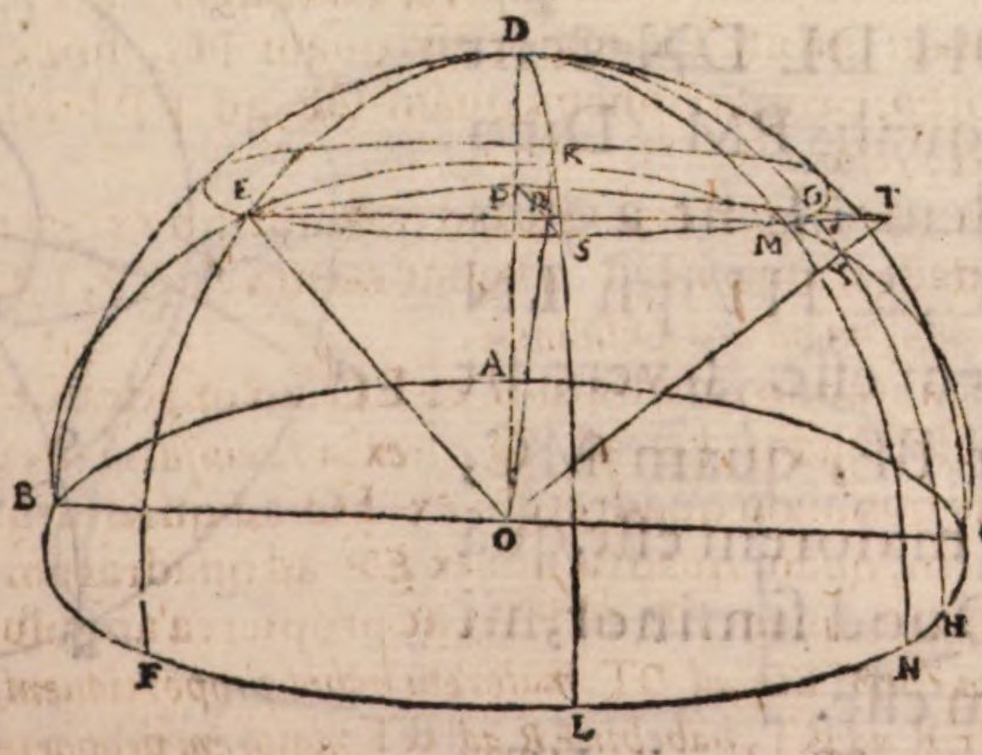


Fiat enim vt AB ad BC, ita AE ad EC. cadet E inter A & D. Si enim fieri potest, cadat inter D & C. Quoniam igitur AD ad DC maiorem proportionem habet, quam AB ad BC, hoc est quam AE ad EC, habebit etiam permutando AD ad AE maiorem proportionē, quam DC ad CE. Sed DC maior est quam CE. ergo & AD quam AE multo maior erit, pars, quā totum. quod fieri non potest. Cadit igitur E inter A & D. iunctaque BE, erit angulus ABE aequalis angulo EBC. Sed ABD angulus maior est angulo ABE, hoc est EBC. ergo angulus ABD angulo DBC multo maior erit. Eodem modo demonstrabimus si AD ad DC minorem proportionem habeat, quam AB ad BC, angulum ABD minorem esse angulo DBC. 27 quinti. 3. sexti.

Maior igitur est circumferentia FL, quam circumferentia LH] *Reliquum erat ostendere si BE sit minor, quam GC, & FL, quam LH minorem esse. Sed quoniam illud ex antecedentibus facile constare potest, consulto omissum videtur. Cum enim CX minor sit, quam EB, ostenditur circumferentiam HL minorem esse circumferentia LF.* Y

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XVII.

Sed sit FL æqualis LH. Dico EK, quam KX minorem esse.



27 tertii

3. sexti

A

B

Quoniam enim æqualis est FL ipsi LH, angulus EPS æqualis erit angulo SPT. proportio igitur EP ad PT eadē est, quę proportio ER ad RT. Sed cum quæramus quæ sit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis sit EOK angulus angulo KOT. Itaque quęremus, quæ sit propor

tio

tio EO ad OT proportioni ER ad RT. At proportio ER ad RT eadem eſt, quę EP ad PT. quæremus igitur qua proportio ſit EP ad PT proportioni EO ad
C OT. habet autem comparationem. Quoniam igitur EO ad OT maiorem propor.
D tionem habet, quam EP ad PT: hoc enim oſtenſum eſt, & vt EP ad PT, ita ER
E ad RT, habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT. ac propterea angulus EOK minor erit angulo KOT. circumferentia igitur EK minor eſt, quam circumferentia KX. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sed cum quæramus quę ſit circumferentia EK circumferentiæ KX, quæremus quis ſit EOK angulus angulo KOT] *Et hoc loco reſolutione quadam vtitur Pappus quemadmodum ſupra. anguli enim eandem inter ſe proportionem habent, quam circumferentiæ. ex vltima ſexti elementorum, &c. Græcus codex.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὴ περιφέρεια ἡ ΕΚ τῆ ΚΞ ζητήσω ἄρα τι γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῆς ὑπὸ ΚΟΤ. *legendum puto.* ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶς περιφέρεια ἡ ΕΚ τῆ ΚΞ ζητήσω ἄρα τὶς γωνία ἡ ὑπὸ ΕΟΚ τῆ ὑπὸ ΚΟΤ.

B Itaque quęremus quæ ſit proportio EO ad OT proportioni ER ad RT] *Ex hac enim cognitionem angulorum accipimus, vt ſupra apparuit.*

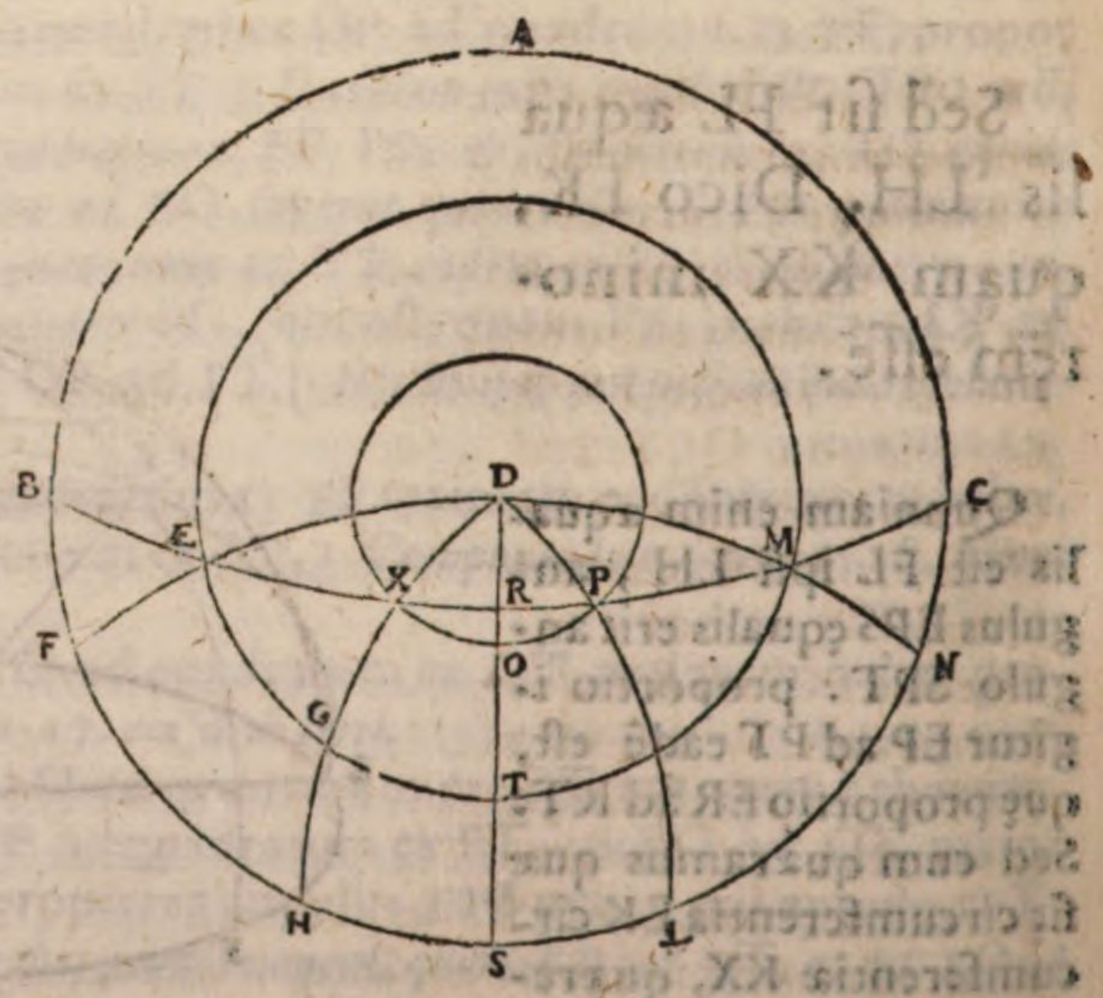
C Quoniam igitur EO ad OT maiorem proportionem habet, quam EP ad PT] *compoſitio eſt reſolutioni reſpondens.*

D Hoc enim oſtenſum eſt] *in antecedente.*

E Habebit ER ad RT minorem proportionem, quam EO ad OT, ac propterea
Y angulus EOK minor erit angulo KOT] *Ex iis, quæ nos in commentariis antecedentis demonſtrauimus.*

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO. XVIIII.

Secẽt ſe inuicem duo maximi circuli ABC BRC, & circuli ABC polus ſit D. deſcribanturque maximi circuli DF DH DL DN. & ſit EX æqualis PM. Dico ſiquidem BE ſit æqualis MC, & FH ipſi LN æqualem eſſe. ſi vero ſit maior BE, quam MC, & FH maiorem eſſe, quã LN. Quod ſi minor, minorem eſſe.



A Ponatur BE æqualis MC. e
B go recta linea a puncto D ad M ducta æqualis eſt ei, quæ a puncto D ad E ducitur.

tur. quare circulus ex polo D & interuallo una ipſarum DE DM deſcriptus, per reliquum punctum tranſibit. deſcribatur, ſitque ETM, & XP bifariam ſecetur in R. & per DR deſcribatur maximus circulus DRS. Quoniam igitur EX eſt æqualis PM, & BE æqualis MC, erit tota BX ipſi PC æqualis. & ideo recta linea, quæ a puncto D ad X ducitur, æqualis eſt rectæ lineæ a puncto D ad P ductę. Itaque ex polo D, interualloque vna ipſarum DX DP circulus XOP deſcribatur. Et quoniam XO eſt æqualis OP: & XO quidem ſimilis eſt HS, OP uero ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL ſimilis, & ſunt eiuſdem circuli. æqualis igitur eſt HS ipſi SL. Rurſus quoniam EB eſt æqualis MC, atque eſt ES æqualis SN, & reliqua FH reliquę NL æqualis erit.

COMMENTARIVS.

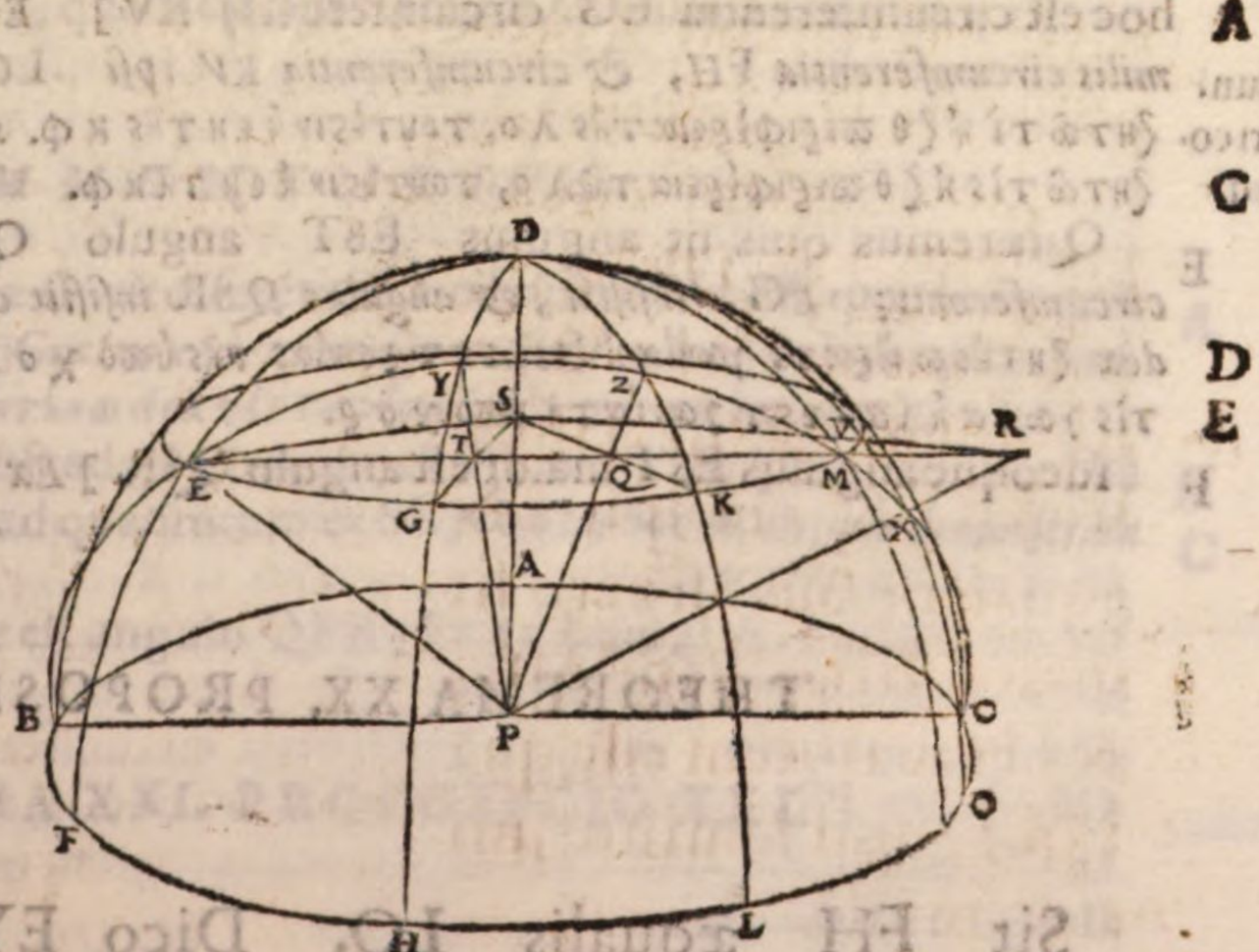
Deſcribanturque maximi circuli DF DH DL DN.] *Ità vt circulus quidem DF ſecet circulum BRC in E, circulus autem DH ſecet eundem in X, & DL in P, & DN in M.* A

Et quoniam XO eſt æqualis OP &c.] *Quomodo hoc ſequatur. oſtendimus in commentariis in 15. huius.* B

Erit & HS ipſi SL ſimilis, &c.] *Similes circumferentiæ dicuntur in diuerſis circulis, nam quæ in eodem circulo ſunt, æquales appellantur. quare breuius concludi poterat in hunc modum. Quoniam XO eſt æqualis OP, atque eſt XO ſimilis ipſi HS, & OP ſimilis ipſi SL, erit & HS ipſi SL æqualis.* C

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XIX.

Ponatur eadem figura. Sit autem BE maior, quam CX, & EY æqualis XZ: deſcribaturque per DZ circulus maximus DZKL. Dico FH maiorem eſſe, quam LO.



Cõſtruatur.n. figura ſimiliter atq. ſupra. Et qm̃ angulus EPT æqualis eſt QPR, erit ut quadratũ ex RP ad quadratum ex PE, ita rectãgulũ TRQ ad rectãgulũ QET. Sed cũ quæramus quæ ſit circũferentia HI circumferentiæ LO, hoc eſt circũferentia EG ipſi KV, quęremus quis ſit angulus EST angulo QSR. ergo quæremus quæ ſit proportio quadrati ex ES ad quadratũ ex SR proportioni rectãgul. QET ad rectagulũ TRQ hoc

est proportioni quadrati ex EP ad quadratum ex PR. habet autem comparationem. atque est proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR maior proportione, quam habet quadratum ex ES ad quadratum ex SR: hoc
14 huius enim similiter, vt supra ostendemus. Sed ut quadratum ex EP ad quadratum ex PR, ita rectangulum QET ad rectangulum TRQ. quare QET
F rectangulum ad rectangulum TRQ maiorem proportionem habet, quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR. ideoque angulus EST maior est angulo QSR. Circumferentia igitur FH, quam circumferentia LO maior erit.

COMMENTARIVS.

A Constituatur enim figura similiter atque supra.] *Ponatur* CM *æqualis* BE. *erit recta linea a puncto* D *ad* E *æqualis rectæ ab eodem puncto* D *ad* M: *& circulus ex polo* D, *interualloque vna ipsarum* DE DM *descriptus per alterum punctum transibit, qui sit* EGKMV. *deinde per* DY *maximus circulus* DYGH *describatur, & per* DX *describatur* DVXO. *centrum autem sphęræ sit* P. *quare ducta* PD *perpendicularis est ad planum circuli* EGKMV, *& per eius centrum, quod sit* S *transibit, vt nos proxime demonstrauimus. Iungatur* EM, *& producatur quousque plano circuli* DVXO *in puncto* R *occurrat. erit* BM *communis sectio maximi circuli* BEYZXC, *& circuli* EGKMV. *Iungatur prętera* PE PY PZ PX, *ita ut* PY *secet rectam lineam* EMR *in* T, *&* PZ *eandem secet in* Q. *denique iungantur* SE ST TG SQ QK SV VR. *eodem modo, quo supra demonstrabimus* STG SQK SVR *rectas lineas esse, cum sint communes sectiones plani circuli* EGKMV, *& circulorum maximorum* DYGH DZKL DVXO.

B Et quoniam angulus EPT æqualis est angulo QPR] *Ex* 27. *tertii elementorum, etenim angulus* EPT *circumferentiæ* EY *insistit, & angulus* QPR *insistit circumferentiæ* ZX.

C Erit ut quadratum ex RP ad quadratum ex PE, ita rectangulum TRQ ad rectangulum QET] *Ex* 12. *huius.*

D Sed cum quæramus, quæ sit circumferentia FH circumferentiæ LO, hoc est circumferentia EG circumferentię KV] *Est enim circumferentia* EG *similis circumferentiæ* FH, *& circumferentia* KV *ipsi* LO. *Græcus codex.* καὶ ἐπεὶ
io. secun. sphęrico. ζητῶ τὴν περιφέρειαν τῆς λο, τουτέστιν ἣ εη τῆς κφ. *sed legendum arbitror.* καὶ ἐπεὶ
Theod. ζητῶ τὴν περιφέρειαν τῆ λο, τουτέστιν ἣ εη τῆ κφ.

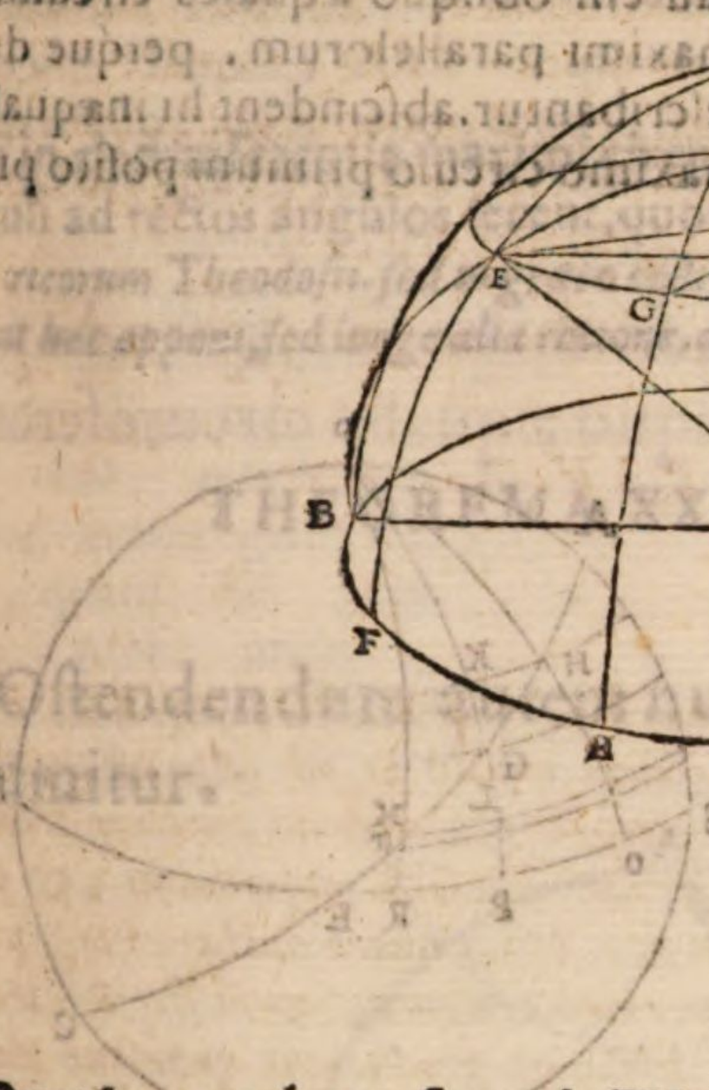
E Quæremus quis sit angulus EST angulo QSE] *Angulus enim EST circumferentię* EG *insistit, & angulus* QSR *insistit circumferentiæ* KV. *Græcus codex* ζητήσω ἄρα τὴν γωνίαν ὑπὸ εστ γωνίας τῆς ὑπὸ χσρ. *legendum puto* ζητήσω ἄρα τὴν γωνίαν ὑπὸ εστ γωνίαν τὴ ὑπὸ χσρ.

F Ideoque angulus EST maior est angulo QSR] *Ex* 13. *huius.*

THEOREMA XX. PROPOSITIO XX.

Sit FH æqualis LO. Dico EY, quam ZX minorem esse.

Quo-



Quoniam.n.circumferentia FH eſt æqualis circũferentiæ LO,& EG circũferentia circũferentiæ KV æqualis erit,nã ſimilis eſt circũferentia FH circumferentiæ EG, & circumferentia LO ipſi KV.ergo & angulus ESTangulo QSR eſt æqualis,ac propte 12 huius
rea quadrati ex ES ad quadratũ ex SR proportio eadẽ eſt,quæ proportio rectanguli A
QET ad rectangulum TRQ.Quoniam igitur quærimus, quæ ſit circumferẽtia EY circumferentiæ ZX,quæremus quis ſit angulus EPT angulo QPR. ego quæremus, B
quæ ſit proportio quadrati ex EP ad quadratum ex PR.proportion rectãguli QET ad rectangulũ TRG,hoc eſt quadrati ex ES ad quadratũ ex SR.habet autẽ comparationẽ,itaque cũ quadratũ ex EP ad quadratũ ex PR maiorẽ proportionem habeat, quã quadratum ex ER ad quadratũ ex SR,hoc eſt quam rectangulum QET ad rectangulũ TRQ habebit rectangulũ,QET ad rectangulũ TRQ minorẽ proportionẽ,quã quadratũ ex EP ad quadratũ ex PR. quare angulus EPT minor eſt angulo C
QPR.circumferentia igitur EY, quam circumferentia ZX minor erit.

COMMENTARIVS.

Quoniã igitur quærimus,quæ ſit circũferẽtia EY circũferentiæ ZX,quærimus quis A
ſit angulus EPT angulo QPR]*Græcus codex corruptus eſt & mãcus, quẽ ita reſtituemus.*
ἐπεὶ δὲ ζητῶ τὶς ἡ ΕΥ τῆ ΖΧ, ζητήσω ἄρα τίς ἡ γωνία ἡ ὑπὸ ΕΨΤ τῆ ὑπὸ ΧΩΡ.
Itaque cum quadratum ex EP ad quadratum ex PR maiorem proportionem ha B
beat,quam quadratum ex ES ad quadratum ex SR]*Conſtat hoc ex iis, quæ demonſtrata* C
ſunt in 16. huius.

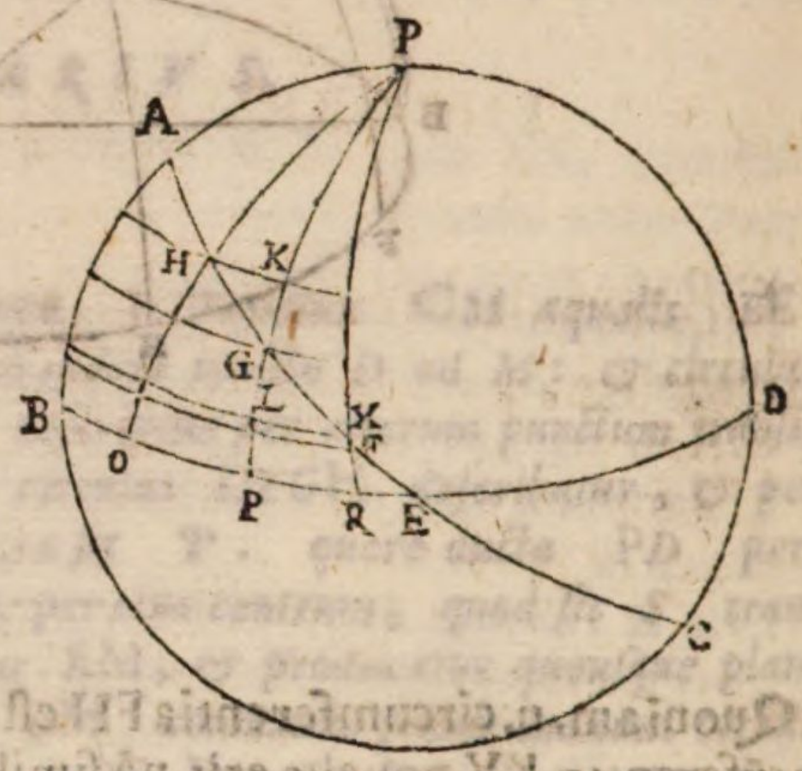
Quare angulus EPT minor eſt angulo QPR]Ex 13.*huius.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXI.

His præmiſſis demonſtrabimus id,ad quod hæc aſſumpta ſunt.

* Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, & hunc duo circuli maximi ad rectos angulos secent, quorum alter quidem sit parallelorum vnus, alter vero obliquus ad parallelos. A circulo autem obliquo æquales circumferentiæ assumantur deinceps ad easdem partes maximi parallelorum. perque diuisionum puncta, & per polum maximi circuli describantur. abscindent hi inæquales circumferentias maximi parallelorum; & quę maximo circulo primum posito propinquior est, semper remotiore erit maior.

Hoc loco nonnulli arbitrantur apponi ad rectos angulos, quoniam & in præcedenti theoremate demonstratur ex iis, quæ in sphęrica assumuntur, apponi oportere ad rectos angulos.



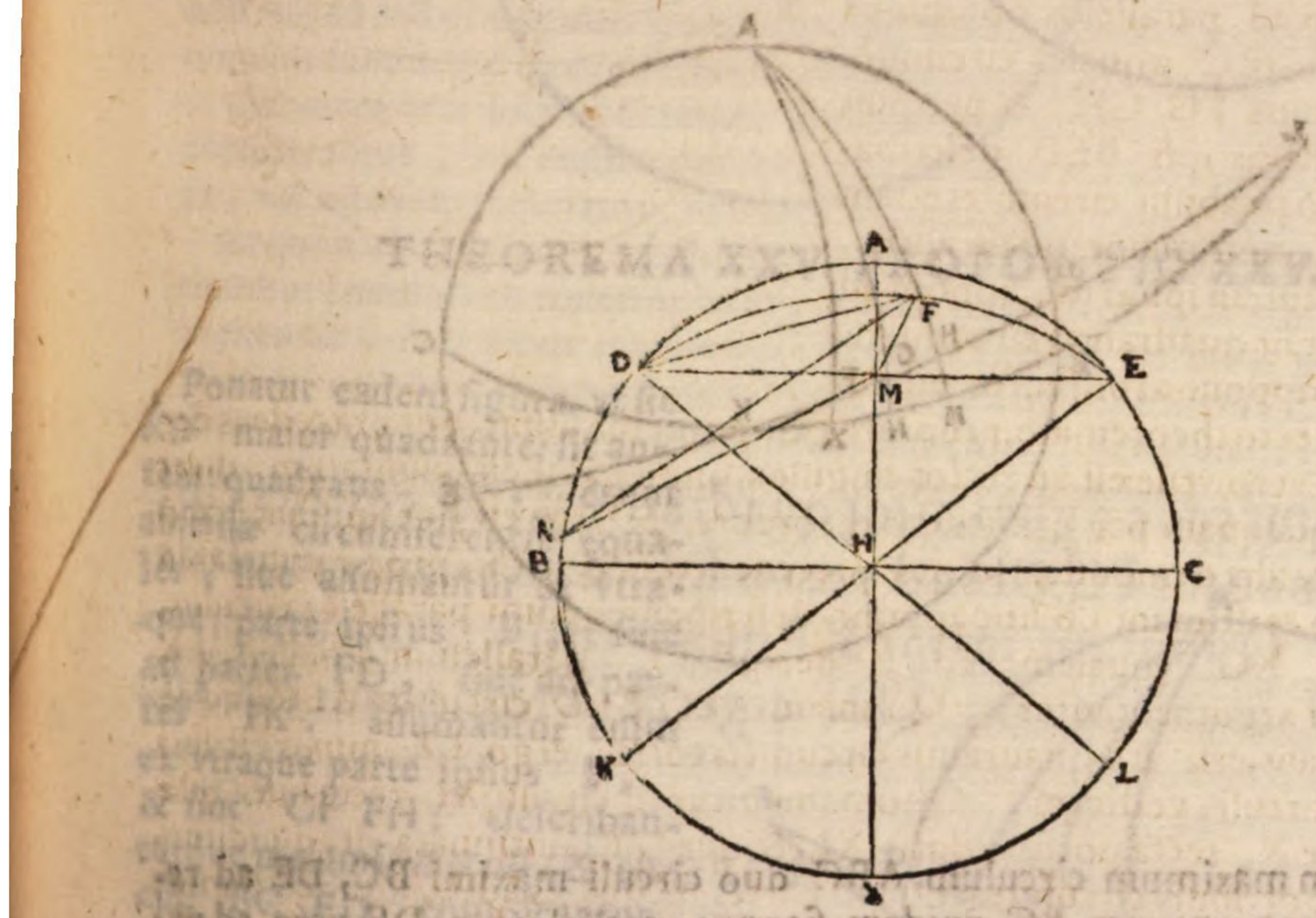
Si enim exponamus circulum ABCD, qui per polos sphæræ transit, & duos maximos circulos BED AEC ipsum secantes, quorum BED quidem sit unus parallelorum, AEC uero ad parallelos obliquus: deinde a circulo AEC æquales circumferentias abscindamus FG GH: & per puncta FGH parallelos ipsi BED describamus, non omnino secabunt circumferẽtiam AB, nisi sit AE non maior quadrante. præterea ostenditur in sphæricis apponi ad rectos angulos, ut sit quadrantis circumferẽtia. alii autem apponi arbitrantur ad rectos angulos in sexto theoremate, propterea quod, ut inquiunt, per præcedens demonstratur. ubi vero vtile est ad rectos angulos, quod ualde est inutitatum. dicet enim aliquis nequaquam per præcedens theorema, vbi vtile est hoc apponi, demóstres, siquidem & alia demonstratio, quæ pręcedente non vtitur, propositum ostendit. aliqui uero existimant ob hoc apponi, describentes enim parallelos circulos, & ponentes ipsi KG ęqualem KL; perque L parallelum circulum LX describentes, ita argumentantur. Quoniam AEC BED circulum ABCD ad rectos angulos secant, erit EB quadrantis circumferentia. ergo LX minor est quadrante proprii circuli, vt dicant. Quoniam igitur in circuli XL recta linea, quæ incipit a puncto X, recta portio insistit XL, & quæ ipsi continuata est, diuiditurque insistentes portionis circumferentia in partes inęquales ad L, atque est minor, quam dimidia erit recta linea, quæ a puncto X ad L ducitur, omnium minima. ad hoc putant utile esse illud, ad rectos angulos, vt XL minor sit, quam dimidia insistẽtis portionis. quod est absurdum. siue enim sit maior quam dimidia, siue minor, siue dimidia, quod propositum est, contingit. Nam si in circulo, ut PH ducatur recta linea diametro parallela, quemadmodum communis sectio circulorum PX, LX, quæ incipit a puncto X, parallela ei, quę a puncto H incipit, & in ipsa portio insistat, ut XL, sumaturque in portione quoduis punctum, vt L: recta linea ab L ad X ducta minor est omnibus, quæ ab L ducitur ad circumferentiam, quę inter diametrum, & ipsi parallelam interiicitur, pertingunt: vt mox demonstrabimus. quare non propter hoc appositi sunt circuli ad rectos angulos. Sed quoniam contingit, quando AE sit quadrantis circumferentia, maiorem omnino fieri OP, quam PR, quando autem maior, vel minor, interdum quidem maiorem fieri OP, quam PR, interdum minorem, interdum uero ipsi æqualem. hoc enim deinceps ostendetur.

COMMENTARIVS.

Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum, & hunc duo maximi circuli ad rectos angulos secent, quorum &c.] *Hoc est sextum Theorema tertii libri Sphæricorum Theodosii. sed in græco codice desiderantur ea uerba πρὸς ὀρθὰς, non.n. Pappus negat hæc apponi, sed longe alia ratione, atque nonnulli arbitrati sint.* *

THEOREMA XXII. PROPOSITIO XXII.

Ostendendum autem nunc sit lemmation, quod in ipsum assumitur.

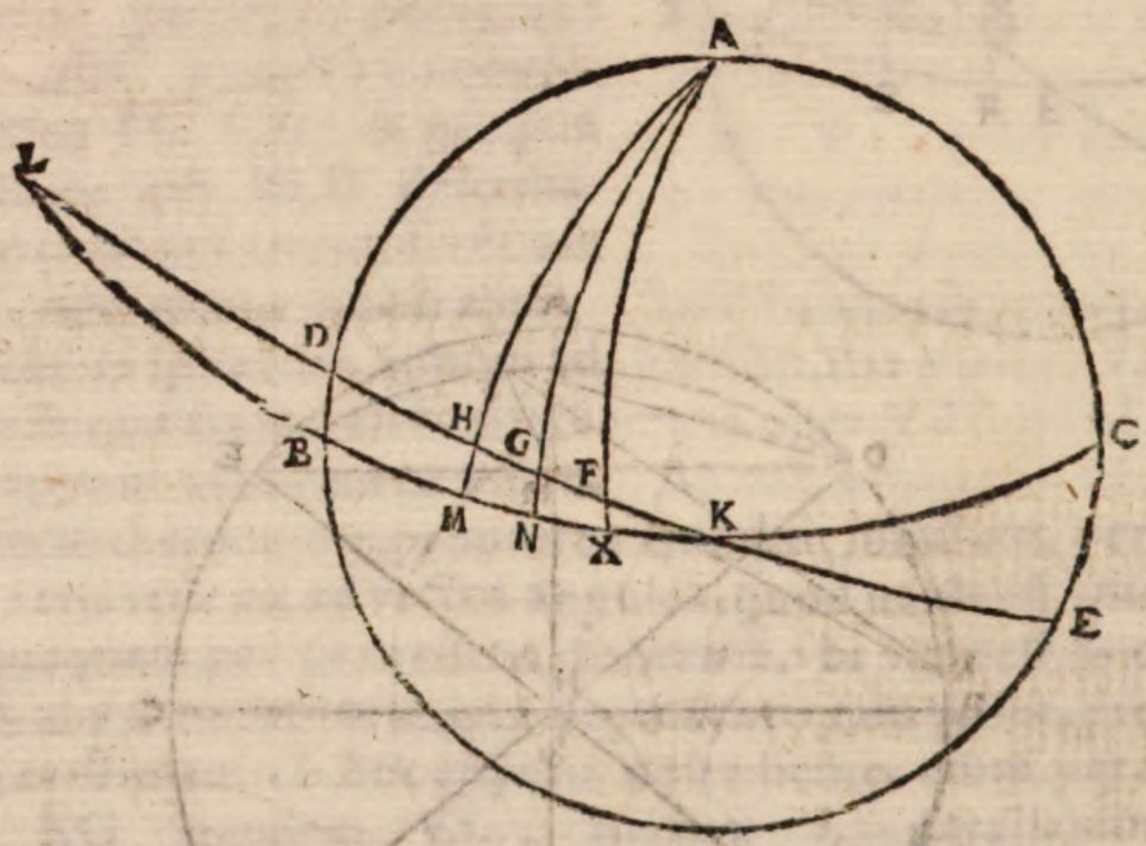


Sit ABC circulus, cuius diameter BC, & huic parallela ducatur DE. in ipsa uero DE insistat circuli portio ad circulum ABC recta, in qua sumatur punctum F, & DF iungatur. Dico FD non solum minimam esse rectarum linearum, quæ a puncto F ad circumferentiam DB pertingunt, sed etiam si ducantur diametri EHK, DHL, minimam esse earum, quę pertingunt ad circumferentiam DK. Ducatur enim recta linea quędam FN, & a puncto F ad subiectum planum perpendicularis agatur, cadet ea in communem planorum sectionem, cadat ut FM, & MN iungatur. Itaque quoniam quęrimus, si FN maior sit, quam FD, quæremus, si quadratum ex NF sit maius quadrato ex FD. Sed quadrato quidem ex NF æqualia sunt quadrata ex NM MF. quadrato autem ex FD çqualia sunt quadrata ex DM MF. Dico igitur NM maiorem esse, quam MD. iungatur MH, & ad pun- 38.unde.

7. tertii. puncta XA producatur. erit AX circuli ABC diameter. atque erit, MX maxima, minima uero MA, & quæ centro propinquor est, remotiore erit maior. ergo MN maior est, quam MD.

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO. XXIII.

His præmonstratis ostendendum sit theorema, quando per polum, & per abscissas à circulo obliquo æquales circumferentias circuli describuntur.



In sphęra enim maximum circulum ABC duo circuli maximi BC, DE ad rectos angulos secent, quorum BG quidem sit vnus parallelorum, DE vero ad parallelos obliquus. abscendanturque æquales circumferentiæ FG GH, & polus parallelorum sit A, & maximi circuli AM AN AX, describantur. Ostendendum est circumferentiam MN circumferentia NX maiorem esse. appositum est ad rectos angulos vt fiat problema. compleantur circuli BC DE ad L. & cum KD sit circumferentia quadrantis, sed & DL; erit LH maior, quam HK. Quoniam igitur duo circuli maximi CBL EDL se mutuo secant, & circuli CBL polus est A; describunturque maximi circuli AM AN AX; & LH maior est, quam HK, & HG æqualis GF; erit & MN, quam NX maior ex iis, quæ ante demonstrata sunt atque illud est, quod ostendere oportebat.

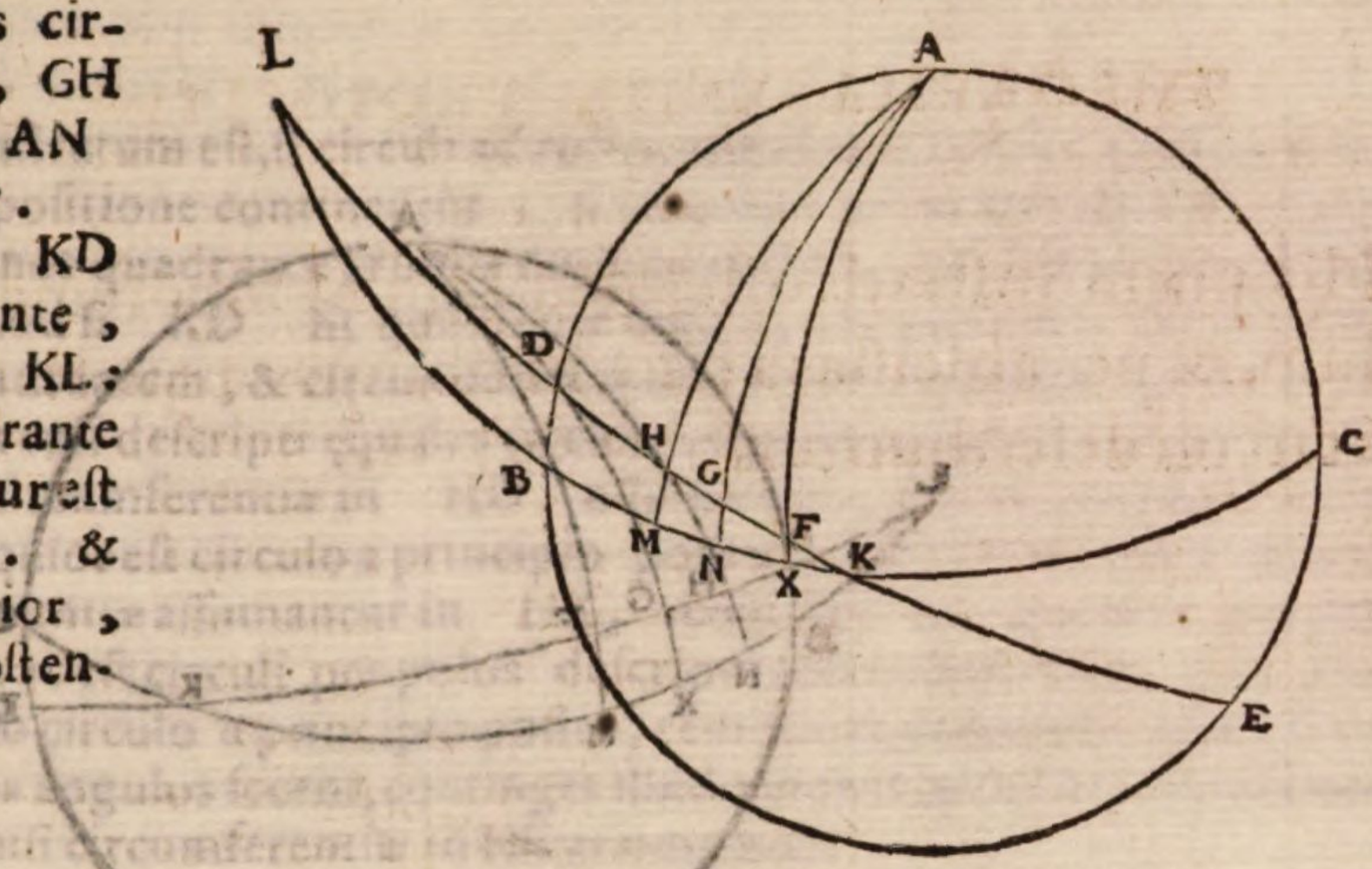
16. huius

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXIIII.

Itaque dico si non apponatur ad rectos angulos, non fieri ea, quæ in propositione continentur.

Ponatur

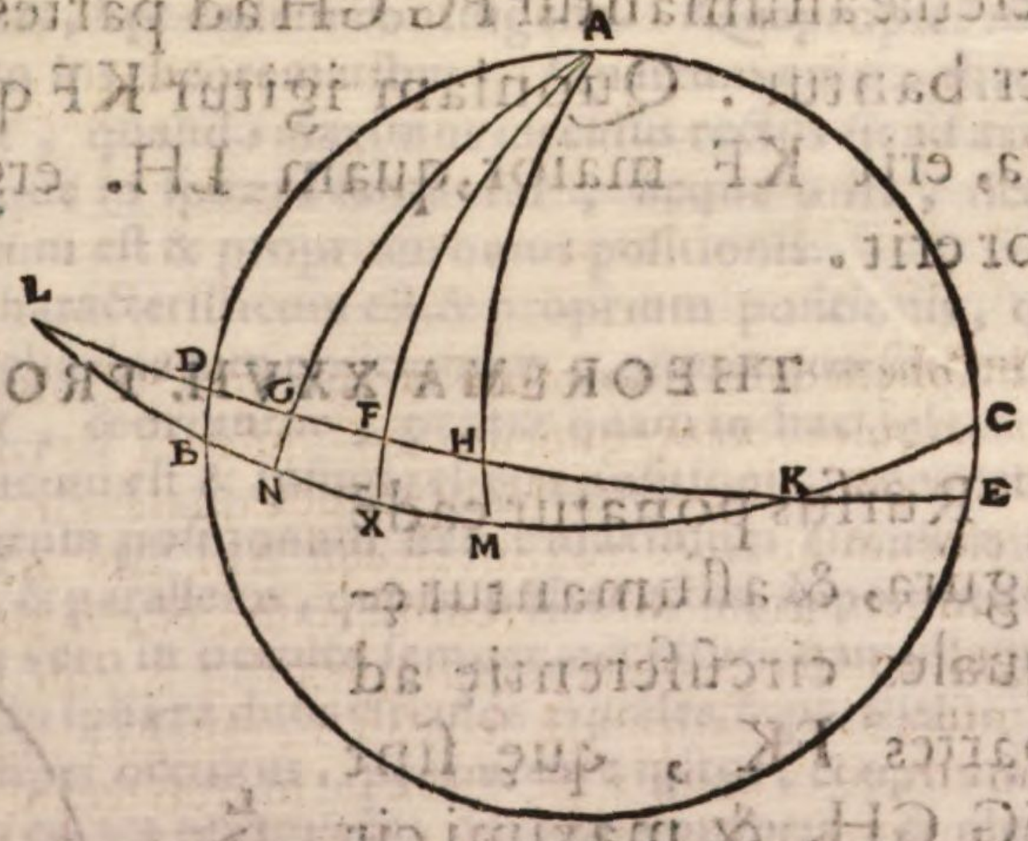
Ponatur eadem, & sit KD quadrante minor. fiet & hoc pacto problema. abscindantur enim æquales circumferentiæ FG, GH & circuli AM AN AX describantur. Quoniam igitur KD minor est quadrante, semicirculi autem KL, erit LD quadrante maior. maior igitur est LH, quam KF. & ideo MN maior, quam NX. quoe ostendendum fuerat.



16 huius

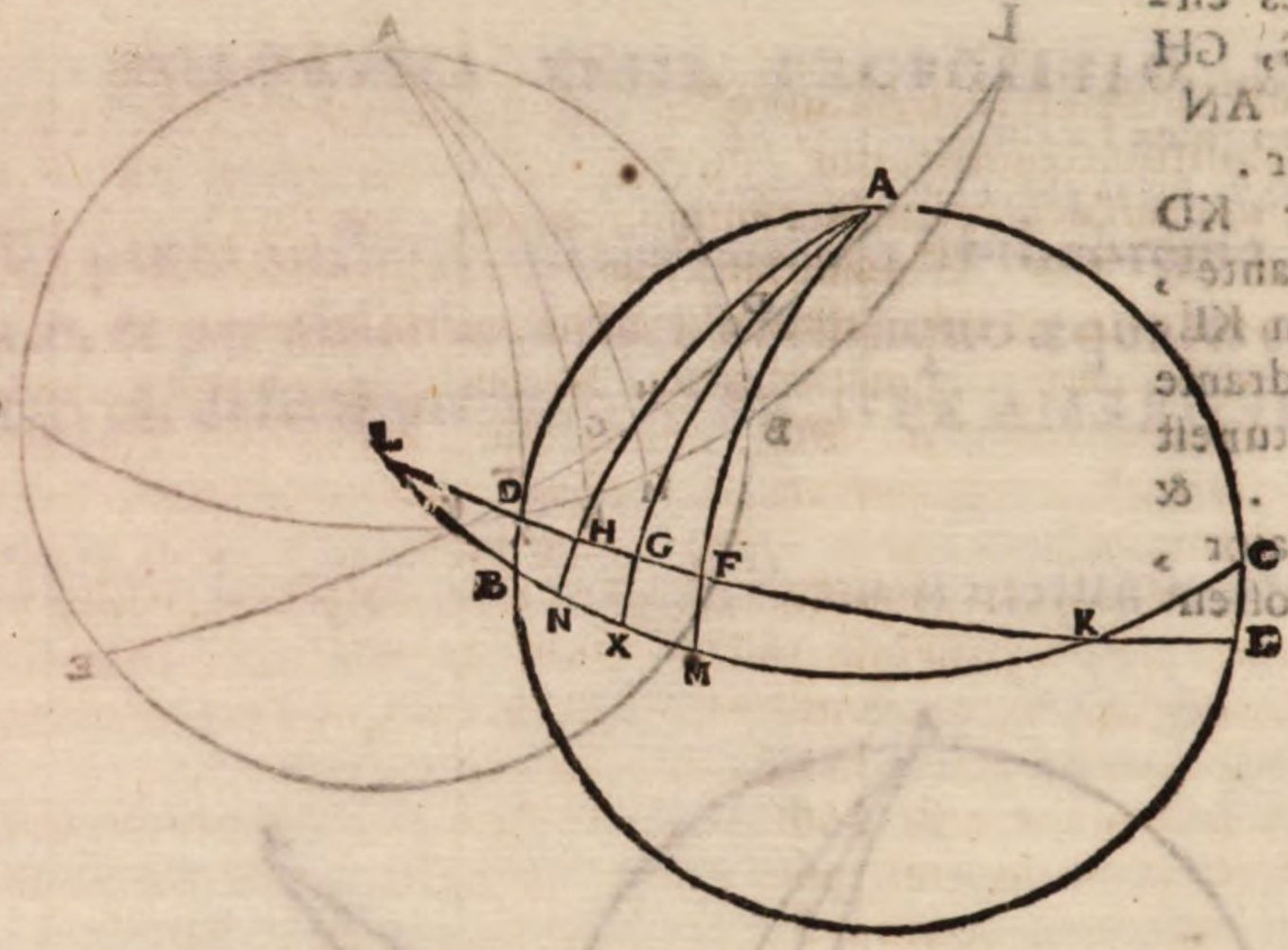
THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXV.

Ponatur eadem figura. vt sit KD maior quadrante: sit autem quadrans KF. erunt abscissæ circumferentię æquales, siue assumantur ex vtraque parte ipsius F, siue ad partes FD, siue ad partes FK. assumantur enim ex vtraque parte ipsius F, & sint GF FH: describanturque maximi circuli, & circuli BC ED compleantur. Itaque quoniam semicirculi est KL, & KF quadrantis, & reliqua LF quadrantis erit. æqualis igitur LF ipsi FK; quarum GF est æqualis FH. ergo reliqua LG reliquæ HK, ac propterea NX ipsi XM est æqualis. quare sit KD maior sit quadrante, & sit quadrantis KF: ex utraque autem parte ipsius F æquales circumferentię assumantur, non fiet problema.



THEO-

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXVI.



Sed ponatur eadẽ figura, ſitq; quadrantis kF, & æquales circũferẽtiæ aſſumantur FG GH ad partes DF, & maximi circuli deſcribantur. Quoniam igitur KF quadrantis eſt circumferentia, erit KF maior, quam LH. ergo & XM, quam NX maior erit.

THEOREMA XXVII. PROPOSITIO XXVII.

Rurſus ponatur eadẽ figura, & aſſumantur æquales circũferentię ad partes FK, quę ſint FG GH, & maximi circuli deſcribãtur, AHM AIN, AGX. quoniã igitur quadrãtis eſt KI, ſed & FL quadrantis, erit LF æqualis FK, quarũ HG eſt æqualis GF. reliqua igitur KH minor eſt,

quam

quàm LF, & ob id MX minor, quam XN. quod oſtendere oportebat.

Itaque demonſtratum eſt, ſi circuli ad rectos angulos ſe mutuo ſecent, omnino fieri ea, quę in propoſitione continentur, ſi vero non ſecent ſeſe ad rectos angulos, & ſit KD minor quadrante, rurſus omnino eadem, quæ ſunt in propoſitione, contingent. quòd ſi KD ſit quadrante maior, non omnino, ſed ſi conſtituamus KH quadrantem, & circumferentię aſſumptæ æqualiter diſtent a puncto H; maximi circuli deſcripti ęquales circumferentias intra ſeſe comprehendent. Si vero æquales circumferentiæ in HD aſſumantur, circuli per polos deſcripti eam quę propinquior eſt circulo a principio poſito, facient remotiorem minorem, quod ſi circumferentiæ aſſumantur in HK, continget id, quod in propoſitione continetur, hoc eſt circuli per polos deſcripti abſcindent eam, quæ propinquior eſt maximo circulo a principio poſito, remotiore maiorem. quare ſi circuli non ſeſe ad rectos angulos ſecent, continget illud quidem, quod in propoſitione, nō omnino autem, niſi circumferentiæ in HK aſſumantur.

Quoniam tres ſolæ differentiæ poſitionis circulorum maximorum in ſphæra conſiderantur, vel enim oportet ipſos rectos eſſe ad axem, vel per polos ſphęræ, vel ad axem inclinatos, in tribus his demonſtrationes facit Autolycus.

Et quoniam primum, ſecundum, & tertium theorema in prædictis tribus poſitionibus circulorum contemplatur, idcirco vniuerſe in ipſis totam ſphæram comprehendit. ſiue enim maximum circulum rectum ad axem ponamus, omnia puncta, quæ ſunt in ſuperficie ſphæræ, ſphæra ipſa conuerſa, circulos parallelos deſcribunt, eoſdem, quos ſphęra polos habentes. & rurſus in ęquali tempore ſimiles circumferentias parallelorum, puncta pertranſeunt; & quas circumferentias pertranſeunt in ęquali tempore, ipſæ ſimiles ſunt. ſiue rurſus per polos ſphæræ, vel obliquum ad axem ponamus, hęc eadem contingent. Quapropter in tota ſphæra demonſtrationes facit in his theorematibus. Quartum autem theorema vni tantum poſitioni congruit, quando maximus circulus rectus ſit ad axem. nempe omnia puncta, quæcumque in ſphæra ſumuntur, neque oriri, neque occidere, quod & characteriſticum eſt & proprium huius poſitionis.

Quintum theorema & ipſum characteriſticum eſt, & proprium poſitionis, quæ per polos ſphęræ. in nulla enim alia duarum poſitionum, omnia quæ ſunt in ſuperficie ſphęræ puncta & occidunt, & oriuntur, præter quam in hac ſola.

Sextum theorema characteriſticum eſt & ipſum reliquæ poſitionis, videlicet obliquæ ad axem. nulla enim aliarum poſitionum habet maximum circulum cōtingentem duos circulos ęquales, & parallelos, quorum alter eſt in apparenti hemiſphærio ſemper apparens, alter vero in occulto ſemper occultus. nam cōtingit quidem omnis circulus maximus in ſphæra duos circulos æquales, & parallelos ſed non ſemper apparentes, neque ſemper occultus. per pulchre igitur, & optima ratione Autolycus vniuerſalia theoremata præmittēs, deinceps propria, & characteriſtica dictarum poſitionum explicat, quę ſcilicet in unaquaque particula im fieri contingit; & reliqua, quæ communia ſunt, theoremata, & quæ in vna ſola poſitione ſeruantur, ſed & in ſecundo deinceps ordine ponit. Mox igitur ſeptimum theorema ſeruatur tum in recta poſitione, quæ eſt per polos, tum in obliqua ad axem. oſtendimus enim nos, quomodo theorema ſeruari poſſit in poſitione, quæ eſt per polos. in reliqua autem poſitione ſeruari minime poteſt. quod neque oriantur, quę illic ſunt, neque occidant. Octauum theorema dicitur in ſola obliqua ad axem poſitione. in poſitione enim, quę eſt per ſphæræ polos, quæ ſimul oriuntur puncta ſimul etiam occidunt: & quę ſimul occidunt, ſimul

oriuntur, siquidem illic omnes circuli secantes horizontem. ăb ipso bifariam secantur. & semicirculos supra horizontem, & sub horizonte habent. quamobrem simul orientia simul etiam occidunt; & è contrario. Similiter & nonum theorema in eadem positione sola assumit. vult enim circulos ipsum contingentes nullum alium contingere, nisi eum, qui semper apparet. Decimum vero & in positione, quæ est per polos, & in obliqua ad axem seruatur. sed ipse tantum mentionem facit demonstrationis, quę fit in obliqua positione. nos autē ostendimus etiam in illa positione seruari. In recta quidem ad axem diximus quomodo qui transit per polos sphęræ non erit bis rectus ad horizontem, sed semper rectus. In vndecimo theoremate difficiliorem positionem assumpsit, videlicet obliquam ad axem, cum dicat obliquus existens ad axem, & maiores contingit, quam qui a principio contingebat, sciens positionis per polos, quam ipse omisit, facilem esse demonstrationem. ostendimus enim nos, quomodo etiam in illa positione, secundum omnem horizontis locum, inter parallelos, quos contingit interiectum, ortus & occasus efficit. In duodecimo theoremate perspicuum est ipsum solum obliquæ positioni accidere, & congruere. Sed & illud non ignorare oportet, maximos quidem circulos ad axem rectos plures esse non posse, sed vnus tantum & vnius. per polos autem sphęræ, & obliquos ad axem esse infinitos. & qui per polos sphærę omnes sphæra conuersa sibi ipsis congruunt: obliqui autem omnes non item, nisi qui eundem parallelum contingunt. parallelus autem eosdem, quos sphæra polos habet, atque est ad axem rectus. Numquid igitur propter hoc & Autolycus incipiens exponere, quæ consequuntur propria, & characteristica vnicuique positioni, a simplicissima, & prima est orsus. ipsa autem est, quæ maximum circulum habet ad axem rectum. vnica quidem est hæc positio, vt diximus, & mutationē nullam recipit. post hanc ordine simpliciorem exposuit, quæ est per polos sphęræ, secundum quam diximus, infinitos circulos per sphęræ polos describi posse, omnes sibi ipsis congruentes, propterea quod poli stabiles, & immutabiles sunt. alia autem positio habet hoc quidem in aliquibus, vt diximus, in aliquibus vero non habet. hāc igitur tertiam in ordine posuit: aliam autem in secundo loco constituit. Hæc igitur dicta sunt ratione argumenti.

μονογενὶς.

Quæritur autem in hoc libro, quod soluere necessarium est, quomodo puncta, quæ non sunt intra axem, sed in superficie sphæræ circulos describant simul cum sphæra conuersa. Si enim puncta starent, & non simul cum sphæra conuerterētur, verisimile esset dicere lineam in superficie sphæræ factam ab aliquo puncto, circuli circumferentiam esse. Si autem rursus & sphæra conuerteretur, & punctum æqualiter ferretur, in ipsa simul conuersum, derelictum quidem, vel sensim excurrens ad easdem partes sphæræ, & sic haberet aliquam rationem. derelictum enim a sphæra necessario loco permutans, continuitate quadam lineam gigneret in superficie sphæræ. Sensim uero excurrens eadem ratione circulum describere posset. Sed neque derelictum, neque sensim excurrens, semper autem eundem locum in sphæra tenens, ipsa conuersa admirabile forte uideatur, quomodo circulum describat. necesse enim est eum, qui describit, circa stabile aliquod describere. Si autem id, circa quod describit, non stat, describere quomodo possit. omnia igitur puncta, quę in sphęra sunt, ipsa conuersa non stant, solus autem stat axis. & a puncto, quod semper fertur, ad stantem perpendicularis actu cum axe conuenit, videlicet in puncto. quare necesse est punctum, in quo rectæ lineę conueniunt, stare: quoniam & ipse axis. & cum punctum quidem in axe sit, perpendicularis autem actu sit in sphæra: sphæra ipsa conuersa simul circumagere recta linea una cum solido termino, qui est in superficie sphæræ. stat autem punctum in axe. necesse igitur est circumacta hac recta linea simul cum sphęra, quatenus quidem sphęra fertur mota: quatenus uero terminatur stante, & non mutante terminos, ipsam in

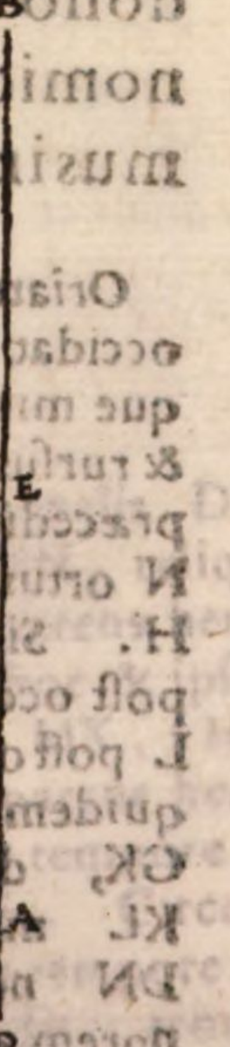
plano

plano ferri. ſtat autem illud planum, in quo fertur, & non alibi eſt, quam in ipſa ſphęra. Itaque quoniam planum ſtabile ponitur, in quo fertur dicta linea, & in ipſo ſumuntur duo quęuis puncta, videlicet lineæ moræ termini, & quod eſt ad axem, & quod eſt ad ſuperficiem ſphæræ. fieri autem poteſt, vt in plano omni centro. & interuallo dato circulus deſcribatur; centro quidem puncto, quod eſt in axe, interuallo autem puncto, quod in ſuperficie ſphæræ circulus deſcriptus in plano deſcribetur, in quo fertur dicta linea. punctum igitur in axe ſtans cauſa fuit, cur circulus a puncto, quod eſt in ſuperficie ſphærę deſcriberetur. quippe quod niſi aliquo ſtante deſcribi non poſſet. quare non poteſt problema effici, niſi perpendicularis ad axem ſtantem acta ſit. præterea & illud ſciendum eſt, quando perpendicularem agit ad axem, & planum, quod per axem, & perpendicularem ducitur, producit, tamquam in ſphæra manente hoc efficiens, neque enim conuerſa ſphæra perpendicularis ad axem agi poteſt. oportet namque prius planum ſupponere, vt cum in eo exiſtat recta linea, & quod vis punctum, a puncto ipſo perpendicularis ad rectam lineam agatur. puncto autem latorum conuerſione ſphæræ, atque ad innumerabilia plana accidente, & ſtante recta linea, non poteſt ad ipſam agi perpendicularis. Sed quando punctum ſtet, & recta linea, tunc ipſis in plano intellectis, poterit a puncto ad rectam lineam perpendicularis duci.

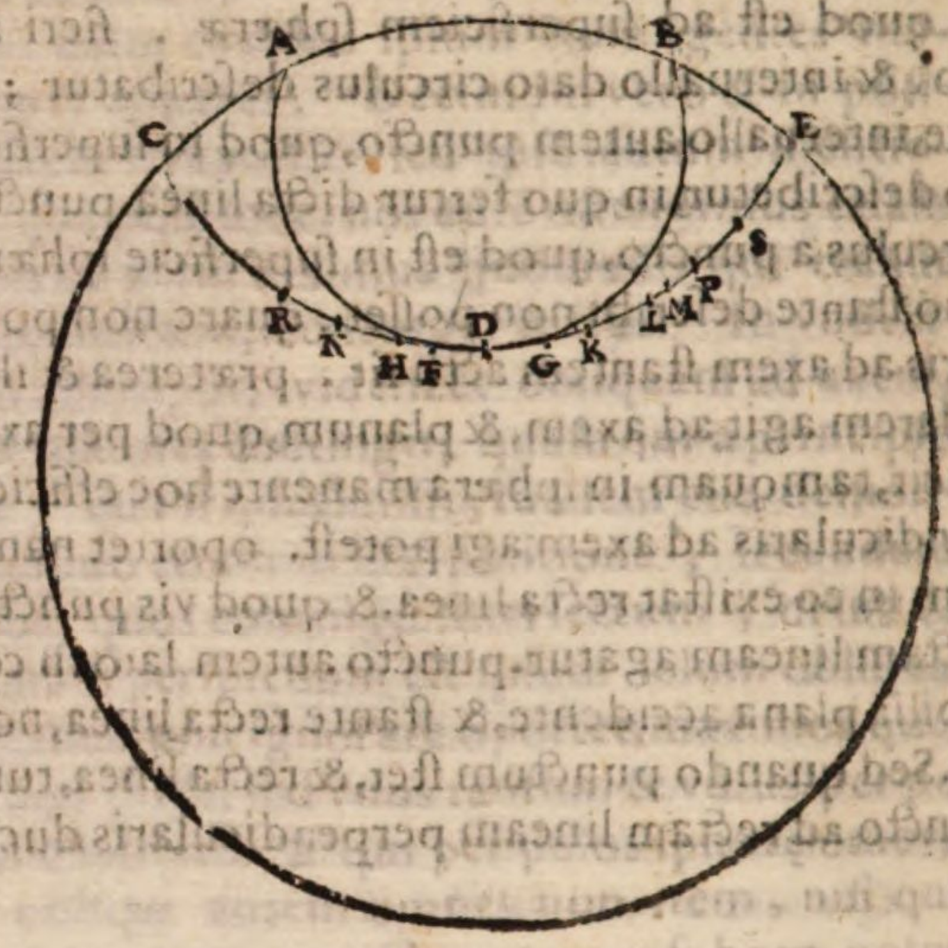
THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXVIII.

At vero perpendicularem a quouis puncto eorum, quæ ſunt in ſphæra, ad axem ductam, intra ſphæram cum ipſo conuenire ſic demonſtrabitur.

Sit enim ſphæra, cuius axis AB, poli autem AB puncta: & ſumatur in ſuperficie ſphæræ quoduis punctum C, ducaturque ad AB perpendicularis. Dico ipſam cũ AB intra ſphęram conuenire. non enim, ſed ſi fieri poteſt, conueniat cum ipſa extra in puncto D: ſitque CD ad AB perpendicularis, & ſumatur ſphærę centrum E, & EC iungatur. Quoniam igitur punctum E eſt ſphęræ centrum, erit CE æqualis EA. ergo DE, quam EC eſt maior & cum triangulum ſit ECD, & DE maior, quam EC, erit angulus ECD maior angulo EDC. Sed EDC eſt rectus. angulus igitur ECD maior eſt recto. ac propterea trianguli ECD duo anguli duobus rectis ſunt maiores. quod fieri non poteſt. non igitur a puncto C ad AB perpendicularis ducta extra ſphæram cum ipſa conuenit. Similiter oſtendemus neque conuenire ad axis terminos, videlicet ad AB. ergo conuenient intra ſphæram: perpendicularis igitur a puncto C ad AB ducta intra ſphæram cadit, quod demonſtrare oportebat.



In quarto theoremate Theodosius falso exponitur. Cum enim demonstrasset diem NH maiorem esse die MP, similiter existimatur demonstrare, noctẽ, quæ præcedit diẽ NH, esse minorem nocte insequente diẽ MP. Sit.n. ante ortum N occasus R, & ipsi RN æqualis ponatur PS, & sit facta ratio in subiecta figura. Siquidem igitur minor esset NH quã MP, fieret & tota ND, quam tota DP minor. & comparationes æqualium circumferentiarũ NR PS similiter perficerentur. Nunc autem quoniã minor est HD, quam DM, maior autem HN, quam MP, non constat & totam DN, tota DP minorem esse. potest enim & æqualis fieri, & maior. At non existente minori ND. non adhuc poterimus dicere circumferentiam NR in minori tempore occultum hemisphærium permutare, quam PS. oportebat igitur Theodosium prius ostendere circumferentias compositas noctium ac dierum in parte DC semper minores esse circumferentiis compositis in parte DE. & ita inferre. reliqua etiam similiter eadem ostendi, & in subiecta figura.



THEOREMA XXIX. PROPOSITIO. XXIX.

Nos autem a Theodosio omissum astronomico more ostendimus in hunc modum.

Oriatur enim sol ad F, occidat autem ad G. sitque minor DF, quam DG. & rursus sit H occasus, qui præcedit ortum F: & sit N ortus præcedens occasum H. Sit præterea ortus K post occasum G, & occasus L post ortum K. & sit nox quidem FH minor nocte GK, dies autem HN die KL maior. Dico totam DN noctem tota DL minorem esse. Nam si non ita sit, uel æqualis erit, vel maior. Si primum æqua-

lis.

lis. Itaque quoniam minor est DF, quam DG, & FH, quam GK, erit tota DH minor, quam tota DK. Sit ipsi DH æqualis MD. est autem & tota ND toti DL æqualis. ergo reliqua HN est æqualis reliquæ ML. Cum igitur sol cadens ad N, occidat ad H in quo tempore sol circumferentiam HN pertranſit, ipsa HN permutat apparens hæmiſphærium. in æquali autem tempore sol pertranſit HN, & ipsi æqualem ML, ergo in æquali tempore sol pertranſit ML, & HN apparens hemiſphærium permutat. Sed in æquali tempore HN apparens hemiſphærium permutat, & ipsa ML; æquales enim sunt, ab æstiuo contactu æqualiter distantes. In æquali igitur tempore sol pertrantis ML, & ML apparens hemiſphærium permutat. At sol quidem pertranſit ML in eodem tempore, in quo utramque MK KL pertranſit. ML vero permutat apparens hemiſphærium, in quo MK oritur, & KL apparens hemiſphærium permutat. ergo in æquali tempore sol vtramque MK KL pertranſit, & MK quidem oritur, KL uero permutat apparens hemiſphærium. quorum tempus in quo sol pertranſit KL est æquale tempori, in quo KL apparens hemiſphærium permutat; oritur enim sol ad K, & occidit ad L. reliquum igitur tempus, in quo sol pertranſit MK æquale est tempori, in quo MK oritur. hoc autem fieri non potest. quamcumque enim circumferentiam sol in maiori tempore percurrit, quam ipsa oriatur, uel occidat. quod deinceps ostendemus. non igitur ND est æqualis DL.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXX.

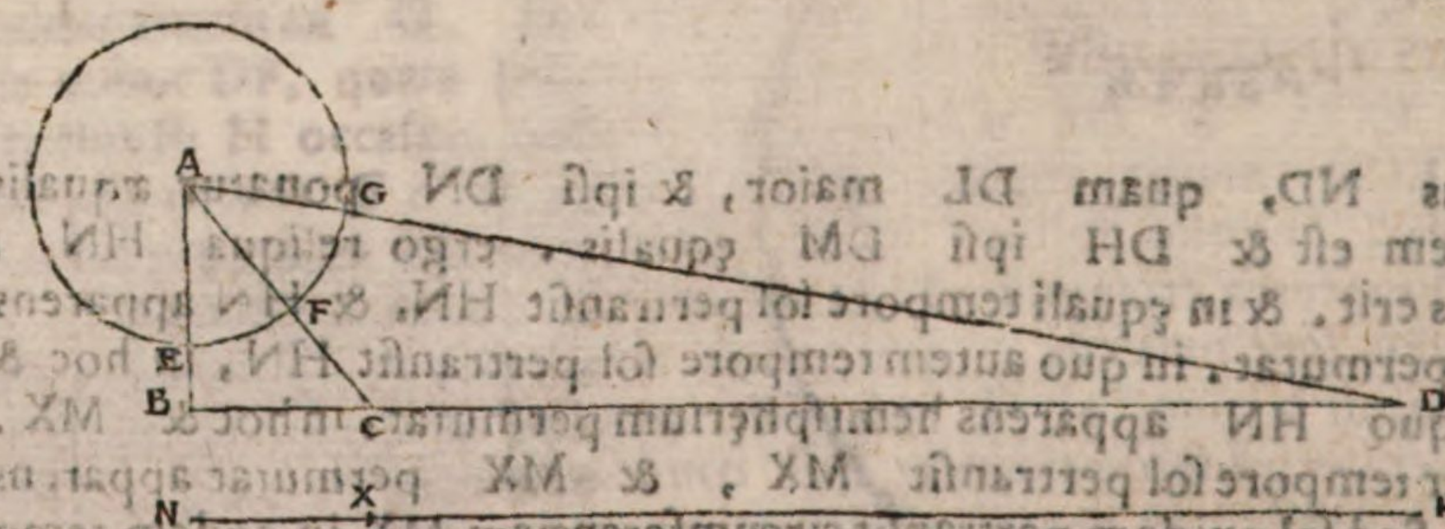
Sit rursus ND, quam DL maior, & ipsi DN ponatur æqualis DX. posita autem est & DH ipsi DM æqualis. ergo reliqua HN reliquæ MX æqualis erit. & in æquali tempore sol pertranſit HN. & HN apparens hemiſphærium permutat. in quo autem tempore sol pertranſit HN, in hoc & ipsam MX: & in quo HN apparens hemiſphærium permutat, in hoc & MX. In æquali igitur tempore sol pertranſit MX, & MX permutat apparens hemiſphærium. Sed sol quidem pertranſit circumferentiam MX in eodem tempore, in quo unamquamque circumferentiarum MK KL LX pertranſit. Circumferentia igitur MX permutat apparens hemiſphærium in eodem tempore, in quo MK oritur, KL hemiſphærium permutat, & LX occidit. tempus autem, in quo sol pertranſit KL est æquale tempori, in quo KL apparens hemiſphærium permutat. reliquum igitur tempus, in quo sol pertranſit MK

æquale

æquale est tempori, in quo MK oritur. & tempus, in quo pertransit LX est æquale tempori, in quo LX occidit. quod fieri non potest; siquidem omnem circumferentiam sol in maiori tempore percurrit, quam ipsa oriatur, vel occidat. quare ND non est maior, quam DL, ostensum autem est neque esse æqualem. ergo ND quam DL minor erit. similiter ostendemus etiam in iis, quæ sequatur. Itaque his ante demonstratis, & Theodosii demonstratio procedit, quemadmodum diximus.

At vero omnem circumferentiam in maiori tempore solem pertransire, quam ipsa oriatur, vel occidat, nunc ostendemus. videbitur autem hoc aliquibus manifestum esse, & demonstratione non indigere. Quoniam enim sol in anno circulum percurrit, ipse autem circulus in nocte, & die oritur, sit tempus, in quo sol circulū percurrit, multiplex temporis eius, in quo sol oritur. Itaque cum in maiori tempore sol circulum procurrat, quam ipse circulus oriatur, & particulares circuli circumferentias sol in maiori tempore percurret, quam ipsæ circumferentiæ oriātur, vel occidant. quare manifestum est propositum, & maiori consideratione non indiget. ad quos dicendum est, si particulares Zodiaci circumferentiæ, quare æquales sunt, inæquali tempore orientur, vel rursus occiderent. manifestū nobis esset quod dicitur. æqualiter enim oriretur circulus, & sic tempora inter se comparantur, quoniam & sol æqualiter ortus in æquali tempore æquales circumferentias percurrit. Nunc autem sole æqualiter percurrente circulum, & ipso circulo inæqualiter ortus; & occasus faciente, nobis dicere non licebit, cum tempus, in quo sol percurrit circulum maius sit tempore, in quo circulus ipse oritur, maius esse tempus particulare, in quo sol aliquam permeat circumferentiam, quam tempus in quo illa circumferentia & oritur, & occidit. Quibus ita se habentibus non adhuc perspicuum est, omnem circumferentiam in maiori tempore solem percurrere, quā ipsa oriatur, vel rursus occidat. Vnde autem. quoniam non contingit, ut sol quidem totum circulum percurrent in maiori tempore, quam ipsi circulus oriatur, tempora autem particularia, in quibus sol vnamquamque circumferentiam circuli percurrit, minora sint temporibus particularibus, in quibus vnaquæque circuli circumferentia oritur. Illud enim in aliquibus motibus fieri non posse ex hoc constat.

THEOREMA XXX. PROPOSITIO XXX.



Sit triangulum orthogonium ABD, rectum angulum habens ad B. & circa centrum A describatur circulus. deinde exponatur recta linea quædam OH ipsi BD æqualis: & punctum quidem N æqualiter latum pertranseat NH in horis decem;

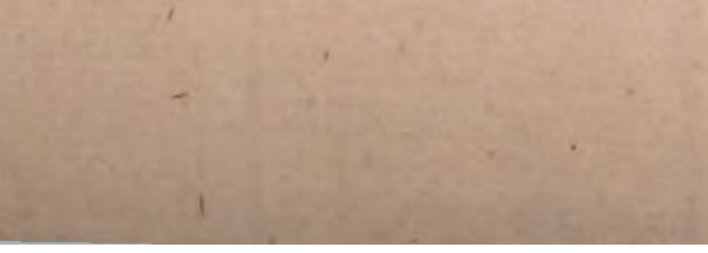
punctum autem B in quo ſcilicet AB occurrit BD, pertranſeat ipſam BD in hora vna: ſeceturque circumferentia EG bifariam in F: & iuncta AF in C producatur. Quoniam igitur in quo quidem tempore punctum E pertranſit EG in hoc punctum B pertranſit BD; in quo autem E pertranſit EF, in hoc & B ipſam BC; atque eſt tempus, in quo E pertranſit EG duplum temporis, in quo pertranſit EF: erit & tempus, in quo B pertranſit BD, temporis, in quo pertranſit BC, duplum. ſed B pertranſit BD in hora vna. ergo & B. ipſam BC in dimidia hora pertranſibit. Quod cum circumferentia EF æqualis ſit circumferentię FG, erit & angulus EAF angulo FAG æqualis. vt igitur vtraque DA AB ad AB, ita eſt DB ad BC. centupla autem eſt vtraque DA AB ipſius AB. quare & DB ipſius BC eſt cẽtupla. Itaq; fiat vt DB ad BC, ſic HN ad VX, erit & HN. cẽtupla NX. atq; eſt BD æqualis NB. ergo & BC ipſi NX eſt æqualis. Quoniam igitur punctum N æqualiter motum ponitur pertranſire NH in horis decem, centeſimam ipſius partem in decima parte vnius horæ pertranſibit. punctum autem B inęqualiter motum pertranſit BC in dimidia hora. Itaque duobus motibus exiſtentibus, vno quidem inæquali, altero autem æquali, totum quidem tempus, in quo N pertranſit NH æqualiter, maius eſt toto tempore, in quo B pertranſit BD inęqualiter. tempus autem particulare, in quo N pertranſit NX, minus eſt tempore particulari, in quo B ipſam BC pertranſit quare nihil prohibet etiam in motu ſolis, & circuli ortu idem fieri 13. ſolem quidem in maiori tempore pertranſire circulum, & ipſum circulum in minori tempore oriri. Rurſus autem e contrario aliquas circuli circumferentias oriri in maiori tempore, & ſolem ipſas in minori tempore, pertranſire, diminuta nimirum ortus circuli velocitate. vnde igitur ? quod non adeo diminuitur, vt aliqua ipſius circumferentia in maiori tempore oriatur, quam illam ſol pertranſeat. Itaque oportet nos conſiderare, vtrum tandem Zodiaci uelocitas ſit ex numero eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite quidem augentur, non autem infinite minuuntur, vel eorum, quæ infinite minuuntur, non autem infinite augentur, vel quæ neque infinite minuuntur, neque infinite augentur. Ea enim circa aliquas magnitudines contingere ex his conſtat.

vltima ſexti. C D

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXI.

Eorum, quæ infinite augentur, & infinite minuuntur, ſunt magnitudines quędam, ſiquidem omni propoſita magnitudine maiores fiunt, & rurſus minores, quæcunque in problematibus indeterminatis efficiuntur.

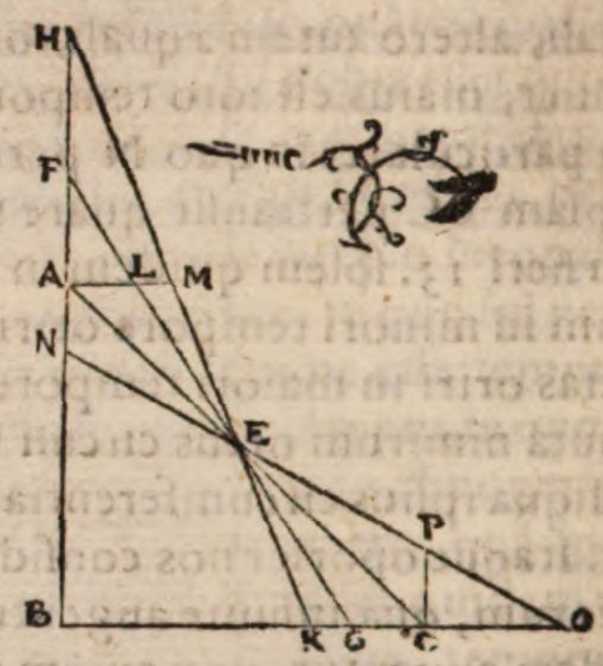
Fieri namque poteſt, ut circa datã rectã lineam applicato quocũque ſpacio, quod quadrato excedat, maius ſpacium quadrato excedens, & rurſus minus applicetur, & hoc infinite. In hac igitur magnitudo applicata augetur infinite, & infinite minuitur.



THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXII.

Eorum vero, quæ infinite augentur, non autem infinite minuuntur, est id, quod fit in descripto triangulo.

F Si enim sit triangulum ABC, & AC
G bifariam secetur in E, ducaturque per E recta linea FEG, erit triangulum FGB maius triangulo ABC, & rursus ducta HEK, triangulum BHK triangulo FGB maius erit. & semper ductis rectis lineis infinite, augebitur triangulum. numquam tamen ducta linea triangulum efficiet minus triangulo ABC. Hæc igitur magnitudo augetur quidem infinite, non autem infinite minuitur, sed est aliqua magnitudo minor triangulo ABC, quæ non est triangulum.



THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXIII.

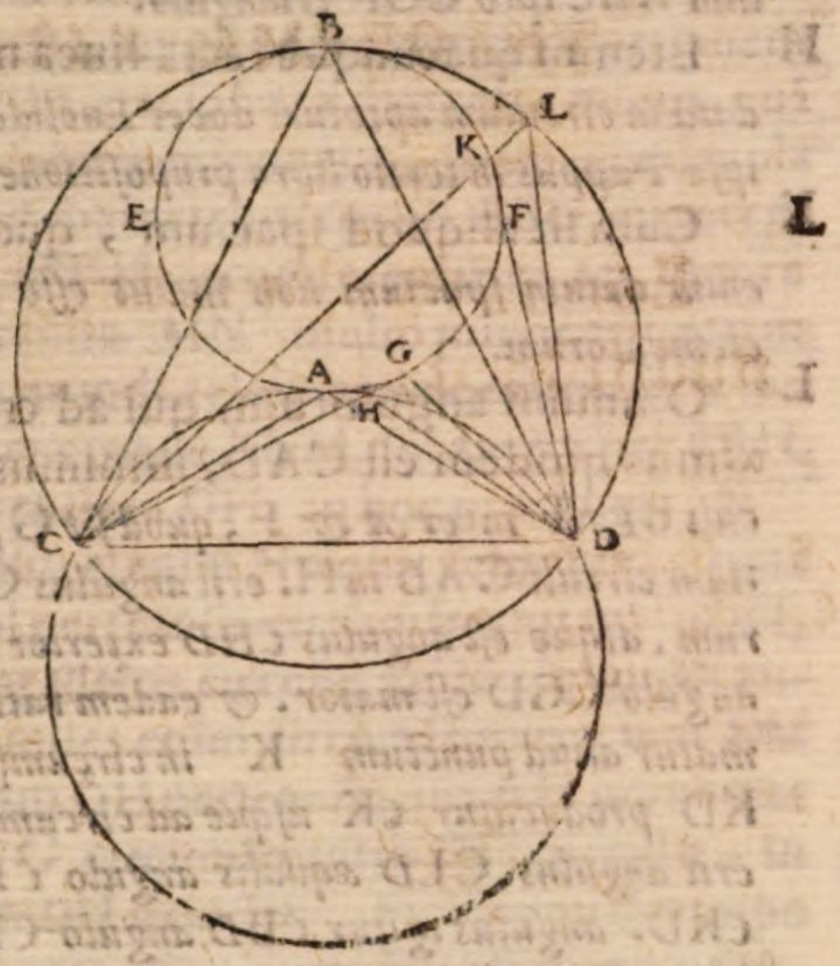
At eorum, quę non augentur infinite, infinite autem minuuntur, est id quod cõtingit in recta linea in circulum aptata. non enim quacumque proposita magnitudine maiorem in circulum aptare possumus, nam cum determinata sit magnitudo diametri, non licet ea maiorem aptare. diminutio autem infinite fieri potest, et-
H enim quacumque recta linea minorem aptare licet. Idem etiam constat ex eo, quod non omne datum spacium ad datam rectam lineam applicatur, deficiẽs figura qua-
K drata, siquidem applicatũ spaciũ infinite augeri nõ potest: cũ sit aliquod spaciũ, quo maius applicare nõ possumus. minuẽtes autem possumus omni spacio proposito minus applicare. quę quidem magnitudo applicata consideratur in iis, quę non augentur infinite, sed infinite minuuntur.

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXIIII.

Eorum denique, quæ neque infinite augentur, neque infinite minuuntur, sunt quædam magnitudines determinatæ, velut hoc, quod sequitur.

Si

Si enim sint duo circuli sese contingentes in puncto A, alius autem circulus vnum eorum contingat in B, & alterum in punctis CD secet. atque ab ipsis CD ad contactus circulorum iungantur rectæ lineæ CA AD CB BD. Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BEAF consistuuntur, maximus quidem est CAD, minimus uero CBD. In hoc igitur magnitudo anguli diminuta non infinite diminuitur, sed est aliqua anguli magnitudo, qua minor adhuc fieri non potest. & rursum angulus auctus non augetur infinite, sed est aliqua magnitudo anguli determinata, qua maior adhuc fieri non potest.



L

I

COMMENTARIVS.

Sit triangulum orthogonium ABD rectum angulum habens ad B] *Adde, sint autem duo latera* DA AB *centupla ipsius* AB. *hoc enim a Pappo inferius ponitur.* A

Et circa centrum A describatur circulus] *Videlicet EFG.* B

Vt igitur utraque DA AB ad AB, ita est DB ad BC] *Est enim ex tertia sexti elementorum, ut* DA *ad* AB, *ita* DC *ad* CB, *& componendo ut* DA AB *ad* AB, *ita* DB *ad* BC. C

Centupla autem est utraque DA AB ipsius AB] *Expositione scilicet, ut ante diximus.* D

Centesimam ipsius partem in decima parte vnius horę pertransibit] *græcus codex corruptus est, in quo legitur* τὸ ὥρα ἑκατοσὸν ἀυτης μέρος ἐν ὥραις δέκα τῶ διαλέυσεται. *legendum autem uidetur.* ἐν ὥρας δεκάτῳ. E

Erit triangulum FGB maius triangulo ABC] *Ducatur per A recta linea* AL *parallela ipsi* BC, *quę secet* FE *in* L. *Et quoniam angulus* AEL *est æqualis angulo ad verticem* CEG, *& angulus* LAE *angulo* GCE; *anguluſque* ALE *angulo* CGE *ob lineas parallelas erit triangulum* AEL *triangulo* CEG *ũquiangulum. vt igitur* AE *ad* EL, *ita* CE *ad* EG. *& permutando ut* AE *ad* EC, *ita* LE *ad* EG. *posita autem est* AE *æqualis* EC. *quare &* LE *ipsi* EG *æqualis erit. & eodem modo ostendetur* AL *æqualis* GC. *ergo triangulum* AEL *est æquale triangulo* CEG, *& addito utrique communi trapezio* ABGE, *erit triangulum* ABC *trapezio* AEGL *æquale. Sed triangulum* FBG *maius est trapezio* AEGL, *superat enim ipsum triangulo* FAL. *triangulum igitur* FBG *triangulo* ABC *est maius.* F

Et rursus ducta HEK, triangulum BHK triangulo FGB maius erit] *Secet. n. HE ipsam* FL *productam in* M. *Rursus eodē modo, quo supra demonstrabimus triangulū* BHK *triāgulo* ABC *maius esse, & ipsæ superare triāgulo* HAM: *quod quidem maius est triangulo* FAL. *Sed triāgulū* FBG *superabat idē triāgulū* ABC *triāgulo* FAL. *triangulū igitur* HBK *triāgulo* FGB *maius sit necesse est. Simiuer a puncto* N *infra* A *sumpto, & ducta* NEO, *demon-* G

monſtrabitur triangulum NBO *maius triangulo* ABC. *nam per* C *ducta* CP *ipſi* AB *parallela, erit trapezium* NB CP *triangulo* ABC *æquale. ergo triangulum* NBO *ſuperat triangulum* ABC *ipſo* COP *triangulo.*

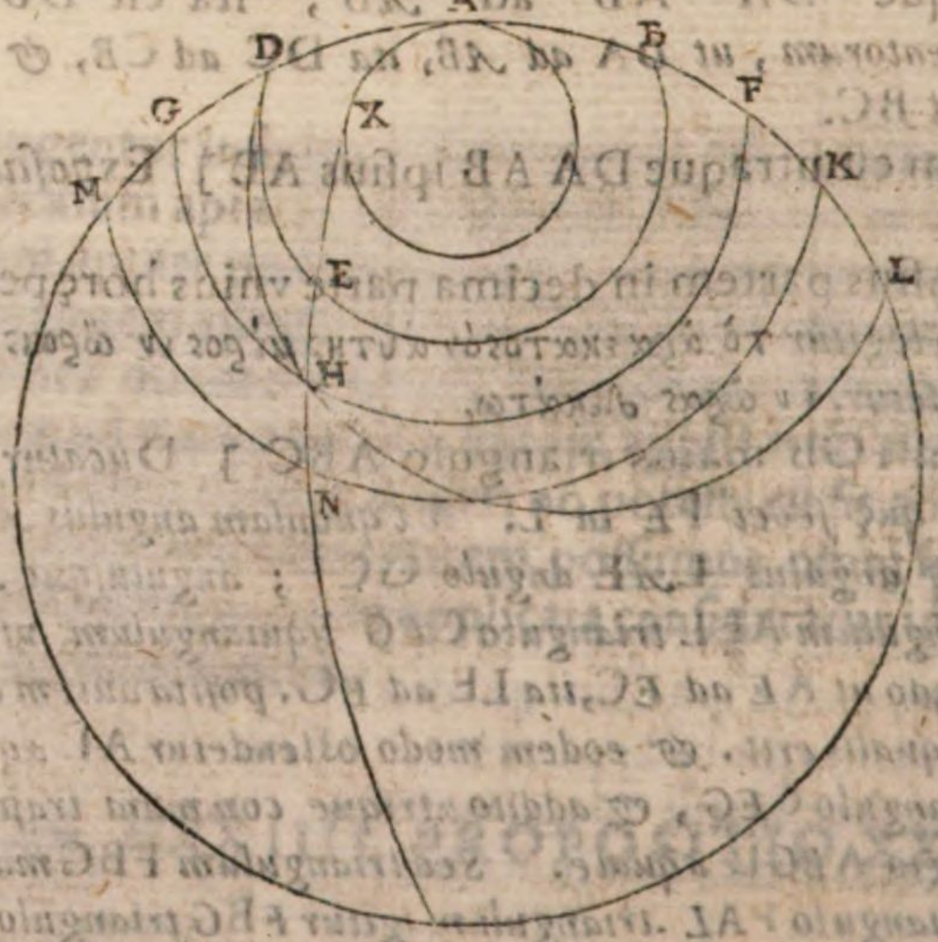
H Etenim quacunque recta linea minorem aptare licet] *Quomodo autem recta linea data in circulum aptetur. docet Euclides in quarto libro elementorum propoſitione prima, & ipſe Pappus in tertio libro propoſitione* 43.

K Cum ſit aliquod ſpacium, quo maius applicare non poſſumus] *Oportet enim datum ſpacium non maius eſſe eo, quod ad dimidiam applicatur ex* 28. *ſexti libri elementorum.*

L Omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli BEAF conſtituuntur, maximus quidem eſt CAD, minimus uero CBD] *Sumatur punctum in circumferentia circuli* BEAF *inter* A *&* F, *quod ſit* G, *&* CGGD *iungatur, ita ut* CG *ſecet circumferentiam circuli* CAD *in* H. *erit angulus* CHD *æqualis angulo* CAD *ex* 21. *tertii libri elementorum. atque eſt angulus* CHD *exterior maior interiori & oppoſito* CGD, *angulus igitur* CAD *angulo* CGD *eſt maior. & eadem ratione maior quocunque alio oſtendetur. Rurſus ſumatur aliud punctum* K *in circumferentia eiuſdem circuli inter* B *&* F, *& iunctis* CK KD *producatur* CK *uſque ad circumferentiam circuli* CBD *in* L, *&* DL *iungatur. erit angulus* CLD *æqualis angulo* CBD. *Sed angulus interior* CLD *minor eſt exteriore* CKD. *angulus igitur* CBD *angulo* CKD *eſt minor. & ita quocunque alio minor demonſtrabitur. Ex quibus conſtat angulum* CAD *omnium angulorum, qui ad circumferentiam circuli* BE AF *aptantur, maximum eſſe, &* CBD *minimum.*

THEOREMA XXXV. PROPOSITIO XXXV.

His igitur præmiſsis nunc demonſtrabimus zodiaci uelocitatem diminutam nunquam uelocitate ſolis minorem eſſe. ſed quamcumque circumferentiam zodiaci ſolem in maiori tempore pertranſire, quam ipſa oriatur, uel rurſus occidat.



Sit enim horizon quidem AB, æſtiuus tropicus BED zodiacus DHL, maximus autem parallelorum KNM, ſitque principium cancri in occaſu, & abſcindatur quæpiam zodiaci circumferentia DH. Dico ſolem in maiori tempore circumferentiã DH per-

DH pertranſire, quam ipſa DH occidat. deſcribatur enim per H maximus circulus HX, qui circulum arcticum contingat. Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrũ A
ęſtiui tropici poteſtate eandem habet proportionem, quam 629 ad 529. etenim recta linea a centro ſphærę ad centrum tropici ducta, longitudine eam proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quam 10. ad 23; erit ſphæræ diameter minor, quã B
dupla diametri tropici. quare dupla diametri ſphærę minor erit, quam quadrupla diametri tropici. Sed dupla diametri ſphæræ ad diametrum circuli BED maiorem proportionem habet, quã circumferentia MN ad DH circumferentiã ex 12. theoremate tertii libri ſphæricorum. ergo circumferentia MN multo minor erit, quam quadruplą circumferentiæ DH. Et quoniam mundi velocitas velocitatis ſolis maior eſt, quam quadrupla, & mundus quidem per circulũ KNM, ſol autem per DHL fertur, in quo tempore ſol pertranſit circumferentiam DH, in hoc punctum N maiorem circumferentiam, quam NM pertranſit: etenim N æquæ velociter, atque mundus fertur. In maiori igitur tempore ſol pertranſit circumferentiam DH, quam N ad M perueniat. Deſcribatur per H parallelus circulus GHF. in æquali autem tempore N ad M peruenit, & H ad G. Similes enim circumferentiæ ſunt NM D
HG. ergo in maiori tempore ſol circumferentiam DH pertranſit, quam H perueniat ad G. In quo autem tempore H peruenit ad G circumferentia DH occidit. in E
maiori igitur tempore ſol pertranſit DH, quam DH occidat. Sed inæquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis, & oppoſita, quæ eſt poſt capricornũ, oritur, & æquales ipſas circũferentias ſol in æquali tempore pertranſit. quare & in maiori tempore ſol pertranſit circumferentiam, quæ eſt poſt capricornum, quã ipſa oriatur, fecimus autem mentionem de his zodiaci circumferentiis, quoniã illa videtur in maiori tempore occidere, & hęc in maiori tempore oriri. Cum igitur circũferentia, quæ a contactu cancri in maiori tempore occidere oſtenſa ſit, quam reliquæ omnes circumferentię zodiaci circuli, atque oſtenſa ſit in minori tempore occidere, quam ipſam ſol pertranſeat, multo magis reliquæ circumferentię in minori tempore occident, quam ipſas ſol pertranſeat. Rurſus quoniam circumferentia, quæ eſt a contactu capricorni in maiori tempore oritur, quam reliquæ omnes zodiaci circumferentiæ, oſtenſa eſt autem in minori tempore oriri, quam ipſam ſol percurrat, multo magis reliquę circumferentiæ zodiaci in minori tempore orientur, quam ipſas ſol percurrat.

COMMENTARIVS.

Et quoniam ſphæræ diameter ad diametrum æſtiui tropici poteſtate eandem A
habet proportionem, quam 629, ad 529, etenim recta linea a centro ſphæræ ad centrum tropici ducta longitudine proportionem habet ad ſemidiametrum tropici, quam 10 ad 23] *Sinus enim rectus maximę declinationis ſolis, videlicet graduum* 23 1/2 *eſt* 23924 *earum partium, quarum ſemidiameter ſphærę eſt* 60000. *& ſinus rectus reſidui maximæ declinationis. hoc eſt ſemidiameter tropici eſt* 55023. *habet autem* 23924 *ad* 55023 *eandem ferè proportionem, quam* 10 *ad* 23.

Erit ſphæræ diameter minor, quam dupla diametri tropici] *Habet e-* B
nim ſphæræ diameter ad diametrum tropici eam ferè proportionem, quam 25 2/25 *ad* 23.

Et quoniam mundi uelocitas uelocitatis ſolis maior eſt, quam quadru- C
pla] *Velocitates enim inter ſeſe eandem habent proportionem, quam tempora,*

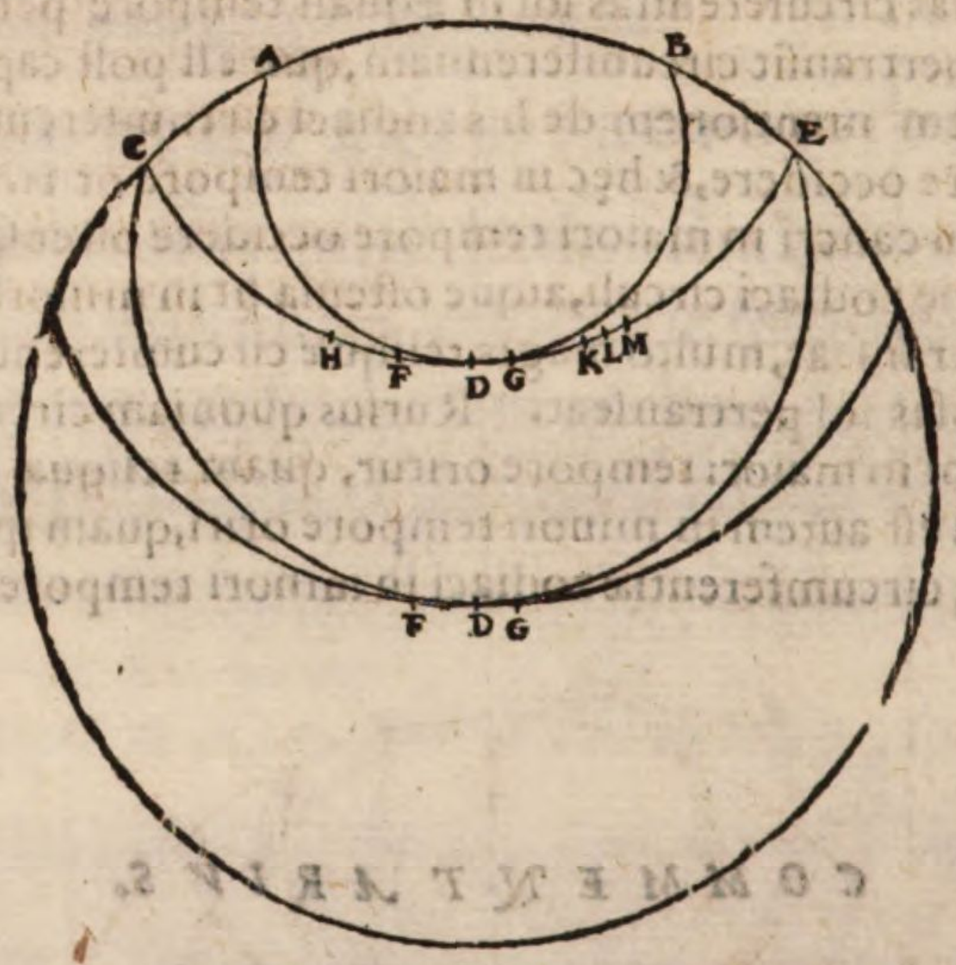
in quibus idem ſpacium percurritur, conuerſo tamen modo. Nam cum ſol in anno zodiacum percurrat, zodiacus autem in die naturali oriatur, uel occidat. Mundi velocitas ad uelocitatem ſolis erit, vt tempus annuum, ad vnius diei tempus. Velocitas igitur mundi maior eſt, quam quadrupla uelocitatis ſolis. eſt enim maior, quam trecentum ſexagintupla.

D Similes enim ſunt circumferentiæ NM HG] Ex 13. *ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.*

E Sed in æquali tempore occidit DH, & circumferentia ipſi æqualis & oppoſita, quę eſt poſt capricornum oritur] *Ex 11. phænomenon Euclidis.*

F Quoniam illa videtur in maiori tempore occidere, & hæc in maiori tẽpore oriri] *Ex 12. & 13. phænomenon Euclidis.*

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXVI.



A Quòd ſi F ſit occaſus, & G ortus. erit circumferentiæ FG tempus, in quo ipſam ſol noctu pertranſit. At vero inæqualibus exiſtentibus FD DG, non fieri media nocte conuerſionem perſpicuum eſt, quoniam & tempus ipſius B FD, quam ſol percurrit, eſt inæquale. Conſtat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam eſſe omnium earum, quę in anno contingunt, cuius principiũ eſt æſtiua conuerſio, quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemiſphęrium permutat.

THEO.

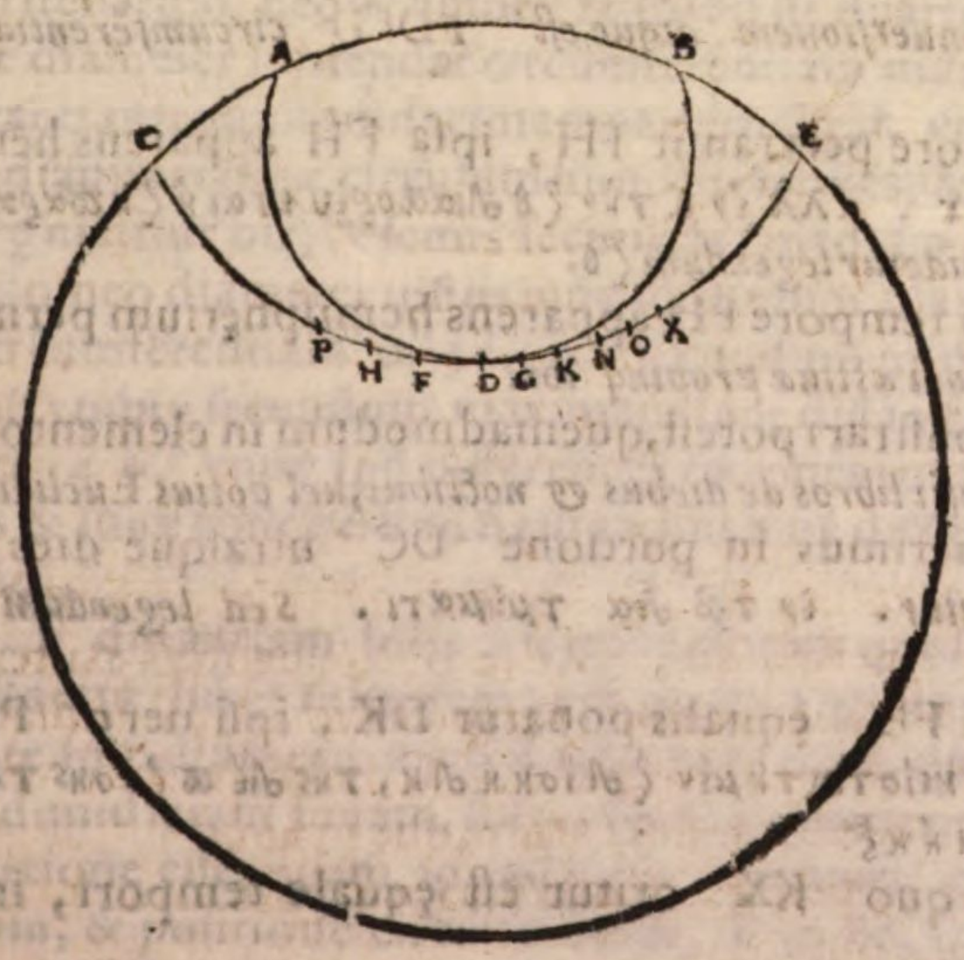
THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XXXVII.

Ostendenda autem nunc sint, & quę ex vtraque parte.

Sitque primum FD maior, quam DG, & sit ipsius F occasus ortus H: & circumferentiæ FH æqualis sit KG circumferentia. in æquali igitur tempore sol circumferentias FH KG pertransit. Sed in quo tempore pertransit FH, ipsa FH apparens hemisphærium permutat. In minori autem tempore FH apparens hemisphærium permutat, quam KG. ergo in minori tempore sol pertransit circumferentiam KG, quam KG apparens hemisphærium permutat. In quo igitur tempore KG apparens hemisphęrium permutat, sol circumferentiam pertransibit maiorem circumferentiam KG. pertranseat circumferentiam GL. Itaque cum punctum K in occidente sit, sol existens ad L supra terram erit. Vt igitur pertineat ad accidentem, circumferentiam quandam pertranſibit. pertranseat LM. ergo in quo tempore GM permutat apparens hemisphęrium in hoc & sol ipsam GM circumferentiam pertransit, atque est GM maior, quam FH, quare dies in semicirculo DE maiores sunt diebus, qui in semicirculo CD contingunt. Hoc igitur demonstrari potest, quemadmodum in elemento. Sed quoniam FD est maior, quam DG, & FH quam GM minor, HD ad DM nullam habet comparationem. quare demonstratio similiter non procedet, nisi demonstrauerimus in portione DC utrasque dies ac noctes utrisque diebus, ac noctibus in portione DE maiores esse. oportet igitur nos prędicta uti d emonstratione, ut & noctes inter se comparentur.

C D E F G

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XXXVIII.



Itaque sit ante Hortum occasus P. & ipsi quidem FD ęqualis ponatur DK: ipsi uero

vero PF æqualis KX. Et quoniam PF est æqualis KX, in æquali tem
pore sol vtramque ipsarum pertransibit. in quo autem tempore pertransit FP,
K mundi conuersio fit, & ipsius FP occasus. Sed tempus, in quo KX ori-
L tur, est æquale tempori, in quo occidit PF. tempus igitur, in quo sol pertran-
sit KX, est conuersionis mundi tempus, & ortus KX circumferentiæ. tem-
M pus autem, in quo sol circumferentiam KG pertransit, maius est tempore or-
N tus KG. ergo tempus, in quo sol pertransit GX, maius est conuersione mun-
di, & ipsius GX ortu. quare in mundi conuersione, & GX ortu sol mino-
rem circumferentiam pertransibit, quam sit GX. pertranseat GO. puncto
igitur X in ortu existente, sol cum sit ad O exortus iam est. & ob id in quo
tempore sol ad orientem fit, minorem adhuc circumferentiam percurret, quam
GO. sit GN. erit igitur N punctum orientale post ortum G. & nox, cu-
ius ortus N minor nocte, cuius occasus P. Similiter autem & reliqua osten-
dentur. & si qua instantia fiat, in figura, in qua ortus vel occasus sit in æstiua con-
uersione, similiter soluitur.

COMMENTARIVS.

A At uero inæqualibus existentibus FD DG non fieri media nocte conuersionem perspicuum est, quoniam & tempus ipsius FD, quam sol percurrit, est in æquale] *Ex iis, quæ tradit Theodosius in quarto theoremate primi libri de diebus, & noctibus.*

B Constat etiam FDG circumferentiæ noctem maximam esse omnium earum, quę in anno contingunt, cuius principium est æstiua conuersio. quippe cum in maximo tempore circumferentia FDG occultum hemisphærium permutet] *Vera hæc sunt de nocte, in qua fit hyemalis conuersio, quæ ex quarto theoremate iam dicto manifesto appareat.*

C Sitque primum FD maior, quam DG, & sit ipsius F occasus, ortus H] *Redit ad æstiuam conuersionem. atque est FDG circumferentia noctis, in qua ea contingit.*

D Sed in quo tempore pertransit FH, ipsa FH apparens hemisphærium permutat] Græcus *codex.* ἀλλ' ἐν ᾧ τὴν ζθ διαπορεῖν εται ἡ ζη παραλάσσει τὸ φανερὸν ἡμισφαίριον. *loco* ζη *uidetur legendum* ζθ.

E In minori autem tempore FH apparens hemisphęrium permutat, quam KG] *Est enim* KG *conuersioni æstiuæ propinquior.*

F Hoc igitur demonstrari potest, quemadmodum in elemento.] *Per elementum fortasse intelligit Theodosii libros de diebus & noctibus, uel potius Euclidis phænomena.*

G Nisi demonstrauerimus in portione DC utrasque dies, ac noctes, &c.] *In Græco codice legitur.* ἐν τῷ δα τμήματι. *Sed legendum arbitror* ἐν τῷ δ ζ τμήματι.

H Et ipsi quidem FD æqualis ponatur DK, ipsi uero PF æqualis KX] *Græcus codex.* καὶ κείσθω τῇ μὲν ζ δ ἴση ἡ δκ, τῆς δὲ πζ ἴσης τῇ κξ. *legendum autem uidetur* τῇ δὲ πζ ἴση ἡ κξ.

K Sed tempus, in quo KX oritur est æquale tempori, in quo occidit PF]

. . . . . .

L Tempus autem, in quo sol circumferentiam KG pertransit, maius est tempore ortus KG] Ex *iis, quæ Pappus supra demonstrauit.*

M Quare in mundi conuersione, & GX ortu sol minorem circumferentiam pertransibit

transibit, quam sit GX] Græcus codex ἐν ἅρᾳ κόσμου περιεροφῆ καὶ τῆς ἀνατολῆς, γίνεται ὁ ἥλιος, &c. expungendum est illud verbum γίνεται.

Pertranseat GO] Græcus codex . διεληλυθέτω τὴν ΗΛ. sed legendum puto. τὴν ΗΟ.

Aristarchus in libro de magnitudinibus, & distantijs solis, & lunæ sex ponit, nempe hæc.

Primum, lunam a sole lumen accipere. secundum, terram puncti, ac centri habere rationem ad sphęram lunæ. tertium, cum luna dimidiata nobis apparet, vergere in nostrum visum circulum maximum, qui lunę opacum & splendidum determinat. Quartum, cum luna dimidiata nobis apparet, tunc ipsam a sole distare minus quadrante, quadrantis parte trigesima, pro eo, quod est, distante partes octoginta septem. hæ enim minores sunt quam nonaginta partes quadrantis, partibus tribus, quæ sunt trigesima pars nonaginta. Quintum, vmbræ latitudinem esse duarum lunarum. sextum, lunam subtendere quintamdecimam partem signi.

Harum autem positionum, prima quidem, tertia, & quarta ferè cum Hipparchi, & Ptolemei positionibus consentiunt, luna enim a sole semper illuminatur, præter quam in ecclipsi, quo tempore lucis expers fit, incidens in vmbram, quam sol oppositus a terra iacit, conicam formam habentem, & circulus determinans lacteum, quod est ex illuminatione solis, & cineritium, qui proprius lunæ color est, haud differens a maximo circulo in dimidiatis ad solem constitutionibus, quam proxime ad quadrantem in Zodiaco conspectum, ad uisum nostrum uergit. hoc enim circuli planum, si producatur, etiam per visum nostrum transibit, quamcumque positionem habeat luna primæ, vel secundæ dimidiatæ apparitionis. reliquas autē positiones discrepantes comperierunt dicti mathematici, propterea quod neque terra puncti, ac centri rationem habeat ad lunæ sphęram secundum ipsos, sed ad sphęram inerrantium stellarum. neque vmbræ latitudo sit duarum diametrorum lunę: neque ipsius lunæ diameter subtendat circumferentiam maximi circuli, secundum mediam eius distantiam, quintamdecimampartem signi, videlicet partes duas. Hippatcho enim diameter lunæ circulum hunc sexcenties, & quinquagies metitur. & circulum vmbrę metitur bis, & semis secundum mediam distantiam in coniunctionibus. At Ptolomeo diameter ipsius lunæ secundum maximam quidem distantiam subtendit circumferentiam o. 31, 20. secundum minimam vero o. 35. 20. & diameter circuli vmbrę secundum maximam lunę distantiam o. 40. 40. secundum minimam o. 46. vnde ipsi differentes rationes tum distantiarum, tū magnitudinum solis & lunæ collegerunt. Aristarchus autē dictas positiones secutus ad verbum ita scribit.

Itaque colligitur distantiam solis a terra maiorem quidem esse, quam duodeuigintuplam distantiæ lunę: minorem vero quam vigintuplam, & eandem proportionem habere solis diametrum ad diametrum lunæ. quod habetur ex positione, quæ est circa dimidiatam lunam. solis autem diametrum ad diametrum terræ in maiori proportione esse, quam 19. ad 3. & in minori, quam 43 ad 6. ex ratione distantiarum, & positione circa vmbram, & ex eo, quod luna quintam decimam signi partem subtendit.

Colligitur, inquit, vt deinceps, velut qui hæc paulo post demonstraturus sit lemmata ad demonstrationes vtilia præmittens. Ex quibus omnibus concludit, solem ad terram maiorem quidem proportionē habere, quam 6859. ad 27. minorem vero, quam 79507 ad 216. terræ diametrum ad diametrum lunę in maiori proportione

E tione esse, quam 108 ad 43; & minori, quam 60 ad 19. Terram vero ad lunam in maiori esse proportione, quam 1259 712 ad 79507, & minori, quam 216000. ad 6859. At Ptolemæus in libro quinto magnæ
F constructionis demonstrauit, quarum partium semidiameter terræ est vnius, ea-
G rum lunæ maximam distantiam in coniunctionibus esse. 64. 10, & solis 1210. semidiametrum lunæ 0. 17, 33. & semidiametrum solis 5. 30. ergo quarum partium diameter lunæ est vnius, earum diameter quidem terræ est 3 2/5 solis autem
H 18 4/5. terræ igitur diameter tripla est diametri lunæ, & adhuc 2/5 duab. quin-
tis 1/5 tis maior. Solis diameter diametri quidem lunæ duodeuigintupla est, &
K adhuc maior quattuor quintis, diametri autem terræ quintupla, & adhuc dimidio maior. ex quibus & solidorum corporum proportiones manifestæ sunt. Quoniam enim cubus unius est 1 cubus autem 3 2/5 est earumdem 39 1/5 pro-
L xime, & cubus 18 4/5 similiter 66 44 1/5 proximè. quarum 4/5 partium lunæ solida magnitudo est 2/5 unius, earum magnitudo terræ e-
M N rit 39 1/5, & solis 66 44 1/5. quare magnitudo solis centies, & septuagies 4/5 proxime terræ 2/5 magnitudinem continet, & hæc hactenus dicta sint. comparationis caussa dictarum magnitudinum, & distantiarum describemus autem vnum lemma ex iis, quæ traduntur in quartum theorema eiusdem libri inquisitione dignum.

COMMENTARIVS.

A At Ptolemæo diameter ipsius lunæ, secundum maximam quidem distantiam subtendit circumferentiam 0. 31. 20. secundum minimam uero 0. 35. 20.] Hoc est subtendit circumferentiam minutorum 31, & 20 secundorum, vt nunc loquuntur. Græcus autem codex κατὰ δὲ Πτολεμαῖον, &c. κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόσημα ο λαϰ, κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λεϰ. Sed legendum videtur, κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόσημα ο λαϰ, κατὰ δὲ τὸ ἐλάχιστον ο λεϰ.

B Et diameter circuli umbræ secundum maximam lunę distantiam 0 40. 40. secundum minimam 0. 46.] Græcum codex ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κύκλου τῆς σκιᾶς κατὰ μὲν τὸ μέγιστον ἀπόσιμα τῆς σελήνης α μμ, κατὰ τὸ ἐλάχιστον ἀπόσημα μς. Sed videtur legendum μ. μ. vel ο. μ. μ, uel ο μ. μ. κατὰ τὸ ἐλαχιστον ἀπόσημα μελη, quemadmodum in codice Ptolemæi impresso legitur.

C Collegitur igitur distantiam solis a terra maiorem quidem esse, quam duodeuigintuplam distantiæ lunæ.] In Græco codice Aristarchi ita scriptum inuenitur. ἐπι λογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόσημα ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μεν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον. ελασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομιαν ὑποθέσεως. τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἐχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν σελήνης διάμετρον τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μειζονα μὲν λόγον ἐχειν, ἢ ον τὰ ιθ πρὸς γ. θ' αλασσονα δὲ ἢ ὃν μη πρὸς ς. λα τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποσήματα λόγου τῆς περὶ τὴν σκίαν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδεκατον μέρος ζῳδίου ὑποτείνειν.

D Ex quibus omnibus concludit solem ad terram maiorem quidem proportionem habere, quam 6856 ad 27, minorem uero, quam 79507 ad 216.] Græcus codex συνάγει δ' ἐκ πάντων, &c. ἐλασσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ' θ φ ζ πρὸς ις. lege ἐλάσσονα δὲ λόγον ἢ ὃν τὰ μ' θ φ ζ πρὸς σις.

E Tertiam uero ad lunam in maiori esse proportione, quam 1259712 ad 79507, & in minori, quam 216000 ad 6859.] Græcus co-

dex

δεκ ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ὃν μέζονι λόγῳ ἢ ὃν τὰ σκε μν, θ ψ ιβ πρὸς μθ φ ζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ο ν μ, κ α ς πρὸς, ν ς, ω ν θ. legendum autem, vt puto. ἡ δὲ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζον λόγῳ, ἢ ὃντὰ μ' κε θ ψ ιβ πρὸς μ' θ φ ζ, ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν μ κα, ς ω ν θ.

Quarum partium semidiameter terræ est vnius, earum lunæ maximam distan- F
tiam in conuentionibus esse 64. 10, & solis 1210.] Græcus codex. τοιούτων τὸ μὲν τῆς σελήνης ἐν ταῖς συζυγίαις μέγιστον ἀπόσημα ξ λγ τὸ δὲ τοῦ ἡλίου α ω ι lege ex Ptolemæi codice ξ λι, τὸ δὲ τοῦ ἡλίου, α σ ι.

Semidiametrum lunę 0.17.33. & semidiametrum solis 5 30.] Græcus codex ἡ δὲ G
ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο ι ζ λ γ ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ο ι ς μ videtur autem legendum ἡ δὲ ἐκ τοῦ κέντρου σελήνης ο ι ζ λ γ ἡ δὲ ἐκ κέντρου τοῦ ἡλίου ε, λ

Terræ igitur diameter tripla est diametri lunæ, & adhuc duabus quintis maior] H
Græcus c. καὶ ἡ μὲν τῆς γῆς ἄρα διάμετρος τῆς σελήνιακῆς τριπλασίων ἐστὶ καὶ τοῖς γ ε μείζων lege ex Ptolemæo. καὶ τοῖς δὲ μείζων.

Diametri autem terrę quintupla; & adhuc dimidio maior] Græcus codex ἡ τῆς K
δὲ γῆς πενταπλάσια, &c. delenda est dictio ἡ.

Et cubus 18 $\frac{4}{5}$ similiter 6644 $\frac{1}{2}$ proximæ] Græcus codex ὁ δὲ κύβος τῆς ι κ καὶ L
δὲ ὁμοίως, ν ς χμδ ι ἐγγὺς lege ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ιη καὶ δὲ ὁμοίως ς χμδ ι ἐγγὺς.

Et solis 6644 $\frac{1}{2}$ Græcus codex τὸ δὲ τοῦ ἡλίου, μς χδ ι lege τὸ δὲ τοῦ ἡλίους χ M
μδ ι.

Quare magnitudo solis centies & septuagies proxime terræ magnitudinem con- N
tinet] Græcus codex ἑκατοντακαιεβδομηκονταπλάσιον μείζον ἄρα ἐγγὺς τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς. legendū puto. ἑκατοντακαιεβδομηκονταπλάσιον ἄρα ἐγγὺς τὸ τοῦ ἡλίου τοῦ τῆς γῆς.

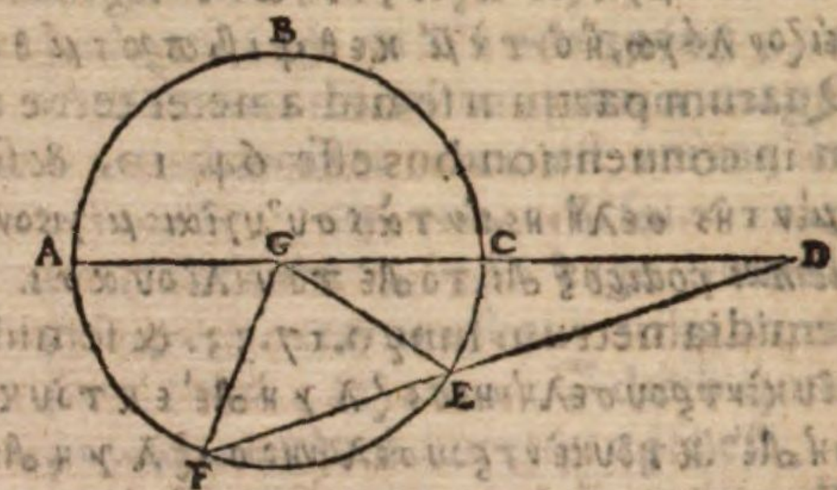
THEOREMA XXXIX. PROPOS. XXXIX.

Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD, centrum E, a puncto E ipsi ACD ad rectos angulos ducatur BEF. ab ipso autem D ducatur DH, circulum ABC contingens: & dimidiæ ipsius FH æqualis ponatur ad vtrasque partes C, videlicet KC CL, iunganturque KD DL FD. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem esse, præmittuntur autem hæc.

THEOREMA XL. PROPOS. XL.

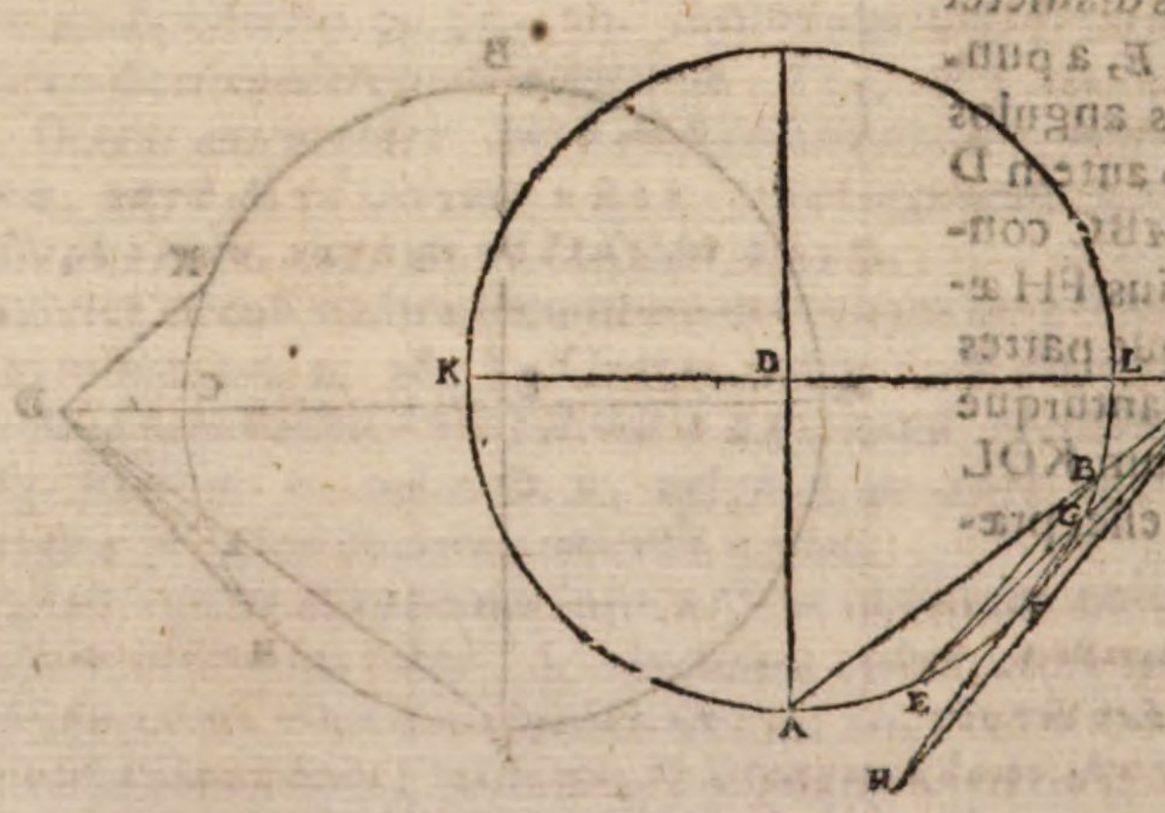
Sit circulus ABC, cuius diameter producta ACD: & a puncto D ducatur quæpiam recta linea DEF. Dico circumferentiam AF circumferentia CE maiorem esse.

Sumatur enim circuli centrum G & GF GE iungantur; erit angulus ad *F* angulo ad *E* æqualis. & quoniam triangulum est GFD, & angulus exterior AGF maior est interiori & opposito eo, qui ad F, hoc est eo, qui ad E: angulus autem ad *E* maior est angulo DGE propterea quod est extra triangulum: erit angulus; *AGE* angulo *EGD* maior, & sunt ad centrum. circumferentia igitur AE maior est circumferentia CE, quod demonstrare oportebat.



THEOREMA XLI. PROPOS. XLI.

A Sit circulus AB, cuius centrum D, & extra circulum punctũ C, ducanturque CDK, & circulum contingens CF. deinde per D centrum ad rectos angulos ipsi KL diametro agatur DA. secetur AF circumferentia bifariam in puncto E. & CBA CGE iungantur. Dico angulum ACE angulo ECF maiorem esse.



Iungantur enim EB FG. & quoniam EB maior est, quam FG, & BC minor, quam CG, habebit EB ad BC maiorem proportionem, quam FG ad GC. itaque fiat vt EB ad BC, ita HG ad GC, & HC iungatur. Quoniã igitur anguli ABE EGF inter se æquales sunt, quod & circumferentia AE circumferentiæ EF, & reliqui anguli EBC FGC æquales: & circa æquales angulos latera sunt proportionalia: erit triangulum EBC triangulo HGC æquiangulum. ergo anguli ACE ECH inter se æquales sunt. angulus igitur ACE angulo ECF est maior.

8. quinti.
21. tertii
C
13 primi
6. sexti.

COM-

COMMENTARIVS.

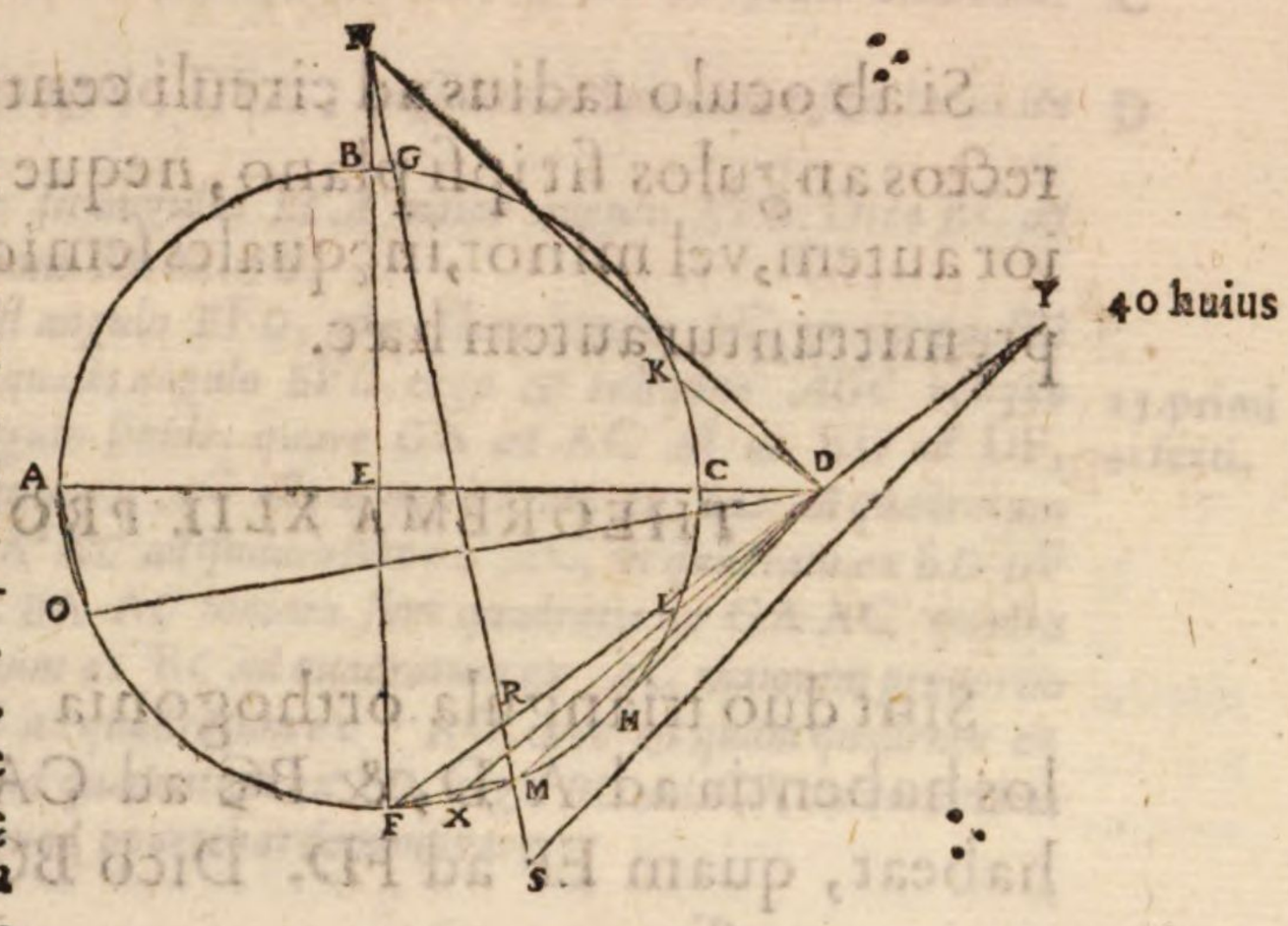
Ducanturque CDK, & circulum contingens CF] Græcus codex καὶ ἁπτὴ χθω ἡ γ Δ A
Δκ lege καὶ ἁπτὴχθω ἡ γ Δκ.

Et CBA CGE iungantur.] Græcus codex. καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γ β α γ η ε. lege καὶ B
ἐπεζεύχθωσαν αἱ γ β α γ η ε.

Quod si circumferentia AE circumferentiæ EF] Græcus codex ἐπεὶ καὶ περιφέ C
ρεια ἡ α ε περιφερείας τῆς ε ζ. lege περιφερείαι τῆ ε ζ.

Sit denique eadem figura, quæ prius, & eadem maneant. Dico angulum KDL angulo FDH maiorem esse.

Secetur circumferentia FH bifariam in puncto M, & iungatur MD. constat igitur ex eo, quod proxime ostensum é, angulũ FDM maioré esse angulo MDH. producantur FEB DL ad pũcta NX: sitque ipsi AD æqualis NF, & NM, ND iungatur. itaque quoniam circulus é ABC, cuius diameter producta ACD, & a pũcto D acta é DLX ad concauã circũferẽtiã, erit circũferẽtia AX, maior quã circũferẽtia CL. Sed CL est æqualis FM, vtraq; n. est circũferẽtiæ FH dimidia, circũferentia igitur AX maior est, quã FM. ponatur ipsi FM æqualis circũferẽtia AO, iungãturq. AOOD. & qm̃ circũferentia AFC semicirculi æqualis est circumferẽtiæ semicirculi FCB, quarũ AO é æqualis MF, erit & reliqua OC reliquæ MB æqualis. sed circũferẽtiæ quidé OC insistit DAO angulus, circũfetẽtiæ vero MB. insistit angulus NFM, ergo angulus DAO é æqualis angulo NFM. atq, é uterq; recto minor, & cũ AD sit æqualis FN, & AO ipsi FM, duæ DA AO duab. NF FM æquales sũt. & angulus DAO é æqualis angulo NFM. quare & basis OD basi NM, & reliqui ãguli reliquis angulis sũt æquales: angulus igitur ADO é æqualis angulo FNM. Rursus qm̃ semicirculi circũferẽtia é FAB, erit FABG semicirculo maior, cui insistit ãgulus FMG, ergo FMG angulus maior est recto, & ipsi subtẽditur recta linea FR, ãgulo ãt acuto RFM subtenditur RM. quare FR maior ẽ, quã RM. itaq; producatur RM ad S: & ipsi FR æqualis ponatur RS. Et qm̃ tota AC D æqualis é toti FBN, quarũ AE é æqualis EF: erit reliqua ED ipsi EN æqualis. ióq; angulus EDN é æqualis ãgulo END & NDR maior angulo DNR. quare latus NR latere RD est maius producatur RD ad Y, ponaturque ipsi NR æqualis RY, & SY iungatur. Quoniam igitur FR é æqualis RS, & NR ipsi RY, duæ FR RN duabus SR: RY æquales sunt: & angulus FRN æqualis angulo SRY, quod sint ad uerticem. ergo & basis NF basi SY, & reliqui anguli reliquis angulis æquales. quare angulus RFN est æqualis angulo RSY. sed angulus RMD maior est angulo RSY, cũ sit extra triangulũ. angulus igitur RMD angulo RFN est maior. est autem & FRN angulus æqualis angulo MRD. quare & reliquus FNR maior reliquo RDM. At ostensũ é angulum FNR angulo ADO esse æqualem. angulus igitur ADO angulo RDM est maior, ac propterea ADX angulus multo maior est angulo RDM. anguli autem ADX duplus est angulus KDL, & anguli



40 huius

RDM.

RDM minor, quam duplus oſtenſus eſt angulus FDH. ergo KDL angulus angulo FDH maior erit.

COMMENTARIVS.

A Et ipſi ſubtenditur recta linea FR] Recta enim linea NM ſecat FD in puncto R.

B Quare latus NR latere RD eſt maius] Angulus enim NDR cũ ſit maior angulo EDN, ipſo DNR multo maior erit, quare & latus NR latere RD eſt maius.

C Sed angulus RMD maior eſt angulo RSY] Græcus codex. ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ϱ μ σ μειζων ἐσι τῆς ὑπὸ ϱ σ ν. lege ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ϱ μ σ.

D Angulus igitur RMD angulo RFN eſt maior] Græcus codex καὶ ἡ ὑπὸ μ ϱ σ ἄρα μειζων ἐσί τῆς ὑπὸ ϱ ζ ν. lege καὶ ἡ ὑπὸ ϱ μ σ.

Si ab oculo radius ad circuli centrum pertingens, neque ad rectos angulos ſit ipſi plano, neque ſemidiametro æqualis, maior autem, vel minor, inæquales ſemidiametri circuli apparebũt, præmittuntur autem hæc.

THEOREMA XLII. PROPOSITIO XLII.

Sint duo triangula orthogonia ABC DEF rectos angulos habentia ad A D, & BC ad CA maiorem proportionem habeat, quam EF ad FD. Dico BCA angulum angulo EFD maiorem eſſe.

A Quoniam enim BC ad CA maiorem proportionem habet, quam EF ad FD, & poteſtate, diuidendoque & longitudine, habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF. Fiat ut ED ad DF, ſic GA ad AC, manifeſtum eſt enim GA minorem eſſe, quam AB, & GC iungatur. triangulum igitur AGC ſimile eſt triangulo DEF, & ACG angulus angulo DFE æqualis. ergo angulus ACB maior eſt angulo DFE.

COM-

COMMENTARIVS.

Et potestate, diuidendoque & longitudine habebit BA ad AC maiorem proportionem, quam ED ad DF] *quoniam enim* BC *ad* CA *maiorem habet proportionẽ, quam* EF *ad* FD, *habebit quadratum ex* BC, *hoc est quadrata ex* BA AC, *quæ ipsi sunt æqualia, ad quadratum ex* CA *maiorem proportionem, quam quadratum ex* EF, *hoc est quam quadrata ex* ED DF *ad quadratum ex* DF. *ergo & diuidendo quadratum ex* BA *ad quadratum ex* AC *maiorem habet proportionem, quamquod fit ex* ED *quadratum ad quadratum ex* DF, *& ideo recta linea* BA *ad ipsam* AC *maiorem habet proportionem, quã* ED *ad* DF. A

Manifestum est enim GA minorem esse, quam AB] *ex 8. quinti elementorum.* B

Triangulum igitur AGC simile est triangulo DEF] *ex 6. sexti elementorum.* C

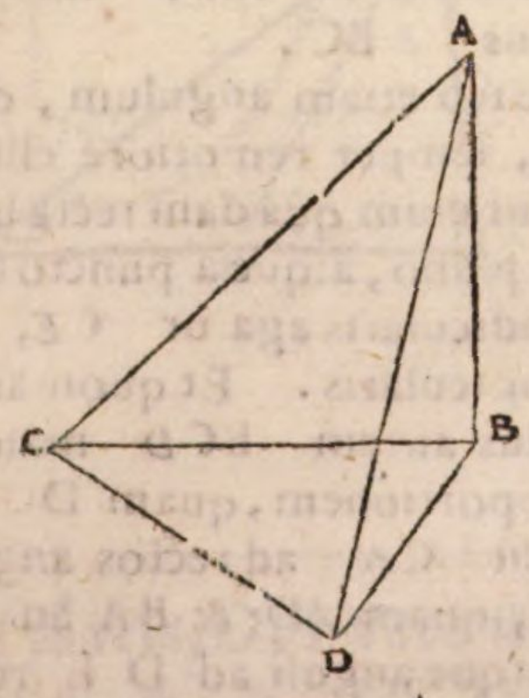
Ergo angulus ACB maior est angulo DFE.] *possumus etiam conuersam huius ita demonstrare.* D

Maneant enim eadem, quæ prius, & sit angulus BCA maior angulo EFD. Dico BC *ad* CA *maiorem habere proportionem, quam* EF *ad* FD.

Quoniam enim angulus BCA *maior est angulo* EFD, *ad rectam lineam* AC *& ad punctũ in ea* C *constituatur angulus* ACG *æqualis angulo* EFD. *ergo & reliquus* AGC *reliquo* DEF *est æqualis, & triangulum triangulo simile. quare* GA *ad* AC *est ut* ED *ad* DF, *& ob id quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AC *est, ut quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DF. *& componendo quadrata ex* GA AC *ad quadratum ex* AC, *vt quadrata ex* ED DF *ad quadratum ex* DF. *sed quadrata ex* BA AC *maiora sunt quadratis ex* GA AC *quadrata igitur ex* BA AC, *hoc est quadratum ex* BC *ad quadratum ex* AC *maiorem proportionem habet, quam quadrata ex* GA AC *ad quadratum ex* AC, *hoc est quam quadrata ex* ED DF, *uidelicet quadratum ex* EF *ad quadratum ex* FD. *ergo* BC *ad* CA *maiorem habet proportionem, quam* EF *ad* FD, *quod oportebat demonstrare.* 23.primi 4i sexti.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLIII.

Ducatur à sublimi puncto A ad subiectum planum perpendicularis AB, cui in puncto B occurrat. sit autem in plano recta linea CD, & à puncto B ad CD perpẽdicularis agatur BD; iungaturquè AD. Dico & AD ad ipsam DC perpendicularem esse.



Sumatur in recta linea CD quoduis punctum C, & AC CB iungantur. Itaque quoniam AB perpendicularis est ad subiectum planum, angulus ABC rectus erit. ergo quadratum ex AC est æquale quadratis ex AB BC. quadrato aute ex BC æqualia sũt quadrata ex BD DC. quadratum igitur ex AC est æquale quadratis ex AB BD DC. sed qua ratis 3. diffi. eandem. 47.primi

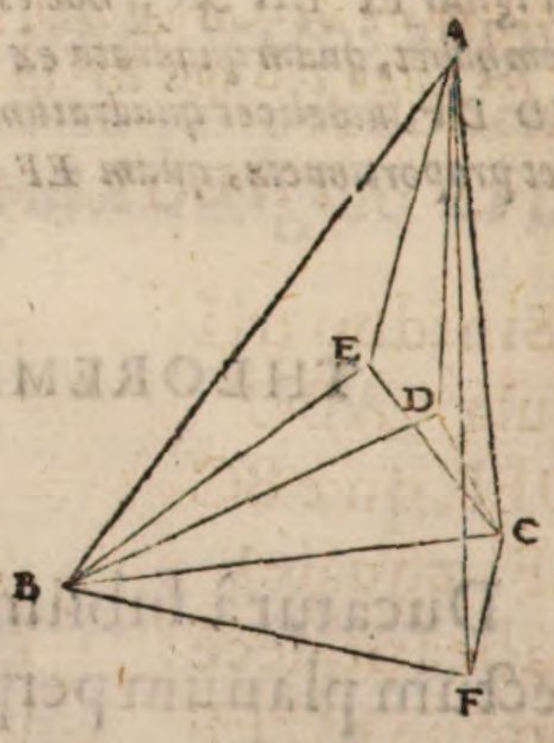
quadratis ex AB BD æquale est id, quod fit ex AD quadrato: ergo quadratum ex AC quadratis ex AD DC æquale erit, ac propterea rectus est angulus ADC. recta igitur linea AD ad ipsam DC est perpendicularis, quod demonstrare oportebat.

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLIIII.

A puncto sublimi A ad subiectum planum recta linea ducatur AB, quæ ad planum non sit perpendicularis, & a puncto A ad idem planum perpendicularis ducatur, ipsi occurrens in C, iungaturque CB. Dico angulum ABC minimum esse omnium, qui continentur, recta linea AB, & qualibet earum, quæ a puncto B in subiecto plano ducuntur, atque eum, qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem. duos autem tantum æquales constitui ad utrasque ipsius partes.

Ducatur enim quæpiam recta linea BD in subiecto plano, & a puncto C ad ipsam perpendicularis agatur CD: & AD iungatur. est igitur AD ad DB perpendicularis ob id, quod proxime ostensum fuit. Et quoniam rectus est angulus ACD, maior est DA, quam AC. ergo BA ad AC maiorem proportionem habet, quam BA ad AD, & sunt anguli BCA BDA recti. maior igitur est BAC angulus angulo BAD ex eo, quod ante demonstratum est. quare reliquus angulus ABC minor est angulo ABD. Similiter ostendemus angulum ABC omnibus alis minorem esse. minimus igitur est angulus ABC.

19 primi
8 quinti.
4 huius



Dico etiam angulum, qui ipsi propinquior est, semper remotiore esse minorem. Ducatur enim quadam recta linea BE in subiecto plano, atque a puncto C ad ipsam perpendicularis agatur CE, & AE iungatur. ergo AE ad EB est perpendicularis. Et quoniam rectus angulus BDC est æqualis recto CEB, angulus autem BCD maior est angulo BCE; habebit EC ad CB maiorem proportionem, quam DC ad CB. multo igitur maior est EC, quam CD. & est CA ad rectos angulos utrique ipsarum CD CE. quare EA maior est, quam AD: & BA ad AD maiorem proportionem habet, quam ad AE. sunt que anguli ad D E recti. ergo angulus BAD maior est angulo BAE. angulus igitur ABD angulo ABE est minor. Dico præterea duos tantum constitui æquales ad utraque partes ipsius. Constituatur enim ad CB rectam lineam, atque ad punctum in ea B in subiecto plano angulus CBF æqua-

ex antec.
A
B
10 quinti
C
D

lis

lis angulo CBD, & a puncto C ad BF perpendicularis ducatur CF, & AF iungatur. Quoniam igitur angulus CBD æqualis est angulo CBF. est autem & rectus CDB æqualis recto CFB, & latus CB vtrique triangulorum cõmune, erit & BD æqualis BF, & CD ipsi CF. est etiam AC perpendicularis ad vtramque DC CF. ergo & AD est æqualis AF. Quòd cum DB sit æqualis BF, communis autem BA, & basis DA æqualis basi AF; angulus ABD angulo ABF æqualis erit. Eodem modo ostendemus angulo ABD nullum alium cõstitui æqualem. angulus igitur ABC minimus est, & qui ipsi propinqnior semper remotiore est maior. duo autem tantum æquales ex vtraque eius parte constituuntur. E C

COMMENTARIVS.

Angulus autem BCD maior & angulo BCE] *nam cum recta linea* BF *sit extra ipsam* BD, *angulus* CBD *minor est angulo* CBE. *quare* BCD *angulus angulo* BCE *maior erit*. A

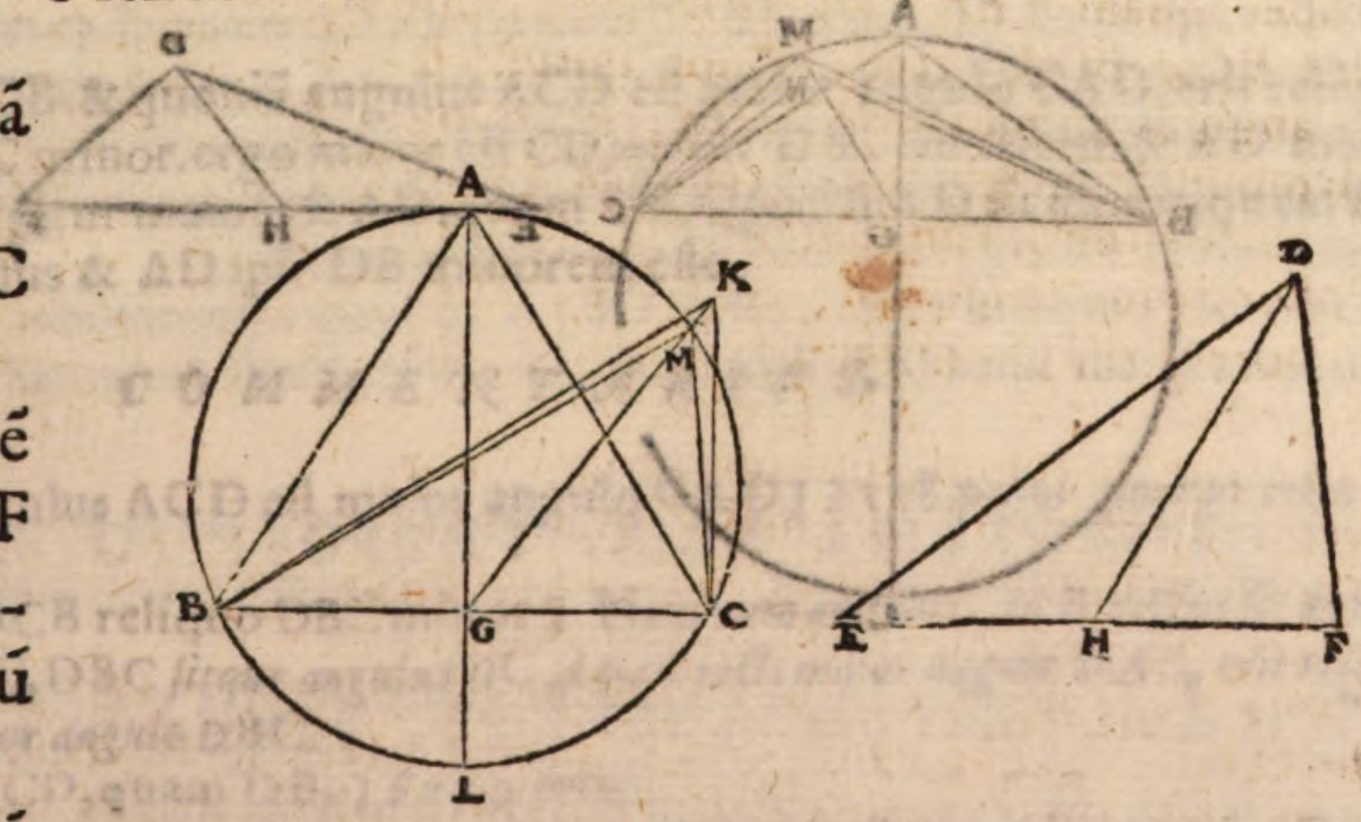
Habebit EC ad CB maiorem proportionem, quam DC ad CB] *Quoniam enim triangula* BDC BEC *orthogonia sunt, atque est angulus* BCD *maior angulo* BCE, *habebit* BC *ad* CD *maiorem proportionem, quam* BC *ad* CE *ex conuersa* 42. *huius, quam nos demonstrauimus. ergo conuertendo ex* 26. *quinti* DC *ad* CB *minorem proportionem habebit, quam* EC *ad* CB: *ac propterea* EC *ad* CB *minorem proportionem habet, quam* DC *ad* CB. B

Quare EA maior est, quam AD] *Nam cum* EC *maior sit, quam* CD, *erunt quadrata ex* EC CA *maiora quadratis ex* DC CA. *sed quadratis ex* EC CA *æquale est quadratum ex* AE, *& quadratis ex* DC CA *æquale est quadratum ex* AD. *ergo quadratum ex* EA *maius est quadrato ex* AD. *& ob id recta linea* EA, *quam* AD *est maior.* C

Ergo angulus BAD maior est angulo BAE.] *ex* 42. *huius.* D

Erit & BD æqualis BF, & CD ipsi CF] *sunt enim triangula* BDC BFC *inter se similia, quare vt* CB *ad* BD, *ita* CB *ad* BF, *& permutando vt* CB *ad seipsam, ita* DB *ad* BF. *ergo* DB *ipsi* BF *est æqualis, & eadem ratione* DC *est æqualis* CF. E 4. sexti.

THEOREMA XLV. PROPOSITIO XLV.



Sint duo triágula ABC DEF, quæ BC EF æquales habeant, secẽturque BC EF bifariã in púctis GH; & iúgantur AG DH, quæ etiã inter se sint æquales. & sit AG quidem ad BC perpendicularis, DH vero non perpendicularis ad EF: sitque AG maior, quam GB. Dico angulum BAC angulo EDF maiorem esse.

Describatur circa ABC triangulum circulus ABC: & producatur AG ad L. Quoniam

A niam igitur AG maior est, quam GB, atque est AL diameter: erit centrum cir-
B culi inter AG. hoc enim deinceps ostendetur. quare maxima est AG, & ipsi pro-
pinquior remotiore maior est. Constituatur angulo DHF æqualis angulus CGM.
ergo AG, hoc est DH maior est, quam GM. ponatur ipsi DH æqualis GK, & BK K C
iungantur. erit angulus EDF æqualis angulo BKC. Sed angulus BAC angulo BKC
C est maior, angulus igitur BAC angulo EDF maior erit.

COMMENTARIVS.

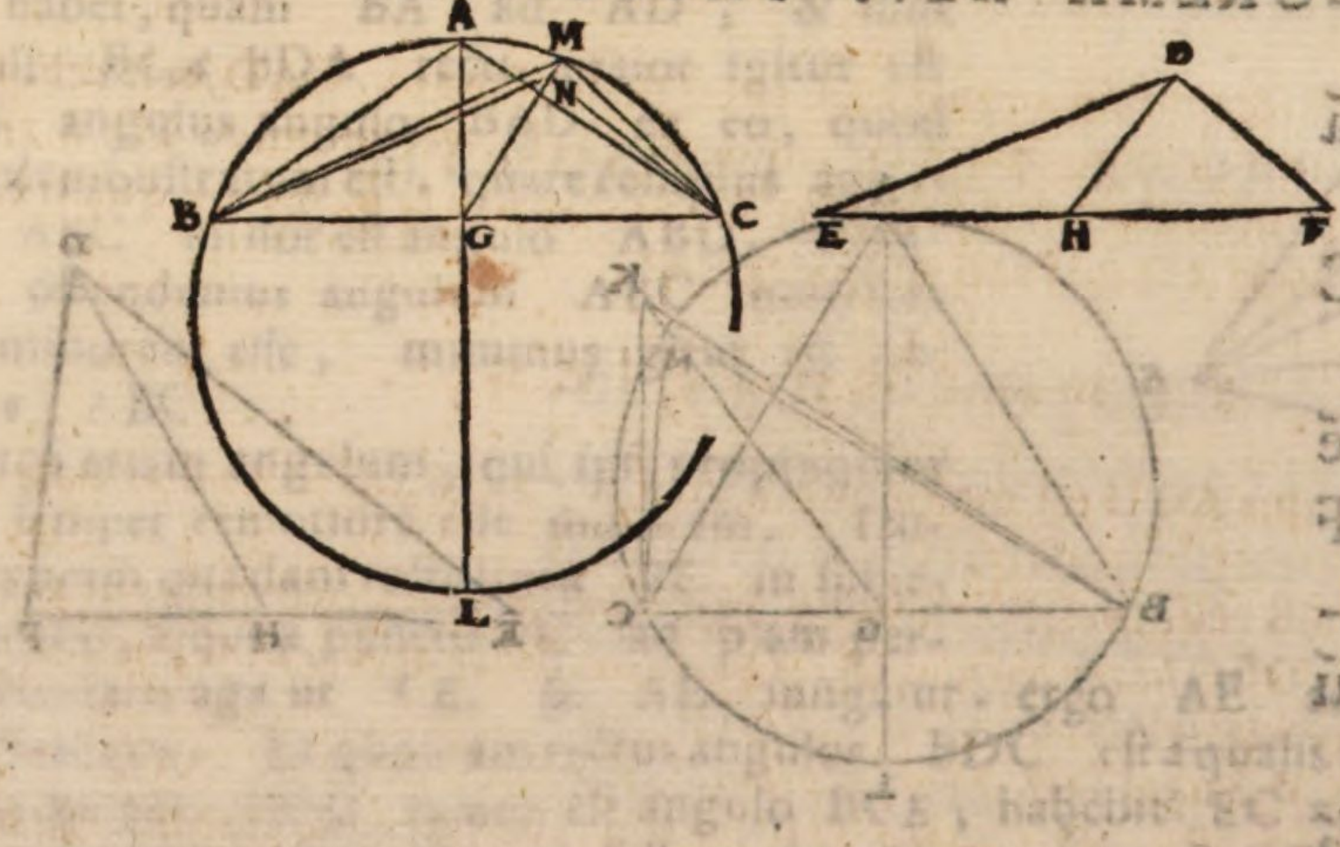
A Erit centrum circuli inter AG. hoc enim deinceps ostendetur] *In 47. huius.*

B Quare maxima est AG, & ipsi propinquior remotiore maior est] *Ex 7. tertii libri elementorum.*

C Sed angulus BAC angulo BKC est maior] *Iungantur BM MC. erit angulus BMC æqualis angulo BAC ex 21. tertii elementorum, & ex 21. primi maior angulo BKC. angulus igitur BAC angulo BKC est maior.*

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLVI.

Iisdem positis sit AG minor, quam GB. Dico angulũ BAC angulo EDF minorem esse.



Constituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. Et quoniam AG minor est,
A quam GB, & est diameter AL, centrum circuli erit inter LG. ergo minima est AG, &
B GM maior, quam AG, hoc est quam DH. ponatur ipsi AG æqualis GN. & BN NC
C iungantur. æqualis igitur est angulus EDF angulo BNC. sed angulus BNC maior,
est angulo BAC. ergo angulus EDF angulo BAC est maior.

COM-

COMMENTARIVS.

Centrum circuli erit inter LG] *Quod in sequenti ostenditur.* A
Ergo minima est AG,& GM maior,quam AG] *Ex 7 tertii elementorum.* B
Sed angulus BNC maior est angulo BAC] *Iunctis enim rursus* BM MC, *erit angulus* C
BMC *æqualis angulo* BAC, *& angulo* BNC *minor.ex quo sequitur angulum* BAC *angulo* BNC, *hoc est angulo* EDF *esse minorem, quod demonstrare oportebat.*

THEOREMA XLVII. PROPOSITIO XLVII.

Sit circulus ABC, cuius diameter AB, & in ipsa sumpto quouis puncto D, ducatur DC vtrumque, & sit AD maior, quam DC. Dico AD etiam ipsa DB maiorem esse.

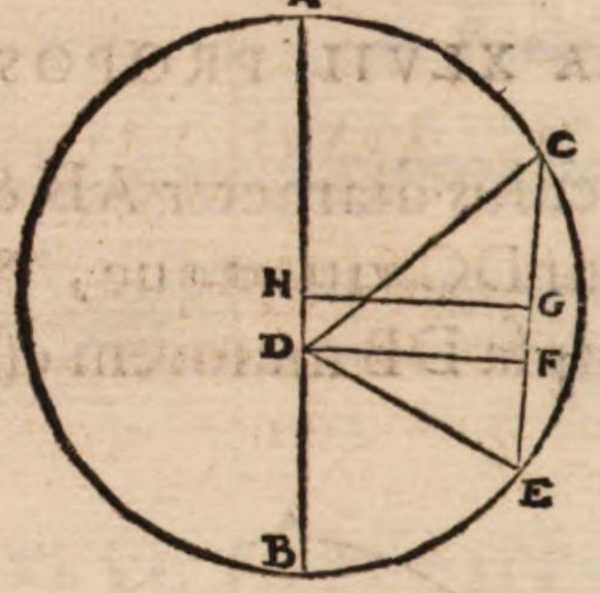
Iungantur AC CB. & quoniã angulus ACD est maior angulo CAD, erit reliquus DCB reliquo DBC minor. ergo maior est CD, quam DB. est autem & AD maior, quam DC. multo igitur maior est AD, quam DB. Quod si AD sit minor, quam DC, similiter ostendemus & AD ipsa DB minorem esse. A B C D E

COMMENTARIVS.

Et quoniam angulus ACD est maior angulo CAD] *Ex 18. primi ponitur enim* AD *maior, quam* DC. A
Erit reliquus DCB reliquo DBC minor] *Nam cum angulus* ACB *rectus sit æqualis duobus angulis* DAC, DBC *sitque angulus* DCA *pars recti maior angulo* DAC, *erit reliqua eius pars* DCB *minor angulo* DBC. B
Ergo maior est CD, quam DB.] *Ex 19. primi.* C
Multo igitur maior est AD, quam DB] *Ex hoc conflat circuli centrum esse inter* AD, *quod demonstrandum fuit.* D
Quod si AD sit minor, quam DC, similiter ostendemus & AD ipsa DB minorem esse.] *Sit enim* AD *minor, quam* DC, *& similiter iungantur* AC CB. *angulus igitur* DCA *minor est angulo* DAC, *& ideo reliquus* DCB *reliquo* DBC *maior erit. ergo* DC *minor est, quam* DB. *Sed* AD *est minor, quam* DC. *multo igitur minor est, quam ipsa* DB, *& circuli centrum inter* DB *continetur. quod demonstrare oportebat.* E

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO XLVIII.

Sit circulus ABC; cuius diameter AB, & in ipsa sumpto D puncto, ducantur DC DE, sitque CD maior, quam DE. Dico AD ipsa DB maiorem esse.



Iungatur CE, & perpendicularis ad ipsam ducatur DF. maior igitur CF, quã FE.
A secetur CE bifariam in puncto G, & per G ducatur GH, quæ ipsi DF parallela sit. er
B go GH perpendicularis est ad CE, & ipsam bifariam secat. in recta igitur linea GH
C est circuli centrum. Sed est etiam in AB. punctum igitur H circuli centrum erit, ac propterea AD quam DB est maior.

COMMENTARIVS.

A Maior igitur est CF, quam FE] *Quoniam enim* CD *maior est, quam* DE, *erit quadratum ex* CD *quadrato ex* DE *maius. Sed quadrato quidem ex* CD *æqualia sunt quadrata ex* DF FC *quadrato autem ex* DE *æqualia quadrata ex* DF FE. *quadrata igitur ex* DF FC *maiora sunt quadratis ex* DF FE, *& sublato communi quadrato ex* DF, *relinquetur quadratum ex* CF *maius quadrato ex* FE. *ergo recta linea* CF, *quam* FE *est maior.*

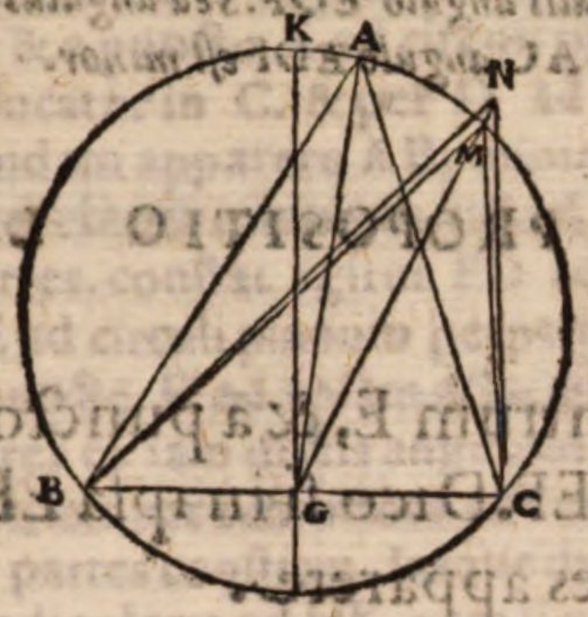
B Ergo GH perpendicularis est ad CE] *ex 29. primi elementorum.*

C In recta igitur linea GH est circuli centrum] *Ex corollario primæ tertii elem.*

THEOREMA XLIX. PROPOSITIO XLIX.

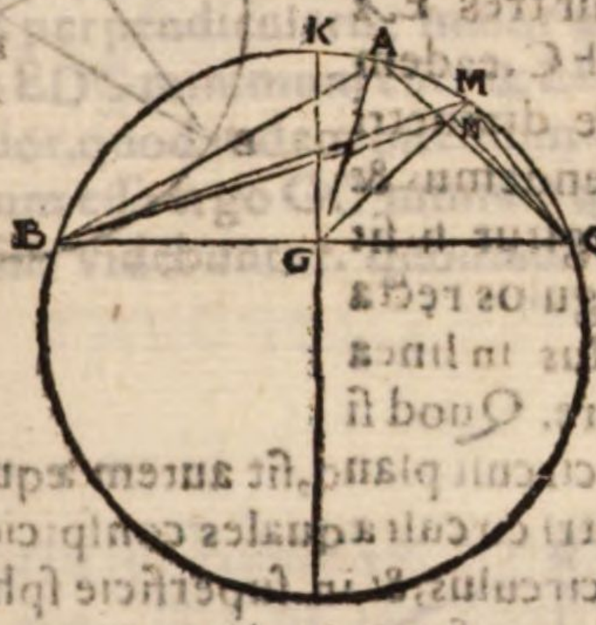
Sint duo triangula ABC DEF, æquales habentia BC EF, & secentur BC EF bifariam in punctis GH, iungantur que AG, DH, quę etiam inter se sint æquales; & neutra ipsarum sit perpendicularis ad basim : angulus autem AGC sit maior angulo DHF. Dico si maior quidem sit AG, quam GC, etiam angulum BAC angulo EDF maiorem esse, si uero minor, esse minorem.

Descri-



Describatur rursus circa ABC triangulũ circulus ABC, & a pũcto G ipsi BC ad rectos angulos ducatur GK, quæ circuli diameter erit. Sit prius AG maior, quam GC. ex eo igitur, quod ostensum fuit; KG maior est, quam GA, etenim maxima est GK, & ipsi propinquior semper remotiore est maior constituatur angulo DHF æqualis angulus CGM. ergo GA, hoc est DH maior est, quam GM. ponatur ipsi DH æqualis GN; & BN NC iungantur. angulus igitur BNC est æqualis angulo EDF, ideoq; angulus BAC angulo EDF est maior. At si AG sit minor, quã GC, similiter demonstrabimus BAC angulum angulo EDF minorem esse. quod demonstrare oportebat.

A
B
C
D
E



COMMENTARIVS.

Describatur rursus circa ABC triangulum circulus ABC] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erant, sed tamen desiderari videbantur; vel saltem ex antedictis subintelligenda sunt.* A

Quæ circuli diameter erit] *Ex corollario primæ tertii elementorum.* B

Ex eo igitur, quod ostensum fuit KG maior est, quam GA, etenim maxima est GK, & ipsi propinquior semper remotiore est maior] *Quoniam .n. AG maior est, quam GL, erit ex antecedente KG maior, quam GL. ergo GK maxima est & quæ ipsi propinquior semper remotiore est maior; & idcirco KG maior, quam GA græcus codex* μεγίστη ἀρχὴ ἐστιν ἡ ΚΗ. *Vide ne legendum sit* μεγίστη γὰρ ἐστιν ἡ ΚΗ C

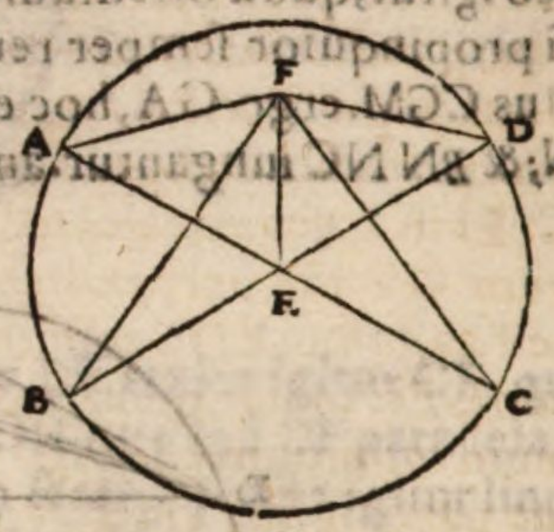
Ideoque angulus BAC angulo EDF est maior] *Angulus enim BMC, hoc est BAC est maior angulo BNC, hoc est angulo EDF.* D

At si AG sit minor, quã GC, similiter demõstrabimus BAC anguli angulo EDF minorem esse.] *Sint eadẽ quæ prius, & constituatur angulus CGM æqualis angulo DHF. erit ex iam demonstratis KG minor, quã GM. ergo KG minima est, & ipsi propinquior remotiore est minor. minor igitur est AG, hoc est DH, quam GM, ponatur ipsi AG æqualis GN,* E

& BN NC iungantur. erit angulus BNC *æqualis angulo* EDF. *Sed angulus* BMC, *hoc est* BAC *minor est angulo* BNC. *angulus igitur* BAC *angulo* EDF *est minor.*

THEOREMA L. PROPOSITIO L.

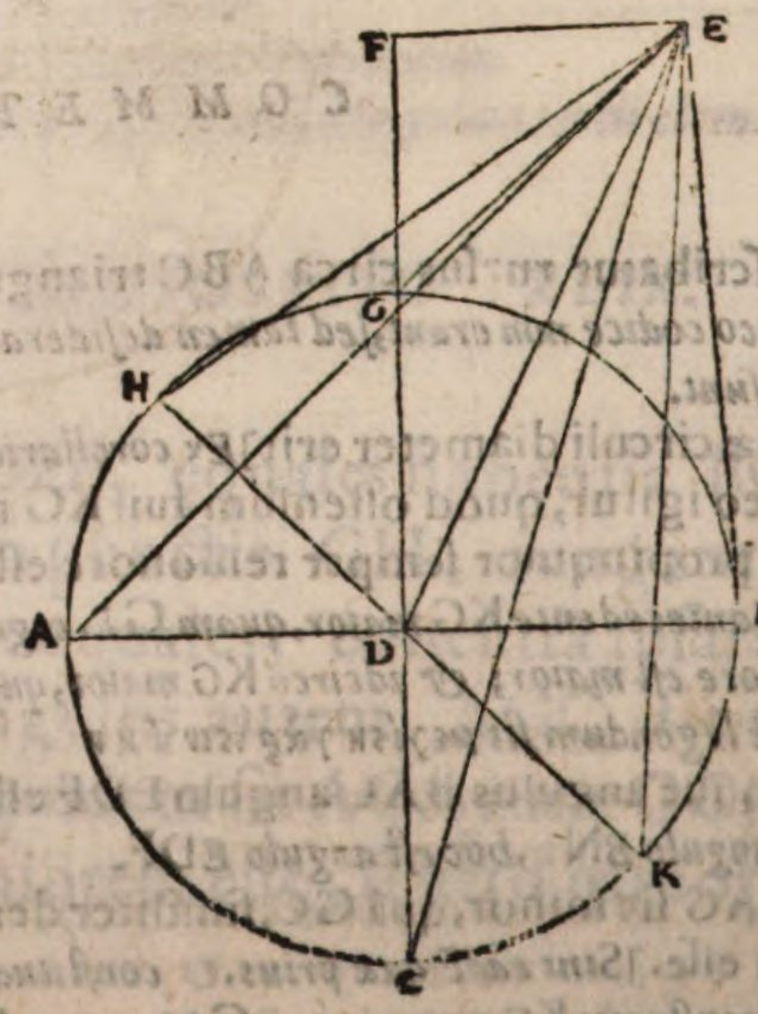
Sit circulus ABC, cuius centrum E, & a puncto E ad rectos angulos circuli plano ducatur EF. Dico si in ipsa EF oculus ponatur, circuli diametros æquales apparere.



Hoc autem manifestum est, etenim omnes rectæ lineę a puncto F ad circuli circumferentiam pertinentes, inter se equales sunt, & equales angulos continent. Sed non sit EF ad rectos angulos circuli plano. sit aũt æqualis semidiametro circuli. Dico oculo ad punctum F constituto, & sic diametros æquales apparere. Ducantur enim duę diametri AC BD, & iungantur AF FB CF FD. Quoniam igitur tres EA EC EF æquales sunt, rectus est angulus AFC. eadem ratione & angulus BFD est rectus. quare diametri AC BD equales apparent. Similiter ostendemus & alias omnes æquales apparere. Constat igitur si sit circulus & ab ipsius centro ad rectos angulos recta linea ducatur, ubicumque ponatur oculus in linea ducta, circuli diametros æquales apparere. Quod si a centro ducta non sit ad rectos angulos circuli plano, sit autem æqualis semidiametro circuli, & sic ab ipsius termino diametri circuli æquales conspicientur. Ex quo manifestum est si sit in sphæra maximus circulus, & in superficie sphæræ quomodocunque tunc ponatur oculus in circuli circumferentia, diametros equales videri.

THEOREMA LI. PROP. LI.

Si sit circulus, & a centro ipsius erigatur quædam recta linea, neque ad rectos angulos circuli plano, neque semidiametro circuli æqualis, & in termino lineæ erectæ oculus statuatur; circuli diametri inæquales apparebunt.



Sit circulus ABC, cuius centrum D, & a puncto D erigatur recta linea DE, usque ad rectos angulos circuli plano, neque æqualis semidiametro

metro circuli, & oculus ad E statuatur. Sit autem primum DE semidiametro circuli ABC maior. & a puncto E ad circuli planu A ducatur perpendicularis EF. iũctaque FGD producatur in C. & per D ad rectos angulos ipsi GC ducatur AB. Dico maximam quidem apparere AB, minimam vero GC, & quæ propinquior est ipsi GC remotiore semper minorem videri, duas autem tantum videri æquales ad vtrasque ipsius partes. constat igitur ED ad AB perpendicularem esse. siquidem a puncto sublimi E ad circuli planum perpendicularis acta est EF, & ducta quauis recta linea AB a puncto F ad ipsam acta est perpendicularis FD, & iuncta est ED: constat præterea ex iam dictis angulum quidem EDF minimum esse, & qui ipsi propinquior est, semper remotiorẽ esse minorem; duos autem tantum æquales ad utrasque ipsius partes constitui. Itaque ducatur quædam recta linea HK. ergo ED non est perpendicularis ad HK. nam si perpendicularis sit, cum sit perpendicularis ad AB, erit & ad planum circuli perpendicularis, quod fieri non potest. non igitur ED perpẽdicularis est ad HK. iũgãtur EA EB, EH EK EG EC. Et quoniã duo triangula sunt EAB EHK. bases AB HK æquales habentia, quarum vtrique bifariam secatur in puncto D: & est ED eadem in vtroque triangulo, ad AB quidem perpendicularis, ad HK minime perpendicularis, estque ED maior, quam DA: erit angulus AEB angulo HEK maior. Similiter ductis aliis lineis eodem modo maior omnibus angulis demonstrabitur. Rursus quoniam duo triangula sunt EGC EHK bases æquales habentia, & communem ED; atque est ED ad neutram ipsarum GC HK perpendicularis; maior autem est angulus EDH, etenim ostensum est angulum EDG minimum esse: & ED maior, quam DH: erit angulus HEK angulo GEC maior, quod itidem ostensum fuit. Similiter ostendemus angulũ GEC omnium minimum esse ergo GC minima apparet, & duæ tantum æquales ex utraque parte ipsius videbuntur. quoniam duo tantum anguli ex utraque parte

43 huius

44 huius

45 huius

47 huius

ipsius EDF æquales constituitur. Quod si FD minor sit, quã DA, similiter demõstrabimus GC quidem maximã uideri, AB uero minimam; & quæ propinquior est ipsi AB remotiore semper minorem: duas autem tantum ex utraque parte ipsius GC, uel AB æquales apparere. Quoniam igitur circulus videtur ellipsis imaginẽ oculo representare, & centrum ipsius apparet ellipsis centrum, instantiam non parum habet theorema. demonstrare etenim possumus aliquod aliud punctum in circulo

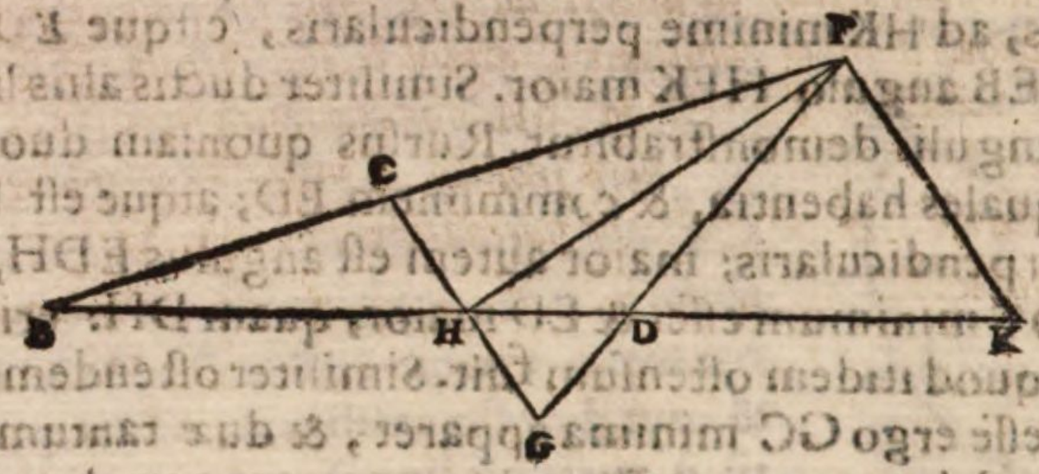
44 huius

τυχοῦ. σεμ.

culo lineæ, cuius imago repreſentatur, centrum apparere. præmittitur autem lemmatium huiuſmodi.

THEOREMA LII. PROPOSITIO LII.

Sit vt recta linea BK ad KD, ita BH ad HD, & ſit angulus BFH æqualis angulo HFD, iungaturque KF. Dico HFK rectum angulum eſſe.



Ducatur per H ipſi KF parallela CHG, & producatur FD uſque ad G. Itaque quoniam, vt BK ad KD, ita eſt BH ad HD, erit permutando, vt
A KB ad BH, ita KD ad DH. Sed vt KB ad BH, ita FK ad CH. Vt igitur FK
B ad CH, ita KD ad DH. Et vt KD ad DH, ita FK ad HG, æquiangula enim ſunt triangula FDK DGH. ergo FK ad vtramque ipſarum eandem proportio-
C nem habet, ac propterea CH eſt æqualis HG. & ut CH ad HG, ita CF ad FG. eſt igitur CF ipſi FG æqualis. Quod cum CH ſit æqualis HG, communis autem FH, & baſis GF æqualis baſi FC, erit angulus CHF æqualis
D angulo FHG; & uterque ipſorum rectus. rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CG FK inter ſe parallelæ ſint.

COMMENTARIVS.

A Sed ut KB ad BH, ita FK ad CH] *Ex 4. ſexti elementorum, ſimilia enim ſunt trigula FBK, CBH.*

B Et ut KD ad DH, ita FK ad HG] *Ob ſimilitudinem triangulorum FDK DHG.*

C Et ut CH ad HG, ita CF ad FG] *Ex 3. ſexti elementorum, angulus enim CFG a recta linea FH bifariam ſecatur.*

D Rectus igitur eſt & HFK angulus, quod CG FK inter ſe parallelæ ſint] *Ex 29. primi elementorum. Quoniam autem Pappus huius quodammodo conuerſa utitur, non inutile erit eam quoque demonſtrare, quæ eſt huiuſmodi. Sit ut BK ad KD, ita BH*

ad

ad HD. *& ſit angulus* HFK *rectus iunganturque* BF FD. *Dico angulum* BFH *angulo* HFD *æqualem eſſe.*

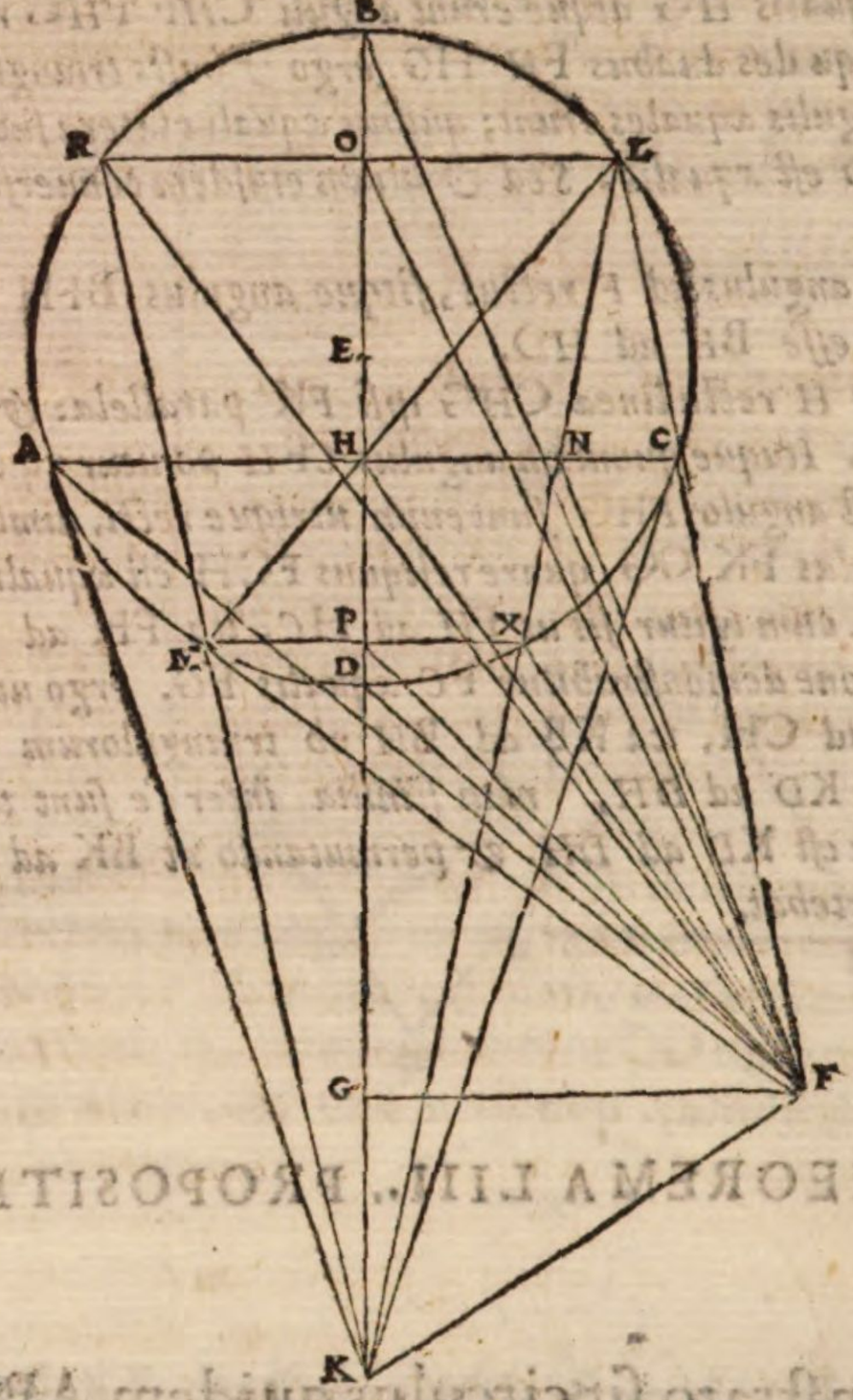
Ducatur per H ipſi FK *parallela* CHG, *&* FD *ad* G *producatur. ſimiliter ut ſupra demonſtrabitur* CH *æqualis* HG *atque erunt anguli* CHF FHG *recti interſe æquales ſunt autem duę* FH HG *æquales duabus* FH. HG. *ergo & baſis triangulumque triangulo, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt; quibus æqualia latera ſubtenduntur: angulus igitur* BFH *angulo* HFD *eſt æqualis. Sed & aliam eiuſdem conuerſam hoc modo demonſtrabimus.* 29. primi 4. primi

Sit trianguli HFK *angulus ad F rectus, ſitque angulus* BFH *ęqualis angulo* HFD. *Dico vt* BK *ad* KD, *ita eſſe* BH *ad* HD.

Ducatur rurſus per H recta linea CHG *ipſi* FK *parallela: &* FD *producta conuenia cum* CH *in puncto G. Itaque quoniam angulus* CFH *ponitur ęqualis angulo* HFG. *& angulus* FHC *æqualis eſt angulo* FHG. *ſunt enim utrique recti, nimirum æquales recto* HFK, *ob rectas lineas parallelas* FK CG. *quare reliquus* FCH *eſt æqualis reliquo* FGH; *& triangulum triangulo ſimile. cum igitur ſit ut* FH *ad* HC, *ita* FH *ad* HG; *erit* CH *ipſi* HG *æqualis. & eadem ratione demonſtrabitur* FC *æqualis* FG. *ergo ut* FK *ad* CH. *ita eſt* FK *ad* HG. *Sed vt* FK *ad* CH, *ita* KB *ad* BH *ob triangulorum* FBK CBH *ſimilitudinẽ. & ut* FK *ad* HG, *ita* KD *ad* DH, *nam ſimilia inter ſe ſunt triangula* FDK HDG. *vt igitur* KB *ad* BH, *ita eſt* KD *ad* DH. *& permutando vt* BK *ad* KD, *ita.* BH *ad* HD. *quod demonſtrare oportebat.* 29. primi 9. quinti. 7. quinti. 4. ſexti.

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LIII.

Hoc prę̃monſtrato ſit circulus quidem ABCD circa cẽtrum E: viſus autem F non ſit in eodem plano, & perpendicularis; quæ à puncto F ad planum circuli ducitur, videlicet FG nõ cadat in E centrum, iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD FB iungantur. angulus autem BFD bifariam ſecetur à recta linea FH: ipſique DB ad rectos angulos ducatur AHC. & AK KC circulum contingant, Dico viſu in F poſito circulum ABCD ellipſim apparere, quę centrum habeat punctum H (non vt quidem arbitrantur punctũ O) axes autem coniugatos AC BD. & quæ ad BD ordinatim applicantur, eſſe & videri parallelas ipſi AC. quę vero applicãtur ad AC, deduci quidem à puncto K, videri autem ipſi BD parallelas. & eadem apparere circa viſam ellipſim, quæ & coniſectioni accidunt.



Iungantur AF FC. erit angulus AFH æqualis angulo HFC. est autem & angu-
B lus HFB angulo HFD æqualis. ergo AH apparet æqualis HC & BH ipsi HD.
Quod si alia recta linea ducatur, ut LHM, Dico eam apparere bipartito sectam in
C puncto H. Iungantur enim LK KM MX, & MF FX, FN, FL, LK. Quoniam igi
D E tur ob lineas contingentes ut BK ad KD, ita est BH ad HD. atque est angulus
F BFH æqualis angulo HFD; erit HFK angulus rectus hoc enim ante demonstra-
tum est. Et quoniam planum, quod per BFK transit, rectum est ad planum,
quod per AFC, etenim AC est perpendicularis ad planum BFK, & ad communem
sectionem HF in uno planorum acta est FK perpendicularis; erit FK perpen
dicularis ad planum per AFC; & propterea angulus NFK est rectus. atque
G est ut LK ad KX, ita LN ad NX. æqualis igitur est angulus LFN angulo
H NFX, quare LN apparet æqualis ipsi NX. est autem & ut LF ad FX, ita LN
K ad NX. Sed FX est æqualis FM. iuncta enim MX fit parallela ipsi AC. &
L ut LN ad NX, ita LH ad HM. ergo angulus LFH est æqualis angulo HFM,
M & LH ipsi HM æqualis videtur. Similiter & si alia recta linea per H ducatur,
apparebit bifariam secta in H: punctumque H ellipsis centrum apparet, axesque
coniugati AC BD: & quæ quidem ipsi AC sunt parallelæ bifariam secantur a
recta linea BD. quę uero ducuntur a puncto K, a recta linea AC secari viden-
N tur, quemadmodum in ipsa LX demonstratum est. Itaque dico rectas lineas,

quæ

quæ a puncto K ducuntur, ipſi BD parallelas apparere. ducatur. n exempli cauſa LK
& perpendicularis LO. quæ ad R producatur: iunganturque OF FP FR. Quoniã igi O P
tur ut LK ad KX, hoc eſt ut LR ad XM, ita LF ad FX, atque eſt LF æqualis FR, & XF Q
ipſi FM: erit angulus LFR æqualis angulo XFM, & ideo angulus LFO angulo XFP R
ęqualis. & OL æqualis apparet PX. ergo LX BD parallelæ uidebuntur, quoniã & per
pendiculares inter ipſas interiectæ ęquales apparent.

COMMENTARIVS.

A Iunctaque EG producatur ad puncta BK, & FD, FB iungantur] *Recta enim linea EG circulum in D ſecet, & producta ſecet eundem in B.*

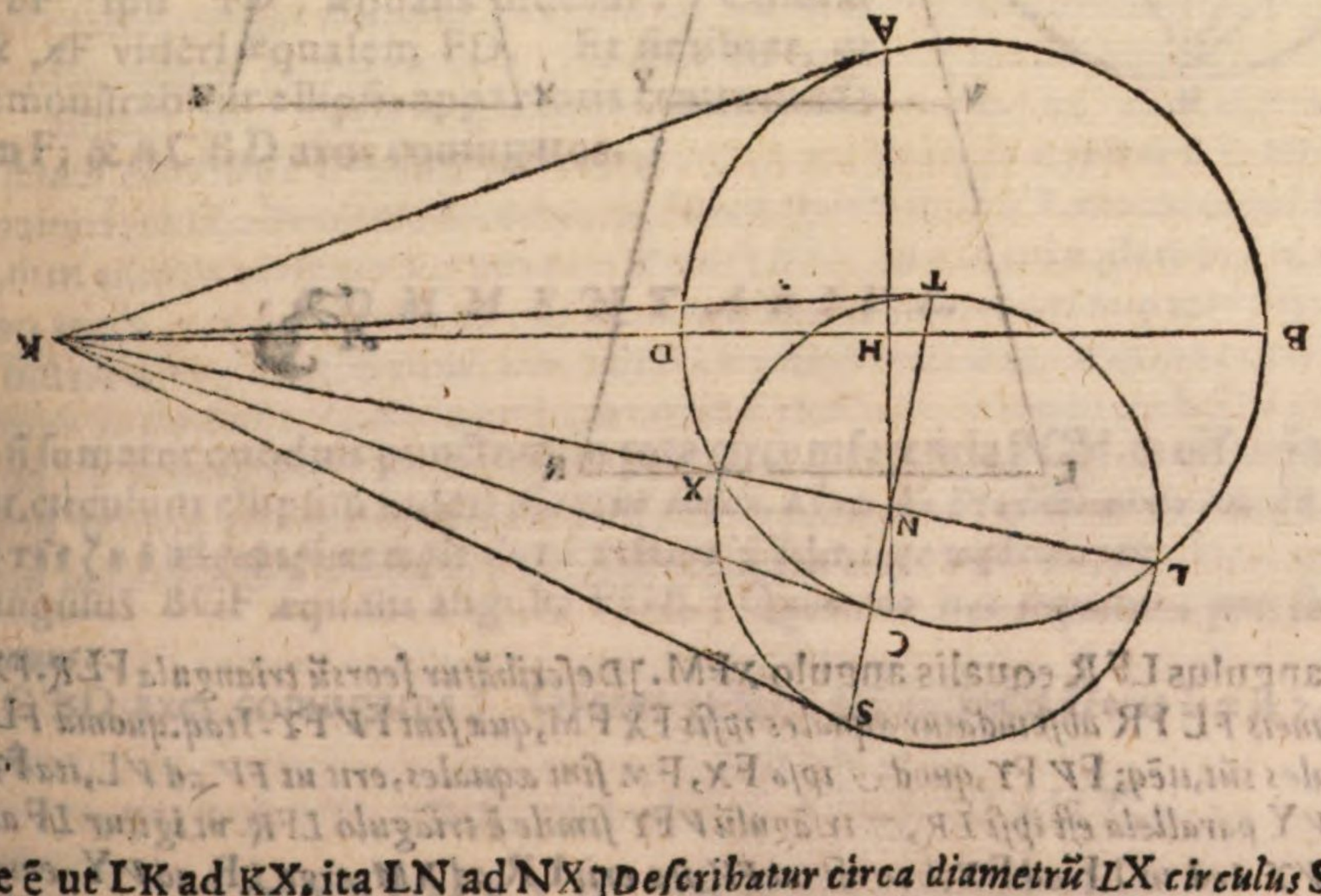
B Ergo AH apparet æqualis HC, & BH ipſi HD] *ex 7. ſuppoſitione opticos Euclidis.*

C Iungãtur enim LK, KM, MX, & MF FX FN FL FK] *Græcus codex* ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ τε λκ κμ μξ καὶ αἱ μζ ζξ ζη ζλ καὶ ἔτι ἡ ζκ *loco* ζη *lege* ζν.

D Quoniam igitur ob lineas contingentes, ut BK ad KD ita eſt BH ad HD] *Hoc a Pappo demonſtratur libro ſequenti propoſitione 154. lemmate autem 28. in libros poriſmatum.*

E Atque eſt angulus BFH æqualis angulo HFD, erit HFK angulus rectus: hoc enim ante demonſtratum eſt] *In præcedenti ſcilicet lemmate.*

F Et quoniam planum, quod per BFK tranſit rectum eſt ad planum, quod per AFC etenim AC eſt perpendicularis ad planum BFK, & ad communem ſectionem HF in uno planorum acta eſt FK perpendicularis: erit FK perpendicularis ad planũ per AFC. *Quoniam. n. planum BFK rectum eſt ad planum circuli ABCD, & ad communem ipſorũ ſectionem BD acta eſt perpendicularis AC, erit ex 4. diffi. vndecimi AC perpendicularis ad planum BFK. Rurſus cum AC exiſtens in plano AFC ſit perpendicularis ad HF communem ſectionem planorum, nempe plani AFC, & plani BFK, ſitque perpendicularis ad plaaũ BFK, ſequitur ex eadem 4. diff. planum BFK rectum eſſe ad planum AFC. ergo KF, quæ in plano BFK perpendicularis eſt ad FH communem dictorum planorum ſectionem, erit etiam ad planum AFC perpendicularis.*



G Atque ẽ ut LK ad KX, ita LN ad NX] *Deſcribatur circa diametrũ LX circulus SLT, & per punctum N ipſi LK ad rectos angulos ducatur SNT, & SK KT iungantur. erit quadratum quidem ex NS. hoc eſt rectangulũ SNT ęquale rectãgulo LNX, hoc eſt rectãgulo CNA. quadratũ uero ex NK æquale eſt duob' quadratis ex NH HK. quorũ quadratũ ex NH vna cũ rectãgulo CNA eſt æquale quadrato ex CH. ergo quadrata ex SN NK, hoc ẽ quadratũ ex KS ẽ ęquale quadratis ex CH HK. videlicet quadrato ex CK. Sed quadratũ ex CK æquale eſt rectangulo*

BKD, *hoc eſt rectangulo* LKX. *quadratum igitur ex* KH *rectangulo* LKC *eſt æquale. ac propterea* KS *circulum ipſum contingit. & ita demonſtrabitur* TK *circulum contingere. ergo ex demonſtratis a Pappo, ut* LK *ad* KX, *ita erit* LN *ad* NX.

H Æqualis igitur e ãgulus LFN angulo NFX] *ex iis, quę nos in antecedẽte demõſtrauimus.*

K Eſt autẽ & ut LF ad FX, ita LN ad NX] *Ex 3. ſexti elementorum. Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς λ ζ πρὸς ζ ξ, ἡ ἡ λ πρὸς ν ξ. *lege* ἡ λ ν πρὸς ν ξ.

L Et ut LN ad NX, ita LH ad HM] *Ex 2. ſexti elementorum.*

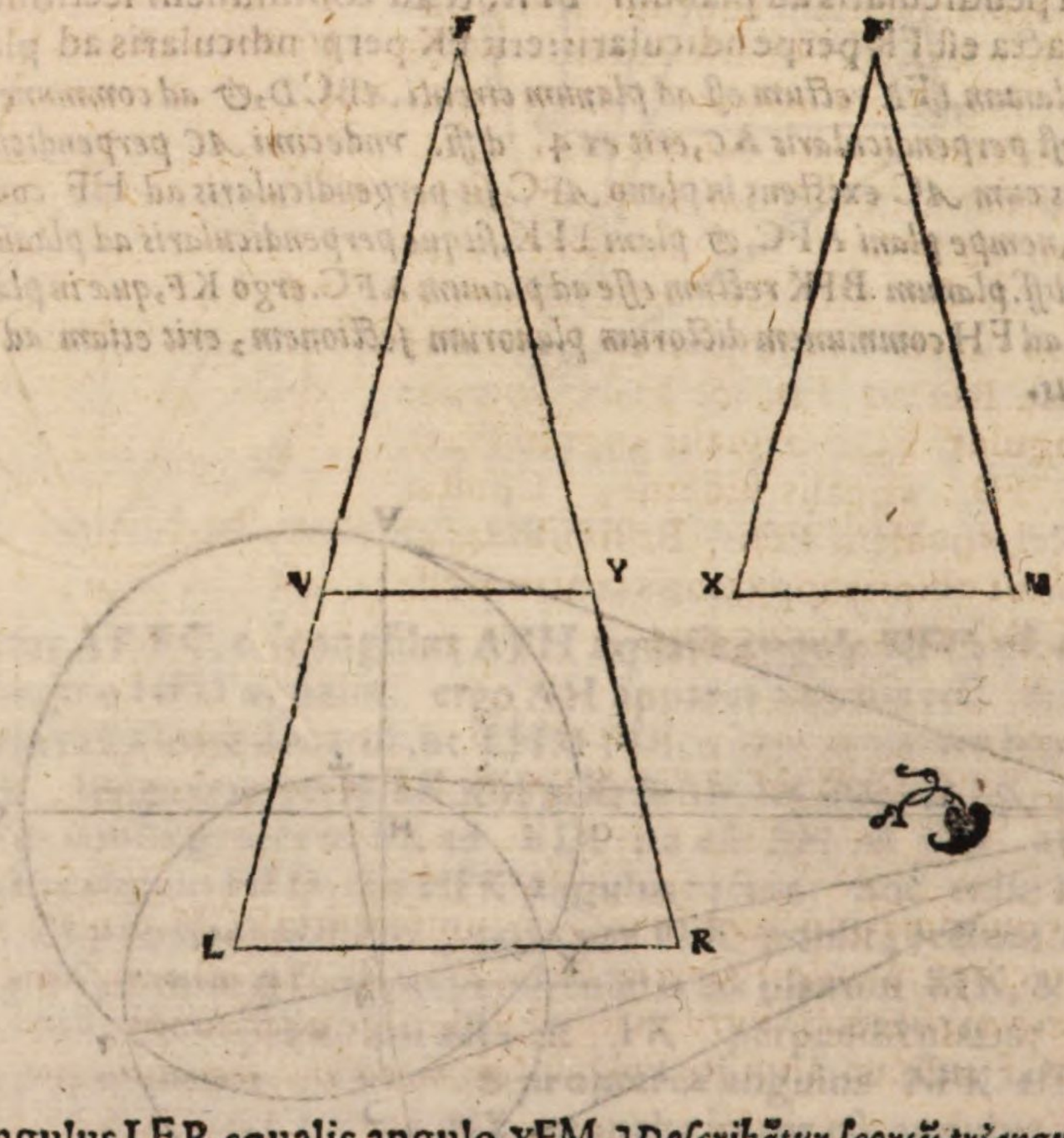
M Ergo angulus LFH eſt æqualis angulo HFM] *Ex eadem 3. ſexti elem.*

N Itaq; dico rectas lineas, quę a pũcto K ducũtur, ipſi BD parallelas apparere.] *Græcus codex* λέγω ὅτι φάνονται τῇ σ ℳ παράλληλοι αἱ ἀπὸ τοῦ κ ℳ διαγόμεναι. *lege* τῇ β ℳ.

O Iunganturque OF FP FR] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ θ ζ ϖ ζ ϱ. *legendum autem uidetur* ἀι ο ζ. ζ ϖ. ζ ϱ.

P Quoniam igitur ut LK ad LX, hoc eſt ut LR ad XM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* LKR *XKM.*

Q Ita LF ad FX] *Eſt enim ut* LK *ad* KX, *ita* LN *ad* NX, *& ut* LN *ad* NX, *ita* LF *ad* FX. *ergo ut* LK *ad* KX, *ita* LF *ad* FX.



Q Erit angulus LFR ęqualis angulo XFM.] *Deſcribãtur ſeorsũ triangula* FLR, FXM: *& a rectis lineis* FL FR *abſcindãtur æquales ipſis* FX FM, *quæ ſint* FV FY. *Itaq. quoniã* FL R *inter ſe æquales sũt, itẽq; FV FY, quod & ipſæ* FX, F M *ſint æquales, erit ut FV ad V* L, *ita* FY *ad* YR. *quare V* Y *parallela eſt ipſi LR, & triãgulũ VFY ſimile ẽ triãgulo LFR. vt igitur LF ad FV, ita LR ad VY. Sed ut* LF *ad* FX, *hoc eſt ad FV, ita erit* LR *ad XM. ergo LR ad VY, eandem proportionem habet, quam ad XM, ac propterea XM eſt æqualis* VY. *Quòd cum duę* FX FM *ſint æquales duabus FV* FY, *& baſis* XM *baſi VY, angulus* XFM *angulo V* FY *æqualis erit. angulus igitur* LFR *angulo* XFM *eſt ęqualis.*

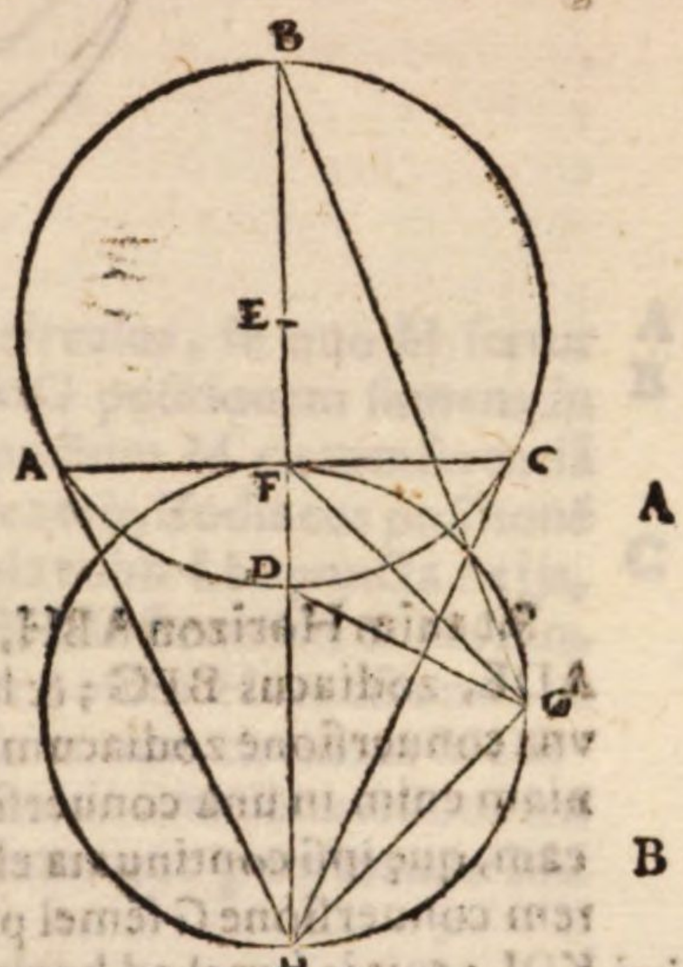
R Et ideo angulus LFO angulo XFP æqualis] *Eſt enim angulus LFO anguli LFR dimidius & angulus* XFP *dimidius anguli* XFM. *Græcus codex,* καὶ ἡ ὑπὸ λ ζ ε ἄρα ἴσωισι τῇ ὑπὸ ξ ζ ϖ. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ λ ζ ο ἄρα, *&c.*

THEO-

THEOREMA LIIII. PROPOSITIO LIIII.

Hoc demonstrato admirabilius problema demonstrare possumus, ita proponentes.

Circulo positione dato, & dato puncto in plano circuli intra circumferentiam ipsius, visui locum inuenire, a quo circulus ellipsis videatur, centrum habens intra circumferentiam datum.



Sit datus quidem circulus ABCD circa centrum E, datum autem intra punctum F: & oporteat locum inuenire, a quo circulus ellipsis videatur, centrum habens F punctum. Iungatur FE, & ex utraque parte producatur. deinde per punctum F ipsi FE ad rectos angulos ducatur AC, atque a puuctis AC in plano circuli contingentes, ducantur AH HC, & in FH semicirculus FGH describatur, ad circuli planum rectus. Dico si sumatur quoduis punctum in tota circumferētia FGH, & uisus in eo constituatur, circulum ellipsim videri centrum habentem punctum F. Sumatur enim G punctum, & GB GF GD GH iungantur. Itaque quoniam ob lineas contingentes, ut BH ad HD, ita est BF ad FD, & FGH angulus est rectus: erit angulus BGF æqualis angulo FGD. quare BF ipsi FD æqualis uidetur. Constat autem & AF videri æqualem FD. Et similiter, ut supra demonstrabitur ellipsis apparentis centrum esse punctum F; & AC BD axos coniugatos.

COMMENTARIVS.

A Dico si sumatur quoduis punctum in tota circumferentia FGH, & uisus in eo constituatur, circulum ellipsim uideri] *Græcus codex.* λέγω δὴ ὅτι ὁποῖον ἂν λάβῃ σημεῖον ἐφ' ὅλης τῆς ΖΗΘ περιφερείας πρὸς αὐτὸ τεθεισα ἡ ὄψις. *lege* πρὸς αὐτῷ.

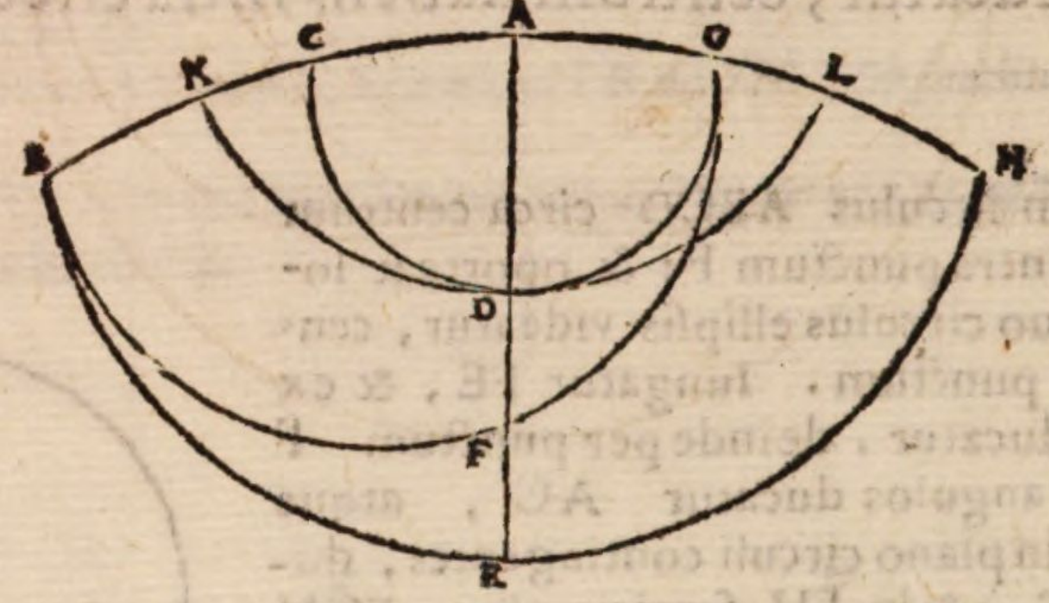
B Erit angulus BGF æqualis angulo FGD.] *Quomodo hoc sequatur, nos supra demonstrauimus.*

C Et AC BD axes coniugatos] *Græcus codex,* καὶ συζυγεῖς ἄξονες αἱ ΑΒ ΓΔ. *lege* αἱ ΑΓ ΒΔ.

THEOREMA LV. PROPOSITIO LV.

In secundo theoremate phænomenon Euclidis prætermittitur demonstratio huius. Si polus horizontis sit inter

tropicos, vel in aliquo ipsorum, quoties zodiacus rectus fiat ad horizontem in vna conuersione. Quare nos demonstrabimus: Siquidem polus horizontis sit in aliquo tropicorum, semel zodiacum rectum esse ad horizontem in vna conuersione, si vero sit inter tropicos, bis rectum esse.



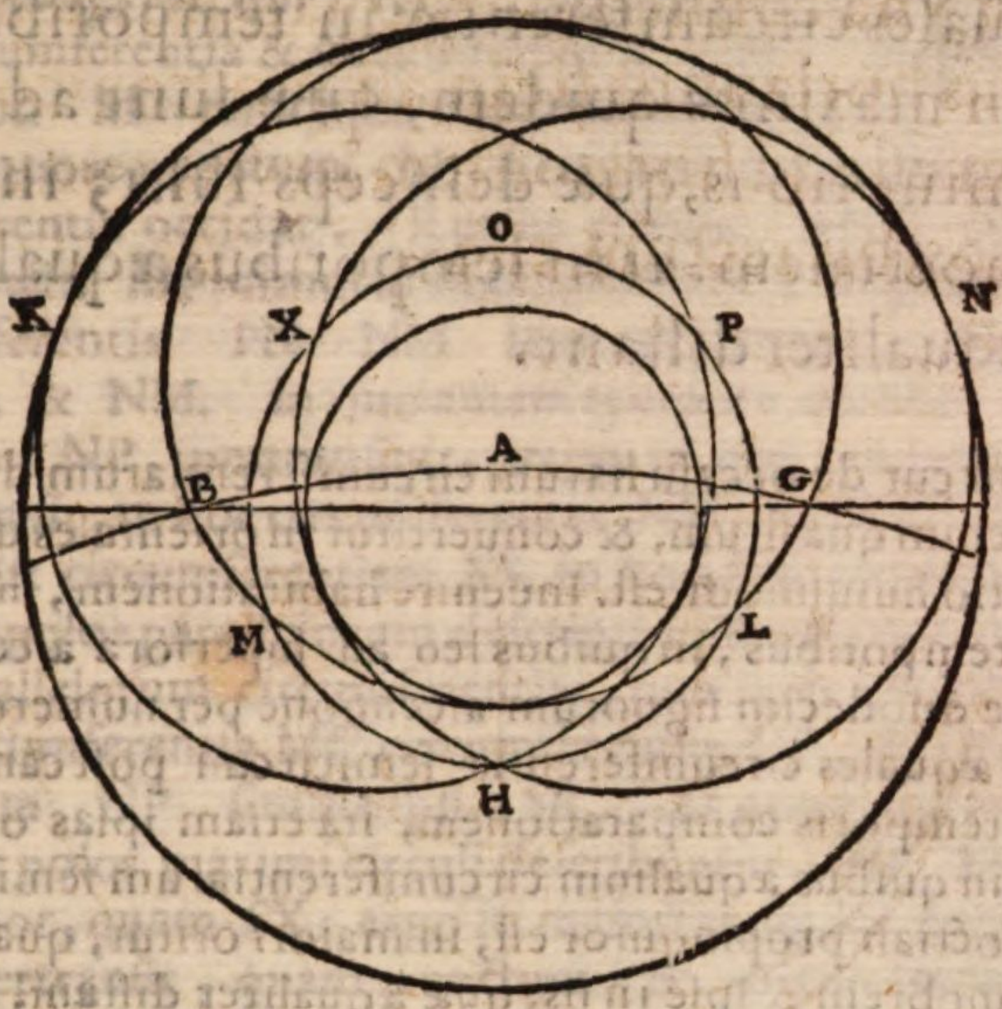
Sit enim Horizon ABH, tropicus æstiuus CG, hyemalis BH, meridianus autem ADE, zodiacus BFG; & horizontis polus in tropico æstiuo, qui sit D. Dico in vna conuersione zodiacum BFG semel esse rectum ad horizontem ABH. Quoniam enim in una conuersione punctum G circumferentiam GC pertransit, atque eam, quę ipsi continuata est sub terra, & rursus ad eundem locum redet: in hac autem conuersione G semel peruenit ad polum D, & zodiacus positionem sumit in KDL: erit is semel ad horizontem rectus; etenim per polos eius transit. Similiter autem & si polus horizontis sit in hyemali tropico, ut E, zodiacus semel erit rectus ad horizontem. Constat enim duos horizontis polos non esse in tropico siue æstiuo, siue hyemali, nam diametrum sphęræ non recipit circulus aliquis minor maximo. quare vterque tropicorum non transiens per centrum sphæræ, duos polos horizontis non recipit. punctum igitur G sub terra non transit per alterum polum horizontis, sed vterque tropicorum unum recipit polum. Quoniam enim G per diametrum opponitur ipsi B, atque habet G positionem ad polum D, habebit B sub terra in tropico hyemali alterum horizontis polum ipsi D oppositum. Non igitur in altero duorum tropicorum sunt duo poli, sed uterque in utroque tropicorum existit:

11 primi sphęric. Theodo.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LVI:

Sit polus horizontis inter tropicos, videlicet H. Dico zodiacũ bis fieri rectum ad horizontem in vna conuersione.

Descri-



Deſcribatur enim Zodiacus B*M*G. & ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL. Itaque puncto L ad H applicato Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus ſit primo ad horizootem: Rurſus cum punctum M circumferentiã MOH pertranſierit in conuerſione, atque ad H ſe applicuerit, Zodiacus poſitionẽ ſumens in KHPC rectus ſecundo ſit ad horizontem.) ſola enim LM puncta ex ijs, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML, in circulo MOL feruntur, & bis tantummodo faciunt Zodiacum ad horizontem rectum, per polum H tranſeuntia in vna mundi conuerſione. nam vtrumque punctorum ML totum circulum MOL percurrit. quare & per omnia puncta circumferentię circuli in una conuerſione trã ſeunt puncta ML. ergo & per H in una conuerſione vtrumque punctorum LM tranſibit. A B C

COMMENTARIVS.

Et ſit parallelus circulus, in quo H fertur MOL] *videlicet parallelus, qui in vna conuerſione deſcribitur à polo horizontis, hoc eſt à puncto H. Græcus codex* ἔστω δὲ κατοὺ φέρεται παραλλήλου κύκλου τὸ θ σημεῖον ὁ μλθ. *ſed puto legendum* ὁ μολ. A

Itaque puncto L ad H applicato, Zodiacus BMG poſitionem ſumens in NHX rectus ſit primo ad horizontem] *ex* 15. *primi ſphæricorum Theodoſii, cum per polos eius tranſeat.* B

Sola enim LM puncta ex iis, quę ſunt in Zodiaco, & quæ in parallelo ML in circulo MOL feruntur] *parallelus enim circulus* MOL *ſecat Zodiacum in duobus punctis* ML. *quare ſola ca puncta Zodiaci in circulo* MOL *feruntur.* Græcus codex μόνα γὰρ τὰ λο σημεῖα τῆς ἐπὶ τοῦ ζοδιακοῦ κύκλου &c. *legendum autem arbitror* μόνα γὰρ τὰ λμ σημεῖα. C

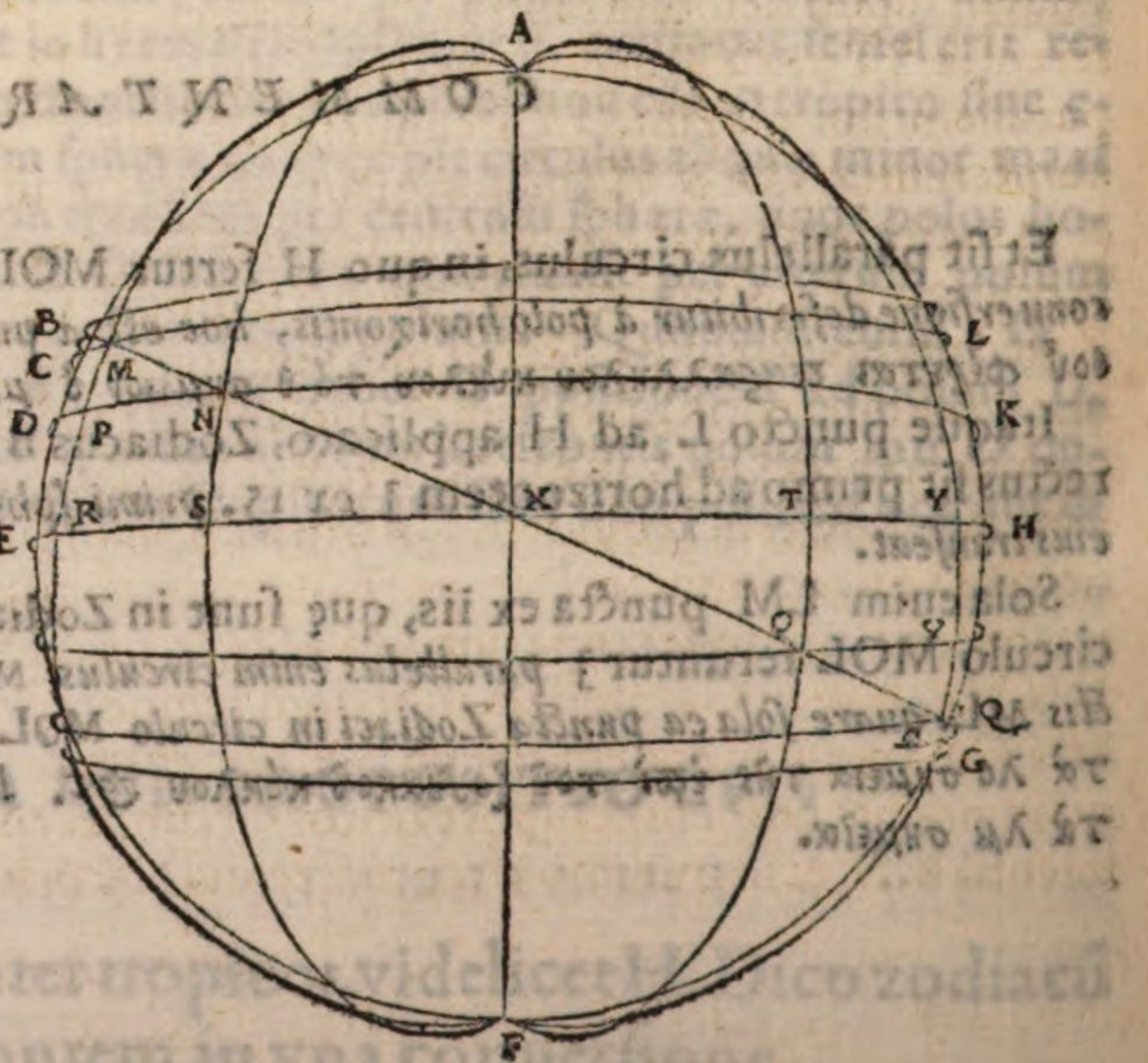
In

In duodecimo theoremate dicit Euclides. Semicirculi poſt Cancrum æquales circumferentiæ in temporibus inęqualibus
A occidunt, & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps ſunt; in minimis vero quæ ad æquinoctialem. at in temporibus æqualibus quæ ab æquinoctiali æqualiter diſtant.

Quæritur autem cur de occaſu harum circumferentiarum dicit, de ortu autem non itē, ſuperat enim quæſitum, & conuertitur in orientales determinationes. tota namque tractatio huiuſmodi eſt. Inuenire habitationem, in qua exempli gratia cancer in iiſdem temporibus, in quibus leo ad ſuperiora aſcendat. Hipparchus autem in libro de duodecim ſignorum aſcenſione per numeros oſtendit, nō perinde ut occidunt æquales circumferentiæ ſemicirculi poſt cancrum. quæ inter ſe quandam habent temporis comparationem, ita etiam ipſas oriri. etenim quaſdā eſſe habitationes, in quibus æqualium circumferentiarum ſemicirculi poſt cācrum, ſemper ea, æquinoctiali propinquior eſt, in majori oritur, quam quæ ad contactus tropicorum. quamobrem & ipſe in iis, quæ æqualiter diſtant, ab æquinoctiali, dixit, & in tempor bus ęqualibus exortus fieri. illud autem ex demonſtratione in phænomenis perſpicuum eſt. Similiter & in ſemicirculo poſt capricornum inquit,
A æquales circumferentię in temporibus inæqualibus oriuntur. & in maximis quidem, quæ ſunt ad contactus. in minoribus, quæ has conſequuntur, in minimis ve-
B ro quæ ad ęquinoctialem. at inæqualibus quæ ab æquinoctiali ęqualiter diſtant de occaſu autem ipſorum nihil dicit. ratio enim demonſtrationis in orientales inci-
C dit determinationes. atque eſt tractatio de his a Menelao Alexandrino conſcripta; de qua poſterius agemus.

THEOREMA LVII. PROPOS. LVII.

Si igitur per polos parallelorum ſit horizon, ita demonſtrabitur.



Sit horizon per polos parallelorum ABCDEFH, & ſemicirculus Zodiaci poſt cançrum BXG: maximus autem parallelorū ſit HXE, & diuidatur quadrās BNX in partes æquales in punctis MN, & per A & vtrumque MN maximi circuli deſcribantur. tranſibunt vtique etiam per alterum polum, qui ſint AMF ANF, & rurſus per M N deſcriban-

tur

tur paralleli circuli CML DNK. Quoniam igitur vnuſquiſque ſemicirculorum AMF ANF congruit ipſi ADF ſemicirculo occidentali, ſimul enim occidit MB circumferentia & circumferentia CM; in quo autem tempore MO occidit, in hoc M punctum circumferentiam MC pertranſiuit: ſequitur vt in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & MB circumferentia occidat. Rurſus circulo AMF horizontis poſitionem aſſumente, puncta MP ſimul in horizonte ſunt, & puncto N facto in horizonte, circumferentiæ PN NM iam occiderunt. ſimul enim occidit circumferentia PN, & NM. in quo autem tempore occidit NP, punctum N circumferentiam NP pertranſiuit. ergo in quo tempore N circumferentiam NP pertranſit, in hoc circumferentia NM occidit. Similiter & in quo tempore X pertranſit circumferentiam XS, in hoc NX circumferentia occidit. Itaque quoniam per polos parallelorum deſcripti ſunt maximi circuli, ſimiles abſcindent eorum parallelorum circumferentias, quæ inter ipſos interiiciuntur. Similis igitur eſt circumferentia MC circumferentiæ DP, & circumferentiæ ER. circumferentia autem NP ſimilis ipſi SR. Et quoniam æquales ſunt BM MN, NX, & per polos maximi circuli deſcribuntur, erit ER maior, quam RS, & RS maior, quam SX. ergo in maiori tempore punctum R circumferentiam RE pertranſit, quam punctum S circumferentiam SR: & punctum S circumferentiam SR pertranſit in maiori tempore, quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo quidem tempore punctum R circumferentiam RE pertranſit, in hoc & punctum M circumferentiam MC. in quo autem punctum S circumferentiam SR, in hoc & N circumferentiam NP. in maiori igitur tempore punctum M circumferentiam MC pertranſit, quam punctum N circumferentiam NP: & punctum N circumferentiam NP in maiori tempore, quam punctum X circumferentiam XS. Sed in quo tempore punctum M pertranſit circumferentiam MC, in hoc & BM circumferentia occidit: in quo autem punctum N pertranſit NP, in hoc occiditur MN, & in quo X pertranſit XS, in hoc & NX occidit. quare in maiori quidem tempore occidit BM, in minori autem MN, & in minimo NX. Simili ratione, & quę ſunt in quadrante XG demonſtrabuntur. At vero in maiori tempore oriri BM, quam MN, & MN in maiori, quam NX ſic oſtendemus. ſecetur enim quadrans XG ſimiliter, ut BX in punctis Oω, & per polum A, & puncta Oω maximi circuli deſcribantur FOA. FωA. Eodem modo demonſtrabitur circumferentia HY maior, quam ſimilis circumferentiæ YT, & YT maior, quam ſimilis ipſi TX. & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo. Circumferentia igitur Qω maior eſt, quam ſimilis circumferentiæ VO: & VO maior, quam ſimilis circumferentiæ TX. & ob id punctum ω in maiori tempore circumferentiam ωQ pertranſit, quam punctum O circumferentiam OV. & punctũ O in maiori tempore pertranſit circumferentiam OV, quã X circumferentiam XT. Sed in quo tempore ω pertranſit circumferentiam ωQ, in hoc circumferentia ωG oritur. in quo autem tempore O pertranſit OV, in hoc oritur circumferentia Oω. & in quo X pertranſit XT, in eo oritur XO. In maiori igitur tempore circumferentia quidem Gω oritur, quam circumferentia ωO. circumferentia uero ωO oritur in maiori tempore, quam circumferentia OX. sed in eodem tẽpore unaquęque circumferentiarum Gω ωO OX oritur, in quo unaquæque ipſarum BM MN NX. hoc eſt Gω quidem in eodem tempore, in quo BM, & ωO in eodem, in quo MN, OX autem in eodem, in quo NX. hoc enim & in elemento demonſtratum eſt. ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autem circumferentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur.

COM-

COMMENTARIVS.

A Et in maximis quidem, quæ sunt ad contactus tropicorum, in minoribus, quæ deinceps sunt; in minimis vero, quæ ad æquinoctialem] *Græcus codex* καὶ ἐν μείζοσιν ἃι πρὸς ταῖς συναφαῖς τῶν τροπικῶν ἐν ἐλαχίσοις θ αι πρὸς τὸν ἰσημερινῶ. *Sed corrige ex Euclide ipso.* καὶ ἐν πλείοσιν μὲν οἱ πρὸς ταῖς συναπτούσαις τῆς τροπικῶν, ἐν ἐλάσσουσι δὲ ἃι ἐξ τούτων, ἐν ἐλαχίσοις δὲ αἱ πρὸς τῶ ἰσημερινῶ.

B Transibunt vtique etiam per alterum polum] *si enim non transeant per alterum polum, maximi circuli sese bifariam non secabunt, quod est absurdum ex* 11. *primi Sphæricorum* Theodosii.

C Itaque quoniam per pollos parallelorum descripti sunt maximi circuli, similes abscindent parallelorum circumferentias, quæ inter ipsos interiiciuntur] *ex* 10. *secundi Sphęricorum* Theodosii.

D Et quoniam æquales sunt BM MN NX, & per polos maximi circuli describuntur, erit ER maior, quam RS, & RS maior quam SX] *ex* 6. *tertii libri Sphæricorũ* Theodosii, *& ex* 21. *huius.*

E Eodem modo demonstrabitur circumferentia HY maior, quam similis circumferentiæ YT, & YT maior, quam similis ipsi TX; & circumferentiæ circulorum parallelorum maximo] *Demonstrabitur enim similiter ex* 6. *tertii libri Sphæricorũ* Theodosii. *& ex* 21. *huius circumferentiam* HY *maior, quam circumferentia* YT, *& rursus* YT *maior, quam* TX. *Et cum sint circumferentiæ eiusdem circuli, erit* HY *maior, quam similis ipsi* YT, *&* YT *maior, quam similis* TX. *Sed circumferentia* Qω *similis est circumferentię* HY, *& circumferentia* VO *similis circumferentię* YT. *circumferentia igitur* Qω *maior est, quam similis circumferentię* VO, *&* VO *maior, quam similis ipsi* YT.

F Hoc enim & in elemento demonstratum est] *Demonstratur etiam ab Euclide hoc loco, circumferentias, quę ab æquinoctiali æqualiter distant, in temporibus æqualibus, & occidere, & oriri.*

G Ergo in maiori quidem tempore oritur circumferentia BM, in minori autẽ circumferentia MN, & in minimo circumferentia NX oritur] *Græcus codex* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείονι χρόνω ἡ μβ, ἐν ἐλαχίστω δὲ ἡ νξ. *sed corrige.* ἀνατέλλει ἄρα ἐν πλείσω χρόνω ἡ μβ, ἐν ἐλάσσονι δὲ αἱ μν, ἐν ἐλαχίστω δὲ ἡ νξ.

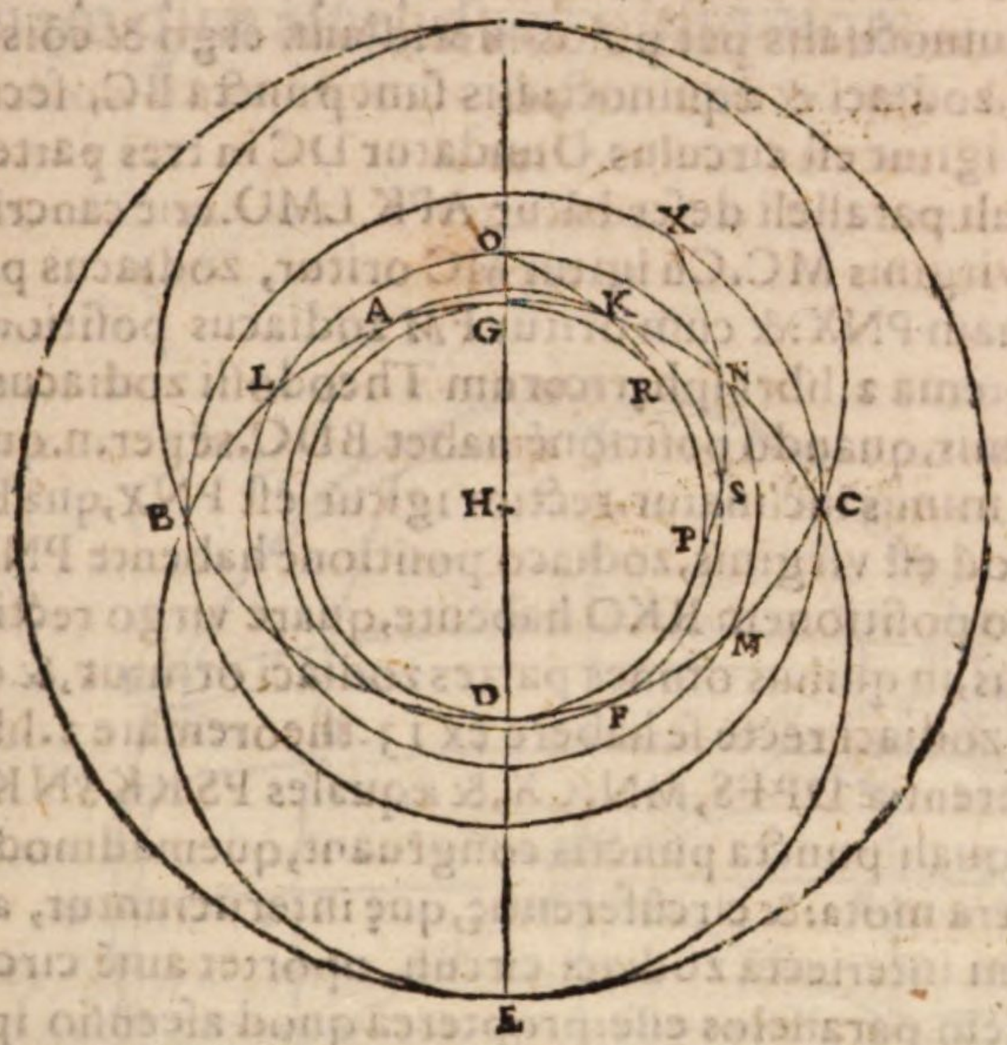
Ostensum igitur est ex æqualibus circumferentis semicirculi quidem post cancrum, eam, quæ propinquior est tropico æstiuo in maiori tempore occidere, quam quæ remotior est, semicirculi vero post capricornum, qui propinquior est hyemali tropico in maiori tempore oriri, quam quæ remotior. Si verò aliquis quæsierit, an econtra eueniat, vt scilicet ex æqualibus circumferentijs semicirculi post cancrum, semper quæ propinquiores sunt tropico æstiuo in maiori tempore oriantur, quam quæ sunt remotiores. Dicendum est non in omni habitatione hoc contingere posse. siquidem ostendetur in aliquibus horizõtibus virginem rectiorem ascendere, quam leonem, & contra

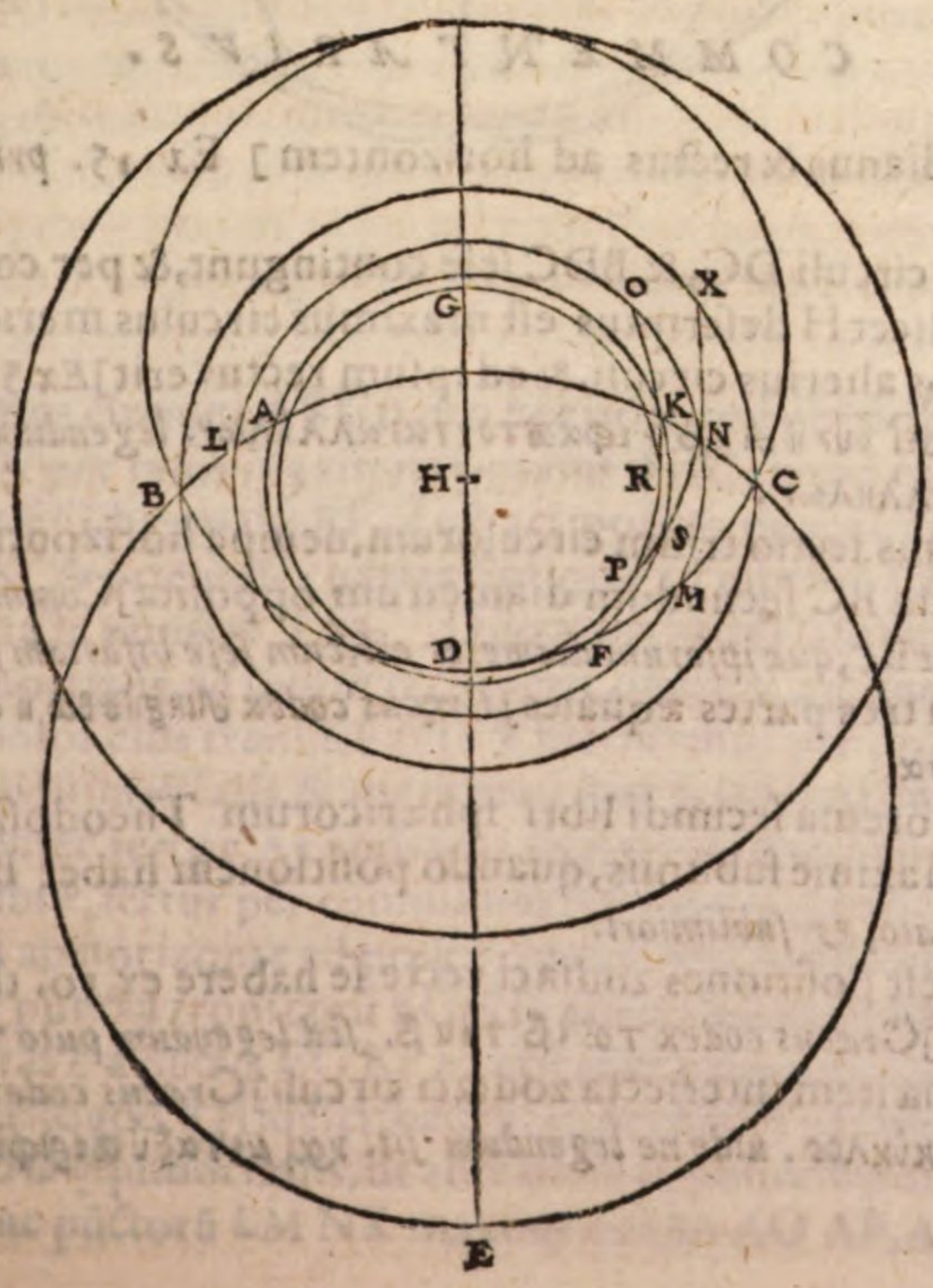
leonem

leonem in maiori tempore oriri, quam virginem. & leonem rectius ascendere, & in maiori tempore oriri, quam cancrum.

THEOREMA LVIII. PROPOS. LVIII.

At in omni climate, vbi ortus & occasus est duodecim signis, virginem rectiorem ascendere, quam leonem, ita ostendetur.





Sit horizō ABC, tropicus aūt ęſtiuus DG, & in primo quidē caſu cōtingat horizontem in ſecundo aūt ſecet: & polus ipſius ſit H: perq; H & horizōtis polos deſcribatur maximus circulus GHE. erit igitur meridianus & rectus ad horizontem, etenim per polos ipſius eſt deſcriptus. deſcribatur ēt per D zodiacus circulus BDC, & ſit BC circulus æquinoctialis, vt eſt. Itaque quoniā circuli DG, & BDC ſeſe contingūt, & per contactum D, & per polos vnius DG, videlicet H deſcriptus eſt maximus circulus meridianus GHDE. tranſibit etiā per polos alterius circuli BDC, & ad ipſum rectus erit. quare & zodiacus erit ad meridianū rectus, & propterea per polos eius tranſibit. eſt aūt & horizon, & æquinoctialis per polos meridiani. ergo & cōis ſectio triū circulorū, nēpe horizontis, zodiaci & æquinoctialis ſunt puncta BC, ſecundū diametrū oppoſita. æquinoctialis igitur eſt circulus. Diuidatur DC in tres partes ęquales in pūctis FM. & per FM circuli paralleli deſcribāt ur AFK LMO. erit cancri quidem ſignū DF, leonis uero FM, & virginis MC. Cū igitur MC oritur, zodiacus poſitionē quādā habebit, habeat eam, quam PNX: & cum oritur FM zodiacus poſitionē habeat, quā RKO. ergo per 22. theorema 2. libri ſphęricorum Theodoſii zodiacus rectiſſimus ē, videlicet maxime ſublimis, quando poſitionē habet BDC. sēper. n. quo propinquior eſt contactui æſtiuo, eo minus inclinatur. rectior igitur eſt PNX, quā RKO. & NX quidem ſignum oritur, quod eſt virginis, zodiaco poſitionē habente PNX: KO autē leonis ſignū oritur zodiaco poſitionem RKO habente, quare virgo rectior aſcēdit, quā leo in iis habitationibus, in quibus omnes partes zodiaci oriūtur, & occidunt. & manifeſtum eſt poſitiones zodiaci recte ſe habere ex 13. theoremate 2. libri ſphæricorū, ſimiles. n. ſunt circumferentiæ DP FS, MN, CX, & æquales PS KK ſNKO, ita ut cōuerſa ſphęra in tempore æquali puncta punctis congruant, quemadmodum demonſtratum eſt in libro de ſphæra mota: & circūferentię, quę interiiciuntur, æquales ęqualibus. & circūferentia item interiecta zodiaci circuli, oportet autē circūferentia æqualem ipſi MC inter eoſdem parallelos eſſe: propterea quod aſcenſio ipſius MC eadē ſumitur, quę NX, non procedit autem theorema in maiori eleuatione, quando horizon contingat maiores circulos, quam quos zodiacus contingit.

COMMENTARIVS.

A Erit igitur meridianus & rectus ad horizontem] Ex 15. *primi libri ſphæricorum Theodoſii.*

B Itaque quoniam circuli DG, & BDC ſeſe contingunt, & per contactum, & per polos unius DG, videlicet H deſcriptus eſt maximus circulus meridianus GHDE, tranſibit etiam pet polos alterius circuli, & ad ipſum rectus erit] *Ex 5. ſecundi libri ſphęricorum. Græcus codex* ἐπεὶ οὖν ἡ ΔΗ τῇ ΒΓ ἐφάπτονται ἀλλήλων. *legendum puto.* ἐπεὶ οὖν ὁ ΔΗ κ ΒΔΓ ἐφάπτονται ἀλλήλων.

C Ergo & communis ſectio trium circulorum, nempe horizontis, zodiaci, & æquinoctialis ſunt puncta BC ſecundum diametrum oppoſita] *Communis ſectio dictorū circulorum eſt recta linea* BC, *quæ ipſorum diameter eſt, cum ſeſe bifariam ſecent.*

D Diuidatur DC in tres partes æquales] *Gręcus codex* διηρήσθω ἡ ΔΓ εἰς δύο ἴσα. *legendum puto* εἰς τρία ἴσα.

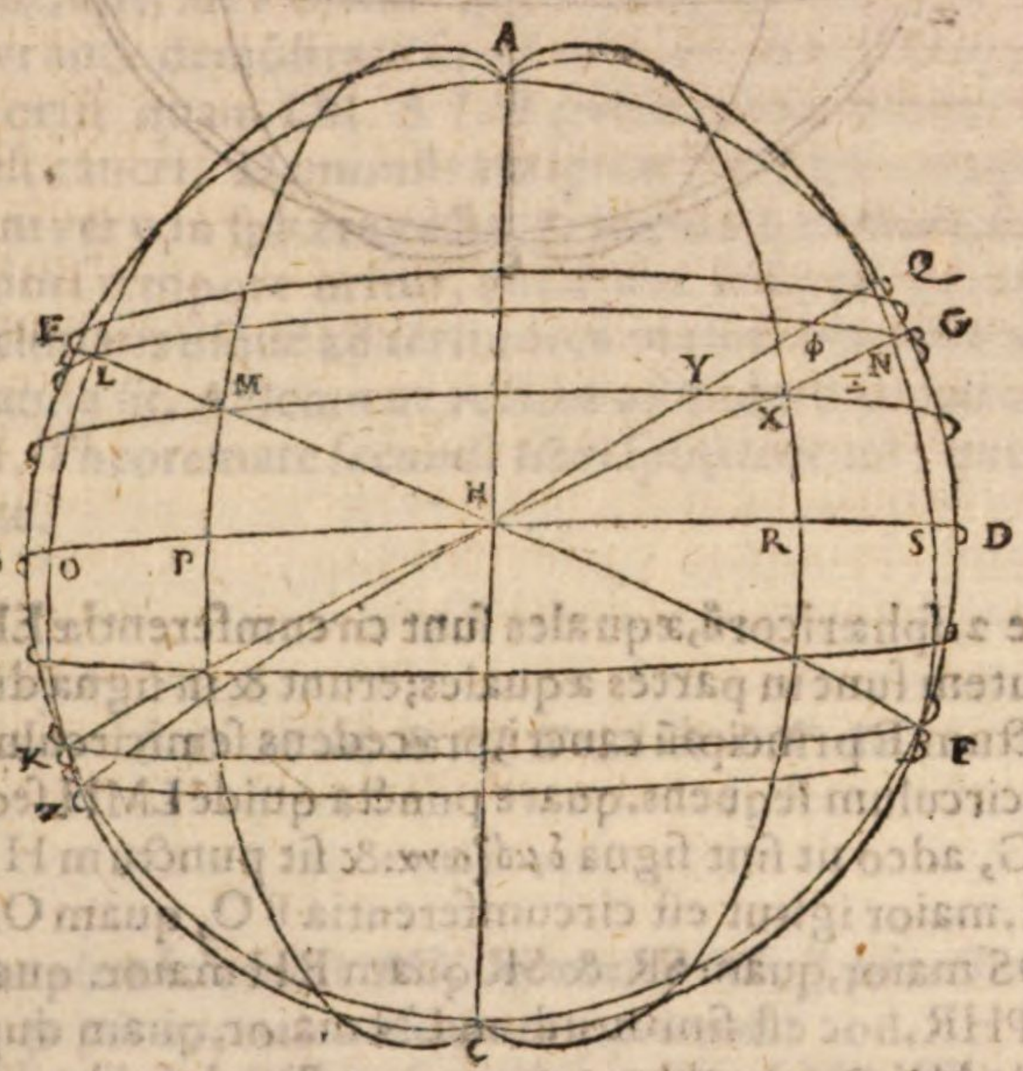
E Ergo per 22. theorema ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii zodiacus rectiſſimus eſt, uidelicet maxime ſublimis, quando poſitionem habet BDC.] *Rectiſſimum dixit pro minus inclinato, & ſublimiori.*

F Et manifeſtum eſt poſitiones zodiaci recte ſe habere ex 10. theoremate ſecundi libri ſphæricorum] *Græcus codex* τῶ ιβ τοῦ β. *ſed legendum puto* τῶ ι γ.

G Et circumferentia item interiecta zodiaci circuli] *Græcus codex* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ὁ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλος. *uide ne legendum ſit.* καὶ μεταξὺ περιφέρεια ἡ τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου.

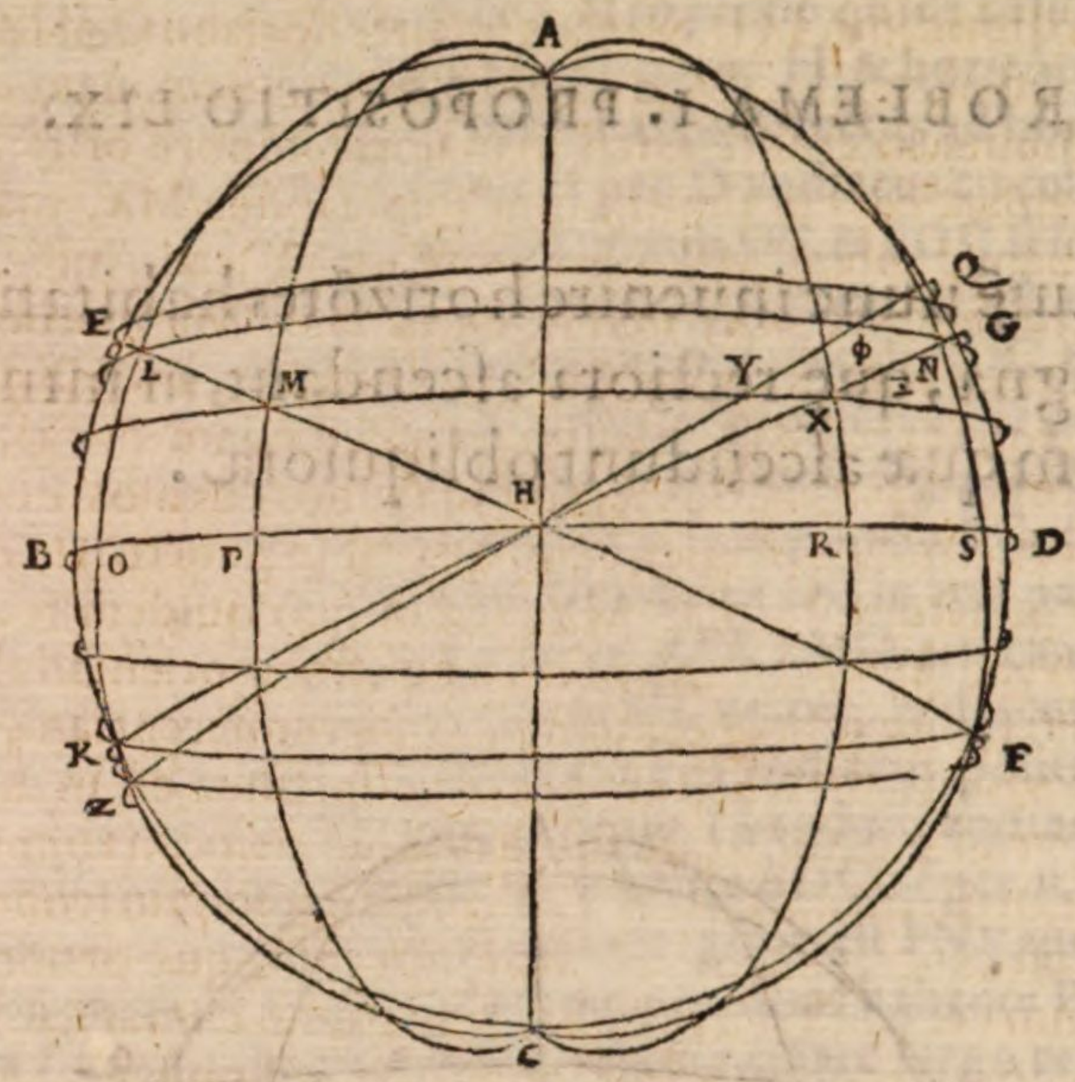
PROBLEMA I. PROPOSITIO LIX.

Oporteat autẽ nunc inuenire horizõtes habitationũ, in quibus zodiaci signa, quę rectiora ascendant, in minori tempore oriuntur, quam quæ ascendunt obliquiora.



Exponatur maximus circulus ABC*D* pro horizõte, qui per polos parallelorũ trãsit, sintque poli AC, & per ipsos maximus circulus AHC, hoc ẽ meridianus. Sit autẽ æstiuus semicirculus EG, hyemalis KF. Zodiaci positio interdum quidem sit EHF, interdum uero GHK. & orientales partes sint, quæ ad puncta GDF. diuidaturque quadrans EH in signa in punctis LM. Quoniam igitur horizon transit per polos sphæræ, hoc est æquinoctialis, ad ipsum rectus erit. quare & æquinoctialis ẽ ad horizontẽ rectus, & per polos eius transit. ẽ autẽ & meridianus per polos horizontis. quare communis sectio æquinoctialis, & meridiani sunt poli horizontis, & per ipsos æquinoctialis continenter fertur. At zodiacus secundum duo puncta tantũ, quæ sunt principia arietis & libræ, fertur per communes sectiones æquinoctialis & meridiani. ergo circumferentia ab horizonte ad polũ ẽ quadrantis, uidelicet partiũ nonaginta: Et sunt in horizonte puncta tropicorũ EG KF. a quib. ad meridianũ ẽ quadrãtis circũferẽtia. ergo quadrãs ẽ a pũctis EG KF ad cõe pũctũ æquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizõtis, quod ẽ H. describantur ẽt per LMH paralleli circuli LN, MX BHD. erit utique BOD æquinoctialis, ut ante dictũ ẽ. postremo describãtur per polũ A, & per unũquodque pũctorũ LM NX maximi circuli AO AP, AR AS. Et quoniam ex

A
B
C
D
E
F
G
H



ex 13. theoremate 2. ſphæricorũ, æquales ſunt circumferentiæ EL, GN, & LMNX, & MHXH. diuiſæ autem ſunt in partes æquales; erunt & in ſigna diuiſæ, & inter ſe æqua
K les. atque eſt punctum E principiũ cancri, præcedens ſemicirculum: & punctũ G prin cipiũ cancri ſemicirculum ſequens. quare puncta quidẽ LMH ſequũtur E, pũcta vero NXH præcedũt G, adeo ut ſint ſigna ὁμόζωνα: & ſit punctum H Arietis ſecundũ G,
L & libræ ſecundũ E. maior igitur eſt circumferentia BO, quam OP: & OP maior, quã
M PH. Similiter & DS maior, quam SR. & SR quam RH maior. quare OHS maior erit,
N quã dupla ipſius PHR, hoc eſt ſimilitudine LN maior, quam dupla ipſius MX. ſit Lφ ſimilitudine dupla MX: & per φH maximus circulus deſcribatur Qφ HZ. erit is rectus ad ABCD horizontem. etenim punctum H eſt horizontis polus. Itaque dico ſi conſtituamus horizontem uel Qφ HZ uel GHK, qui æſtiuum tropicum EG contin-
O git, in habitatione, quę cadit inter QG, oſtendetur virgo rectior aſcendere, quã leo,
P in maiori autem tẽpore leo oriri, quã virgo. Quoniam, n. poſuimus talẽ horizontem maiores circulos non contingere, quam ſint circuli tropici, conſtat ex eo, quod ante demonſtratum eſt virginem rectiorem aſcendere, quam leonem. ponatur primũ ho rizon GHK, & ſit ipſius orientalis ſemicirculus GHK, meridiano exiſtente ABCD ad parallelos & ad GHK recto. tropicus igitur æſtiuus EG erit circulus arcticus horizõ tis GHK. atque erit cancri ſignum EL, leonis LM, & virginis MH. circumferentia au tem MH rectior eſt, quam LM, & eſt MH virginis. ergo MH rectior aſcendit, quam LM. Dico LM in maiori tempore oriri, quam MH. Quoniam. n. demonſtratũ ẽ LN ſi militudine maiorẽ eſſe, quã duplã ipſius MX, & in quo quidẽ tẽpore punctũ L circũ-ferentiã NL pertrãſit, oritur LH, etenim cum L a puncto N orientis incipiat pertran ſire LN, aſcẽdet LH, nãque H ẽ in horizõte oriẽtali, in quo aũt tẽpore pũctũ M circũfe rentiam XM pertranſit, eadem rationẽ MH oritur: conſtat LH in maiori tempore oriri, quam ut duplum eius, in quo oritur MH. quare maius eſt tempus ortus LM, quã MH. Si enim a tempore ortus LH auferatur tempus MH minus, quam dimidium, quod tempus LH ſit maius, quam duplum, relinquetur tempus

ipſius

ipſius LM maius, quam dimidium temporis LH, maius exiſtẽs tẽpore MH, quod eſt minus, quam dimidium LH. Rurſus ſit alter horizon QΦHZ meridiano exiſtẽte ABCD, recto ad parallelos, & ad QΦHZ horizontem. nam cum H ſit meridiani polus, recti adinuicem erunt. Dico in maiori tempore oriri LM, quam MH. Quoniam enim ablata eſt LΦ ſimilitudine dupla ipſius MX, manifeſtum eſt LΦ maiorem eſſe, quam duplam MY. nam punctum Y cadit inter MX. ſiquidem cõ ſtat HΦQ non tranſire per MX; fierent enim HM XH maximorum circulorum diametri, quę quidem ſunt minores totis ſemicirculis EMHF GXHK. quod fieri non poteſt. Sed neque extra MX, etenim tranſibit etiam per Φ, ut poſitum eſt: & per HΦ deſcriptus circulus rurſus ſecabit maximos circulos ELF GXK in alio pũcto, atque erit ſectio minor ſemicirculo, quæ eſt in puncto H, quod fieri non poteſt. cadet igitur punctum Y inter MX. ſed in quo quidem tempore punctum L circumferentiam ΦL percurrit incipiens a puncto Φ orientalis horizontis, oritur LH. in quo autem tempore M percurrit YM circumferentiam, incipiens a pũcto Y orientalis horizontis, MH oritur. quare perſpicuum eſt in maiori tempore oriri LM, quã MH, vt ante demõſtratũ fuit. Eodẽ mõ demõſtrabimus circũferentiã EL in maiori tẽpore oriri quam LM. & LM circumferentiam leonis rectius aſcendere quam EL, quæ eſt cancri. Demonſtrata igitur ſunt, quæ proponebantur. Secundum Problemæum vero in ſphæra recta, & in primo climate, & ſecundo concorditer. cancer in maiori tempore oritur, quam leo. ſed poſt gr. 16. M 27. eleuationis poli ſecundi climatis uſque ad tertium in maiori tempore oritur leo, quam cancer, ita vt diſcrepantia ſit. At leonem rectius aſcendere, quam cancrum demonſtrabitur rurſus ex 21. Theoremate ſecundi libri ſphęricorum; quemadmodum in antecedenti lemmate.

COMMENTARIVS.

Sit autem æſtiuus ſemicirculus EG, hyemalis KF,] *per æſtiuum circulum intellige re tropicum cancri, & per hyemalem tropicum capricorni.* A

Diuidaturque quadrans EH in ſigna in punctis LM] Græcus codex καὶ διηρήσθω τὸ εθ τεταρτημόριον εἰς τὰ ζῴδια τὰ λ μ. *ego legendum puto.* κατὰ τὰ λ μ. B

Quare communis ſectio æquinoctialis, & meridiani ſunt poli horizontis.] *In ſphęra recta, de qua nunc ſermo eſt, æquinoctialis & verticalis iidem ſunt, communis autem ſectio verticalis, & meridiani eſt gnomon, ut ſcribit Ptolemæus in libro de analẽmate cuius termini ſunt poli horizontis. ſed fortaſſe hoc dixit Pappus intelligens per æquinoctialẽ, & meridianum circumferentias tantum eorum circulorum, quarum communes ſectiones ſunt horizontis poli, & eadem ratione in antecedenti theoremate dixit communem ſectionem triũ circulorum, nempe horizontis, Zodiaci, & æquinoctialis eſſe puncta BC ſecundum diametrum oppoſita.* C

At Zodiacus ſecundum duo puncta tantum, quæ ſunt principia Arietis & libræ fertur per communes ſectiones æquinoctialis & meridiani] Græcus codex *corruptus eſt, vt reor, in quo legitur.* διὰ ζωδιακὸς ζ ζογοῦ ὁ τὸν κοινῶν τομᾶν. *ſed vide ne legendum ſit* διὰ τόν κοινῶν τοπῶν. D

Et ſunt in horizonte puncta tropicorum EG KF, a quibus ad meridianum eſt quadrantis circumferentiæ] *& hoc loco Græcus codex corruptus eſt, ni fallor, qui ſic habet.* καὶ εἰσὶν ἐπὶ τοῦ ὀρίζοντος τὰ εη κζ ὄντα τὸν ἀφ' ὧν σημεῖα τὸν τροπικῶν ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν τεταρτημορίον. *fortaſſe vero ita corrigetur.* τὰ εη κζ ὄντα σημεῖα τὸν τροπικῶν, ἀφ' ὧν ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν. *&c.* E

Ergo

F Ergo quadrans est a punctis EG KF ad commune punctum æquinoctialis circuli, & meridiani, & poli horizontis, qui est H.] *Quod in principio posuit nunc demonstrat, posuit enim supra EH quadrantem esse, cum dixit diuidatur quadrans EH in signa in punctis LM.*

G Describantur etiam per LMH paralleli circuli LN MX BHD] *Græcus codex* καὶ διὰ τῶν λ μ θ παράλληλοι γεγράφθωσαν αἱ λ μ νξ. *lege* οἱ λ ν μ ξ. *parallelus autem LN quadrantem zodiaci GH in puncto N secet, & MX eundem secet in X.*

H Et quoniam ex 13. theoremate secundi libri sphæricorum æquales sunt circumferentiæ EL GN & LM NX, & MH XH: diuisæ autem sunt in partes æquales: erunt & in signa diuisæ, & inter se æquales] *Quadrans EH diuisus est in tres partes æquales, hoc est in signa EL LM MH. Sed cum æquales sint EL GN, & LM NX & MH XH, erit & quadrans GH in totidem partes æquales diuisus; videlicet in signa, & omnes hæ circumferentiæ inter se æquales erunt. Græcus codex* καὶ ἐπεὶ δὴ τῷ ἰβῳ τοῦ δευτέρου &c. *theorema illud est tertiũdecimum secundi libri, non duodecimum, quare scribendum erit* ιγ.

K Atque est punctum E principium cancri præcedens semicirculum, & punctum G principium cancri semicirculum sequens,] *Punctum enim E est principium cancri, L principium leonis, M virginis, & H libræ. rursus H est principium Arietis, X principiũ tauri, N geminorum, & G cancri*

L Et libræ secundum E] *Græcus codex* καὶ ζυγοῦ ὁ κατὰ τὸ ε, *uel legemus* καὶ ζυγοῦ *uel* ζυγοῦ *pro eodem accipiemus.*

M Maiori igitur est circumferentia BO, quam OP, & OP maior, quam PH. Similiter & DS maior, quam SR, & SR, quam RH maior] *Ex 6. tertii libri sphæricorum, uel ex 21. huius.*

N Quare OHS maior erit, quam dupla ipsius PHR, hoc est similitudine LN maior, quam dupla ipsius MX] *Est enim ex 10. secundi libri sphęricorum LN similis ipsi OHS, & MX similis PHR.*

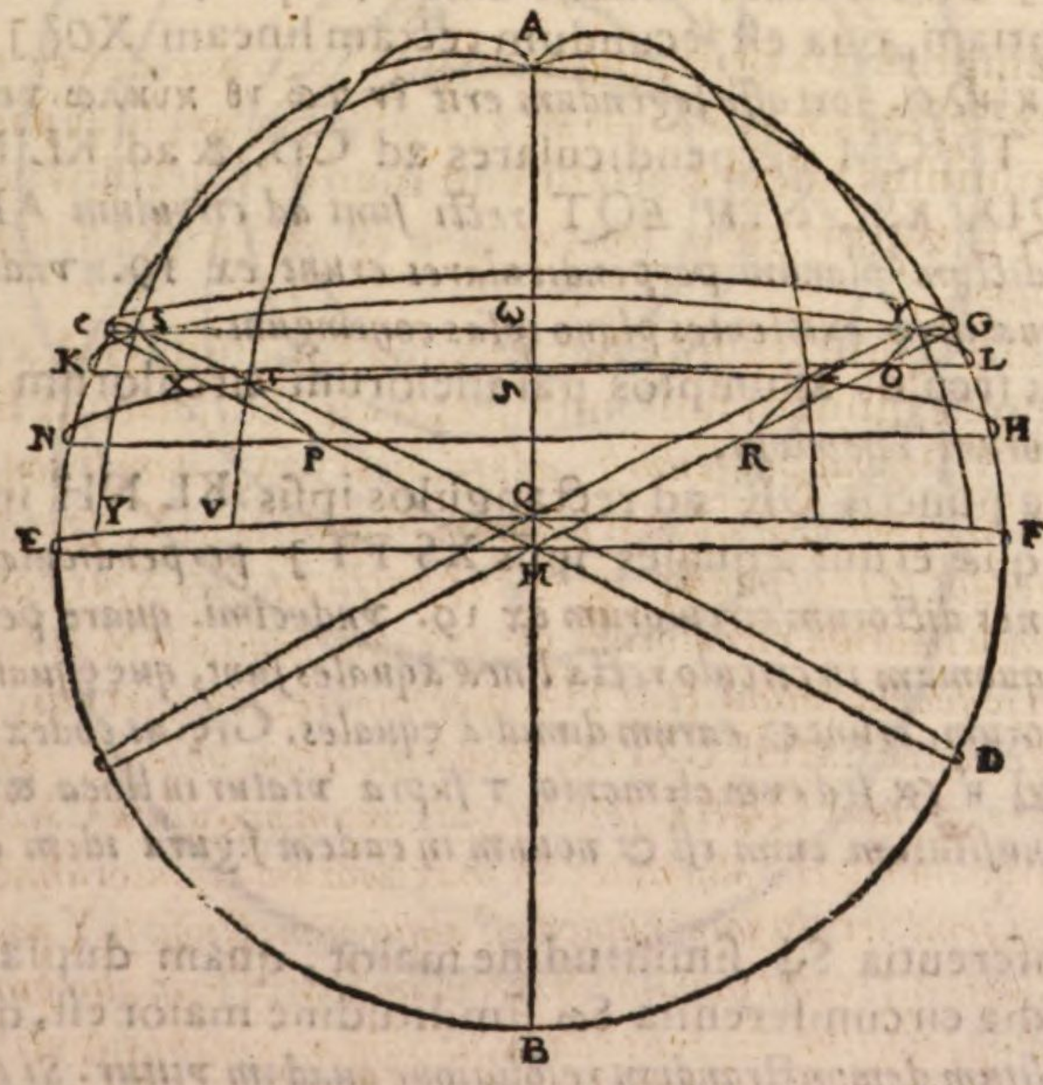
O In maiori autem tempore leo oriri, quam virgo] *Græcus codex* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ παρθένου ἀνατέλλων. *sed legendum* ἐν πλείονι δὲ χρόνῳ ὁ λέων παρθένου ἀνατέλλων.

P Quoniam enim posuimus talem horizontem maiores circulos non contingere] *Græcus codex.* ἐπεὶ περ ἐν πλείονι χρόνῳ ὑπεθέμην ὁρίζοντα &c. *delenda sunt ea verba* ἐν πλείονι χρόνῳ, *ut opinor.*

Q Siquidem constat HΦQ non transire per MX, fierent enim HM XH maximorum circulorum diametri, quæ quidem sunt minores totis semicirculis EMHF, GXHK, quod fieri non potest.] *Probat punctum Y cadere, inter MX. nam si non cadit inter MX, uel cadet in ipsis MX punctis, uel extra. cadat primum in punctis MX, & quoniam maximi circuli GXHK QΦHZ secant se se in puncto H, & in puncto M, uel X, ut ponitur, erunt iunctæ HM HX semidiametri maximorum circulorum & circumferentiæ HM HX semicirculi, quod circuli maximi bifariam se secent. atqui HM HX sunt minores semicirculis, ponebantur enim semicirculi totæ circumferentiæ EMHF GXHK, quod fieri non potest. Si autem punctum Y cadit extra X, maximus circulus QΦHZ secabit maximum circulum CXHK in alio puncto inter XN. secet in Ξ. ergo iuncto HΞ diameter est maximorum circulorum, & circumferentia HΞ semicirculus, quę est semicirculo minor, quod est absurdum. Quod si Y cadat extra M, rursus maximus circulus QΦHZ secabit maximum circulum EMHF in alio puncto, quam H, & idem, quod prius absurdum sequitur Græcus codex, ut opinor, corruptus est: ita enim habet* ὅτι μὲν γὰρ &c. γίνονται γὰρ διάμετρος τῶν μειζόνων κύκλων αἱ θμ ξθ ἐλάσσονος γὰρ &c. καὶ ἔσαι ἡ κοινὴ τὸ ἐλάσσονος ἡμικυκλίου ἢ ἀπὸ τοῦ ε ὅτερ ἀδύνατον. *Sed forte corrigetur in hunc modum.* γίνονται γὰρ διάμετροι τῶν μειζόνων κύκλων &c. ἐλάσσονες γάρ &c. καὶ ἔσαι ἡ τομὴ τὸ ἔλασσον τοῦ ἡμικυκλίου ἢ ἀπὸ τοῦ θ.

THEOREMA LIX. PROPOSITIO LX.

Sit per polos sphęrę circulus ABCD, poli autem sphęræ AB. & sit alius circulus maximus CD, obliquus quidem ad parallelos, rectus vero ad circulum ABCD, & diuidatur quadrans CQ in tres partes æquales ad puncta ST, & per STQ describátur circuli paralleli: sintque ipsorum, & circuli ABCD communes sectiones CD KL NH EF, quæ quidem & diametri fiunt. Sit præterea ipsi kL parallela CG. æstiuus igitur tropicus circa CG descriptus rectus est ad circulum ABCD, continget enim in C. & iungatur MG. Dico circumferentiam, quæ est secundum rectam lineam XO, habetque basim ipsi XO æqualem similitudine maiorem esse, quam duplam circumferentiæ, quæ est secundum rectam PR in circulo NH. A B C D E



Intelligantur enim communes sectiones omnium circulorum. erunt vtique SX TP QM perpendiculares ad CD; & ad KL NH EF. Describantur per STQ & per A circulorum maximorum circumferentiæ AY AN AQ. quare AQ emicirculos assumptos parallelorum circulorum bifariam secat. Ducantur etiam a punctis OR ad rectos angulos ipsis KL NH in planis semicirculorum OΨ RZ; quæ erunt æquales ipsis XS PT. ergo & circumferentiæ secundum rectas lineas XO PR erunt SΨ TZ. est igitur circumferentia SΨ similitudine maior F G H K

ior quam dupla circumferentiæ TZ quare & dimidia circumferentia Sω similitu-
L dine maior est, quam dupla dimidiæ Ts. Sed circumferentia quidem Sω similis est
M circumferentiæ YQ, circumferentia vero Ts similis ipsi VQ. Similitudine igitur circumferentia YQ maior est, quam dupla circumferentiæ VQ. quod quidem ita se habet. nam circumferentia ST æqualis est circumferentiæ TQ. & per polum,
N & per STQ maximi circuli describuntur, hoc enim in sphæricis demonstratum est.

COMMENTARIVS.

A Sit per polos sphæræ circulus ABGD] *Hoc theorema uidetur quodammodo super uacaneum. quod enim in eo demonstratur, satis superque demonstratum iam fuit.*

B Quę quidem & diametri fiunt] *Nam CD maximi circuli CQD diameter est, & KL NH EF sunt diametri parallelorum circulorum.*

C Aestiuus igitur tropicus circa CG descriptus rectus est & ad circulum ABCD. continget enim in C] *Græcus codex sic habet* ὁ ἄρα περὶ τὴν γν θ ὁρτὸς ἐστὶ πρὸς τὸν αβγδ ἡ γν ἐφάπτεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *ego sic legendum puto.* ὁ ἄρα περὶ τὴν γη θ ὁρτὸς ἐστὶ πρὸς τὸν αβγδ ἐφάπτεται γὰρ κατὰ τὸ γ. *per* θ *autẽ uidetur significari* θερινὸς παράλληλος, *uidelicet tropicus æstiuus. qui cum hoc loco instar sit circuli arctici, ut supra dictum est, horizontem in* C *uel* G *contingit.*

D Et iungatur MG] *Græcus codex mendose habet* μν *pro* μη

E Dico circumferentiam, quæ est secundum rectam lineam XOζ] *Græcus codex.* φημὶ δὴ &c τῷ ηθ κύκλῳ. *fortasse legendum erit* ἐν τῷ νθ κύκλῳ. *uel* τοῦ νθ κύκλου.

F Erunt utique SX TP QM perpendiculares ad CD, & ad KL, NH EF] *Quoniam enim circuli CQD, KSL NTH EQT recti sunt ad circulum* ABCD, *communes ipsorum sectiones ad dictum planum perpendiculares erunt ex* 19. *undecimi ergo & ad omnes rectas lineas, quæ in eo existentes plano ipsas contingunt.*

30. est vn decimi.

G Quare AQ semicirculos assumptos parallelorum circulorum bifariam secat]

H *ex* 9 *secundi sphæricorum* Theodosii.

Ducantur etiam a punctis OR ad rectangulos ipsis KL NH in planis semicirculorum Oϕ RZ, quæ erunt æquales ipsis XS PT] *perpendiculares enim Oϕ RZ sunt communes sectiones dictorum circulorum ex* 19. *undecimi. quare per eorum plana transeunt necesse est. & quoniam in circulo rectæ lineæ æquales sunt, quę æqualiter à centro distãt ex* 14. *tertii elementorum, erunt & earum dimidiæ æquales.* Græcus codex ἤχθωσαν δὲ καὶ ἀπὸ &c. ἥτε οτ καὶ η' ϛα. *sed cum elemento* τ *supra utatur in linea* ωτ, *visum est pro* τ *hoc loco ponere* ϕ. *inusitatum enim est & nouum in eadem figura idem elementum bis sumere.*

K Est igitur circumfereutia Sϕ similitudine maior, quam dupla circumferentiæ TZ. quare & dimidia circumferentia Sω similitudine maior est, quam dupla dimidiæ Ts] *Ad propositum demonstrandum resolutione quadam utitur. Si enim ponamus circumferentiam Sϕ similitudine maiorem esse, quam duplam circumferentiæ* TZ, *erit dimidia circumferentia Sω similitudine maior, quam dupla dimidię* Ts.

L Sed circumferentia quidem Sω similis est circumferentiæ YQ, circumferentia vero Ts similis ipsi VQ.] *post quæ in græco codice hæc leguntur.* ἡ δὲ υχ τῆς τϛ μείζων *quę nos delenda arbitramur, nisi forte legendum sit* ἡ δὲ υχ τῆς φχ μείζων.

M Similitudine igitur circumferentia YQ maior est, quam dupla circumferentis VQ. quod quidem ita se habet.] *sequitur hoc ex eo, quod ante positum est, & ita se habet: quare & illud ex quo sequitur necessario verum erit.*

N Hoc enim in sphæricis demonstratum est] *videlicet in* 6. *tertii libri sphæricorum.*

& a Pappo in 59. huius.

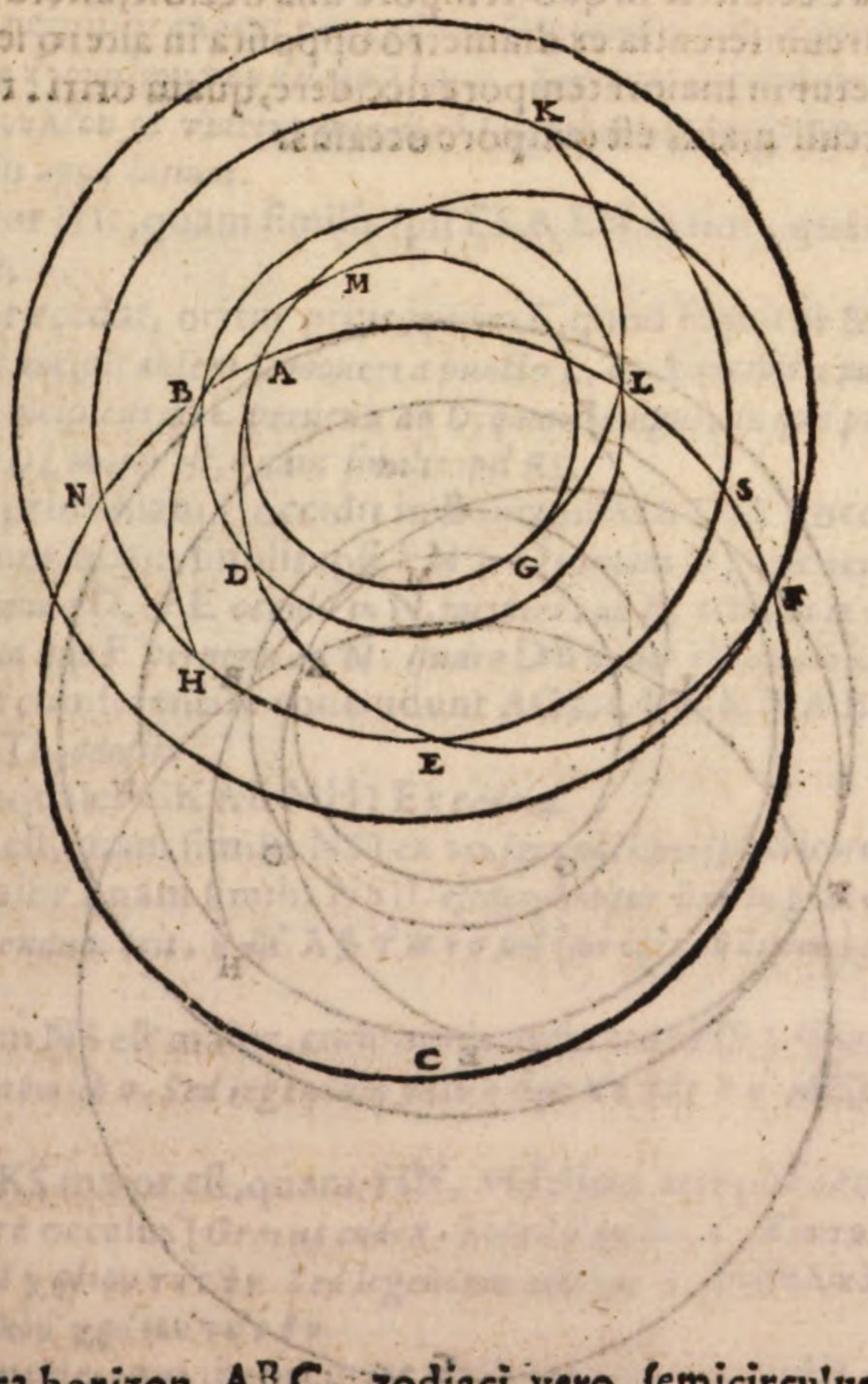
Compositio autem ita fiet.

Quoniam enim circumferentia ST est æqualis circumferentiæ TQ, & per polum A, & per puncta ST Q maximi circuli describuntur, erit YV maior, quam VQ, & ob id YQ maior, quã dupla VQ. Sed ϑ similis est ipsi YQ, & Tς similis VQ ergo ϑ similitudine maior est, quam dupla Tς, & ita earum duplæ, videlicet Sϕ similitudine maior, quam dupla ipsius TZ.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXI.

Et illud, quod prętermissum est in duodecimo, & tertiodecimo theoremate.

Circumferentiarum, quæ sunt in semicirculo post cancrum, quælibet in maiori tempore oritur, quam occidit. Earum vero, quæ in reliquo semicirculo post capricornum quælibet in maiori tempore occidit, quam oritur.



Sit enim in sphęra horizon ABC. zodiaci vero semicirculus post cancrum in apparenti hemisphærio ADF. Ergo A est principium cancri præcedens semicirculũ in occasu. Sit etiam æstiui tropici portio supra terram AG, & auferatur quædam zodiaci circumferentia DE. Dico DE in maiori tẽpore oriri, quam occidere.

B Deſcribantur.n. per pũcta DE paralleli circuli BDLNHEK. Itaque DL maior erit,
C quã ſimilis ipſi ES, & EN maior, quã ſimilis DB. Cũ.n. D præcedat oritur prius, quã
E, quod ſequitur: & incipit D moueri a puncto L, & E a puncto S. eſt igitur DL ma-
D ior, quã ſimilis ES, quòd & tẽpus eſt maius. Et quoniam D prius quã E, occidit in B,
incipiens a D: & E occidit in N incipiens ab E, erit BD minor, quam ſimilis ipſi EN.
Deſcribãtur per BL circuli maximi contingentes circulũ AG, qui ſint HBM, KLG.
circũferentia igitur DE oritur quidem poſitionem habens KL, quando punctum K
circũferentiam KS pertranſierit occidit autẽ poſitionem habens BH, quando H per
trãſierit circũferentiã HN; etenim poſitiones ſunt eiuſdẽ circuli zodiaci ADE MBH
E GLK, quæ ſimiles circumferentias cõcludunt AG DL EK, & MA BD HE. quare DL
maior eſt, quam ſimilis ES, & EN maior, quã ſimilis DB, ut ẽt demonſtratũ fuit. ſunt
F præterea æquales GK AE MH, quod utraque ipſarum MH GK ſit æqualis ipſi AE. &
idcirco congruunt inter ſeſe. adhuc puncta KLG ſimul perueniunt ad EDA, ſimili-
ter & EDA ad HBM; æquales.n. ſunt & KL ED HB. quare & circumferentiæ KL
ED HB inter ſe congruunt: Dico KS circumferentiam circumferen-
tia NH maiorem eſſe. Quoniam enim DL ſimilis eſt ipſi EK, & DB ipſi
G EH, erit ẽt tota LB toti HK ſimilis. Sed LB maior eſt, quã ſimilis NS. ergo & HK ẽ ma
H ior, quã ſimilis NS. & sũt eiuſdẽ circuli. quare KH, quã NS eſt maior. cõis auferatur
K HS. reliqua igitur KS maior eſt, quã HN. videlicet tempus ortus circũferentiæ DE
L maius tẽpore occaſus. Et quoniã ex vndecimo theoremate phænomenon Euclidis,
M æqualiũ circumferentiarũ circuli zodiaci, & ex diametro oppoſitarũ, in quo tẽpo-
re una oritur, altera occidit: & in quo tempore una occidit, altera oritur; ſi ipſi DE
ſumatur æqualis circumferentia ex diametro oppoſita in altero ſemicirculo poſt ca
pricornum, oſtendetur in maiori tempore occidere, quam oriri. tempus enim or-
tus alterius ſemicirculi maius eſt tempore occaſus.

Iiſdẽ poſitis in ſecũdo caſu theorematis, ſit ſemicirculi poſt capricornũ portio ſupra

terram

terrã AEF:& auferatur circumferentia quædã DE. Dico DE in maiorĩ tempore occidere, quam oriri. Conſtruantur eadem. Et quoniam A eſt principium cãcri ſequẽs ſemicirculum, & F principium capricorni ſemicirculum præcedens, erit F occidẽtale, & A orientale, ergo DE oritur quidem poſitionem habens BH, quando H circumferentiam NH pertranſierit, quare & oritur puncto D, ſequente quodammodo circumferentiam DE in ortu ſecundum B: & puncto E prȩcedente ſupra terram ſecundum H: cũ pertranſierit circumferentiam NH ab ortu B. occidit autem poſitionẽ habens KL, quando K circumferentiam KS pertranſierit. ergo & occidit púcto E prȩcedente circumferentiam DE, cum prius occiderit circumferentia KS & puncto D ſub ſequente in occaſu L. & prius oſtenſa eſt circumferentia SK maior, quã circũferentia NH, quare, & tempus occaſus circumferentię DE maius erit tempore ortus. N O O

Sed hęc ſatis in librum phænomenon Euclidis. At uero ea, quæ ad ortus, & occaſus ſignorum zodiaci pertineat, imperfecta reliquiſſe, ſe non ignorare arbitror. ſingula autem horum ex libris a Ptolemęo de hac re conſcriptis, abunde, facileque cognoſcere licebit.

COMMENTARIVS.

A Ergo A eſt principium cancri præcedens ſemicirculum in occaſu] *Græcus codex* τὸ α ἀρχ καρκίνου ο ἡγουμένου τοῦ ἡμικυκλίου. *Sed puto legendum* τὸ α ἀρχ καρκίνου ο ἡγουμένου τοῦ ἡμικυκλίου, *& videtur nota illa* O *ſignificare principium ſigni, quemadmodum & in omnibus tabulis apud latinos.*

B Itaque DL maior erit, quam ſimilis ipſi ES, & EN maior, quam ſimilis DB] *Hoc ipſe deinceps probat,*

C Cum enim D præcedat, oritur prius, quam E, quod ſequitur &c.] *Quoniã enim* D *prius oritur, quam* E, *incipit autem* D *moueri a puncto* L, *&* E *incipit a puncto* S, *minus erit tẽpus, in quo punctum incipiens ab* L *peruenit ad* D, *quam tempus, in quo punctum incipiens ab* S *peruenit ad* E: *ergo* DL *maior eſt, quam ſimilis ipſi* ES.

D Et quoniam D priuſquam E occidit in B incipiens a D, & E occidit in N incipiens ab E, erit BD minor, quam ſimilis ipſi EN] *Quoniam* D *prius occidit, quam* E, *occidit autem* D *in* B *incipiens a* D, *&* E *occidit in* N, *incipiens ab* E, *tempus in quo* D *peruenit ad* B, *minus erit tempore, in quo* E *peruenit ad* N. *quare* DB *minor eſt, quam ut ſit ſimilis ipſi* EN.

E Quæ ſimiles circumferentias concludunt AG DL EK, & MA BD HE] *Ex 13. ſecundi libri ſphęricorum Theodoſii.*

F Sunt præterea æquales GK AE MH] *Ex eadem.*

G Sed LB maior eſt, quam ſimilis NS] *ex 20. ſecundi libri ſphæricorum Theodoſii.*

H Ergo & HK maior quam ſimilis NS] *Deſiderabantur hæc in græco codice, quę nos reſtituimus. ita enim legendum erit.* ἡ δὲ λβ τῆς νσ μείζων ἐστὶν, ἢ ὅμοια, καὶ ἡ θκ ἄρα τῆ νσ μείζων ἐστιν ἢ ὅμοια.

K Quare KH, quam NS eſt maior, communis auferatur HS] *Græcus codex* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ θσ. *Sed legendum puto* ἡ ἄρα κθ τῆς νσ μείζων ἐστὶ. κοινὴ ἀφηρήσθω ἡ θσ.

L Reliqua igitur KS maior eſt, quam HN, videlicet tempus ortus circumferentiæ DE maius tempore occaſus] *Græcus codex.* λοιπὴ ἄρα &c. ὁ ἀνατολικὸς τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν *Sed legendum uidetur.* ὁ ἀνατολικὸς χρόνος τῆς δε περιφερείας τοῦ δυτικοῦ χρόνου τῆς θν

M Et quoniam ex undecimo theoremate phænomenon Euclidis. Aequalium circũferentiarum circuli zodiaci, & ex diametro oppoſitarum] *Græcus codex* καὶ ἐπεὶ τοῦ ιαου &c. ἐν ὁμοίοις χρόνοις αἱ ἴσαι περιφέρειαι κατὰ διάμετρον οὖσαι, ἐν ὁμοίῳ &c. *Sed uide ne legendum ſit, quemadmodum in Euclide ipſo.* τοῦ τῶν ζῳδιακῶν κύκλου

τὸν ἴσων καὶ ἀπεναντίον περιφερειῶν. ἐν ᾧ χρόνῳ ἡ ἑτέρα ἀνατέλλει, ἡ ἑτέρα δύνει.

N Quare & oritur puncto D ſequente quodammodo circumferentiam DE in ortu ſecundum B] Græcus codex corruptus eſt, vt opinor, qui ſic habet. ὥσε καὶ ἀνατέλλει τὸ Δ ἑπόμενον τῇ ΔΕ περιφερείᾳ ὁν τρόπον πρὸς τῇ ἀνατολῇ. Sed uide ne legendum ſit. ὥσε καὶ ἀνατέλλει τοῦ Δ ἑπομένου τῇ ΔΕ περιφερείᾳ &c.

O Ergo & occidit puncto *E* prȩcedente circumferentiam DE cum prius occiderit circumferentia KS. & puncto *D* ſubſequente in occaſu L] *Græcus codex & hoc loco corruptus uidetur.* ὥσε καὶ ἔδυνεν ἡγουμένης τῆς ΔΕ περιφερείας προδυνούσης τῆς ΚΣ περιφερείας τοῦ Δ ἑπομένου ὄντος κατὰ τῆς δύσεως τοῦ Λ. *Sed forte legendum erit* ὥσε καὶ ἔδυνεν τοῦ ε ἡγουμένου τῆς ΔΕ περιφερείας προδυνούσης τῆς ΚΣ περιφερείας, τοῦ Δ ἑπομένου ὄντος πρὸς τῇ δύσει κατὰ τὸ Λ.

SEXTI LIBRI FINIS.

PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER SEPTIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

OCVS, qui vocatur ἀναλυόμενος, hoc est resolutus ò Hermodore fili, vt summatim dicam, propria quędam est materia post communium elementorum constitutionem, ijs parata, qui in geometricis sibi comparare volunt vim, ac facultatem inueniendi problemata, quæ ipsis proponuntur: atque huius tantummodo vtilitatis gratia inuenta est. Scripserunt autem hac de re tum Euclides, qui elementa tradit, tum Apollonius Pergęus, tum Aristęus senior, Quę quidem per resolutionem & compositionem procedit. Resolutio igitur est via a quæsito tamquam concesso per ea, quæ deinceps consequuntur ad aliquod concessum in compositione: in resolutione enim id quod quęritur tamquam factū ponentes, quid ex hoc contingat, considerauius: & rursum illius antecedens, quousque ita progredientes incidamus in aliquod iam cognitum, uel quod sit è numero principiorum. Et huiusmodi processum resolutionem appellamus, veluti ex

con-

contrario factam solutionem. In compositione autem per conuersionem ponentes tamquam iam factum id, quod postremum in resolutione sumpsimus: atque hic ordinantes secundũ naturam ea antecedentia, quę illic consequentia erant; & mutua illorum facta compositione ad quæsiti finem peruenimus, & hic modus vocatur compositio. Duplex autem est resolutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirit, & contemplatiuum appellatur: alterum vero, quo inuestigatur id, quod dicere proposuimus, vocaturque problematicum. In cõtemplatiuo igitur genere quod quæritur, vt iam existens, & vt verum ponentes per ea, quæ deinceps consequuntur tamquam vera, & quæ ex positione sunt, procedimus ad aliquod concessum quod quidem si verum sit, verum erit & quæsitum; & demonstratio, quæ resolutioni ex contraria parte respondet. Si vero falso euidenti occurramus, falsum erit & quæsitum. In problematico autem genere, quod propositum est vt cognitũ ponentes, per ea, quæ deinceps consequuntur, tamquam vera procedimus ad aliquod concessum, quod quidem si fieri, cõparirique possit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, propositum est, fieri poterit, & rursus demonstratio resolutioni ex contraria parte respondens. At si euidenti, quod fieri nõ possit, occurramus: & problema itidem fieri non poterit. Determinatio autem est, quæ declarat quando, & qua ratione, & quot modis problema fieri possit. Hęc igitur de resolutione, & compositione dicta sint.

Dictorum autem librorum, qui ad resolutum locum pertinent, ordo talis est. Euclidis datorum liber vnus. Apollonij λόγου ἀποτομῆς, hoc est de proportionis sectione libri duo. χωρίου ἀποτομῆς, hoc est de spacij sectione duo. ἐπαφῶν hoc est tactionũ duo. Euclidis porismatum tres. Apollonij νύσεων, hoc est inclinationum duo. Eiusdem τόπων ἐπιπέδων, hoc est planorum locorum duo. Conicorum octo. Aristæi τόπων στερεῶν, hoc est locorum solidorum quinque Euclidis τόπων πρὸς ἐπιφάνειαν, hoc est locorum ad superficiem duo. Eratosthenis de medietatibus, duo. Itaque omnes libri sunt numero triginta & vnus, quorũ periochas, vel argumenta vsque ad Apollonij conica tibi exposuimus ad contemplationem, & multitudinem locorum, & de

termi-

terminationum,& casuum in vnoquoque libro. Sed etiam lemmata,quę requiruntur,& in librorum tractatione nullam, vtar bitramur,quæstionem omisimus.

De datis Euclidis.

Primus autem liber,qui est datorum, theoremata nonaginta continet,quorum primum quidem vniuerse in magnitudinibus diagrammata xxiij; vigesimum quartum vero est in rectilineis proportionalibus sine positione. at quæ deinceps sequuntur quattuordecim sunt in rectis lineis positione datis. Quę vero sequuntur decem in triangulis specie datis sine positione. Quę sequuntur sex in parallelogrammis,& applicationibus spaciorum specie datorum. Eorum, quæ deinceps sunt, quinque,primum quidem est in lineis; quattuor vero in spacijs triãgulis,quòd differentiæ quadratorum laterum ad ipsa triangula spacia proportionem habeant datam. Quæ sequuntur septem vsque ad septuagesimum tertium in duobus parallelogrãmis, quod ob positiones in angulis proportionem inter se datã habeant. aliqua autem horum epilogos similes habent in duobus triangulis. In sequentibus vero sex diagrammatibus vsque ad septuagesimum nonum; duo quidem sunt in triangulis; quattuor vero in pluribus rectis lineis proportionalibus. Quæ deinceps sunt tria in duabus rectis lineis proportionalibus, quæ datum spacium continent. At quæ in omnibus octo vsque ad nonaginta in circulis ostenduntur,vel magnitudine tantum datis, vel etiam positione, nimirum rectis lineis per datum punctum ductis.

De Libris Apollonij λογου ἀπο τομῆς hoc est de proportionis sectione,

Librorum autem de proportionis sectione, qui duo sunt, propositio est vna subdiuisa. quare & unam propositionem ita describemus.

Per

Per datum punctum rectam lineam ducere secantem à duabus rectis lineis positione datis ad data in ipsis puncta lineas, quæ proportionem habeant eandem datæ proportioni.

Contingit autem figuras differentes esse & numero plures ob subdiuisionem factam, & linearum datarum inter se positionem, & differentes casus puncti dati: & ob resolutiones, cõpositionesquè ipsorum, & determinationum. Habet enim primus liber de proportionis sectione locos septem, casus viginti quattuor, & determinationes quinque, quarum tres quidem maximæ, duę vero minimę sunt, atque est maxima ad tertium casum quinti loci, minima ad secundum sexti, & septimi loci. maximæ autem ad sexti, & septimi quartos casus. Secundus liber de proportionis sectione habet locos viginti quattuor, casus sexaginta tres, & determinationes ex primo libro, totus enim ad primum librum refertur. & lemmata viginti. Habent autem duo libri de proportionis sectione theoremata centrum octoginta vnum. sed secundum Periclem etiam plura.

De libris χωρίου ἀπο τομῆς hoc est de spacij sectione

Libri de spacij sectione duo sunt; problema autem vnũ bis subdiuisum, & vna propositio, quæ alia quidem habet superiori similia, sed eo tantum differt, quòd in illa oportet duas rectas lineas abscissas datam habere proportionem, in hac autem datum spacium continere. dicetur enim sic.

Per datum punctum rectam lineam ducere secantem à duabus rectis lineis positione datis ad data puncta, lineas, quæ spacium contineant dato spacio æquale. Et hæc ob eandem causam multitudinem habet figurarum. Itaque primus liber de spacij sectione habet locos septem, casus viginti quattuor, & determinationes septem, quarũ quattuor maximæ, & tres minimæ. & maxima quidem est ad secundum casum primi libri, ad primum, & secundum casum quarti loci, & ad sexti loci tertium. minima vero ad tertium casum tertij loci, ad quartum casum quarti loci, & ad primum sexti loci. Secundus autem liber

de

de ſpacij ſectione habet locos treſdecim, caſus ſeptẽ, & determinationes ex primo libro, ad ipſum enim refertur. & cõtinet primus liber theoremata quadraginta octo. ſecundus ſeptuaginta ſex.

De libris διωρισμένης τομῆς id eſt determinatæ ſectionis.

Poſt hęc ſequuntur determinatæ ſectionis libri duo, quorũ ſimiliter propoſitionẽ vnã dicere licet, atq; hanc diſiunctã. Datã infinitam rectam lineã vno puncto ſecare, ita vt interiectarũ linearũ ad data ipſius puncta, vel vnius quadratũ, vel rectangulũ duabus contentum datã proportionẽ habeat, vel ad rectangulũ cõtentũ vna ipſarum interiecta, & alia extra data, vel duabus interiectis contentum punctis ad vtraſq; partes datis. huius igitur velut bis diſiunctæ, & difficiles determinationes habẽtis demonſtratio per plura fiat neceſſe eſt. demonſtrauit autem hãc rurſus Apollonius, in nudis rectis lineis vſitato, ac peruulgato modo tentãs, vt & in ſecundo libro primorũ elemẽtorũ Euclidis, & rurſus eandẽ demonſtrauit ad inſtitutionẽ magis accõmodate, & ingenioſe per ſemicirculos. Primus autẽ liber habet problemata ſex, epitagmata ſexdecim, & determinationes quinq;, quarum quattuor maximę, atq; vna minima. & ſunt maximę ad ſecũdũ epitagma ſecundi problematis, ad tertiũ quarti problematis, ad tertiũ quinti, & ad tertiũ epitagma tertij problematis. Secundus liber determinatę ſectionis continet problemata tria, epitagmata nouem, & determinationes tres; quarum minimę quidẽ ſunt ad tertium primi, & ad tertium ſecundi; maxima autem ad tertium tertij problematis. Lemmata primi libri ſunt viginti ſeptẽ, ſecundi libri vigintiquattuor. Theoremata autem duorũ librorum determinatę ſectionis ſunt octoginta tria.

De libris ἐπαφῶν id eſt tactionum.

Deinceps ſequuntur duo libri tactionũ, Propoſitiones autem in ipſis videntur eſſe plures, ſed nos vnam poſuimus, quæ ſic

habet. Punctis, & rectis lineis, & circulis tribus quibuſcunq; poſitione datis circulum deſcribere per vnumquodque datorũ punctorum, qui vnamquamque linearum datarum cõtingat. Huius ob multitudinem datorum in poſitionibus ſimiliũ, vel diſſimilium particulares propoſitiones differentes fieri neceſſarium eſt. ex tribus enim diſſimilibus generibus triadis differentiæ inordinatæ fiunt numero decem; vel enim data tria puncta; vel tres rectæ lineæ; vel duo puncta, & recta linea; vel duæ rectæ lineæ, & punctum; vel duo puncta, & circulus; vel duo circuli, & punctum, vel duo circuli, & recta linea; vel punctum, & recta linea, & circulus; vel duæ rectæ lineæ, & circulus; vel tres circuli. Horum prima duo oſtenſa ſunt in quarto libro primorum elementorum, quæ ab eo ſcripta ſunt: illud enim, tribus datis punctis, quę non ſint in recta linea, idem eſt, quod circa datũ triangulum circulum deſcribere. at illud datis tribus rectis lineis, quę non ſint parallelæ, ſed omnes inter ſe conueniant, idẽ eſt, quod in dato triangulo circulum deſcribere. etenim ſi duæ ſint parallelæ, & vna incidat, eſt veluti pars ſextæ ſubdiuiſionis. Deſcribuntur in his omnia, & ſex, quæ deinceps ſunt in primo libro. duo vero reliqua, videlicet duabus datis rectis lineis in circulo, vel tribus datis circulis tantum, in ſecundo libro. cum autem ob multas tum circulorum, tum rectarum linearum inter ſe poſitiones, quæ pluribus determinationibus indigent, homogeneæque ſunt, ac eiuſdem naturæ cum prædictis tactionibus, multitudo quędam oriatur problematum, factum eſt, vt ab ijs, qui libros digeſſerunt, omiſſa fuerit in hoc ſecundo libro, a nonnullis autem priori libro addita ſit: Erat enim breuis, introductionique imprimis accommodatus, in eoque abſoluebatur vniuerſum genus tactionum. Rurſus autem vnica tantũ propoſitione omnia cõplectar, quę quidẽ hypotheſi a prędicta deficiat, epitagmate vero abundet. eſt autem huiuſmodi.

Ex punctis, & rectis lineis, & circulis quibuſcumque duobus datis circulum deſcribere magnitudine datum, qui per datum pũctum, vel data puncta tranſeat; contingat autem vnamquãque datarum linearum. hęc continet problematum ſpecies numero ſex: ex tribus enim diſſimilibus generibus dualitatis differẽtiæ inordinatæ fiunt numero ſex. nam vel duobus datis pũctis, vel duabus datis rectis lineis, vel duobus datis circulis, vel punc-

cto, & recta linea, vel puncto, & circulo, vel recta linea, & circulo, datum magnitudine circulum describere, vt dictum est. hæc autem resoluere, & componere, & determinare secundum datum.

Itaque primus libertactionum habet problemata septem. Secundus problemata quattuor. lemmata autem duorum librorum sunt vigintiunum; theoremata sexaginta.

De Porismatibus.

Post ipsas autem tactiones sequuntur Euclidis porismata tribus voluminibus contenta; opus quidem artificiosissimum, ac perutile ad resolutionem obscuriorum problematum, ac eorum generum, quæ haud comprehendunt eam, quæ multitudinem præbet naturam. nihil vero additum est ijs, quæ Euclides primũ scripsit, præterquam quod nonnulli inepti, qui ante nos fuerunt, secundas descriptiones paucis ipsorum addiderunt. Et cum vnumquodque numerum demonstrationis præfinitum habeat, quemadmodum ostendimus, hi vnam solummodo pro singulis porismatibus ex Euclide demonstrationem apponentes eam maximè obscurarunt. At vero hæc subtilem, naturalemq; in se habent contemplationem, & necessariam, & admodum vniuersalem, & ijs, qui hæc valent perspicere, atque inuestigare, etiam suauem. Horum autem species omnes neque theorematum sunt, neque problematum, sed mediam quodammodo inter hęc formam, ac naturam habent, ita vt eorum propositiones formari possint, vt theorematum, vel vt problematum. quo factum est, vt ex multis Geometris alij quidẽ ea genere esse theoremata, alij vero problemata opinati sint, dum ad solam tantùm propositionis formam respicerent. Horum autem trium differentiam veteres multo melius cognouisse ex diffinitionibus perspicuum est. dixerunt enim theorema esse, quod proponitur in ipsis propositi demonstrationem. Problema, quod affertur in constructionem propositi. Porisma vero, quod propotitur in porismum, hoc est in inuentionem, & inuestigationem propositi, immutata autem est hæc porismatis diffinitio à iunio-

tibus, qui nequeunt omnia inueſtigare, ſed his elementis vtuntur, & oſtendunt ſolummodo quod hoc eſt, quod quæritur, non autem illud ipſum inueſtigant. cumque & ex diffinitione ipſa, & ex ijs, quæ nobis tradita ſunt, redarguerentur ab accidente ſic poriſma diffinierunt. Poriſma eſt quod hypotheſi deficit à locali theoremate, Huius autem generis poriſmatum loci ipſi ſunt vna ſpecies; atque de hac ipſa abunde tractatur in reſoluto loco; ſeorſum autem à poriſmatibus collecta, inſcriptaque, ac tradita ſunt, quod magis diffuſa, & copioſa ſit cęteris ſpeciebus. Locorum igitur ſpecies ſunt decem: ſiquidem alij ſunt planotum, alij ſolidorum, alij linearium: & in ijs, quæ ad medietates pertinent. Sed & hoc poriſmatibus contingit, nempe propoſitiones habere diſſectas ob difficultatem multarum rerum, quæ ſubintelligi conſueuerunt, ita vt complures geometræ aliqua ex parte ea aſſequantur, quæ vero magis neceſſaria ſunt, ſignificata ignorant. facillimum autem eſt multa in his vna propoſitione complecti, propterea quòd & ipſe Euclides non multa de vnaquaque poſuerit ſpecie, ſed cauſſa oſtendendæ multæ copiæ, in qua pauca ad principium primi libri poſuit. conſimilia ab vberrima illa ſpecie locorum, vt numero decem. quare cum has vna propoſitione comprehendi poſſe intelligeremus, ita deſcripſimus.

Si in tria puncta in vna recta linea, vel parallela alia data ſint, reliqua vero præter vnum tangant poſitione datum rectam lineam, & hoc poſitione datam rectam lineam tanget. hoc eſt quattuor quidem rectis lineis tantum, quarum non plures, quàm duæ per idem punctum tranſeunt, ignoratur autem in omni propoſita multitudine verum quod in ea ineſt ſic appellatum. Si quotcumque rectę lineę ſeſe mutuo ſecent, non plures, quàm duę per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & vnumquodque eorum, quę ſunt in altera tangat poſitione datam rectam lineam, vel vniuer-

vniuerſalius hoc modo. Si quotcumque rectæ lineæ ſeſe mutuo ſecent, non plures quàm duæ per idem punctum, omnia autem in vna ipſarum data ſint, & reliquorum multitudinem habentium triangulum numerum, huius latus ſingula habet puncta tangentia rectam lineam poſitione datam, quorum trium non ad angulum exiſtens trianguli ſpacij vnumquodque reliquum punctum rectam lineam poſitione datam tanget. Euclidem vero non veriſimile eſt ignorare hoc, ſed principium dumtaxat ſtatuere, & in omnibus poriſmatibus apparet principia, & ſeminaria ſola multarum, ac magnarum multitudinum ab eo iacta, quorum vnumquodque non iuxta poſitionum differentias diſtinguere oportet, ſed iuxta differentias accidentium, & quæſitorum. Et poſitiones quidem omnes interſe differunt, cum ſpecialiſſimæ ſint. accidentium, vero & quæſitorum vnumquodque vnum, & idem exiſtens multis poſitionibus differentibus contingit, eo quòd genere ſint eadem. Itaque in primo libro hæc genera quęſitorum in propoſitionibus ſtatuere oportet. in principio quidem ſeptimi, diagramma hoc. Si à duobus datis punctis ad rectam lineam poſitione datam rectæ lineę inflectantur, abſcindat autem vna à recta linea poſitione data ad datum in ipſa punctum, abſcindet & altera ab altera proportionem habens datam. In ijs autem, quę ſequuntur. Quòd hoc punctum tangit poſitione datam rectam lineam. Quòd proportio huius ad hanc data eſt. Quòd proportio huius ad apotomen. Quòd hęc poſitione data eſt. Quòd hęc ad datum punctum vergit. Quòd proportio huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quòd proportio huius ad aliquam ab hoc ductę. Quòd proportio huius ſpacij ad id, quod data recta linea, & hac continetur. Quòd huius ſpacij alterum quidem eſt datum, alterum proportionem habet ad apotomen. Quòd

hoc

hoc ſpacium, vel hoc vua cum aliquo ſpacio dato eſt, illud aut proportionem habet ad apotomen. Quòd hæc cum qua ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad aliquàm ab hoc, vt dato. Quòd id quod ſub dato, & hac æquale eſt ei, quod ſub dato, & ab hoc vt dato. Quòd proportio huius, & huius ad aliquam ab hoc vt dato. Quòd hæc abſcindit a poſitione datis datum continentes.

At in ſecundo libro poſitiones quidem alię, queſitorum autem plurima eadem ſunt, quę in primo libro. Eximia vero hęc. Quòd hoc ſpacium vel proportionem habet ad apotomen, vel vna cum dato proportionem habet ad apotomen. Quòd proportio huius ſub his ad apotomen. Quòd proportio huius ſub vtroque horum, & vtrorumque horum ad apotomen, Quòd hoc ſub hac, & vtraque hac: & huius ad quam hęc proportionem habet datam: & hoc ſub hac, & hac ad quam hęc proportionem habet datam ad apotomen. Quòd vtriuſque proportionis ad aliquam huius vt dati. Quod datum ſub datis. In tertio libro plures ſunt poſitiones in ſemicirculis, paucę autem in circulis, & circulorum portionibus. Queſitorum autem multa ſimilia ſunt antedictis. Eximia vero hęc, Quód proportio huius ſub his ad hoc ſub his. Quòd proportio huius ab hac ad apotomen. Quòd hoc ſub his, huic ſub dato, & aſſumpta ſub perpendiculari vſque ad datum. Quòd vterque, & ad quam hæc proportionem habet datam, proportionem habet ad apotomen. Quòd eſt aliquod datum punctum, à quo iunctę ad datum continent ſpecie triangulum. Quòd eſt aliquod datum punctum, à quo iunctæ rectæ lineæ ad hoc æquales aſſumunt circumferentias. Quòd quę in paratheſi erit, vel vna cum aliqua recta linea ad datum punctum vergente datum continet angulum. Habent autem tres libri poriſmatum lemmata 38. ipſa vero theoremata ſunt 101.

De locis planis.

Locorum omnium alij sunt ἐφεκτικοὶ, hoc est in se ipsis tantum consistentes, de quibus & Apollonius ante propria elementa dicit puncti quidem locum esse punctum, lineæ locum lineam; superficiei superficiem, & solidi solidum. alij autem διεξοδικοί, hoc est sese extra tendentes vt puncti locum lineam, lineæ superficiem, superficiei solidum. locorum autem, qui in resoluto loco alij quidem positione dati ἐφεκτικοὶ sunt, alij autem plani dicti, & solidi, & lineares: διεξοδικοὶ vero sunt punctorum, & alij ad superficies. ἀνασροφικοὶ quidem punctorum, διεξοδικοί, autem linearum. lineares loci ex ijs qui sunt ad superficies demonstrantur. dicuntur autem plani loci tum hi, de quibus agemus, tum vniuerse quicunque sunt rectæ lineæ, vel circuli. Solidi loci quicumque sunt conorum sectiones, parabolæ, vel ellipses, vel hyperbolæ. lineares loci quicumque lineæ sunt, neque rectæ, neque circuli, neque aliqua dictarum coni sectionum. loci autem ab Eratosthene inscripti ad medietates ex prędictis genere sunt a proprietate hypotheseon in illis. Antiqui igitur horum planorum ordinem respicientes elementa tradiderunt, quem cum negligerent posteriores, alios apposuerunt, tamquam non infinitos multitudine, si quis velit ascribere quę ordinem illum consequantur. itaque ponam propositi quidem posteriora, ordine autem priora, vna propositione comprehendens hoc modo. Si duæ lineæ agantur, vel ab vno dato puncto, vel a duobus, & vel in rectam lineam, vel parallelæ, vel datum continentes angulum, vel inter se datam proportionem habentes, vel datum comprehendentes spacium: contingat autem terminus unius locum planum positione datum, & alterius terminus locum planum positione datum continget, interdum quidem eiusdem generis, interdum uero diuersum, & interdum similiter

militer positum ad rectam lineam, interdum contrario modo. Hæc autem fiunt iuxta differentias subiectorum. At proposita in principio quidem tertij libri à Charmandro his congruunt. Si rectę lineę positione datę vnus terminus datus sit, & alter circumferentiam concauam positione datam continget. Si à duobus punctis datis inflectantur rectę lineę datum angulum continentes. commune ipsorum punctum continget circumferentiam concauam positione datam. Si trianguli spacij magnitudine dati basis positione, & magnitudine data sit, vertex ipsius rectam lineam positione datam continget. Alia autem huiusmodi. Si rectę lineę magnitudine datę, & cuipiam positione datę æquidistantis vnus terminus contingat rectam lineam positione datam, & alius terminus rectam lineam positione datam continget. Si à puncto quodam ad positione datas duas rectas lineas parallelas, vel inter se conuenientes ducantur rectę lineę in dato angulo, vel datam habentes proportionem, vel quarum vna simul cum ea, ad quam altera proportionem habet datam, data fuerit, continget punctum rectam lineam positione datam. Et si sint quotcunque rectę lineę positione datę: atque ad ipsas à quodam puncto ducantur rectę lineę in datis angulis, sit autem quod data linea, & ducta continetur vna cum contento data linea, & altera ducta æquale ei, quod data, & alia ducta; & reliquis continetur punctum similiter rectam lineam positione datam continget. Si ab aliquo puncto ad positione datas parallelas ducantur rectę lineę in datis angulis, quę ad puncta in ipsis data abscindant rectas lineas, vel proportionem habentes, vel spacium continentes datum, vel ita ut species ab ipsis ductis vel excessus specierum æqualis sit spacio dato, punctum continget positione datas rectas lineas. Secundus autem liber hęc continet.

Si à datis punctis rectę lineę inflectantur, & sunt quę ab ipsis fiunt dato spacio differentia, punctum positione datas rectas lineas continget. Si sint in proportione data

vel

vel rectæ lineæ vel circumferentiæ. Si sit positione data recta linea, & in ipsa datum punctum, à quo ducatur quædam linea terminata, à termino autem ipsius ducatur & ad positionẽ, & sit quod fit à ducta æquale ei, quod à data, & abscissa, vel & ad datũ punctum, vel ad alterum punctum datum, vel ad alterum datum in linea data positione, terminus ipsius positione datam circumferentiam contingere. Si à duobus punctis datis rectæ lineæ inflectantur, & sit quod ab vna efficitur eo, quod ab altera dato maior, quàm in proportione punctum positione datam circumferentiam continget. Si à quotcumque datis punctis ad pũctum vnum inflectantur rectæ lineæ: & sint species, quæ ab omnibus fiunt dato spacio æquales punctum continget positione datam circumferentiam. Si á duobus punctis datis inflectantur rectæ lineę; à puncto autem ad positione ductam lineam abscissa à recta linea positione data ad datum punctum, & sint species ab inflexis æquales ei, quod à data, & abscissa continetur, punctum ad inflexiouem positione datam circumferentiam continget. Si in circulo positione dato sit datum punctum, perque ipsum agatur quædam recta linea, & in ipsa punctum extra sumatur; sit autem quod fit à linea ducta vsque ad punctum intra datum æquale ei, quod à tota & extra sumpta, vel soli, vel vna cum eo, quod duabus, quæ intra circulum portionibus continetur: punctum extra sumptum positione datam rectam lineã continget. Et si hoc quidem punctum contingat positione datam rectam lineam circulus autem non ponatur, quæ sunt ad vtrasque partes dati puncti, contingent positione eandem datam circumferentiam. habent autem planorum locorum duo libri theoremata, vel diagrammata centum quadraginta septem, lemmata autem octo.

De inclinationibus περὶ νεύσεων.

Inclinare dicitur linea ad punctum, si producta ad ipsum peruenit; vniuerse autem idem est siue ad aliquod punctum inclinare linea dicatur, siue aliquod in ipsa sit punctum datum, siue per datum punctum existat. Inscripserunt autem hæc, inclinationes ab vno eorum, quæ dicta sunt. Et cum hoc sit problema vniuersale. Duabus lineis positione datis inter ipsas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertineat: in hac particularibus subiecta differentia habétibus, alia quidem erant plana, alia solida, alia vero linearia. Ex planis autem, quæ ad multa vtiliora sunt eligentes problemata hæc ostenderunt. Positione dato semicirculo, & recta linea ad rectos angulos basi sit duorum semicirculorum in directum bases habentium inter duas lineas ponere rectam lineam magnitudine datam, quæ ad semicirculi angulum pertingat. Rhombo dato, & vno latere producto aptare sub angulo exteriori magnitudine datam rectam lineam, quæ ad oppositum angulum pertineat. Circulo positione dato aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertineat. Horum autem in primo libro, quod in vno semicirculo, & recta linea ostensum est, quartuor habens casus, & quod in circulo duos habens casus, & quod in rhombo similiter duos casus habens. At in secundo libro in duobus semicirculis positione decem casus habente. In his autem subdiuisiones plures determinantes causa magnitudinis rectę lineę. Hęc igitur in resoluto loco plano, hoc est quę & priora. ostenduntur seorsum à medietatibus Eratosthenis: etenim illa posteriora sunt. Post plana solidorum ordo contemplationem. solida autem vocant problemata, non quę in solidis figuris pręponantur; sed quę cũ non possint ostẽdi per plana, per conicas lineas ostẽdantur. quare de his prius scribere necessariũ est. Erant igitur conicorũ elementorũ primum Aristęi senioris libri quinq; velut ijs, qui hęc percipere possent cum

breuitate

breuitate conſcripti. itaque inclinationum libri duo habent theoremata, vel diagrammata centum vigintiquinque, lemmata autem triginta octo.

De conicis Apollonij.

Euclidis libros quattuor conicorum cum Apollonius expleuiſſet, ac quattuor alios adiunxiſſet, octo conicorum libros confecit. Ariſtæus autem, qui ſcribit ea, quæ adhoc vſque tempus tradita ſunt, ſolidorum locorum libros quinque conicis cohærentes vocauit. Et qui ante Apollonium fuerunt trium conicarum linearum, vnam quidem coni acutianguli, alterum rectanguli, tertiam vero obtuſianguli coni ſectionem appellarunt. Quoniam autem in vnoquoque horum trium conorum differenter ſectorum tres lineę fiunt, dubitans, vt apparet Apollonius, cur uam, qui ante ſe hanc tractationem expleuerant, vnam quidem acutianguli coni ſectionem vocauerunt, quę poteſt & rectanguli, & obtuſianguli coni eſſe; alteram rectanguli, quę poteſt & in acutiangulo, & obtuſiangulo cono reperiri; tertiam vero obtuſiangulo, quæ & in acutiangulo, & rectãgulo cono ineſſe poteſt, mutatis nominibus, quę quidẽ acutianguli coni ſectio nominatur, ellipſim appellat, quæ rectanguli parabolen, quæ vero obtuſianguli hyperbolen, vnicuique ab aliquo proprio accidente nomen imponens ſpacium enim quoddam ad lineam quampiam comparatũ in acutianguli coni ſectione deficiens fit quadrato, in obtuſianguli coni ſectione quadrato excedens; in rectanguli vero vni ſectione neque deficiens, neque excedens. Hoc autem illi accidit, quòd non conſiderauit iuxta vnum dumtaxat caſum plani conum ſecantis, & tres lineas gignentis in vnoquoque conorum aliam, neque aliam fieri lineam, quam a coni proprietate nominarũt. Si enim ſecans planum ducatur vni laterum coni æquidiſtans, vna tantum ex tribus lineis efficitur ſemper eadem, quã Ariſtæus illius coni ſectionem appellauit. Apollonius igitur quę continent ab ipſo conſcripti conicorũ octo libri, dicit, ſummam uim

colligens in proœmio libri primi, hoc modo. Continet autem primus liber generationes trium coni sectionum, & earũ, quæ oppositæ dicuntur; itemque principalia ipsarum accidentia a nobis & vberius, & vniuersalius, quàm ab alijs, qui de ea re scripserunt, elaborata. Secundus liber tractat ea, quæ attinent ad diametros, & ad axes sectionum, & ad lineas illas, quæ cum sectione, non conueniunt, quæ a Græcis ἀσύμπτωτοι appellantur, tum de alijs differit, quę & generalem, & necessariam vtilitatem ad determinationes afferunt. quas autem vocem diametros, & quos axes ex hoc libro cognosces. Tertius liber continet multa, & admirabilia theoremata, quæ vtilia erunt & ad solidorum locorum compositiones, & ad determinationes, quorum complura & pulcherrima, & noua sunt. Hæc nos perpendentes animaduertimus non positam esse ab Euclide rationem componendi loci ad tres, & quattuor lineas, verum ipsius tantummodo particulam quandam, atque hanc non satis fœliciter: non enim fieri poterat, vt ea compositio recte perficeretur absque ijs, quæ a nobis inuenta sunt. Quartus liber tradit quot modis conorum sectiones inter se se, & circuli circumferentiæ occurrere possint; & multa alia ad pleniorem doctrinam; quorum nihil ab ijs, qui ante nos fuerunt, memoriæ proditum est; coni sectio, & circuli circumferentia, & oppositæ sectiones ad quot puncta oppositis sectionibus occurrant. Reliqui autem quattuor libri ad abundantiorem scientiam pertinent. Quintus enim de minimis, & maximis magna ex parte agit. Sextus de æqualibus, & similibus coni sectionibus. Septimus continet theoremata, quæ determinandi uim habent. Octauus problemata conica determinata. Et hæc quidem Apollonius. Quem autem dicit in tertio libro locum ad tres, & quattuor lineas ab Euclide perfectum non esse, neque ipse perficere poterat, neque aliquis alius: sed neque paululum quid addere ijs, quę Euclides scripsit per ea tantum conica, quæ vsque ad Euclidis tempora præmonstrata sunt, vt etiam ipse testatur dicens, fieri non posse vt locus perficeretur absque ijs, quæ ipse scribere coactus sit. Euclides autem secutus Aristęum scripto ré luculentum in ijs, quæ de conicis tradiderat: neque animaduertens, neque volens eorum tractationem destruere, cum mitissimus esset, & benignus erga omnes, præsertim eos, qui mathema-

ticas disciplinas aliqua ex parte augere, & amplificare possent, vt par est, & nullo modo infensus, sed accuratus, non arrogans, velut hic, quantum ostendi potuit de loco per eius conica memorię prodidit. non addens perfectum illud, absolutumq; esse; tunc enim necessario reprehendi posset: nunc vero haudquaquam illud faciendum est; siquidem & ipse in conicis pleraque imperfecta relinquens non satis ea valet tueri. Adijcere autem loco, quę deerant, facile potuit, animo comprehendens ea, quę ab Euclide de loco scripta fuerant, & dans operam Euclides discipulis Alexandrię longo tempore, ex quo adeo excellentem in mathematicis habitum est assecutus, neque usquam deceptus est. At locus ad tres, & quattuor lineas, in quo magnifice se iactat, & ostentat nulla habita gratia ei, qui prius scripserat, est huiusmodi. Si positione datis tribus rectis lineis ab vno, & eodem puncto ad tres lineas in datis angulis rectę lineę ducantur, & data sit proportio rectanguli contenti duabus ductis ad quadratum reliquę: punctum contingit positione datum solidum locum, hoc est vnam ex tribus conicis sectionibus. Et si ad quattuor rectas lineas positione datas in datis angulis lineæ ducantur; & rectanguli duabus ductis contenti ad contentum duabus reliquis proportio data fit: Similiter punctum datam coni sectionem positione continget. Si quidem igitur ad duas tantum locus planus ostensus est. Quòd si ad plures, quã quattuor punctum continget locos non adhuc cognitos, sed lineas tantum dictas; quales autem sint, vel quam habeant proprietatem, non constat. earum vnam, neque primam, & quę manifestissima videtur, composuerunt ostendentes vtilem esse. propositiones autem ipsarum hę sunt.

Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas quinque ducantur rectę lineę in datis angulis, & data sit proportio solidi parallelepipedi rectanguli, quod tribus ductis lineis continetur ad solidum parallelepipedum rectangulum, quod continetur reliquis duabus, & data quapiam linea, punctum positione datum lineam continget. Si autem ad sex, & sit data proportio solidi tribus lineis contenti ad solidum, quod tribus reliquis continetur; rursus punctum continget positione datam lineã.

Quod

Quod si ad plures quàm sex, non adhuc habent dicere, data sit proportio cuiuspiam contenti quattuor lineis ad id quod reliquis continetur. quoniam non est aliquid contentum pluribus quam tribus dimensionibus. Acquiescunt autem his, qui paulo ante talia interpretati sunt. neque vnum aliquo pacto comprehensibile significantes quod his continetur, licebit autem per coniunctas proportiones hæc, & dicere, & demonstrare vniuerse in dictis proportionibus, atque his in hunc modum. Si ab aliquo puncto ad positione datas rectas lineas ducantur rectæ lineæ in datis angulis, & data sit proportio coniuncta ex ea, quam habet vna ductarum ad vnam, & altera ad alteram, & alia ad aliam, & reliqua ad datam lineam, si sint septem; si vero octo, & reliqua ad reliquam: punctum continget positione datas lineas. & similiter quotcumque sint impares, vel pares multitudine, cum hæc vt dixi, loco ad quattuor lineas respondeant, nullum igitur posuerunt ita vt linea nota sit. hæc respicientes minime extolluntur, quemadmodum antiqui, & vnusquisque eorum, qui meliora conscribunt.

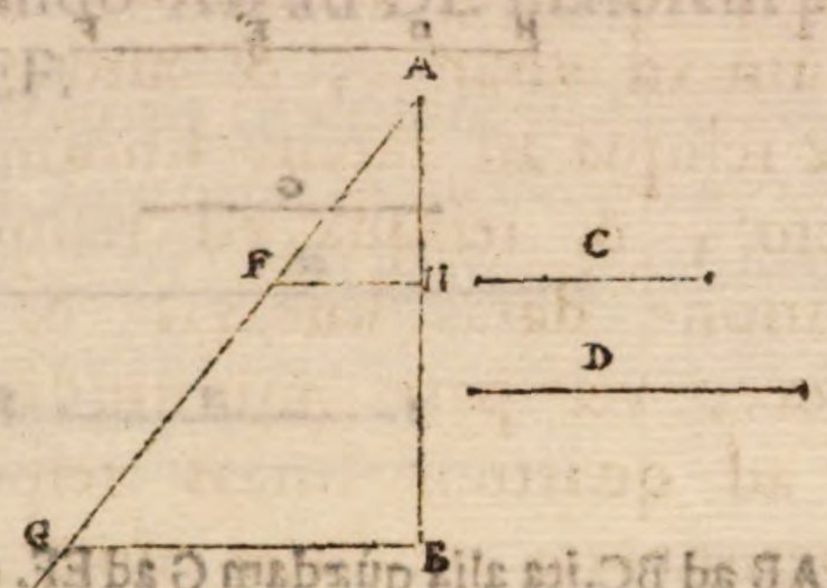
Ego autem & à principio in mathematicis versatus, & in materia quæstionum à natura proposita videns omnes commotos erubui, cum & multo meliora ostenderim, & quæ multam afferant vtilitatem. Sed ne vacuis manibus difficultati huic cessisse videar hæc legentibus tradam. Perfectorum vtrorumque ordinum proportio composita est ex proportione amphismatum, & rectarum linearum similiter ad axes ductarum à punctis, quæ in ipsis grauitatis centra sunt.

Imperfectorum autem proportio composita est ex proportione amphismatum, & circumferentiarum, & circumferentiarum à punctis, quæ in ipsis sunt centra grauitatis, factarum. Harum circumferentiarum proportio diuiditur in proportionem ductarum linearum, & earum, quas continent ipsarum extrema ad axes

xes angulorum. continent autem hunc propositiones ferè existentes vna multa, & varia theoremata & linearum, & superficierum, & solidorum omnia simul vna demonstratione, & quæ nondum demonstrata sunt, & quę & in duodecimo libro horum elementorum. Itaque habent omnes libri conicorum Apollonij theoremata, vel diagrammata quadringinta octoginta septem, lemmata verò quę in ipsa sunt, nonaginta.

PROBLEMA I. PROPOS. I.

Datam rectam lineam in datam proportionem secare.

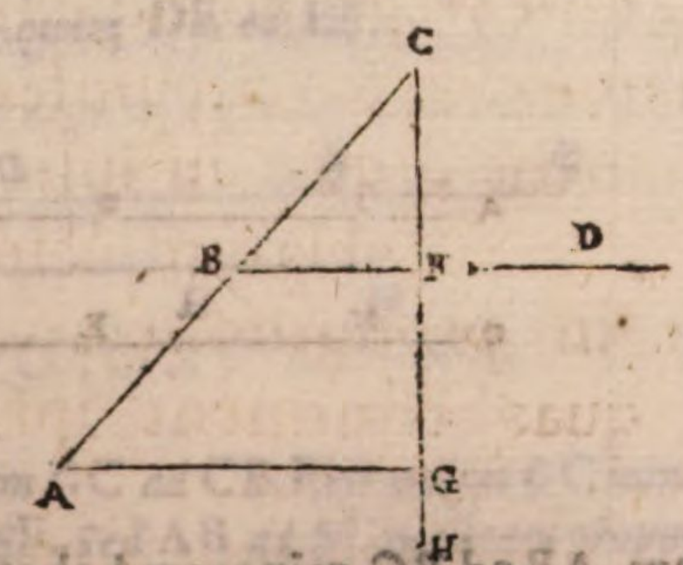


Sit data quidem recta linea AB, lata autem proportio, quam habet C ad D: & oporteat secare AB in proportionem C ad D.

Inclinetur ad AB in quouis angulo recta linea AE, & ipsi C æqualis abscindatur AF, ipsi verò D æqualis FG; & iuncta BG, ducatur FH ei parallela. Quoniam igitur vt AH ad HB, ita est AF ad FG; est autem AF æqualis C, & FG ipsi D: erit vt AH ad HB, ita C ad D. ergo AB secta est in puncto H. quod facere oportebat.

PROBLEMA. II. PROPOS. II.

Tribus datis rectis lineis AB BC & D, inuenire vt AB ad BC, ita aliam quandam ad D.



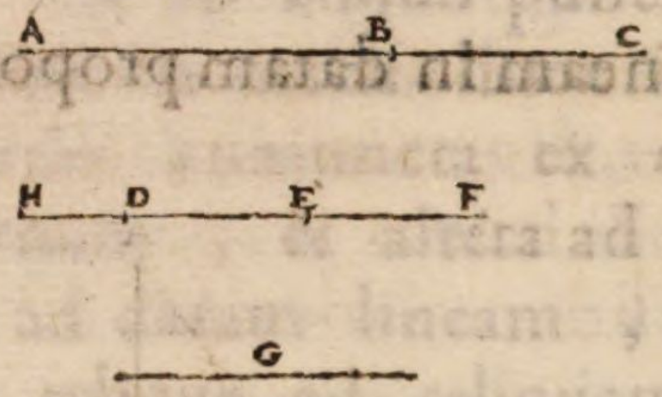
Rursus inclinetur ad AC recta linea CH in quouis angulo, & abscindatur CF æ-

qualis

qualis D. iunctaque BF, ipsi parallela ducatur AG. ergo rursus vt *AB* ad BC, ita erit GF ad *F*C, hoc est ad *D*. inuenta igitur est *b* G. similiter & si recta detur, quartam inuenimus.

THEOREMA I. PROPOS. III.

Habeat AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & componendo AC ad CB maiorem proportionem habere, quam DF ad FE.



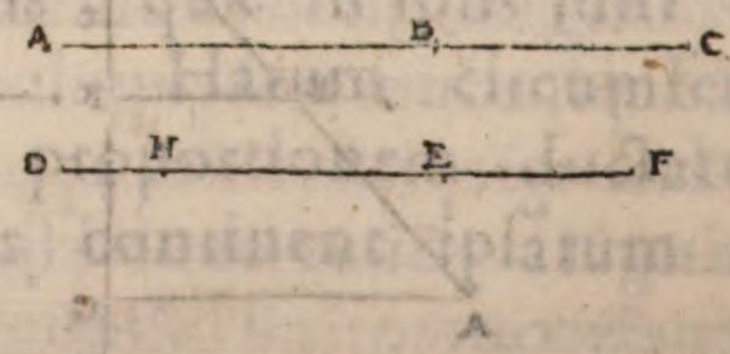
Fiat enim vt AB ad BC, ita alia quædam G ad EF. ergo G ad EF maiorem proportionem habet, quam DE ad *E*F. & propterea maior est G, quam DE. ponatur *ipsi G* æqualis HE. Quoniam igitur vt *AB* ad B*C*, ita est HE ad *EF*; erit componendo vt AC ad CB, ita HF ad FE. sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE. ergo & AC ad CB maiorem proportionem habebit, quam D*F* ad FE.

COMMENTARIVS.

Sed HF ad FE maiorem proportionem habet, quam DF ad FE.] *ex 8. quinti græcus autem codex sic habet* τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΖΕ. *post quæ verba hæc addenda sunt.* μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ΔΖ πρὸς τὸ ΔΕ.

THEOREMA II. PROPOS. IV.

Rursus AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF. Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quã DF ad FE.



Rursus enim quoniam AB ad BC minorem habet proportionem, quam DE ad *E*F, si fiat vt AB ad BG, ita alia quædam ad EF, quę sit HE; erit ea minor, quam DE. &

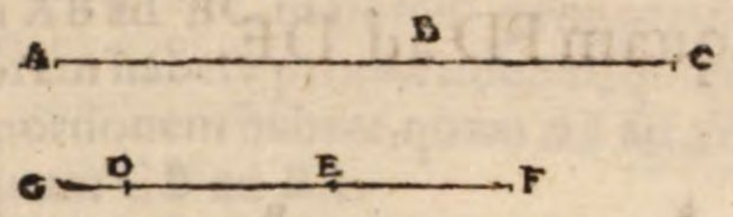
DE. & vt AC ad CB, ita erit HF ad FE. Sed HF ad FE, minorē habet proportionem, quā DF ad FE. ergo & AC ad CB minorem proportionem habebit, quam DF ad FE.

COMMENTARIVS.

Dico & AC ad CB minorem habere proportionem, quam DF ad FE] *Intelige componendo.* ⁂

THEOREMA III. PROPOSITIO V.

Habeat rursus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE ad EF. Dico & permutando AB ad DE maiorem proportionē habere, quam BC ad EF.



Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quædam, quæ sit GE ad EF. manifestum est eam maiorem esse, quam DE. quare permutando ut AB ad GE, ita est BC ad EF. habet autem AB ad DE maiorem proportionem, quam AB ad GE, hoc est, quam BC ad EF. ergo AB ad DE maiorem proportionem habebit, quam BC ad EF. 10. 8 quinti

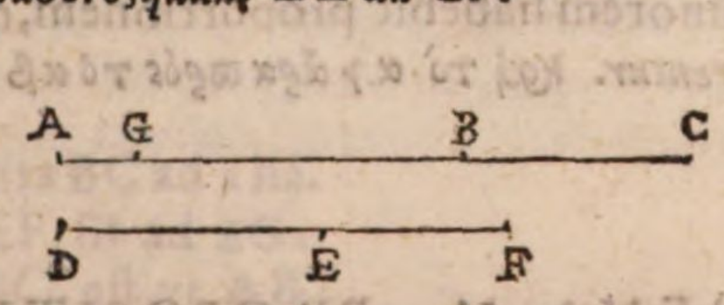
Eadē ratione & si AB ad BC minorem habeat proportionem, quam DE ad EF, sequetur etiam permutando AB ad DE minorem proportionē habere, quā BE ad EF.

Erit enim ut AB ad BC, ita alia quędam ad EF, quę minor sit, quam DE. reliqua uero eadem erunt. ⁂

COMMENTARIVS.

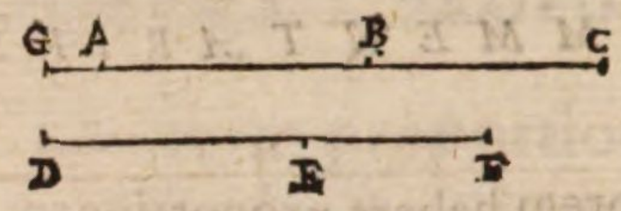
Quæ minor sit, quam DE] *Græcus codex* ὅτι πρὸς ἐλάσσονα τοῦ ΔΕ. *videne legendum sit.* ὅτι ἐλάσσον τοῦ ΔΕ. *Mirum autem videtur* Pappum *hoc loco diuisiuam rationem prætermisisse, cum præsertim ea sæpe utatur; nisi forte temporis iniuria interciderit, quod credibilius est: nos igitur eam supplere aggrediemur.* ⁂

Habeat AC ad CB *maiorem proportionem, quam* DF *ad* FE. *Dico & diuidendo* AB *ad* BC *maiorem proportionem habere, quam* DE *ad* EF.



Fiat ut DF *ad* FE, *ita alia quępiam* GC *ad* CB. *Erit utique* GC *minor, quam* AC. *& erit* 10. quinti *diuidendo* GB *ad* BC, *vt* DE *ad* EF. *Sed* AB *ad* BC *maiorem proportionem habet, quā* GB *ad* BC. *ergo & AB ad* BC *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EF.

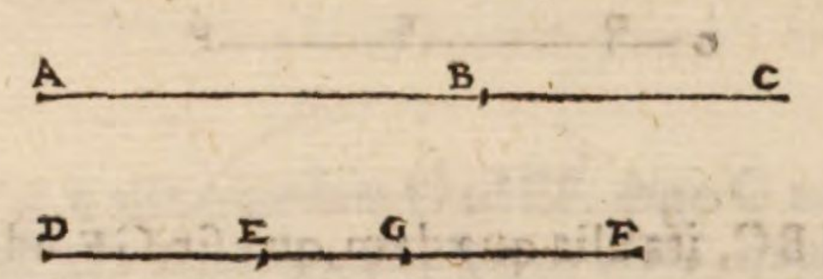
Habeat rursus AC ad CB minorem proportionem, quam DF ad FE, & diuidendo AB ad BC minorem proportionem habebit, quam DE ad EF.



10 quinti 8. quinti Fiat.n.rursus ut DF ad FE, ita alia quædá GC ad CB. erit GC maior, qnã AC. atq; erit diuidendo GB ad BC, vt DE ad EF. Sed AB ad BC minorẽ habet proportionẽ, quam GB ad BC. quare & minorem habebit, quam DE ad EF.

THEOREMA IIII. PROPOSITIO VI.

Habeat AC ad CB maiorem proportionem, quam DF ad FE. Dico per conuersionem rationis CN ad AB minorem habere proportionem, quam FD ad DE.



8. quinti Fiat enim vt AC ad CB, ita DF ad aliam quandam. erit vtique ad minorẽ, quam FE. Sit autem FG. quare per cõuersionem rationis, vt CA ad AB, ita erit FD ad DG.

* Sed FD ad DG minorem proportionem habet, quam FD ad DE. ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE.

Similiter autem & si AC ad CB minorem proportionem habent, quam DF ad FE, habebit per cõuersionem rõnis CA ad AB maiorẽ proportionẽ, quã FD ad DE.

Erit enim ut AC ad CB, ita DF ad maiorem, quam FE. reliqua vero manifesta erunt.

COMMENTARIVS.

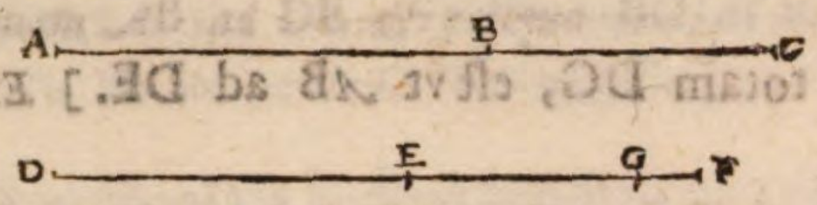
* Ergo & CA ad AB minorem habebit proportionem, quam FD ad DE] *Vide ne hæc in Græco codice desiderentur.* καὶ τὸ αγ ἄρα πρὸς τὸ αβ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζδ πρὸς τὸ δε.

THEOREMA V. PROPOSITIO VII.

Habeat rursus AB ad BC maiorem proportionem, quam DE

ad

ad EF. Dico conuertendo CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.



Fiat enim ut AB ad BC, ita DE ad aliam aliquam, erit ad minorem, quam EF, vt ad EG. conuertendo igitur ut CB ad BA, ita est GE ad ED. Sed GE ad ED minorem proportionem habet, quam FE ad ED. ergo CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. A B

Similiter autem & si AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF, conuertendo CB ad BA maiorem habebit proportionem, quam FE ad ED. C

Erit enim ut AB ad BC, ita DE ad maiorem, quam EF, reliqua, quæ sequuntur perspicua sunt.

Ex his autem constat si AB ad BC maiorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED maiorem habere proportionem, quam CB ad BA. Quod si AB ad BC minorem proportionem habeat, quam DE ad EF, & FE ad ED minorem habebit proportionem, quam CB ad BA.

COMMENTARIVS.

Vt ad EG] *Græcus codex* ὥσε πρὸς τὸ ε η. *ego legerem* ὡς πρὸς τὸ ε η. A

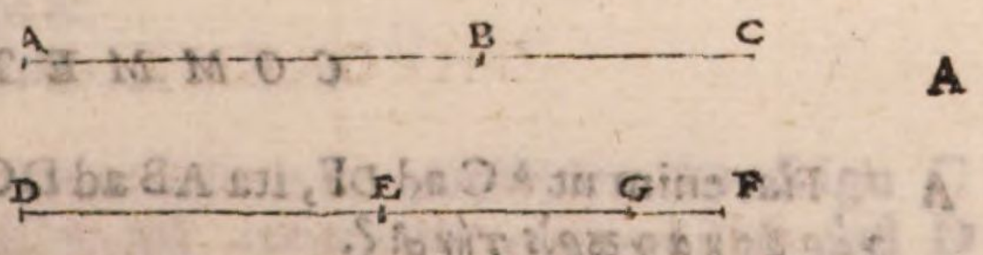
Ego CB ad BA minorem habebit proportionem, quam FE ad ED. *In Græco codice hæc desiderari uidentur.* καὶ τὸ γ β ἄρα πρὸς τὸ β α ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ζ ε πρὸς τὸ ε δ. B

Similiter autem & si AB ad BC minorem proportionem habeat, quã DE ad EF] *Græcus codex.* ὁμοίως δὴ κἂν τὸ α β ἐλάσσονα λόγον ἔχει. *Sed videtur legendum* ὁμοίως δή, κἂν τὸ α β πρὸς τὸ β γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει. C

THEOREMA VI. PROPOSITIO VIII.

Habeat AB ad DE maiorem proportionem, quam BC ad EF. Dico & AB ad DE maiorem habere proportionem, quam AC ad DF.

Fiat enim ut AB ad DE, ita BC ad aliã. erit utiq; ad minorẽ, quã EF, sit ad EG. tota igitur AC ad totam DG, est vt AB ad DE. Sed AC ad DG maiorem proportionem habet, quãad DF. ergo & AB ad DC maiorem habebit proportionẽ, quam AC ad DF.

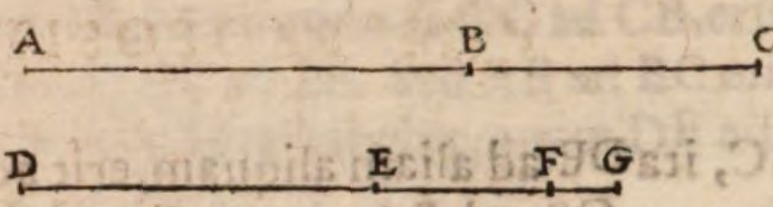


A

Et manifestum est totam AC ad totam DF minorem proportionē habere, quam
B AB ad DE. & si minor sit proportio partis, totius maior erit.

COMMENTARIVS.

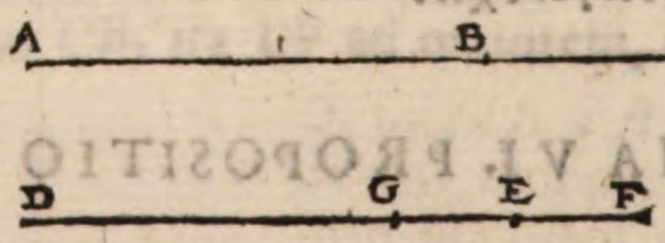
Tota igitur AC ad totam DG, est vt AB ad DE.] *Ex 12. quinti.*



B Et si minor sit proportio partis, totius maior erit] *Hoc est si* AB *ad* DE *minorem proportionem habeat, quam* BC *ad* EF, *habebit* AC *ad* DF *maiorem proportionem, quam* AB *ad* DE. *Fiat enim, vt* AB *ad* DE, *ita* BC *ad aliam, quæ sit* EG: *erit igitur* GE *maior, quam* EF. *atque erit* AC *ad* DG, *ut* AB *ad* DE. *Sed* AC *ad* DG *minorem proportionem habet, quam ad* DF. *ergo &* AB *ad* DE *minorem habebit proportionem, quam* AC *ad* DF: *& propterea* AC *ad* DF *maiorem proportionem habebit, quam* AB *ad* DE. *Græcus codex.* κἂν ἔλασσον τὸ μέρος μείζων ὅλης. *quæ verba fortasse deprauata sunt, & ita restituenda.* κἂν ἔλάσσων τοῦ μέρους, μείζων ὅλης.

THEOREMA VII. PROPOSITIO IX.

Habeat rursus tota AC ad totam DF maiorem proportionem, quam AB ad DE. Dico & reliquam BC ad reliquam EF maiorem proportionem habere, quam AC ad DF.



A Fiat enim ut AC ad DF, ita AB ad DG. ergo & reliqua BC ad reliquam GF est vt
B AC ad DF. Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG. ergo &
BC ad EF maiorem habebit proportionem, quam AC ad DF.
C Si uero totius ad totam sit minor proportio, reliqua minor erit.

COMMENTARIVS.

A Fiat enim ut AC ad DF, ita AB ad DG.] *In Græco codice hæc desiderantur,* ΜΕΙΖΟΝΟΣ ΓΑΡ ΩΣ Η ΑΓ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΔΖ.

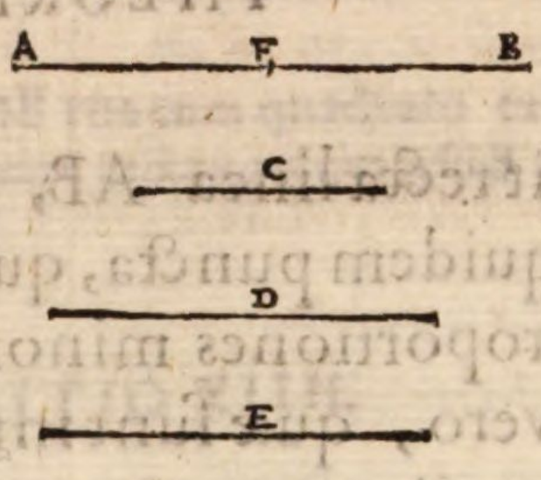
Sed

Sed BC ad EF maiorem proportionem habet, quam ad FG] *in Græco codice nonnulla desiderantur. quare ita restituendus erit.* ἡ δὲ βγ πρὸς τὴν εζ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ πρὸς τὴν ζη.

Si vero totius ad totam sit minor proportio, reliqua minor erit] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ὅλη πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσονα, ἡ λοιπὴ μείζων. *Sed legendum puto* ἐὰν δὲ ὅλης πρὸς τὴν ὅλην ἐλάσσονα, ἡ λοιπὴ ἐλάσσονα. *Si enim tota AC ad totam DF minorem proportionem habeat, quam AB ad DE & reliqua BC ad EF minorem habebit, quam AC ad DF.*

THEOREMA VIII. PROPOSITIO X.

Sit AB maior, quam C, D vero æqualis E. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam D ad E.

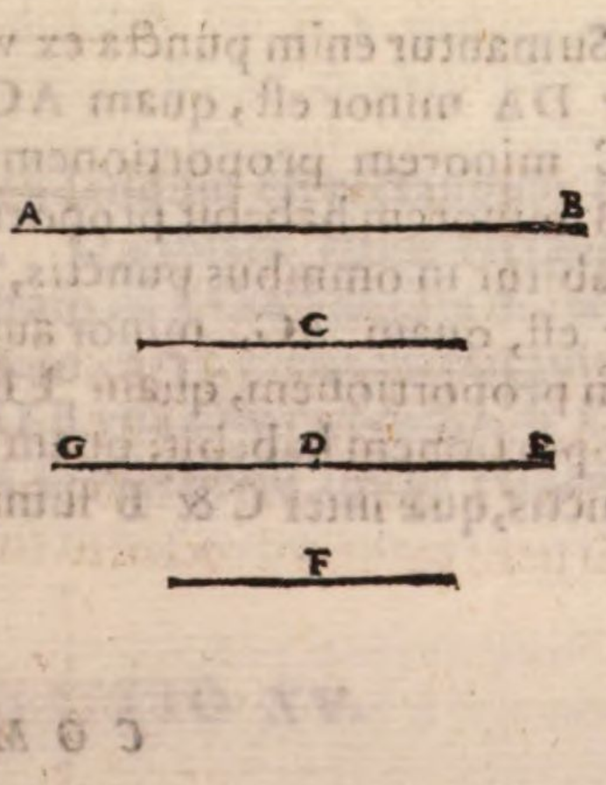


Ponatur enim ipsi C æqualis BF. est igitur vt BF ad C, ita D ad E. Sed AB ad C maiorem proportionem habet, quam BF ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam D ad E.

Et manifestum est si AB sit minor, quam C, AB ad C minorem proportionem habere, quam D ad E, ob conuersam scilicet rationem.

THEOREMA IX. PROPOSITIO XI.

Sed sit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F.



Quod quidem patet sine demonstratione. Si enim æquali existente DE ipsi F, AB ad C maiorem habet proportionem, quam DE ad F, eo minori existente multo maiorem proportionem habebit, Ob demonstrationem vero hoc modo.

Quoniam enim maior est AB quam C, si fiat vt AB ad C ita alia quędam ad F, erit ea maior, quam F. quare & maior, quam DE. Sit igitur ipsi ęqualis GE, ergo GE ad F maiorem proportionem habet, quam DE ad F. Sed ut GE ad F, ita AB ad C. ergo & AB ad C maiorem habebit proportionem, quam DE ad F.

Et manifestum est, vbi minor, semper minorem habere proportionem & rectāgulum contentum AB & F maius esse eo, quod C & DE continetur. quippe cum ipsi ęquale sit rectangulum ex C & EG, quod quidem rectāgulo ex C & DE est maius.

COM-

COMMENTARIVS.

A Sed sit AB maior, quam C, & DE minor, quam F. Dico AB ad C maiorem habere proportionem, quam DE ad F.] Græcus codex ἐλασσον δὲ τὸ Δ τοῦ ζ ἐστὶ &c. ἤτοι τὸ Δ πρὸς τὸ ε. *sed legendum* ἐλασσον δὲ τὸ δε τοῦ ζ. ὅτι &c. τὸ δε πρὸς τὸ ζ.

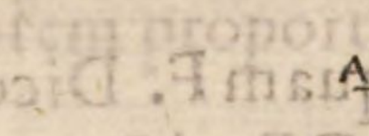
B Quod quidem patet sine demonstratione] Græcus codex φανερὸν μὲν οὖν καὶ διὰ ἀποδείξεως. *legendum autem* καὶ ἀνευ ἀποδείξεως, *nam paulo post ita scribit.* διὰ ἀποδείξεως δὲ οὕτως.

C Et manifestum est vbi minor, semper minorem habere proportionem [*Si AB sit minor, quam C, non propterea sequitur vt* AB *ad* C *minorem habeat proportionem, quam* DE *ad* F, *nisi vel* DE *sit maior, quam* F, *vel ipsi æqualis.*

D Quippe cum ipsi æquale sit rectangulum ex C & EG] *ex 16. sexti libri elementorum.*

THEOREMA X. PROPOS. XII.

Sit recta linea AB, & secetur in puncto C. Dico omnia quidem puncta, quæ sunt inter A & C, diuidere AB in proportiones minores ea, quæ est AC ad CB. omnia vero, quæ sunt inter C & B diuidere eãdem in proportiones maiores.



B Sumantur enim puncta ex vtraque parte ipsius C, quæ sint DE. Quoniam igitur DA minor est, quam AC, maior autem DB, quam BC; habebit DA ad
A AC minorem proportionem, quam DB ad BC. quare permutando AD ad
B DB minorem habebit proportionem, quam AC ad CB. Eodem modo demonstrabitur in omnibus punctis, quæ sunt inter A & C. Rursus quoniam EA maex ante- ior est, quam AC, minor autem EB, quam BC, habebit EA ad AC maiocedente. rem proportionem, quam EB ad BC. ergo permutando AE ad EB maiorem 5. huius. proportionem habebit; quam AC ad CB. similiter demonstrabimus & in reliquis punctis, quæ inter C & B sumuntur.

COMMENTARIVS.

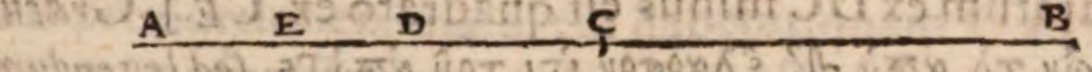
Habebit DA ad AC minorem proportionem, quam DB ad BC] *sequitur hoc ex iis, quæ proxime demonstrata sunt.* Græcus codex ἡ δὲ Δα πρὸς τὴν

τὴν α γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, &c. *videtur legendum* ἡ Δ α ἄρα πρὸς τὴν α γ.

Quare permutando AD ad DB minorem habebit proportionem, quam AC ad CB] *Ex 5. huius, Græcus codex* ἐναλλὰξ ἡ α Δ πρὸς τὴν Δ β. *Sed legendum puto* ἐναλλὰξ ἄρα.

THEOREMA XI. PROPOSITIO XIII.

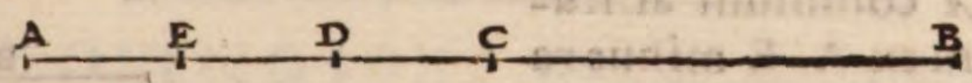
Si ſit recta linea AB, quæ bifariam in puncto C ſecetur, rectãgulum, quod punctum C abſcindit, videlicet ACB maximum eſt omnium, quæ a quoquam alio abſcindantur.



Si enim ſumatur punctum D, erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex CD, æquale quadrato ex AC, hoc eſt ACB rectangulo: quare rectangulum ACB eſt maius. Eadem ſequentur, & ad alteras partes.

THEOREMA XII. PROPOSITIO XIIII.

Dico inſuper punctum, quod ipſi C propinquius eſt, ſemper maius ſpacium efficere eo, quod eſt remotius.



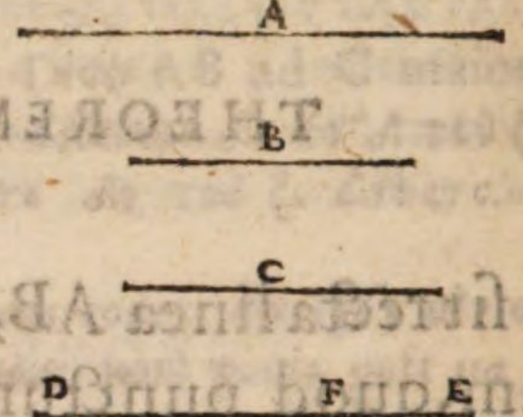
Sumatur enim aliud punctum E inter A & D. oſtendendum eſt rectangulũ contentum ADB maius eſſe eo, quod AEB continetur. Quoniam enim rectangulum ADB una cum quadrato ex DC æquale eſt quadrato ex AC: eſt autem & rectãgulum AEB una cum quadrato ex EC æquale quadrato ex AC: erit rectangulum ADB vna cum quadrato ex DC æquale rectangulo AEB vna cum quadrato ex CE. quorum quadratum ex DC minus eſt quadrato ex CE. reliquum igitur rectangulum ADB rectangulo AEB eſt maius.

THEOREMA XIII. PROPOSITIO XV.

Si enim ſit A vna cum B æquale ipſi C vna cum DE, ſit autẽ DE maius, quam B; erit A ipſo C maius.

Pona

Ponatur ipsi B æquale DF. ergo *A* vna cum DF æquale est *DE* una cum C. commune auferatur DF. reliquum igitur A est æquale ipsis C & FE, ac propterea A quam C maius erit.



COMMENTARIVS.

A Quorum quadratum ex DC minus est quadrato ex CE] *Græcus codex corruptus est in quo legitur,* ὧν τὸ ἀπὸ ΔΖ ἔλασσον ἐστι τοῦ ἀπὸ ΓΕ. *sed legendum* ὧν τὸ ἀπὸ ΔΓ.

B Sit autem *DE* maius, quam B, erit *A* ipso C maius] *In græco codice aliqua desiderantur, qui sic habet.* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ α τοῦ Γ. *legendum autem in hanc sententiã* μεῖζον ἂν γένοιτο τὸ ΔΕ τοῦ β. ὅτι μεῖζον τὸ α τοῦ γ.

THEOREMA XIIII. PROPOS. XVI.

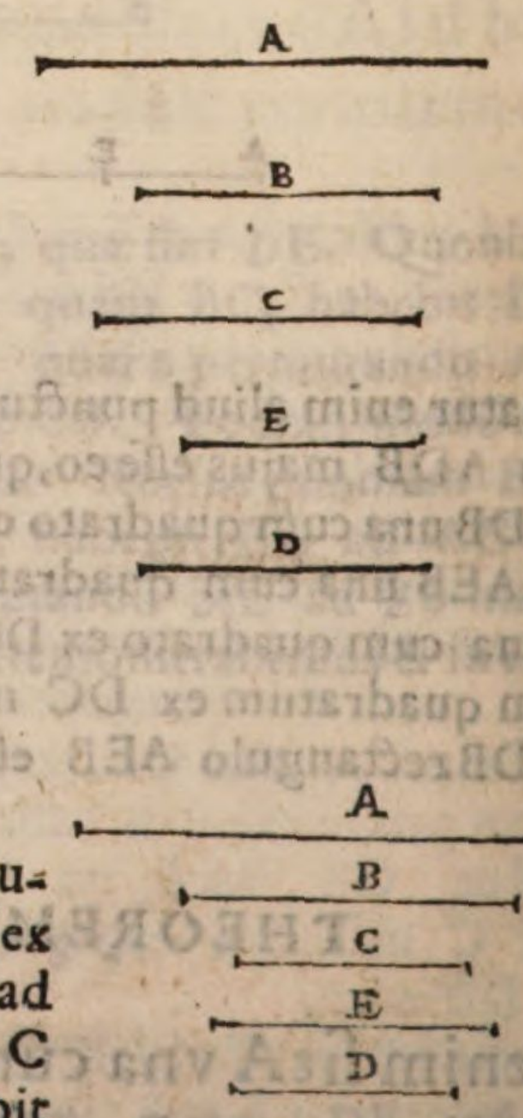
Habeat A ad B maiorem proportionem, quam C ad D. Dico rectangulum contentum rectis lineis AD maius esse eo, quod ipsis BC continetur.

Fiat enim ut A ad B, ita C ad E. ergo C ad E maiorem proportionem habet, quam ad D, & idcirco E quam D est minor. Itaque sumpta *A* communi altitudine erit rectangulum ex A E minus rectangulo ex *A* D. sed rectangulum ex A E rectangulo ex BC est æquale. rectãgulũ igitur ex BC min⁹ est rectãgulo ex *A* D: & ob id rectangulum ex A D rectangulo ex BC est maius.

16. sexti.

Similiter etiam si minor sit proportio rectangulum rectangulo minus erit.

Sed rursus sit rectangulum ex *A*D rectangulo ex BC maius. Dico *A* ad B maiorem proportionem habere, quam C ad D.



Ponatur enim rectangulo ex *A*D æquale rectangulum ex BE erit rectangulum ex B*E* maius eo, quod ex BC. quare & E maior, quã C. ut autẽ A ad B, ita E ad D. sed E ad *D* maiorem habet proportionem, quam C ad *D*. ergo & *A* ad *B* proportionem maiorem habebit quam C ad D.

A B C D

COM-

COMMENTARIVS.

Erit rectigulũ ex BE maius eo, quod ex BC] *Græcus codex.* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τοῦ ὑπὸ τῶν β ε τοῦ ὑπὸ τῶν β γ *sed legendũ* γίνεται ἄρα μεῖζον μὲν τοῦ ὑπὸ τῶν β ε. A

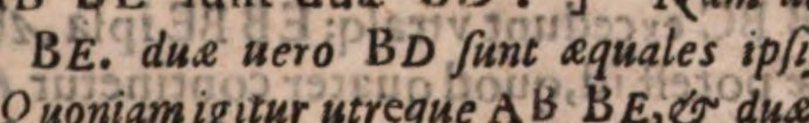
Quare & E maior, quam C] *Græcus codex* ὥστε καὶ ἡ β τῆς γ μείζων *lege* ὥστε καὶ ἡ ε τῆς γ μείζων. B

Vt autem A ad B, ita E ad D] *Ex 16. sexti elementorum'. Græcus autem codex corruptus uidetur, ego ita restituendum puto* ὡς δὲ ἡ α πρὸς τὴν β. οὕτως ἡ ε πρός τὴν δ ἡ δὲ ε πρὸς τὴν δ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρὸς τὴν δ. καὶ ἡ α ἄρα πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ γ πρός τὴν δ *Sed & illud idem aptius, breuiusque concludi potest non mutata priori figura hoc modo Ponatur rectangulo ex* BC *æquale rectangulum ex* AE. *erit* E *minor, quam* D, *& ut* A *ad* B, *ita erit* C *ad* E. *Sed* C *ad* E *maiorem habet proportionem, quam ad* D. *ergo & A ad* B *maiorem proportionem habebit, quam* C *ad* D. C

Ergo & A ad B proportionem maiorem habebit, quam C ad D] *Eodem modo, si rectangulum ex AD minus sit rectangulo ex* BC, *demonstrabitur A ad B minorem habere proportionem, quam* C *ad* D. D

THEOREMA XV. PROPOSITIO XVII.

Sint duæ rectæ lineæ AB BC, & inter AB BC media proportionalis sit BD, ipsique AD æqualis ponatur DE. Dico rectam lineam CE esse excessum, quo vtręque AB BC excedunt eam, quę potest id, quod quater AB BC continetur.



Quoniã, n. vtræq; AB BC excedũt vtraſq; AB BE recta linea CE, erit CE excessus, quo vtræq; AB BC vtraſque AB BE excedunt: vtręque aũt AB BE. ſunt duæ BD: & duæ BD poſſunt id, quod quater continetur AB BC. ergo CE elt excessus, quo utręque AB BC excedunt eam, quę potest id, quod quater AB BC continetur. A B

COMMENTARIVS.

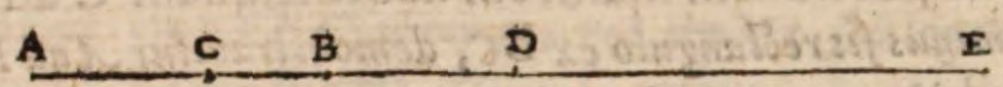
Vtræque autem AB BE ſunt duæ BD.] *Nam utræque* AB BE *ſunt æquales bis tribus* AD DB BE. *duæ uero* BD *ſunt æquales ipſis* BD BE ED, *quarum* ED *eſt æqualis ipſi* AD: *Quoniam igitur utręque* AB BE, *& duæ* BD *eiſdem ſunt æquales & inter ſe æquales ſint neceſſe eſt.* A

Et duæ BD poſſunt id, quod quater continetur AB BC] *Cũ. n.* BD *ſit media proportionalis* B

tionalis inter AB BC, *erit eius quadratum rectangulo* ABC *æquale. Sed quadratum duplę ipsius* BD *quadruplum ẽst quadrati ex* BD, *hoc est rectanguli* ABC. *ergo duæ* BD *possunt quadruplum rectanguli* ABC, *videlicet id, quod quater* AB BC *continetur.*

THEOREMA XVI. PROPOSITIO XVIII.

* Sit rursus ipsarum AB BC media proportionalis BD: & ipsi AD æqualis ponatur DE. Dico CE constare ex utrisq; AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.



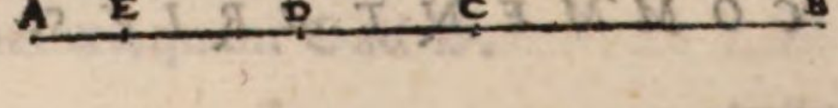
Quoniam enim CE constat ex CD DE, atque est AD æqualis DE constabit CE ex AD DC, hoc est ex vtrisque AB BC & duabus BD. duæ autem BD possunt id, quod quater continetur AB BC. ergo CE constat ex vtrisque AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

COMMENTARIVS.

* Sit rursus ipsarum AB BC media proportionalis BD] *Hoc loco* BD *non abscinditur ab ipsa* AB, *quemadmodum in superiori, sed extra ipsam sumitur, ut in figura apparet.*

THEOREMA XVII. PROPOSITIO XIX.

Rursus ipsarum AB BC media proportionalis sit BD, & ipsi CD ponatur æqualis DE. Dico AE esse excessum, quo utræque AB BC excedũt eã, quę potest id, quod quater AB BC cõtinetur.



* Quoniam. n. vtręq; AB BC excedunt vtrasq; EB BE ipsa AE, vtręque vero, EB BC sunt duæ BD. hoc est quæ potest id, quod quater continetur AB BC. ergo AE est excessus, quo utręq; AB BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.

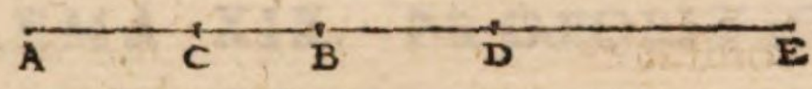
COM-

COMMENTARIVS.

Vtręque vero EB BC sunt duę BD] *Quoniam enim utræque EB BC sunt æquales his. videlicet* ED DC, *& duplę* CB; *duæ uero* BD *æquales sunt duplæ* DC, *& duplę* CB, *quarũ dupla* DC *est æqualis ipsis ED DC: erunt utræq; EB BC, & duę* BD *inter se necessario æquales.* ✲

THEOREMA XVIII. PROPOSITIO XX.

Rursus ipsarum AB BC media proportionalis sit BD, & ipsi CD ęqualis ponatur DE. Dico AE constare ex vtrisque AB BC, & ea, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.



A

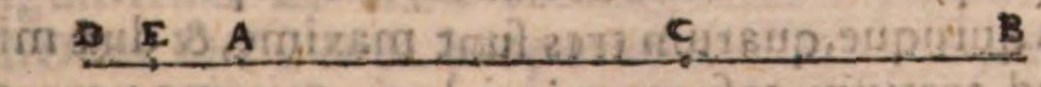
Cũ.n. AE constat ex AD DE, sitq; DE æqualis CD, cõstabit AE ex AD DC, hoc est utrisque AB BC, & duab. BD. At duę BD possunt id, quod quater cõtinetur AB BC. ergo AE cõstat ex utrisq; AB BC, & ea, quæ põt id, quod quater AB BC cõtinetur.

Hęc sumuntur ad sectionem proportionis, hæc autem ad spacii sectionem, differenter tamen. εἰς τὴν τοῦ λόγου ἀποτομὴν εἰς τὴν τοῦ χωρίου ἀποτομὴν ἀναγκαία φαλάισιν.

Problema in secundũ de sectione proportionis, vtile ad epilogũ tertiidecimi loci.

PROBLEMA III. PROPOSITIO XXI.

Dátis duabus rectis lineis AB BC & producta AD, sumere datum punctum D faciens proportionem BD ad DA, eandem, quæ est ipsius CD ad excessum, quo vtræque AB BC excedunt eam, quæ potest id, quod quater AB BC continetur.



Sed aliter cõstitui nõ potest, nisi utræque DB AC æquales sint excessui EA. totaque A

DA toti AB,& adhuc EA AC CB inter se proportionem habeant, quã numerus quadratus ad quadratum numerum & BC ipsius DE sit dupla.

B Factum iam sit,& excessus sit AE. ex ijs enim quæ superius dicta sunt ipsum inue
C nimus. est igitur vt BD ad DA, ita CD ad AE: & permutando, diuidendoque erit spacium spacio æquale,videlicet rectangulum contentum BC EA æquale rectangulo CDE. datum autem est rectangulum ex BC EA. ergo & rectangulum CDE erit datum. & ad datam rectam lineam CE applicatur, excedens figura qua-
D drata. datum igitur est punctum D.

Componetur autem hoc pacto.

Sit excessus EA,& rectangulo ex BC EA æquale applicetur ad rectam lineam CE,
E excedens figura quadrata, quod sit CDE. Dico D punctum quæsitum esse.

F Quoniam enim rectangulum ex BC EA æquale est rectangulo CDE, erit ob proportionem,& componendo,permutandoque,ut BD ad DA, ita CD ad EA, quę quidem est excessus.

G Eodem modo fiet, si velimus sumere punctum faciens, ut BD ad DA, ita CD ad rectam lineam, constantem ex vtrique AB BC, & ex ea, quę potest id, quod quater AB BC continere.

COMMENTARIVS.

A Sed aliter constitui non potest,nisi utręque DB AC æquales sint excessui ea, totaque DA toti AB, & adhuc EA, AC CB inter se proportionem habeant,quam numerus quadratus ad quadratum numerum, & BC sit ipsius DE dupla] *Vereor ne hæc ab aliquo addita sint, non enim uideo cur problema aliter constitui non possit.*

B Et excessus sit AE, ex iis enim, quæ superius dicta sunt ipsum inuenimus] Ex 17. *huius.*

C Et permutando,diuidendoque erit spacium spacio æquale] *Quoniam enim ut* BD *ad* DA, *ita est* CD *ad* AE, *erit permutando ut* BD *ad* DC, *ita* DA *ad* AE: *& diuidendo ut* BC *ad* CD, *ita* DE *ad* EA. *ergo rectangulum ex* BC EA *æquale est rectangulo* CDE.

D Datum igitur est punctum D] Ex 59. *libri datorum.*

E Et rectangulo ex BC EA æquale applicetur ad rectam lineã CE, excedens figura quadrata,quod sit CDE] Ex 29. *sexti libri elementorum.*

F Erit ob proportionem,& componendo, permutandoque ut BD ad DA, ita CD ad EA, quæ quidem est excessus] *Est enim* BC *ad* CD, *ut* DE *ad* EA, *& componendo* BD *ad* DC, *ut* DA *ad* AE, *permutandoque ut* BD *ad* DA, *ita* CD *ad* AE:

G Eodem modo fiet,si velimus sumere punctum faciens ut BD ad DA, ita CD ad rectam lineam,&c.] *Quænam sit recta linea, quę constet ex utrique* AB BC *& ex ea, quę potest, quod quater* AB BC *continetur, apparet ex* 18. *huius.*

Primus liber de proportionis sectione habet locos septem,casus vigintiquattuor, & determinationes quinque,quarum tres sunt maximę, & duæ minimę, atque est maxima quidem ad tertium casum quinti loci, minima uero ad secundum casum sexti loci, & ad eundem septimi. maxima etiam est ad quartos casus sexti, & septimi loci.

Secundus liber de proportionis sectione habet locos septem, casus vigintiquattuor, & determinationes septem, quarum quattuor sunt maximæ, & tres minimę.

& ma-

& mazima quidem eſt ad ſecundum caſum primi loci, & ad primum quarti loci, & ad tertium tertii,& ad quartum quarti, & ad primum ſexti.

Secundus liber de ſpacii ſectione habet locos tredecim,caſus ſeptem, determinationes quatuor ex primo,in idem reducuntur.

Quæret fortaſſe aliquis cur ſecundus liber de proportionis ſectione habet locos quatuordecim,ſecundus autem de ſpacii ſectione habet locos tredecim: habet autem ob hanc cauſam,quod ſeptimus locus in libro de ſpacii ſectione tamquam manifeſtus omittitur. Nam ſi utręque parallelæ lineæ in terminos cadant, qualeſcumque ducantur, ſpacium datum abſcindunt,etenim æquale eſt contento rectis lineis,quę inter terminos, & utrarumque linearum a principio poſitione datarũ congreſſum interiiciuntur.in libro autem de proportionis ſectione non adhuc ſimiliter contingit.ob hoc igitur excedit loco vno in ſecundum ſecundi. & reliqua . . . .

De determinata ſectione liber primus.

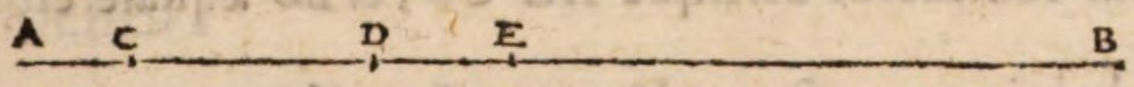
LEMMA I.

ἐπίταγμα. LEM. I.

Vtile ad primum prȩceptum quinti problematis.

THEOREMA XIX. PROPOSITIO XXII.

Sit recta linea AB, & in ipſa ſumantur tria puncta CDE, ſitque ADC rectangulum rectangulo BDE æquale. Dico vt BD ad DE, ita eſſe rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Quoniam enim rectangulum ADC æquale eſt BDE rectangulo, erit ut AD ad DB, ita ED ad DC. tota igitur AE ad totam BC eſt ut ED ad DC: & conuertendo. rurſus quoniam rectangulum ADC rectangulo BDE eſt æquale, ut AD ad DE, ita erit BD ad DC. ergo tota AB ad totam CE eſt ut BD ad DC. erat autem ut BC ad AE, ita CD ad DE. quare proportio compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt eadem, quæ componitur ex proportione BD ad DC, & proportione CD ad DE. Sed proportio quidem compoſita ex proportione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE eſt rectanguli ABC ad AEC rectangulum: proportio uero compoſita ex proportione BD ad DC, & ex proportione CD ad DE eſt ea, quam habet BD ad DE. Vt igitur BD ad DE, ita ABC rectangulum ad rectangulum AEC, quod demonſtrare oportebat.

A B 14 sexti. C D

ALI-

ALITER.

LEMMA. II. Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit vt AE ad BC, ita AD ad DB. componendoque ut utræque AE
E CB ad BC, ita AB ad BD. quod igitur continetur utrisque AE CB, & BD æquale
F est rectãgulo ABC. Rursus quoniam est ut AD ad DB, ita AE ad DE; & tota AE ad totam BC est vt ED ad DC. quare conuertendo, componendoque id quod cõ tinetur utrisque AE CB, & ED est æquale rectangulo AEC. ostensum autem est,
G quod continetur vtrisque AE CB, & BD æquale esse rectangulo ABC. permutando igitur ut rectangulum contentum vtrisque AE CB & BD ad contentum vtris-
H que AE CB, & DE, hoc est ut BD ad DE, ita erit rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Erit ut AD ad DB, ita ED ad DC] *ex 14. sexti elementorum.*

B Tota igitur AE ad totam BC est ut ED ad DC] *ex 12. quinti elementorum: Hæc autem omnia nos restituimus, quæ deerant in Græco codice. quare ita legendum erit* καὶ ὅλη ἄρα ἡ αβ πρὸς ὅλην τὴν γε ἐστὶν ὡς βδ πρὸς δγ.

C Erat autem ut BC ad AE, ita CD ad DE] *demonstratum etenim est totam AE ad totam* BC *esse, vt* ED *ad* DC. *quare conuertendo, vt* BC *ad* AE, *ita erit* CD *ad* DE. *Græcus codex* τὸν δέ καὶ ὡς ἡ βδ πρὸς τὴν εα, *legendum* ἡ βγ πρὸς τὴν εα.

D Sed proportio quidem composita ex propottione AB ad CE, & ex proportione BC ad AE est rectanguli ABC ad AEC rectangulum] *ex 23. sexti elementorum.*

E Quoniam rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, ob proportionem, & tota ad totam, erit ut AE ad BC, ita AD ad DB] *est enim ex 14. sexti ut* AD *ad* DB, *ita* ED *ad* DC. *quare ex 12. quinti ut* AE *ad* BC, *ita est* AD *ad* DB.

F Quod igitur continetur utrisque AE CB, & BD æquale est rectangulo ABC] *ex 16. sexti.*

G Permutando igitur ut rectangulũ contentũ utrisque AE CB, & BD ad contentũ vtrisque AE CB & DE] *Græcus codex mancus est, quem nos ita restituemus.* ἐναλλὰξ ἄρα γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε γβ καὶ τῆς βδ πρὸς τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς αε γβ καὶ τῆς δε.

H Hoc est, vt BD ad DE] *rectangula enim, quorum eadem est altitudo ita se habent sicuti bases ex prima sexti elementorum.*

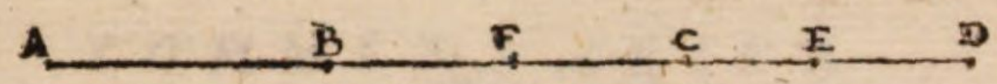
ALITER.

LEMMA. III. In primum præceptum quinti problematis, præmonstratis tamen dnobus, quæ deinceps exponentur.

THEOREMA XX. PROPOS. XXIII.

Sit recta linea AB æqualis CD, & in ipsa CD sumatur quodvis punctum E. Dico rectangulum ACD æquale esse, & rectángulo AED, & rectangulo BEC.

Sece



Secetur BC bifariam in *F*. ergo rectangulum ACD vna cum quadrato ex CF æquale est quadrato ex FD. eadem ratione rectangulum AE*D* vna cum quadrato ex *F*E çquale est quadrato ex FD. quare rectangulum ACD una cum quadrato ex CF æquale æquale est rectangulo AED vna cum quadrato ex FE, hoc est una cum rectangulo BEC, & eo, quod fit ex CF quadrato. commune aufera tur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum ACD æquale est rectangulo *AED* & rectangulo B*E*C. A B

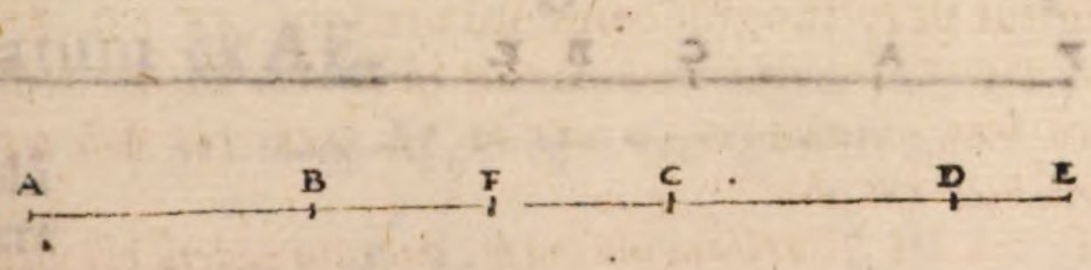
COMMENTARIVS.

Ergo rectangulum ACD una cum quadrato ex CF çquale est quadrato ex FD] A
Ex 5. *secundi elementorum.*
Hoc est vna cum rectangulo B*E*C, & eo, quod fit ex CF quadrato]*Rectangulũ enim* B
BEC *una cum quadrato ex* CF *æquale est quadrato ex FE per* 6. *eiusdem.*

THEOREMA XXI. PROPOSITIO XXIIII.

LEMM. IIII.

Iisdem positis sit punctum E extra lineam AD. Dico rursus rectangulum BEC rectangulo AED, & rectangulo BDC æquale esse. A



Secetur rursus BC bifariam in puncto F. erit rectangulum BEC una cum quadrato ex CF çquale quadrato ex FE. ergo rectangulum BEC una cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED una cum eo, quod fit ex CF quadrato, hoc est una cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF. commune aufe- ratur quadratum ex CF. reliquum igitur rectangulum B*E*C æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC. B C D E

COM-

COMMENTARIVS.

A Dico rursus rectangulum BEC rectãgulo AED, & rectangulo BDC æquale esse.] Græcus codex ὅτι πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν βεΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αδε. *sed legendum videtur.* τῷ ὑπὸ τῆς αεδ.

B Erit rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex FE] *ex sexta secundi elementorum.*

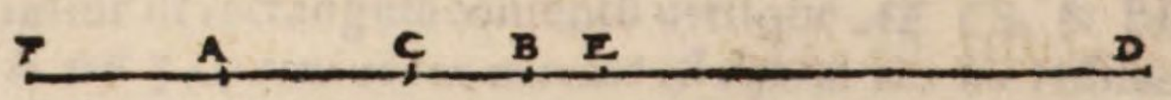
C Ergo rectangulum BEC vna cum quadrato ex CF æquale est rectangulo AED vna cum eo, quod fit ex DF quadrato] *rectangulum enim AED vna cum quadrato ex DF similiter æquale est quadrato ex FE. per sextam secundi elementorum Græcus codex* ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ αδε. *sed legendum* τῷ ὑπὸ αεδ

D Hoc est vna cum rectangulo BDC, & quadrato ex CF] *est enim rectangulum BDC vna cum quadrato ex CF æquale quadrato ex DF per sextam eiusdem. Græcus codex.* τουτέστι τῷ ὑπὸ βγδ καὶ τοῦ ἀπὸ Γζ. *ego legendum puto.* τουτέστι τοῦ ὑπὸ βδγ, καὶ τοῦ ἀπὸ γζ.

E Reliquum igitur rectangulum BEC æquale erit rectangulo AED, & rectangulo BDC.] Græcus codex τῷ ἴσῳ τῶν αδε. *sed legendum.* τῷ ὑπὸ τῶν αεδ.

THEOREMA XXII. PROPOS. XXV.

LEMMA. V. A His præmonstratis ostendendum est si rectangulum ABC æquale sit rectangulo DBE, vt DB ad BE, ita esse rectangulum ADC ad AEC rectangulum.



Ponatur ipsi CE æqualis FA. Quoniam igitur rectangulum ABC æquale est
B rectangulo *DBE*, commune apponatur rectangulum FBE ergo totum rectangu
C lum ex DF B*E* æquale est rectangulo FBE & rectangulo ABC. hæc autem ex an-
D tecedenti æqualia sunt rectangulo F*CE*, hoc est rectangulo AEC. assumatur ex-
trinsecus rectangulum F*DE*. ergo ut rectangulum FDE ad rectangulum ex FD
E F *BE*, videlicet ut DE ad EB, ita rectangulum FDE ad rectangulum AEC. & com
ponendo ut *DB* ad BE, ita rectangulum FDE vna cum rectangulo AEC ad re-
ctangulum ABC. sed rectangulum F*DE* vna cum rectangulo AEC æquale est re
ctangulo ADC ex antecedente. ut igitur DB ad BE, ita rectangulum ADC ad re
ctangulum AEC.

COM-

COMMENTARIVS.

Vt DB ad BE, ita esse rectangulum ADC ad AEC rectangulum] *Græcus codex* γίνεται ὡς ἡ ΔΒ πρὸς Β Γ. *sed legendum* πρὸς ΒΕ. A

Ergo totum rectangulum ex DF BE æquale est rectangulo FBE, & rectangulo ABC] *Rectangulum enim ex* DF BE, *æquale est duobus rectangulis* DBE, *&* FBE *ex prima secundi elementorum. Græcus codex.* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΖ Β ἴσον ἐσι τῶτε &c. *legendum autem est* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΖ ΒΕ ἴσον ἐσι τῶτε &c. B

Hæc autem ex antecedenti æqualia sunt rectangulo FCE] *ex 23. huius.* C

Hoc est rectangulo AEC] *Quoniam enim* FA *facta est æqualis* CE, *si addatur utrique communis* AC, *erit* FC *æqualis* AE, *& ideo ex prima sexti elementorum rectangulum* FCE *rectangulo* AEC *est æquale.* D

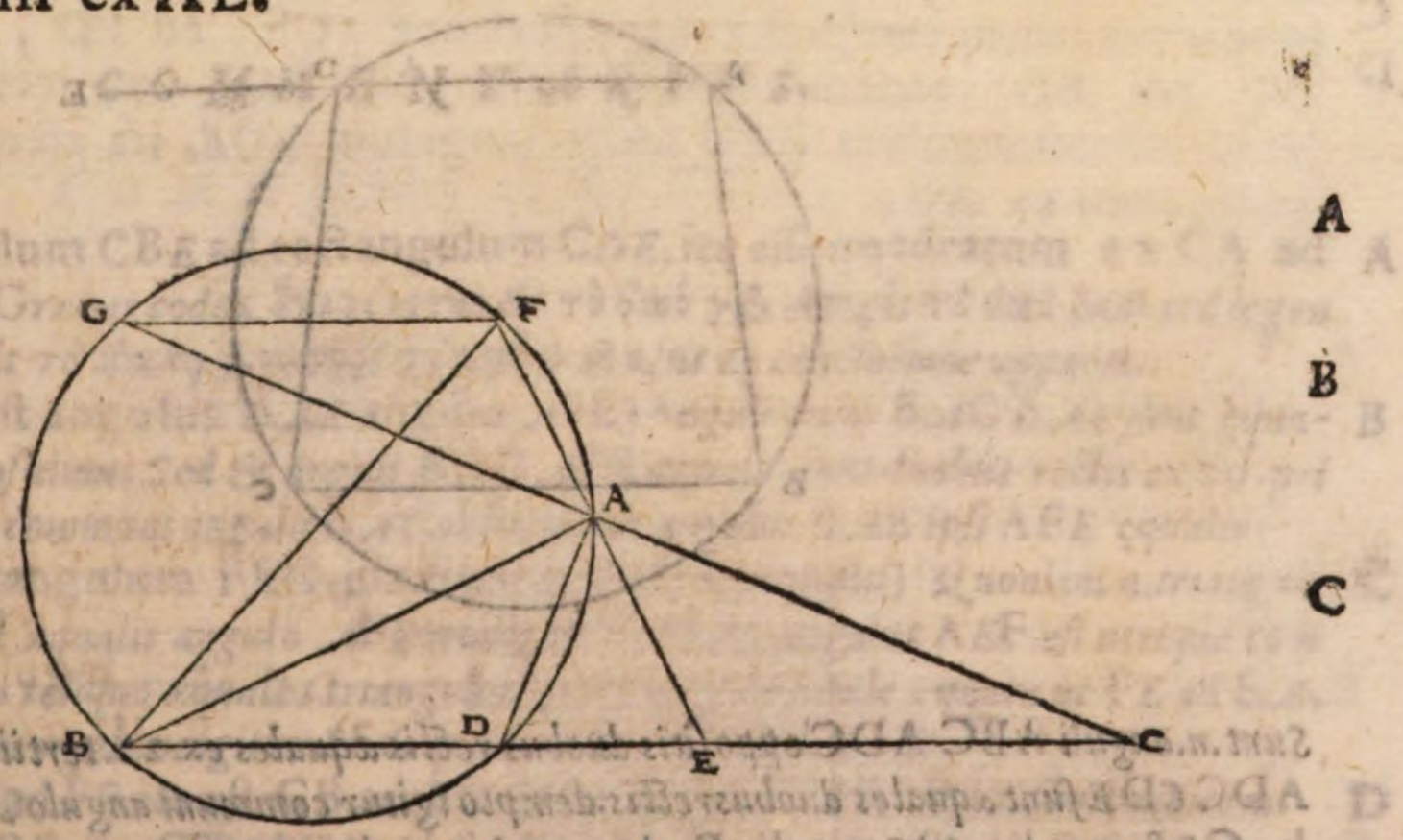
Videlicet ut DE ad EB] *ex prima sexti elementorum.* E

Ita rectangulum FDE ad rectangulum AEC, & componendo, ut DB ad BE, ita rectangulum FDE una cum rectangulo AEC ad rectangulum AEC. Sed rectangulũ FDE una cum rectangulo AEC æquale est rectangulo ADC ex antecedente] *Hunc locum ita restituendum censuimus In Græco enim codice sic legebatur* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ μετὰ τὸ προγεγραμμένον ἴσον ἐσι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ. *sed forte ita restituetur.* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ συνθέντι ἔχα ὡς ἡ ΔΒ πρὸς τὴν ΒΕ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ ἀλλὰ τὸ ὑπὸ τῶν ΖΔΕ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ μετὰ τὸ προτετραμμένον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ. F

THEOREMA XXIII. PROPOSITIO XXVI.

LEM. VI

Si sit triangulum ABC, & duæ rectæ lineæ ducantur, vt AD AE, ita vt anguli BAC DAE duobus rectis sint æquales ; erit vt rectangulum BCD ad rectangulum BED, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE.



Sit. n. circa triãgulũ ABD circulũ descri bamus, & lineas EA CA producamus ad pũcta FG, transfere tur rectãgulũ quidẽ BCD ad rectangulũ GCA, rectangulũ ve ro BED ad rectãgu lũ FEA, & oportebit permutãdo quærere, ti ẽvt rectãgulũ GCA ad quadratũ ex CA, ita rectangulũ FEA ad quadratũ ex EA. hoc autẽ idẽ est, ac si quæratur, si est ut GC ad CA, ita FE ad EA. si igitur GF parallela ẽ ipsi BC, erit ut GC ad CA, ita FE ad EA. parallela est autem. Quoniam enim anguli BAC DAE duobus

F G duobus rectis sunt æquales, erit DAE angulus æqualis ipsi BAG. Sed angulus quidē
H DAE est æqualis angulo FBD extra quadrilaterum; angulus uero BAG æqualis angu
K lo BFG. angulus igitur FBD angulo BFG æqualis erit. & sunt alterni. ergo GF paral-
lela est ipsi BC. hoc autem est quod quærebatur.

COMMENTARIVS.

A Transferetur rectangulum quidem BCD ad rectangulum GCA, rectangulū vero BED ad rectangulum FEA] *Hoc est rectangulum* GC*A erit loco rectanguli* BCD, *ut pote ipsi æquale, & rectangulum* FE*A loco rectanguli* BED *ex* 36. *tertii elem.*

B Et oportebit permutando quærere, si est vt rectangulum GCA ad quadratum ex CA, ita rectangulum FE*A* ad quadratum ex *EA*] *Si. n. hoc demonstratum fuerit, sequetur permutando ut rectangulum* GC*A ad rectangulum* FE*A, hoc est ut rectangulum* BC*D ad rectangulum* BED, *ita esse quadratum ex* C*A ad quadratum ex* A*E, quod demonstrare oportet. Græcus codex* καὶ δεήσει ἐναλλὰξ ζητῆσαι ὡς τὸ ὑπὸ τὸν ηγα. *ego legendum arbitror,* καὶ δεήσει ἐιαλλὰξ ζητῆσαι ἐι ἔσιν ὡς τὸ ὑπὸ τὸν ηγα.

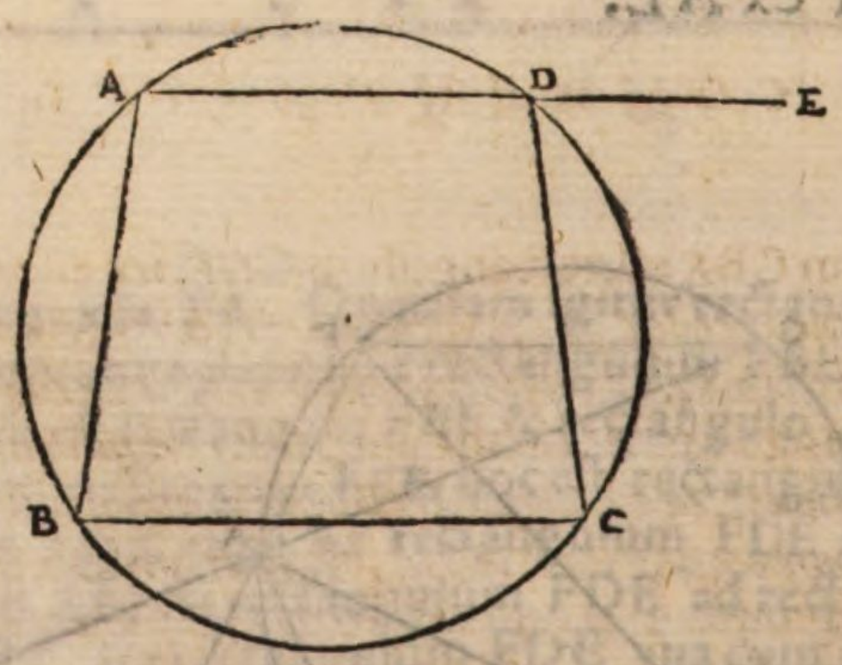
C Hoc autem idem est, ac si quæratur, si est ut GC ad C*A*, ita FE ad EA] *vt enim rectangulum* GCA *ad quadratum ex* C*A, ita* GC *ad* C*A: & ut rectangulum* FE*A ad quadratum ex* E*A, ita* FE *ad* EA *ex prima sexti elementorum.*

D Si igitur GF parallela est ipsi BC, erit ut GC ad CA, ita FE ad EA] *Fient. n. triangula* AFG AEC *inter se similia. quare ut* G*A ad A*F, *ita erit* C*A ad* AE, *& permutando ut* GA *ad* AC, *ita* F*A ad* AE, *componendoque ut* GC *ad* C*A, ita* FE *ad* EA.

E Erit ut GC ad CA, ita FE ad *EA*] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erāt. quare ita legendum erit.* ἐι ἄρα ἔσιν ἡ ΗΖ παραλληλος τῇ ΒΓ γίνεται ὡς ἡ ΓΖ πρὸς τὴν ΓΑ οὕτως ἡ ΖΕ πρὸς τὴν ΕΑ. ἐσί δέ.

F Erit DAE angulus æqualis ipsi BA*G*] *Sunt enim & anguli* GAB BAC *æquales duobus rectis. ergo dempto communi angulo* BA*C, erit reliquus* DAE *reliquo* BAG *æqualis*

G Sed angulus quidem DAE est æqualis angulo FBD extra quadrilaterum] *Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus sit quadrilaterum* ABCD *in circulo descriptum, & AD ad* E *producatur. Dico angulum* CDE *angulo* ABC *æqualem esse.*



Sunt. n. anguli ABC ADC *oppositis duobus rectis æquales ex* 22. *tertii element. sed & anguli* ADC CDE *sunt æquales duobus rectis. dempto igitur communi angulo* A*DC, relinquetur angulus* CDE *angulo* A*BC æqualis. Eodem modo in reliquis angulis demonstratio fiet.*

H Angulus uero BAG æqualis angulo BFG] *Ex* 21. *tertii elementorum.*

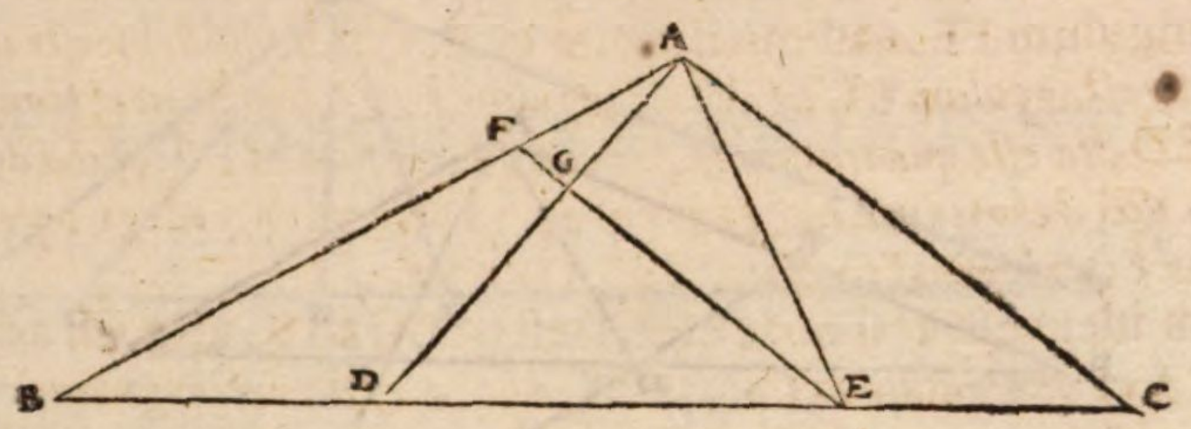
K Et sunt alterni ergo GF parallela est ipsi BC.] *ex* 27. *primi elementorum. Græcus codex* καὶ εἰσὶν ἐναλλὰξ ἄρα ἔσιν &c. *legendum* καὶ εἰσίν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἔσιν.

THEOREMA XXIIII. PROPOSITIO XXVII.

ALITER.

LEM. VII.

Sint in triangulo ABC anguli BAC DAE duobus rectis æquales. Dico ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AE. A



Ducatur per E ipsi AC parallela EF. æqualis igitur ẽ angulus DAE angulo AFE & propterea rectangulum FEG quadrato ex AE est æquale. Itaque quoniam vt AC ad FE, ita est CB ad BE. Vt autem CA ad GE, ita CD ad DE, erit proportio composita ex CA ad FE, & ex CA ad GE eadem, quæ componitur ex CB ad BE, & ex CD ad DE. Sed proportio composita ex CA ad FE, & ex CA ad GE est quadrati ex CA ad rectangulum FEG, hoc est ad quadratum ex AE. composita uero ex proportione CB ad BE, & ex proportione CD ad DE eadẽ est, quæ rectanguli CBE ad CDE rectangulum. est igitur ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita quadratum ex CA ad quadratum ex AE. B C D E F G

COMMENTARIVS.

Dico ut rectangulum CBE ad rectangulum CDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AE] Græcus codex ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβ δ πρὸς τὸ ὑπὸ βεδ sed legendum est ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ γβ ε. πρὸς τὸ ὑπὸ γδ ε, ut ex conclusione apparet. A

Aequalis igitur est angulus DAE angulo AFE] Anguli enim BAC DAE sunt æquales duobus rectis, ut posuimus. Sed & anguli BAC AFE æquales sunt duobus rectis ex 29. primi elem. quare sublato communi angulo BAC, relinquitur angulus DAE ipsi AFE æqualis. B

Et propterea rectangulum FEG quadrato ex AE est æquale] Quoniam n. trianguli AGE angulus GAE est æqualis angulo AFE trianguli FAE, & angulus AEF est utrique communis: erit & reliquus reliquo æquales triangulumque triangulo simile. quare ut FE ad EA, ita est AE ad EG rectangulum igitur FEG quadrato ex AE æquale erit. C

Itaque qm̃ ut AC ad FE ita est CB ad BE.] Ob triangulorũ ABC FBE similitudinem. D

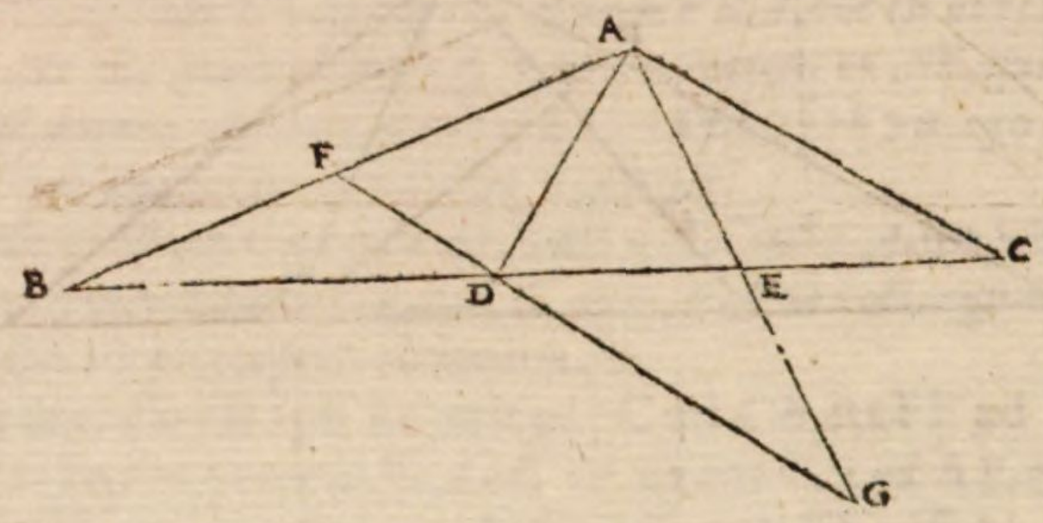
Vt autem CA ad GE, ita CD ad DE] Ob similitudinem triangulorum ADC GDE. E

Erit proportio cõposita ex CA ad FE, & ex CA ad GE &c.] Græcus codex ὁ ἄρα συναμφότερος ἐκ τε τοῦ τῆς γα πρὸς ζε καὶ αὐτοῦ τῆς γδ πρὸς ηε. scribẽdũ ãt καὶ τοῦ τῆς γα πρὸς ηε. F

G sed proportio composita ex CA ad FE, & ex CA ad GE est quadrati ex CA ad rectangulum FEG &c.] Ex 23 *sexti elementorum:*

THEOREMA XXV. PROPOSITIO XXVIII.

LEM. VIII. Sit rursus vterque angulorum BAE CAD rectus. Dico ut rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AD.



Ducatur per D ipsi AC parallela FG, & in quo puncto conuenit cum AE sit G: rectus igitur est angulus ADF. Sed & rectus est FAG. ergo rectangulum FDG quadrato ex DA est æquale. & ut quadratum ex CA ad quadratum ex AD, ita quadratum ex CA ad FDG rectangulum. Sed proportio quadrati ex CA ad rectangulum FDG composita est ex proportione, quam habet CA ad DG; hoc est CE ad ED, & ex proportione, quam CA habet ad FD, hoc est CB ad BD. proportio autem composita ex proportione CE ad ED, & ex proportione, CB ad BD eadem est, quę rectanguli BCE ad rectangulum BDE. Vt igitur rectangulum BCE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex CA ad quadratum ex AD.

A
B
C
D

COMMENTARIVS.

A Rectus igitur est angulus ADF] *Ex 29. primi elementorum parallelæ enim sunt* AC FG, *& angulus* DAC *est rectus.*

B Ergo rectangulum FDG quadrato ex DA est æquale] *Ex 8. & 17. sexti elementorum.*

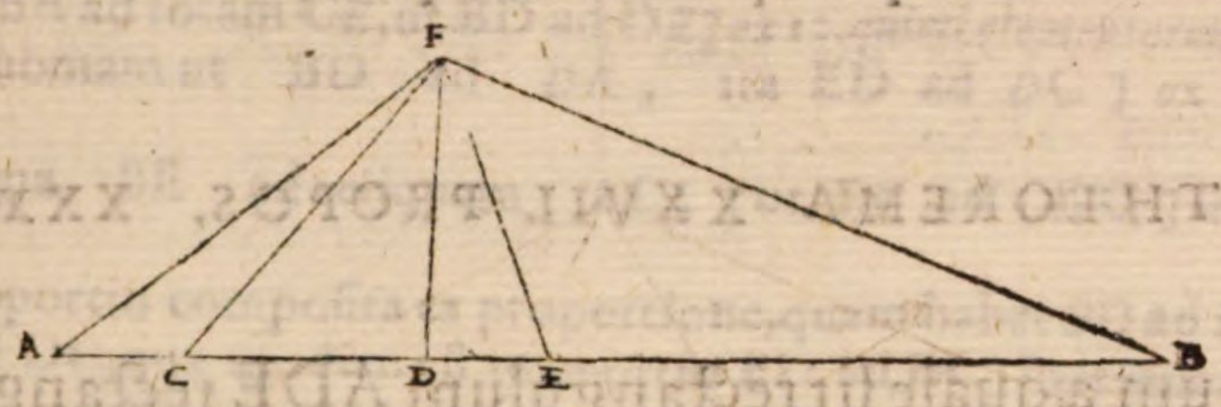
C Hoc est CE ad ED] *Ex 4. sexti ob similitudinem triangulorum* AEC DEG.

D Hoc est CB ad BD] *Similia enim sunt triangula* ABC FBD.

THEOREMA XXVI. PROPOSITIO XXIX.

LEMM. IX. A

Quod cum ita sit antedictum lemma aliter demonstrabimus. videlicet vt BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC.



Erigatur a puncto *D* quæuis recta linea *DF*, & rectangulo A*D*C æquale ponatur quadratum ex DF; iunganturque AF CF EF, BF. Quoniam igitur rectangulum ADC æquale est quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A æqualis. Rursus quoniam rectangulum BDE æquale est quadrato ex *DF*, angulus DFE angulo B æqualis erit. Sed & angulus CFD æqualis est angulo A. totus igitur angulus CFE angulis AB est æqualis. anguli autem AB una cum angulo AFB duobus rectis æquales sunt. ergo & anguli AFB CFE sunt æquales duobus rectis. est igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum A*E*C. Sed vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita est B*D* ad D*E*. Vt igitur B*D* ad *DE*, ita *ABC* rectangulum ad rectangulum A*E*C.

B C D

COMMENTARIVS.

A

Quod cum ita dictum sit ante dictum lemma aliter demonstrabimus] *Lemma illud demonstratum est in 22. huius. Sit enim recta linea AB, in qua sumantur tria puncta* CDE, *ita vt sit rectangulum ADC æquale rectangulo* BDE. *erit vt* BD *ad* DE, *ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.*

B

Quoniam igitur rectangulum ADC æquale est quadrato ex DF, erit angulus CFD angulo A æqualis] *Est enim ex 14. sexti elementorum, vt AD ad* DF, *ita* FD *ad* DC. *quare triangulum* ADF *simile est triangulo* FDC; *quod angulus* CDF *sit vtrique communis, & circa ipsam latera proportionalia. angulus igitur* CFD *angulo* DAF *æqualis erit. & eadem ratione colligitur angulum* DFE *angulo* DBF *esse æqualem.*

Est

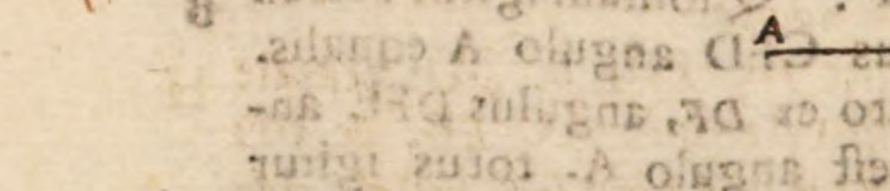
C Eſt igitur ob lemma præcedens vt quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *ex 26. huius.*

D Sed ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita eſt BD ad DE] *Quoniam enim*
4.ſexti. *triangulum BDF ſimile eſt triangulo FDE, erit ut BD ad DF, ita FD ad DE. & ideo ut pri-*
coro.20. *ma ad tertiam, ita quadratum primę ad ſecundę quadratum, hoc eſt vt BD ad DE. ita qua-*
ſexti. *dratum ex BD ad quadratum ex DF. ſed rurſus ut BD ad DF, ita BF ad FE ob ſimilitudi-*
4.ſexti. *nem eorundem triangulorum BDF FDE. & ut quadratum ex BD ad quadratum ex DF, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE. ergo ut quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita BD ad DE. Græcus codex* ἀλλ' ὡς τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζε, οὕτως ἐστὶν ἡ βλ πρὸς λε. *poſt quæ hęc leguntur.* ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ βλε τῷ ἀπὸ λζ. *quæ omnino delenda ſunt. non enim illud ex ante dictis ſequitur, quod in principio ponebatur.*

LEMMA vtile ad ſecundum præceptum eiuſdem problematis.

THEOREMA XXVII. PROPOS. XXX.

LEMMA. X. Rurſus cum æquale ſit rectangulum ADE rectangulo BDC, oſtendendum eſt ut BD ad DC, ita eſſe ABE rectangulum ad rectangulum ECA.



A B C D E Quoniam enim eſt ut BD ad DE, ita AD ad DC, erit tota BA ad totam CE, vt BD ad DE. Rurſus quoniam ut BD ad DA, ita ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam AC, ut ED ad DC. erat autem & ut BD ad DE, ita AB ad CE. ergo proportio compoſita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quam ED habet ad DC, quæ quidem eſt proportio BD DC, eadem eſt, quæ componitur ex proportione
23.ſexti. AB ad CE, & proportione OB ad AC: quæ eſt proportio rectanguli ABE ad rectangulum ECA. ut igitur BD ad DC, ita erit rectangulum ABE ad OCA rectangulum. quod demonſtrare oportebat.
F

B ALITER.

Quoniam eſt ut AD ad DB, ita CD ad DE, erit reliqua AC ad reliquam EB, ut
14. ſexti. AD ad DB: & componendo ut utræque AC EB ad EB, ita AB ad BD. rectãgulum
19.quinti igitur, quod continetur utriſque AC EB, & BD æquale eſt rectangulo ABE. Rur
16.ſexti. G ſus quoniam ut BD ad DA, ita eſt ED ad DC, erit reliqua BE ad reliquam CA, ut ED ad DC. & componendo, ut utræque CB AC ad AC, ita EC ad CD. ergo rectangulum, quod utriſque EB AC, & CD continetur, rectangulo ECA eſt æqua
H le. Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum utriſque AC EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABE. ut igitur rectangulum contentum utriſque AC EB, & BD

ad

ad contentum vtriſque AC EB, & CD, hoc eſt vt BD ad DC, ita eſt rectangulũ ABE ad rectangulum ECA. quod oſtendere oportebat.

COMMENTARIVS.

Quoniam enim eſt, ut BD ad DE, ita AD ad DC] *Ex 14. ſexti elementorum.* A

Erit tota BA ad totam CE, ut BD ad DE] *ex 12. quinti elementorum.* B

Rurſus quoniam ut BD ad DA, ita ED ad DC] *ex 14. ſexti elementorum.* C

Erit reliqua BE ad reliquam AC, ut ED ad DC] *ex 19. quinti elementorum.* D

Ergo proportio compoſita ex proportione, quam habet BD ad DE, & ex ea, quã ED habet ad DC, quæ quidem eſt proportio BD ad DC] *Proportio enim compoſita ex proportione BD ad DE, & ex proportione ED ad DC, eſt proportio rectanguli BDE ad rectangulum CDE, hoc eſt BD ad DC.* E

Vt igitur BD ad DG] *Græcus codex* ἐστιν ὡς ἡ Β Δ πρὸς τὴν Δ Ε. *legendum autem videtur.* ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν Δ Γ. F

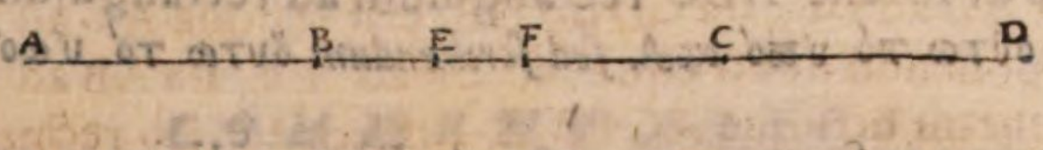
Erit reliqua BE ad reliquam CA, vt ED ad DC] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα ἡ Β Ε πρὸς λοιπὴν τὴν Γ Α ἐστὶν ὡς εἷς τῶν λόγων· ὡς ἡ Ε Δ πρὸς τὴν Δ Γ. *Sed nos verba illa* ὡς εἷς τῶν λόγων, *conſulto omiſimus tamquam ſupervacanea, & ab aliquo addita.* G

Oſtenſum autem eſt rectangulum contentum vtriſque AC EB, & BD æquale eſſe rectangulo ABE. Vt igitur rectangulum contentum vtriſque AC EB, & BD ad contentum, &c.] *In Græco codice hæc deſiderantur.* ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν Α Β Ε. καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς Α Γ Ε Β, καὶ τῆς Β Δ πρὸς τὸ &c. H

THEOREMA XXVIII. PROPOSITIO XXXI.

ALITER.

LEMM. XII. Hoc autem oſtenſo ſit AB æqualis CD, & ſumatur punctum aliquod E. Oſtendendum eſt rectangulum AED rectangulo ACD, & rectangulo BEC æquale eſſe.



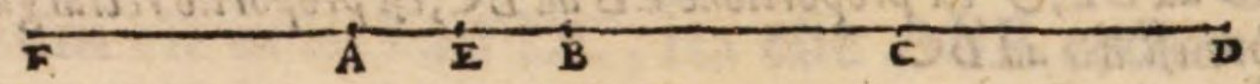
Secetur BC bifariam in puncto F. erit rectangulum AED una cum quadrato ex EF æquale quadrato ex DF: rectangulum autem ACD una cum quadrato ex CF eſt æquale ei quod fit ex DF quadrato. ergo rectangulum AED una cum qua-

quadrato ex EF æquale est rectangulo ACD vna cum quadrato ex CF; hoc est una cum rectangulo BEC & quadrato ex EF. commune auferatur quod fit ex EF quadratum. reliquum igitur rectangulum *AED* rectangulo ACD & rectangulo BEC æquale erit.

THEOREMA XXIX. PROPOS. XXXII.

LEMMA XIII. Hoc demonstrato sit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE. Dico ut DB ad BE, ita esse ADC rectangulum ad rectangulum AEC.

A B



Ponatur ipsi CD æqualis AF, erit ob antecedens rectangulum FBD æquale rectangulo FCD, & rectangulo ABC. Quoniam autem rectangulum ABC rectan-
C gulo DBE est æquale, quodcumque eorum auferatur a rectangulo FBD, reliquum
D E erit rectangulum FCD, hoc est ADC æquale rectangulo ex DB & FE. Rursus quo-
F niam rectangulum ABC est æquale rectangulo DBE, erit ob proportionem, & di-
G uidendo vt AE ad EB, ita DC ad CB, hoc est FA ad BC. tota igitur FE ad totã EC
16. sexti. est ut AE ad EB, & propterea rectangulum FEB est æquale rectangulo CEA. ostẽ
sum autem est rectangulum ex FE & BD æquale rectangulo ADC. quare permu-
1. sexti. tando ut rectangulum ex FE & BD ad rectangulum FEB, hoc est, vt DB ad BE, ita rectangulum ADC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Sit rectangulum ABC æquale rectangulo DBE] Græcus codex ἐσὼ τὸ ὑπὸ τῶν αβΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν δβ. legendum autem. τῷ ὑπὸ τῶν βδε

B Dico ut DB ad BE, ita esse ADC rectangulum ad rectangulum AFC.] Græcus codex ὅτι ἐςὶν τ οὕτω τό ὑπό αεδ. sed scribendum ὅυτω τὸ ὑπὸ τῶν αδγ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν αεF.

C Quodcumque eorum auferatur a rectangulo FBD, reliquum erit rectangulum FCD] Demonstratum etenim est rectangulum FBD æquale duobus rectangulis, uidelicet rectangulo ABC, & rectangulo FCD.

D Hoc est ADC] quippe cum AF posita sit æqualis ipsi CD.

E Aequalis rectangulo ex DB & FE] Nam rectangulum FBD ex prima secundi est æquale duobus rectangulis, rectangulo scilicet ex DB, & FE & rectangulo DBE. qua-

re

re ablato rectangulo DBE relinquetur rectangulum ex DB & FE. rectangulum igitur FCD, hoc est ADC rectangulo ex DB & FE æquale erit.

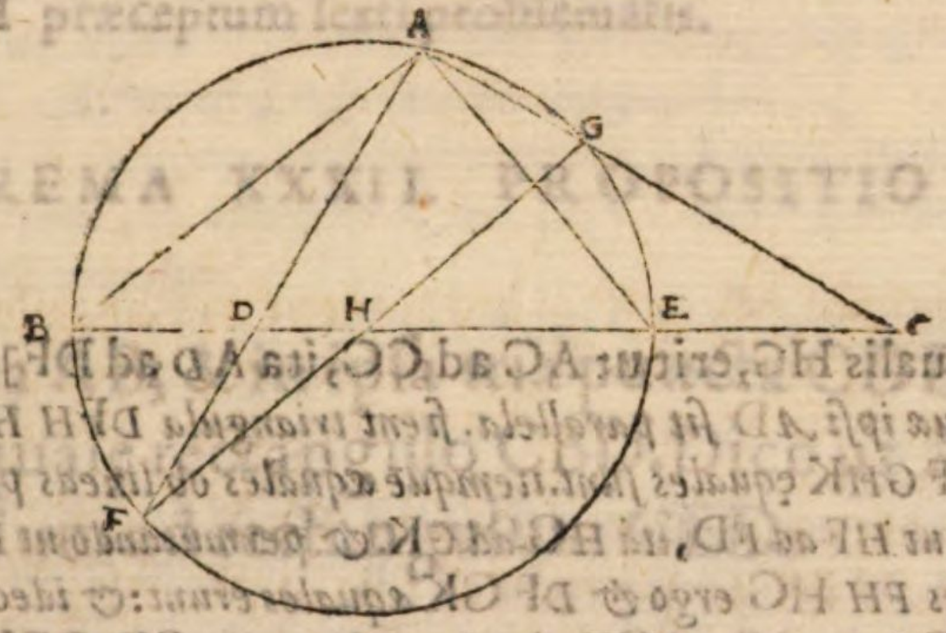
Erit ob proportionem, & diuidendo vt AE ad EB, ita DC ad CB] *Est enim ut AB ad BE, ita DB ad BC, quare diuidendo ut AE ad EB, ita DC ad CB.* F

Tota igitur FE ad totam AC est vt AE ad EB] *Ex 12. quinti.* G

THEOREMA XXX. PROPOS. XXXIII.

Hoc præmisso idem aliter demonstrabitur. A

Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD AE, quæ utrumque angulorum BAE CAD rectum efficiant, Dico ut rectangurum BCE ad rectangulum BDE, ita esse quadratum ex CA ad quadratum ex AD. B LEMM. XIIII



Describatur circa ABE triangulũ circulus ABFG, & FG iungatur. Quoniã igitur rectus est uterque angulorũ BAE CAD, erit utraque BE FG circuli diameter. quare centrum eius est punctum H. & cum FH sit æqualis HG, erit ut AC ad CG, ita *AD* ad DF: & conuertendo. sed ut GC ad CA, ita est rectangulum ACG ad quadratum ex CA, hoc est rectangulum BCE ad id, quod ex CA quadratum: & ut FD ad D*A*, ita rectangulum FD*A* ad quadratum ex *DA*, hoc est rectangulum BDE ad quadratum ex *DA*, permutando igitur ut BC*E* rectangulum ad rectangulum B*D*E, ita erit quadratum ex *CA* ad quadratum ex AD. C D E LEMM. XV. F G

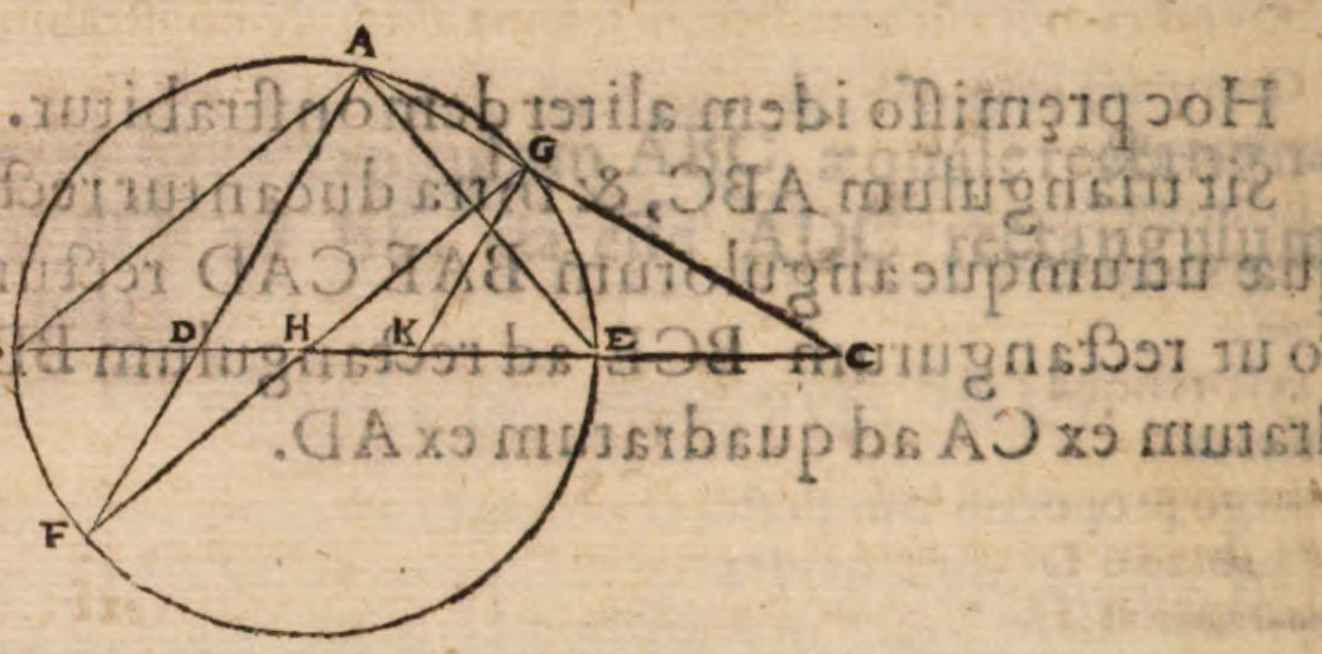
COMMENTARIVS.

Hoc præmisso idem aliter demonstrabitur.] *Hoc scilicet quod sequitur.* A

Sit triangulum ABC, & intra ducantur rectæ lineæ AD AE, quæ utrumque angu lorum BAE CAD rectum efficiant.] *Oportet autem angulum* BAC *obtusum esse alioqui, quod proponitur fieri non posset.* B

C Describatur circa ABE triangulum circulus ABFG] *Hoc est circa triangulum* ADE *describatur circulus, & producta* AD *ipsum in puncto* F *secet; recta vero linea* AC *secet in* G.

D Erit vtraque BE FG circuli diameter] *ex 31. tertii elementorum.*



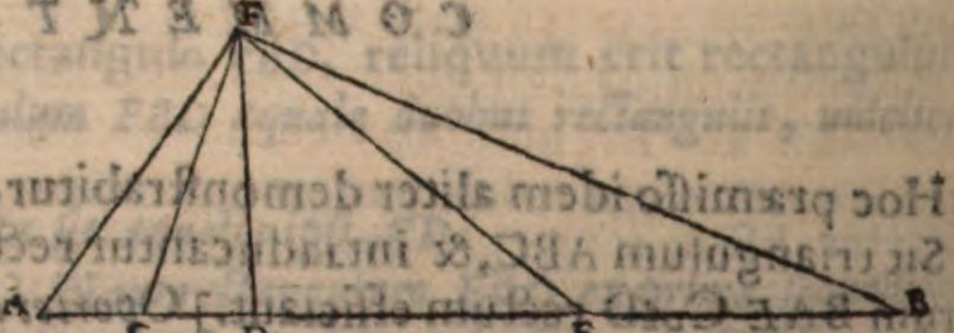
E *Et cum* FH *sit æqualis* HG, *erit ut* AC *ad* CG, *ita* AD *ad* DF] *Ducatur a puncto* G *ad* BE *recta linea* GK, *quæ ipsi* AD *sit parallela. fient triangula* DFH HGK *inter se similia; anguli. n. ad uerticẽ* DHF GHK *æquales sunt. itemque æquales ob lineas parallelas* DFH HGK, *&* HDF HKG. *quare ut* HF *ad* FD, *ita* HG *ad* GK. *& permutando ut* FH *ad* HG, *ita* DF *ad* GK. *sunt autem æquales* FH HG *ergo &* DF GK *æquales erunt: & ideo ut* AD *ad* GK, *ita* AD *ad* DF. *Sed ut* AC *ad* CG, *ita* AD *ad* GK *ob triangulorum* ACD GCK *similitudinem: vt igitur* AC *ad* CG, *ita* AD *ad* DF.

F Hoc est rectangulum BCE ad quadratum ex CA] *Ex 36. tertii elementorum.*

G Hoc est rectangulum BDE ad quadratum ex DA] *Ex 35. eiusdem.*

THEOREMA XXXI. PROPOSITIO XXXIIII.

LEMM. XV. Quod cum ita sit, antedictum lemma aliter demonstrabitur videlicet vt BD ad DC, ita rectangulum ABE ad rectangulum ACE.



A Erigatur a puncto D ipsi AB ad rectos angulos DF, & alterutri rectangulorum ADE BDC æquale ponatur quadratum DF, & AF FC FE FB iungantur. erit uterque angu-

angulorum AFE CFB rectus. quare ex antecedente sequitur, vt rectangulum ABE ad rectangulum AC E, hoc est ECA, ita esse quadratũ ex BF ad quadratum ex FC. vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita est BD ad DC, ergo ut BD ad DC, ita est ABE rectangulum ad rectangulum ACE. C

D

COMMENTARIVS.

Quod cum ita sit antedictum lemma aliter demonstrabitur] *Hoc est* 32. *huius.* A *Sit enim recta linea* AB, *in qua sumantur tria puncta* CDE, *ita ut rectangulum* ADE *sit æquale rectangulo* BDC. *Dico ut* BD *ad* DC, *ita esse rectangulum* ABE *ad* ACE *rectangulum. Græcus codex* οὕτως τὸ ὑπὸ α β γ πρὸς τὸ ὑπὸ α δ ε. *sed legendum* τὸ ὑπὸ τῶν α β ε πρὸς τὸ ὑπὸ α γ ε.

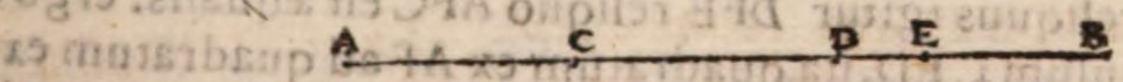
Erit vterque angulorum AFE CFB rectus] *Ex conuersa octauæ sexti elementorum.* B

Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FC, ita est BD ad DC] *Sunt.n.tres rectæ lineæ proportionales* BD DF DC. *quare ex corollario* 20. *sexti, ut quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita est* BD *ad* DC. *Sed ut* BD *ad* DF, *ita est* BF, *ad* FC *ob triãgulorũ* BDF BFC *similitudinẽ & ob id ut quadratum ex* BD *ad quadratum ex* DF, *ita quadratũ ex* BF *ad quadratum ex* FC. *vt igitur quadratum ex* BF *ad quadratum ex* FC, *ita erit* BD *ad* DC. C

IN PRIMVM præceptum sexti problematis.

THEOREMA XXXII. PROPOSITIO XXXV.

Sit recta linea AB; & in ipsa tria puncta CDE, sitque rectangulum ABE æquale rectangulo CBD. Dico ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. LEMM. XVI.

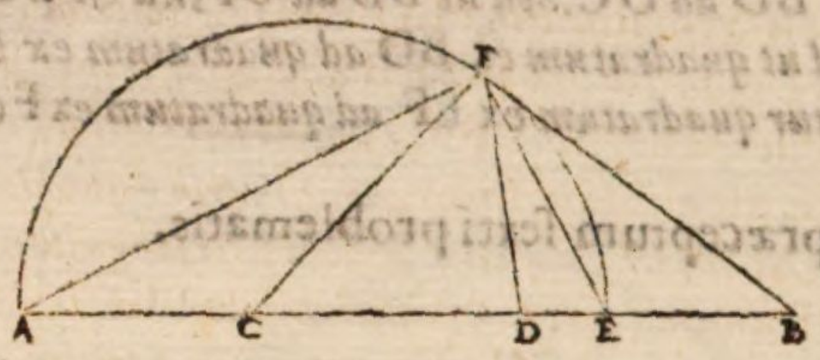


Quoniam enim rectangulum ABE est æquale rectangulo CBD, erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuersionem rationis, vt excessus ipsarum AC DE ad AC, ita DA ad AB. ergo rectangulum, quod continetur excessu ipsarũ AC DE, & AB est æquale rectangulo DAC. Rursus quoniam ut AC ad DE, ita CB ad BE, erit diuidendo ut excessus AC DE ad DE, ita CE ad EB. quod igitur continetur excessu AC DE & EB rectangulo CED est æquale. ostensum autẽ est rectangulum contentum excessu AC DE & AB æquale rectãgulo DAC. ergo per mutando ut rectangulum contentum excessu AC DE & AB ad contentũ excessu AC DE & EB, hoc est ut AB ad BE, ita DAC rectangulum ad rectangulum CED. A B C A

ALITER per coniunctam proportionem.

D Quoniam est vt AB ad BC, ita DB ad BE, erit reliqua AD ad reliquam CE ut AB ad BC. Rursus quoniam ut AB ad BD, ita CB ad BE, reliqua AC ad DE reliquam est ut CB ad BE. quare proportio composita ex proportione AB ad BC, & proportione CB ad BE, quæ quidem est proportio AB ad BE, eadem est, quæ componitur ex proportione AD ad CE, & AC ad DE, quæ est rectanguli
B DAC ad rectangulum CED.

ALITER.



LEMM. VIII.

E F G H K L M N O P

Describatur in recta linea AE semicirculus AFE, & ducatur contingens BF, iunganturque AF CF DF EF. Quoniam igitur BF quidem circulum contingit, secat autem BA, rectangulum ABE æquale est quadrato ex BF. Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur. ergo rectangulum CBD quadrato ex BF æquale erit. & ideo BFD angulus æqualis est angulo BCF. quorum angulus BFE est æqualis ipsi FAC. reliquus igitur DFE reliquo AFC est æqualis. ergo ut rectãgulum DAC ad rectangulum CED, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Sed vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita est AB ad BE. vt igitur AB ad BE, ita erit DAC rectangulum ad rectangulum CED.

COMMENTARIVS.

A Erit ob proportionem, & reliquum ad reliquum, & per conuersionem rationis, ut excessus ipsarum AC DE ad AC, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum* ABE *æquale est rectangulo* CBD, *vt* AB *ad* BC, *ita est* DB *ad* BE. *ergo reliqua* AD *ad reliquam* CE, *ut* AB *ad* BC: *& per conuersionem rationis ut* AD *ad excessum ipsarum* AD CE, *hoc est ipsarum* AC DE, *ita* BA *ad* AC: *conuertendoque & permutando, ut excessus ipsarum* AC DE *ad* AC, *ita* DA *ad* AB. Græcus codex. ἔσιν ἄρα ὡς ἡ τῶν α γ ε β ὑπεροχὴ πρὸς τὴν α γ, οὕτως ἡ β α πρὸς τὴν α δ. *Sed legendum vide.*

videtur ἐστιν ἄρα ὡς ἡ τῶν αγ ελ πρὸς τὴν αχ, οὕτως ἡ δλα πρὸς τὴν αβ.

Ergo rectangulum, quod continetur excessu AC DE & AB] Græcus codex τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αγ εβ lege τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν αχ ελ. B

Rursus quoniam ut AC ad DE, ita CB ad BF] Rursus enim cum rectangulum ABE rectangulo CBD sit æquale, erit ut AB ad BD, ita CB ad BE. ergo reliqua AC ad DE, est vt CB ad BE. Græcus codex πάλιν ἐπεὶ ἐστιν ὡς ἡ αε πρὸς τὴν ελ lege ὡς ἡ αχ πρὸς τὴν ελ C

Aliter per coniunctam proportionem] Græcus codex ἄλλως τὸ αὐτοῦ συνημμένου ego legendum arbitror ἄλλως τὸ αὐτὸ διὰ τὸ συνημμε ου. D

Describatur in recta linea AE semicirculus AFE] Maneant autem eadem, quæ supra, ut scilicet rectangulum ABE rectangulo CBD sit æquale. E

Jungantur quæ AF CF DF EF] Græcus codex καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αζ δζ εζ. Addendum γζ F

Secat autem BA] Græcus codex τέμνει δὲ ἡ βδ, corrige ἡ βα. G

Sed rectangulum ABE rectangulo CBD æquale ponitur] Græcus codex ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε τῷ ὑπὸ γβδ. lege ἀλλὰ τὸ ὑπὸ αβε ἴσον τῷ ὑπὸ γβδ. H

Ergo rectangulum CBD] Græcus codex, καὶ τὸ ὑπὸ βγδ ἄρα. Scribe τὸ ὑπὸ γβ δ. K

Et ideo BFD angulus est æqualis angulo BCF] Quoniam enim rectangulum CBD, æquale quadrato ex BF, ut CB ad BF, ita erit FB ad BD. ergo triangulum CBF simile est triangulo FBD, & propterea angulus BFD angulo BCF est æqualis. L

Quorum angulus BFE est æqualis ipsi FAC] Rursus quoniam rectangulum ABE quadrato ex BF est æquale, ut AB ad BF, ita est FB ad BE. triangulum igitur ABF simile est triangulo FBE, & angulus FAB, hoc est FAC æqualis angulo BFE M

Reliquus igitur LFE reliquo AFC est æqualis] Etenim angulus BCF exterior est æqualis utrisque interioribus, & oppositis CAF AFC. quare si ab angulo BCF auferatur CAF reliquus erit AFC angulus. N

Ergo ut rectangulum DAC ad rectangulum CED, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FE] Ex 12. sexti libri huius. O

Sed ut quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita est AB ad BE] Est enim triangulum ABF simile triangulo FBE, vt demonstratum fuit. quare ut BA ad AF, ita est BF ad FE: & permutando vt AB ad BF, ita AF ad FE. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex BF, ita est quadratum ex AF ad quadratum ex FE. Rursus ut AB ad BF, ita est FB ad BE. Vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BF, hoc est vt quadratum ex AF ad quadratum ex FE, ita erit AB ad BE.

THEOREMA XXXIII. PROPOSITIO XXXVI.

Lemma vtile ad primum præceptum primi problematis. A LEMM. XIX.

Rursus cum rectangulum ABE æquale fit rectangulo CBD, ostendendum est ut CB ad BD, ita esse rectangulum ACE ad rectangulum ADE. B

Quoniam enim ut AB ad BD, ita est CB ad BE, erit reliqua AC ad reli- C

quam

D quam DE, vt CB ad BE. Eadem ratione & reliqua *AD* ad *C*E reliquam erit ut *DB*
E ad *BE*: & conuertendo. proportio igitur composita ex proportione C*B* ad BE, &
F proportione E*B* ad *BD*, quæ quidem est proportio C*B* ad B*D*, eadem est, quæ com
ponitur ex proportione AC ad DE & ex proportione CE ad AD, quæ est propor-
G tio rectanguli ACE ad rectangulum *ADE*. ergo ut *CB* ad *BD*, ita erit ACE rectã
gulum ad rectangulum *ADE*.

ALITER.

Quoniam ut *AB* ad B*D*, ita est CB ad BE, erit reliqua AC ad reliquam *D*E, vt
LEMM. CB ad B*E*, & per conuersionem rationis, vt *A*C ad excessum ipsarum *A*C DE, ita
XX. CB ad C*E*. rectangulum igitur ACE est æquale ei, quod continetur excessu ipsa-
H rum *AC DE* & *BC*. Rursus quoniam reliqua *A*C ad reliquam *DE*, est ut AB ad
16.sexti. BD, erit diuidendo ut excessus *A*C *D*E ad *DE*, ita D*A* ad DB. ergo rectangulũ
K ADE est æquale rectangulo contento excessu AC DE & DB. vt igitur rectangu-
1.sexti. lum contentum excessu AC DE & BC ad contentum excessu AC *DE* & *DB*, hoc
est ut CB ad BD, ita ACE rectangulum ad rectangulum *ADE*.

ALITER.

LEMM. Describatur in recta linea CD semicirculus CFD. & ducatur contingens BF.
XXI. iunganturque *A*F CF DF EF. itaque cum rectangulum ABE æquale sit rectangu
L M lo *CB*D, rectangulum autem C*B*D æquale quadrato contingentis BF, & rectangu
36.tertii lum A*B*E quadrato contingentis BF æquale erit. angulus igitur BFE est æqualis
N angulo A. sed & totus angulus *BF*D æqualis est toti FCB. ergo reliquus E*F*D re-
O liquo AFC. ut igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulũ ACE
P Q ad *ADE* rectangulum. Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex F*D*, ita CB ad
R *BD*. ergo ut *CB* ad BD, ita *AC*E rectangulum ad rectangulum *ADE*.

COMMENTARIVS.

Lemma utile ad primum præceptum primi problematis] *vereor ne locus corruptus sit. superius enim posuit lemmata utilia ad primum & secundum præceptum quinti problematis.*

Rur-

Rursus cum rectangulum ABE æquale sit rectangulo CBD] *Manentibus scilicet iisdem, quę supra.* B

Erit reliqua AC ad reliquam DE, ut CB ad BE.] *Græcus codex* λοιπὴ ἄρα &c. ἐστὶν ὡς ἡ ΓΒ τῶν λοιπῶν, ὡς ἡ ΓΒ πρὸς τὴν Βε. C

Eadem ratione & reliqua AD ad CE reliquam erit ut DB ad BE, & conuertendo] *Rursus enim quoniam est, vt* AB *ad* BC, *ita* DB *ad* BE, *erit reliqua* AD *ad* CE, *vt* DB *ad* BE, *quare conuertendo ut* CE *ad* AD *ita* EB *ad* BD. D

Proportio igitur composita ex proportione CB ad BE] *Græcus codex:* ὥστε ὁ συνημμένος λοιπός. *corrige* λόγος. E

Quæ quidem est proportio CB ad BD] *Græcus codex* ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΒ πρὸς τὴν Βε *lege* πρὸς τὴν ΒΔ. F

Et ex proportione CE ad AD] *Græcus codex.* καὶ ἡ ΒΓ πρὸς τὴν ΒΔ. *legendum est* καὶ ἡ Γε πρὸς τὴν Δα. G

Vt AC ad excessum ipsarum AC *DE*, ita CB ad CE] *Græcus codex*, ὡς ἡ Αγ πρὸς τὴν ΑΔ γε ὑπεροχήν. *lege* πρὸς τὴν ΑΓ ΔΕ ὑπεροχήν. H

Vt igitur rectangulum contentum excessu AC DE &c.] *Græcus codex hoc loco mancus est, in quo legitur* ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΒ ΓΔ ὑπεροχὺς καὶ τῆς ΔΒ *legendum autem* ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς τῶν Α Γ Δ Ε ὑπεροχῆς καὶ τῆς Β Γ πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς τῶν Α Γ Δ Ε ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΔΒ K

Et ducatur contingens BF] *Græcus codex* ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ Γ Ζ. *scribendum* ἡ Β Ζ. L

Iunganturque AF CF DF EF] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ Α Ζ Δ Ζ. *Sed scribendum* αἱ Α Ζ Γ Ζ Δ Ζ Ε Ζ. M

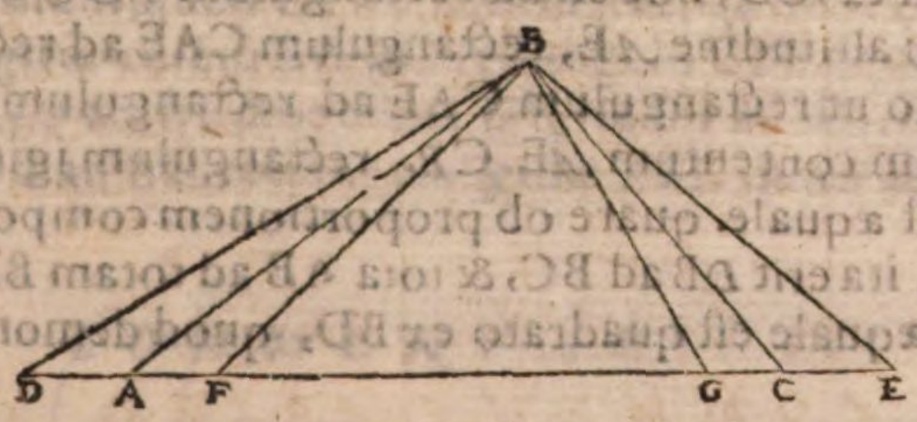
Angulus igitur BFE est æqualis angulo A] *Ob similitudinem triangulorum* ABF FBE. N

Sed & totus angulus BFD æqualis est toti FCB] *Ob similitudinem triangulorum* CBF FBD. O

Ergo reliquus EFD reliquo AFC] *Est enim angulus* FCB *æqualis utrisque interioribus & oppositis* CAF *&* AFC. P

Vt igitur quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita rectangulum ACE ad ADE rectangulum] *Illud autem hoc lemmate ostendemus.* Q

Sit triangulum orthogonium ABC *rectum habens angulum ad* B, *& ex parte quidem* A *ducatur utcumque extra triangulum recta linea* BD, *ex parte autem* C *ducatur similiter extra triangulum recta* BE, *ita vt angulus* CBE *sit æqualis angulo* DBA. *Dico ut quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC, *ita esse rectangulum* DAE *ad rectangulum* DCE.



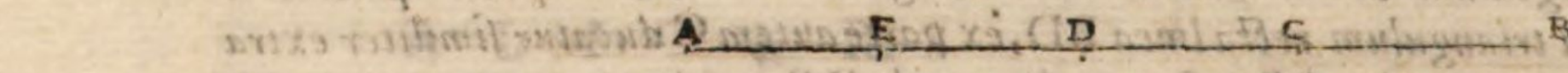
Fiant rursus intra triangulum alij duo anguli prædictis æquales, nempe ductis rectis lineis BF BG, *videlicet angulus* ABF *æqualis angulo* DBA, *& angulus* CBG *æqualis ipsi* CBE. *erit ex* 12. *sexti libri huius, ut quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC, *ita rectangulum*

lum GAF ad rectangulum FCG. Et quoniam trianguli ABC angulus ad B rectus est, & angulus GBC est æqualis angulo CBE, erit ex iis, quæ nos demonstrauimus in commentariis in 51. sexti libri huius ut AE ad EC, ita AG ad GC, & eadem ratione, vt CD ad DA, ita CF ad FA. quare conuertendo erit ut AD ad DC, ita AF ad FC. proportio autem rectanguli GAF ad rectangulum FCG componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC. Sed AF ad FC erat ut AD ad DC: & AG ad GC, ut AE ad EC. proportio igitur composita ex proportione AD ad DC, & proportione AE ad EC, quæ est rectãguli DAE ad rectãgulũ DCE, eadem est, quæ componitur ex proportione AF ad FC, & proportione AG ad GC. quare rectangulum DAE ad rectangulum DCE est ut rectangulum GAF ad rectangulum FCG. Sed rectangulum GAF ad rectangulum FGC est vt quadratum ex AB ad quadratum ex BC. vt igitur quadratum ex AB ad quadratum ex BC, ita est rectangulum DAE ad rectangulum DCE. quod demonstrandum proponebatur.

R Sed ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD] *Est enim ob similitudinem triangulorum CBF FBD ut CF ad FD, ita CB ad BE. & ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita quadratum ex CB ad quadratum ex BF. Rursus ut CB ad BF, ita BF ad BD. ergo ut quadratum ex CB ad quadratum ex BF, hoc est ut quadratum ex CF ad quadratum ex FD, ita CB ad BD.*

THEOREMA XXXIIII. PROPOSITIO XXXVII.

LEMM. XXII. A Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur duo puncta CD, sit autem vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse.



B Ponatur ipsi CD æqualis DE. diuidendo igitur ut AC ad CB, ita rectangulum
C CAE ad quadratum ex CD; hoc est ad rectangulum EDC. ut autem AC ad CB, ita sumpta communi altitudine AE, rectangulum CAE ad rectangulum, quod AE
D CB continetur. ergo ut rectangulum CAE ad rectangulum EDC, ita rectangulũ
9. quinti. CAE ad rectangulum contentum AE CB. rectangulum igitur contentum AE CB
E rectangulo EDC est æquale. quare ob proportionem componendoque ut AD ad
12. quĩti. DE, hoc est ad DC, ita erit DB ad BC, & tota AB ad totam BD, ut DB ad BC. ergo rectangulum ABC æquale est quadrato ex BD, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A Sit autem vt AB ad BC] *Græcus codex corrigendus est, in quo legitur.* ἔστω δὲ ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ. *lege* πρὸς τὴν ΒΕ.

Diui-

Diuidendo igitur ut AC ad CB, ita rectangulum CAE ad quadratum ex CD, hoc est ad rectangulum EDC] *Quoniam enim ut* AB *ad* BC, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DC, *erit diuidendo, ut* AC *ad* CB, *ita excessus, quo quadratum ex* AD *superat quadratũ ex* DC *ad ipsum quadratum ex* DC. *quadratum autem ex* AD *superat quadratum ex* DC, *hoc est quadratum ex* DE, *quadrato ex* AE, *& duplo rectanguli* AED, *hoc est rectangulo* AEC. *est enim* ED *æqualis* DC. *Sed quadrato ex* AE *& rectangulo* AEC *æquale est rectangulum* CAE. *Vt igitur* AC *ad* CB, *ita rectangulum* CAE *ad quadratum ex* CD, *hoc est ad rectangulum* EDC. *Græcus codex corruptus est, qui sic habet.* ὅυτω τὸ ὑπὸ γΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΔ *corrige* ὅυτω τὸ ὑπὸ γ α ε πρὸς τὸ ἀπὸ γΔ. B 4.secun. 3.secun.

Vt autem AC ad CB, ita sumpta communi altitudine AE, rectangulum, &c.] *Græcus codex.* ὅυτως ἐσὶ κοινὸν ὕψος παραλληφθέισης τῆς α ε. *sed forte legendum est.* ὅυτως ἐσὶ κοινοῦ ὕψους παραλληφθέισης τῆς α ε. C

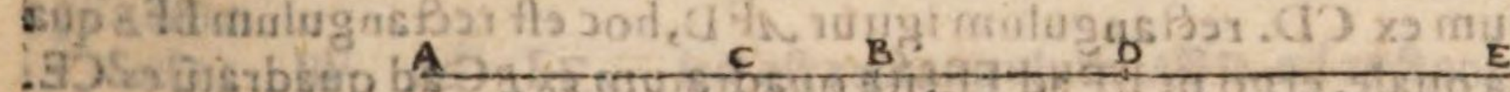
Ergo ut rectangulum CAE ad rectangulum EDC, ita rectangulum CAE ad rectãgulum contentum AE CB] *In Græco codice hæc desiderantur* ὅυτω τὸ ὑπὸ τῶν γ α ε πρὸς τὸ ὑπὸ τῆς α ε γ β. D

Quare ob proportionem, componendoque ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita erit DB ad BC.] *Quoniam rectangulũ ex* AE *&* CB *est æquale rectangulo* EDC, *erit ut* AE *ad* ED, *ita* DC *ad* CB: *& componendo ut* AD *ad* DE, *hoc est ad* DC, *ita* DB *ad* BC. E

Ergo rectangulum ABC æquale est quadrato ex BD] Ex 17. *sexti elementorum. Græcus autem codex.* ἴσον ἐσὶ τῷ β Δ. *lege* τῷ ἀπὸ β Δ. F

THEOREMA XXXV. PROPOS. XXXVIII.

Sit rursus vt AB ad BC, ita quadratũ ex AD ad quadratũ ex DC. Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse. LEMM XXIII.



Ponatur ipsi CD æqualis DE. erit diuidendo ut AC ad CB, hoc est vt rectangulum EAC ad rectangulum, quod EA BC continetur; ita EAC rectangulũ ad rectãgulũ CDE. rectangulũ igitur cõtentũ EA BC rectangulo CDE æquale erit. & ob proportionẽ, diuidẽdoq; vt AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC. ergo & reliqua AB ad BD reliquam est ut DB ad BC. rectangulũ igitur ABC quadrato ex BD est æquale. A B

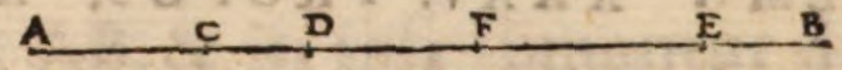
COMMENTARIVS.

Erit diuidẽdo ut AC ad CB, hoc est ut rectangulũ EAC ad rectãgulũ quod EA BC continetur; ita EAC rectangulũ ad rectangulũ CDE] *Erit enim diuidendo ut* AC *ad* CB, *hoc est ut rectangulum* EAC *ad rectangulum ex* EA BC, *ita excessus, quo quadratum ex* AD *excedit quadratum ex* DC, *hoc est* EAC *rectangulum ad quadratum ex* DC, *hoc est ad rectangulum* CDE. *quomodo autem hoc sequatur, nos proxime ostendimus.* A

B Et ob proportionem, diuidendoque ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC, ergo & reliqua AB ad BD reliquam, est ut DB ad BC.] *Est enim vt AE ad ED, ita DC ad CB: & diuidendo ut AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC. reliqua igitur AB ad reliquam BD est ut DB ad BC. Græcus autem codex corruptus ut opinor. ita enim habet.* ὅυτως ἡ αΓ πρὸς τὴν γβ καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ γβ πρὸς λοιπὴν τὴν δβ ἔστιν ὡς ἡ α γ πρὸς τὴν γβ *Sed legendum puto.* οὕτως ἡ δβ πρὸς τὴν βγ. καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ αβ πρὸς λοιπὴν τὴν βδ ἔστιν ὡς ἡ δβ πρὸς τὴν βγ.

THEOREMA XXXVI. PROPOSITIO XXXIX.

LEMM. XXIIII. Sit recta linea AB, & in ipsa tria puncta CDE. Sit autem vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Dico ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita esse quadratum ex BC ad quadratum ex CE.



A Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AF*D* rectangulo BF*E* sit æquale. Vt igitur *A*F ad F*D*, ita est rectangulum B*A*E ad rectangulum BDE. est
C enim lemma in determinata sectione. sed vt rectangulum BAE ad rectangulũ BDE, ita est quadratũ ex AC ad quadratum ex CD. ergo & ut AF ad FD, ita quadratũ ex
D AC ad quadratum ex CD. rectangulum igitur *A*FD, hoc est rectangulum BF*E* qua
E drato ex FC est æquale. ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex *B*C ad quadratũ ex CE:
F Sed ut *B*F ad FE, ita est rectangulum *AB*D ad rectangulum *AE*D. vt igitur rectãgulum *A*BD ad rectangulum *AE*D ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE.

ALITER.

G Describantur in rectis lineis AE DB semicirculi AF*E* DFB: & iungãtur *A*F FC
H FD F*E*. *B*. Itaque quoniam anguli AFB DFE duobus rectis sũt æquales, vt rectangu-

lum

lum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quod fit ex AF quadratum ad quadratum ex FD Sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CD, ita quadratum ex AF ad quadratum ex FD: & ideo ut AC ad CD, ita est AF ad FD. quare angulus AFD bifariam sectus est rectalinea CF. At producta BF ad punctum G, angulus DFE æqualis est angulo GFA. totus igitur EFC angulus toti CFG est æqualis. ergo ut BC ad CE, ita est BF ad FE. & ut quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratum ex FE. Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED. quare ut rectangulum ABD ad rectangulum AED, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE. quod demonstrare oportebat. K L M N

COMMENTARIVS.

Sumatur enim æqualitatis punctum F, ita ut rectangulum AFD rectangulo BFE sit æquale] *Secetur BD ad punctum F in proportionem eam, quam habet AB ad DE. ex 10 sexti elementorum, uel ex prima huius. & factum iam erit quod proponebatur. Quoniam enim est vt tota AB ad totam DE, ita BF ad FD, erit reliqua AF ad reliquam FE, ut AB ad DE, hoc est vt BF ad FD. rectangulum igitur AFD rectangulo BFE est æquale.* A

Vt igitur AF ad FD, ita est rectangulum BAE ad rectangulum BDE, est enim lemma in determinata sectione] *videlicet ex 22. huius.* B

Sed ut rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita est quadratum ex AC ad quadratum ex CD. Ex *positione*. *Gracus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ βαε πρὸς τὸ ὑπὸ βαε. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ β δε. C

Rectangulum igitur AFD, hoc est rectangulum BFE quadrato ex *FC* est æquale] *Ex 37. huius.* D

Ergo ut BF ad FE, ita quadratum ex BC ad quadratum ex CE] *Ex conuersa 38. huius.* E

Sed ut BF ad FE, ita est rectangulum ABD ad rectangulum AED] *Ex 22. huius.* F

Itaque quoniam anguli AFB DFE duobus rectis sunt æquales] *Anguli enim AFE DFB vtrique recti sunt, quod in semicirculo, & angulus DFB est æqualis duobus angulis DFE EFB. quare angulus AFE vna cum duobus angulis DFE EFB est æqualis duobus rectis. Sed angulus AFB est æqualis angulo AFE una cum angulo EFB. anguli igitur AFB DFE duobus rectis æquales sint necesse est.* G

Vt rectangulum BAE ad rectangulum BDE, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FD] Ex *26 huius. in Græco codice multa desiderantur, vt ita legendum sit.* ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ὑπὸ β α ε πρὸς τὸ ὑπὸ β δ ε, οὕτω τὸ ἀπὸ α ζ πρὸς τὸ ἀπὸ ζ δ. ἀλλ' ὡς τὸ ὑπὸ β α ε πρὸς τὸ ὑπὸ β δ ε, οὕτως ἦν τὸ ἀπὸ α γ πρὸς τὸ ἀπὸ γ δ. H

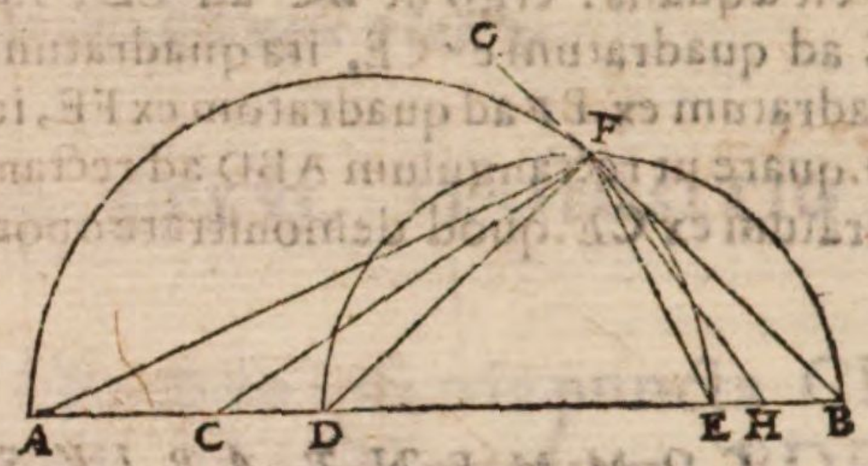
Quare angulus AFD bifariam sectus est rectalinea FC] *Ex 3. sexti elementorum.* K

At producta BF ad punctum G angulus DFE æqualis est angulo GFA] *Anguli enim AFB DFE duobus rectis sunt æquales, vt demonstratum est, sed & duobus rectis æquales sunt AFB AFG. quare dempto communi angulo AFB reliquus DFE reliquo GFA æqualis erit.* L

Ergo ut BC ad CE, ita BF ad FE] *Secetur angulus EFB recta linea FH. erit angulus*

-dus-

EFH *æqualis angulo* AFC. *eſt autem angulus* AFE *in ſemicirculo rectus, cui quidem æquales ſunt duo anguli* AFC CFE. *Sed angulus* EFH *eſt æqualis ipſi* AFC. *ergo & duo anguli* CFE EFH *vni recto ſunt æquales: ac propterea* CFH *angulus rectus eſt.*



Itaque quoniam triangulum CFH *orthogonium eſt, & angulus* EFH *eſt æqualis angulo* HFB, *erit ex iis, quæ nos demonſtrauimus ad* 31. *ſexti libri huius, ut* CB *ad* BH, *ita* CE *ad* EH. *& permutando, ut* BC *ad* CE, *ita* BH *ad* HE. *Sed ut* BH *ad* HE, *ita* BF *ad* FE *ex tertia ſexti elementorum. Vt igitur* BC *ad* CE, *ita erit* BF *ad* FE.

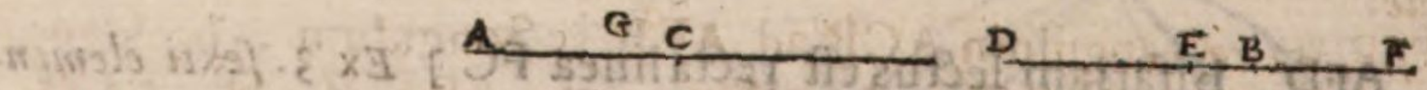
N Et vt quadratum ex BC ad quadratum ex CE, ita quadratum ex BF ad quadratũ ex FE] Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet. καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς τὸ ἀπὸ &c. legendum autem καὶ ὡς τὸ ἀπὸ βγ πρὸς τὸ ἀπὸ γε, οὕτω τὸ ἀπὸ βζ πρὸς τὸ ἀπὸ βζ.

O Vt autem quadratum ex BF ad quadratum ex FE, ita rectangulum ABD ad rectangulum AED] Ex 26. *huius.*

THEOREMA XXXVII. PROPOSITIO XL.

Sit rurſus ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB; ita quadratum ex CD ad quadratum ex DE. Dico ut rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita eſſe quadratum ex AD ad quadratum ex DB.

LEMM. XXVI.

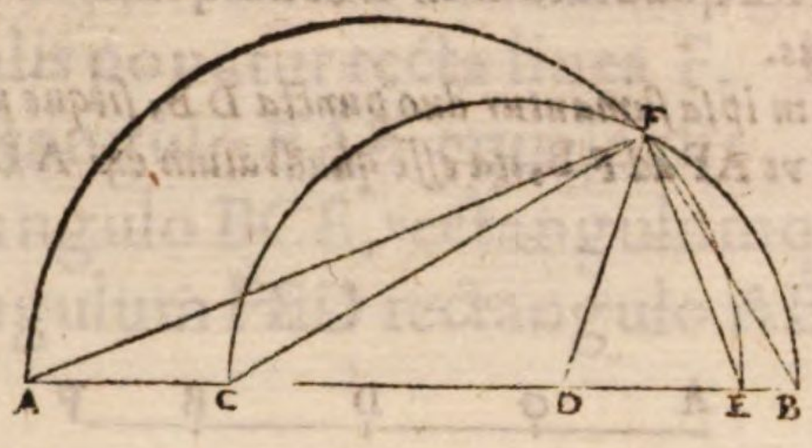


A Sumatur rurſus æqualitatis punctum F, ut rectangulum AFB rectangulo CFE
B ſit æquale. eſt igitur vt CF ad FE, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.
C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CD ad id,
D quod fit ex DE quadratum. æquale igitur eſt rectangulum CFE, hoc eſt AFB

qua-

quadrato ex FD. quare vt AF ad F*B*, ita quadratum ex *A*D ad quadratum ex E
D*B*. Sed ut AF ad FB, ita est rectangulum EAC ad CBE rectangulum. est F
igitur ut rectangulum EAC ad rectangulum CBE, ita quadratum ex *A*D ad
quadratum ex D*B*.

ALITER.



Describantur circa AE CB semicirculi A*FE* CF*B*, & iungantur A*F* C*F* D*F* E*F*
B*F*. erit angulus AFC angulo EFB æqualis. est igitur ut rectangulum *A*CB ad re- G
ctangulum AE*B*, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE. Vt autem rectan- H
gulum ACB ad rectangulum A*E*B, sic erat quadratum ex CD ad quadratum ex
DE. ergo & ut quadratum ex CD ad quadratum ex D*E*, ita quadratum ex C*F*
ad quadratum ex F*E*. æqualis igitur est angulus CFD angulo D*F*E. Sed & an- K
gulus AFE æqualis est angulo BF*E*. ergo totus AFD angulus toti B*F*D
est æqualis. ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita qua L
dratum ex AD ad quadratum ex D*B*. Vt autem quadratum ex AF ad M
quadratum ex FB, ita rectangulum *E A*C ad rectangulum C*B*E. ergo ut rectan
gulum EAC ad CBE rectangulum, ita quadratum ex AD ad quadratum ex
D*B*, quod oportebat demonstrare.

COMMENTARIVS.

Sumatur rursus æqualitatis punctum F, ut rectangulum *A*FB rectangulo CFE A
sit æquale] *Sumatur inter A*C *punctum* G, *ita ut* GC *sit æqualis ipsi* E*B*: *fiatque ut*
AG *ad* GC, *ita A*E *ad* EF. *& factum iam erit quod propouebatur. Quoniam enim est*
*ut A*G *ad* GC, *ita* AE *ad* EF, *erit componendo ut* AC *ad* CG, *hoc est ad* EB, *ita*
AF *ad* F*E*. *ergo reliqua* CF *ad* FB *erit ut A*F *ad* F*E*, *ac propterea rectangulum A*FB *re-*
ctangulo CFE *est æquale.*

Est igitur ut CF ad FE, ita rectangulum ACB ad AEB rectangulum.] *Quo-* B
niam enim rectangulum AFB *est æquale rectangulo* CF*E*, *ut* AF *ad* FE, *ita est*
CF *ad* FB. *ergo reliqua A*C *ad reliquam* B*E est vt* AF *ad* F*E*, *videlicet ut*
CF *ad* FB ∴ *& per conuersionem rationis ut* AC *ad excessum ipsarum A*C BE, *hoc*
est ad AG, *ita* FC *ad* CB; *conuertendoque ut* GA *ad* AC, *ita* BC *ad* CF. *rectan-*
gulum igitur contentum AG CF *est æquale rectangulo* ACB. *Rursus quoniam ut* AC
ad B*E*, *ita est* AF *ad* F*E*, *erit diuidendo ut* AG *ad* BE, *ita A*E *ad* EF. *ergo*
rectangulum contentum AG EF *est æquale rectangulo* AEB. *erat autem rectangulum*
*contentum A*G CF *æquale rectangulo* ACB. *quare ut rectangulum contentum* AG CF *ad*

rectan-

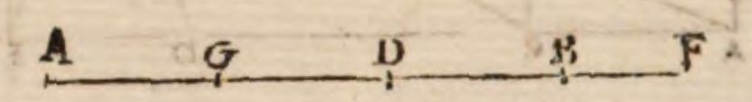
rectangulum ACB, *ita contentum* AG EF *ad rectangulum* AEB: & *permutando ut rectangulum contentum* AG CF *ad contentum* AG EF, *hoc est ut* CF *ad* FE, *ita rectangulum* ACB *ad rectangulum* AEB.

C Vt autem rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratū ex CD ad id, quod fit ex DE quadratum] *ita enim ponitur ex quibus constat ut* CF *ad* FE, *ita esse quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE.

D Aequale igitur est rectangulum CFE, hoc est rectangulum AFB quadrato ex FD] *Quoniam enim in recta linea* CF *sumuntur duo puncta* DE, *estque ut* CF *ad* FE, *ita quadratum ex* CD *ad quadratum ex* DE; *erit ex* 37. *huius rectangulum* CEF, *quadrato ex* FD *æquale;*

E Quare ut AF ad FB, ita quadratum ex DA ad quadratum ex DB] *hoc nos sequēti lemmate demonstrabimus.*

Sit recta linea AF, *& in ipsa sumantur duo puncta* D B, *sitque ut rectangulum* AFB *quadrato ex* FD *æquale. Dico vt* AF *ad* FB, *ita esse quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB.



Ponatur ipsi BD *æqualis* DG. *& quoniam rectangulum* AFB *est æquale quadrato ex* FD,
14. sexti. *vt* AF *ad* FD, *ita erit* DF *ad* FB, *& diuidendo ut* AD *ad* DF, *ita* DB *ad* BF. *permutandoque vt* AD *ad* DB, *hoc est ad* DG, *ita* DF *ad* FB, *& rursus diuidendo, vt* AG *ad* GD, *ita*
16. sexti. DB *ad* BF. *rectangulum igitur contentum* AG BF *est æquale rectangulo* GDB. *quare ut re*
9. quinti. *ctangulum* BAG *ad rectangulum contentum* AG BF, *ita rectangulum* BAG *ad* GDB *rectan*
1. sexti. *gulum. Sed ut rectangulum* BAG *ad contentum* AG BF, *ita est* AB *ad* BF. *vt igitur* AB *ad* BF, *ita* BAG *rectangulum ad rectangulum* GDB, *hoc est ad quadratum ex* GD, *est enim*
3. secūdi. GD *ipsi* DB *æqualis, & rectangulo quidem* BAG *est æquale quadratum ex* AG *una cum rectangulo* AGB: *rectangulo autem* AGB *æquale est duplum rectanguli* AGD. *ergo ut* AB *ad* BF, *ita quadratum ex* AG *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadratum ex* DG. *& co-*
ponendo ut AF *ad* FB, *ita quadrata ex* AG GD *vna cum duplo rectanguli* AGD *ad quadra*
4. secūdi. *tū ex* DG. *quadratis autem ex* AG GD *una cum duplo rectāguli* AGD *æquale est quadratum ex* AD. *vt igitur* AF *ad* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DG *hoc est ad quadratum ex* DB.

F Sed ut AF ad FB, ita est rectangulum EAC ad CBE rectangulum] Ex 35. *huius. etenim in recta linea* AF *sumuntur tria puncta* CEB, *atque est rectangulum* AFB *æquale rectangulo* CFE.

G Erit angulus AFC angulo EFB æqualis] *est enim rectus angulus* AFE *æqualis recto* CFB. *quare dempto communi angulo* CFE, *reliquus* AFC *reliquo* EFB *æqualis erit.*

H Est igitur ut rectangulum ACB ad rectangulum AEB, ita quadratum ex CF ad quadratum ex FE] *ex demonstratis a nobis ad* 36. *huius.*

K Aequalis igitur est angulus CFD angulo DFE] *ex* 3. *sexti elementorum. sequitur enim ex ante dictis, &* 22. *sexti vt* CD *ad* DE, *ita esse* CF *ad* FE.

L Ac propterea vt quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita quadratum ex AD
3. sexti. ad quadratum ex DB.] *Quoniam enim angulus* AFD *est æqualis angulo* BFD, *ut* AD *ad* DB, *ita est* AF *ad* FB. *quare ex* 22. *sexti ut quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FB, *ita quadratum ex* AD *ad quadratum ex* DB.

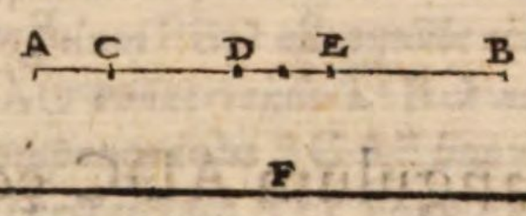
M Vt autem quadratum ex AF ad quadratum ex FB, ita rectangulum EAC ad rectangulum CBE.] Ex 12. *sexti libri huius.*

LEM-

LEMMATA in Secundum librum de determinata sectione.

THEOREMA XXXVIII. PROPOSITIO XLI.

Sit recta linea AB, in qua sumantur tria pnncta CDE, ita vt rectangulum ADC sit æquale rectangulo BDE: & vtrique AE CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale esse. rectangulum autē FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale. LEM. I. A B



Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, erit ob proportionem, & conuertendo, & tota ad totam, componendoque ut BC AE, hoc est F ad AE, ita BA ad AD. rectangulum igitur FAD est æquale rectangulo BAE. Rursus quoniam tota AE ad totam CB, est ut ED ad DC, erit componendo ut utraque AE CB ad CB, hoc est ut F ad CB, ita CE ad CD. ergo rectangulum FCD rectangulo BCE æquale erit. Eodem modo in reliquis fient igitur quattuor, ut dictum est. C D E F

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum quidem FAD rectangulo BAE æquale esse] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζα θ ἴσον τὸ ὑπὸ βα ε. *sed legendum.* ὅτι γίνεται τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζα δ. A

Rectangulum autem FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC æquale] *Græcus codex corruptus est, & in eo multa desiderari videntur. qui sic habet.* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγ δ ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν α β γ τὸ δὲ ὑπὸ ζ δ ε τῷ ὑπὸ α ε γ. *legendum autem erit, vt opinor,* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγ δ ἴσον τῷ ὑπὸ β γ ε, τὸ δὲ ὑπὸ ζβ δ τῷ ὑπὸ α β γ, τὸ δὲ ὑπὸ ζ ε δ τῷ ὑπὸ α ε γ. B

Quoniam enim rectangulum ADC rectangulo BDE est æquale, erit ob proportionem, & conuertendo & tota ad totam, componendoque vt BC AE hoc est F ad AE, ita BA ad AD] *Nam cum rectangulum* ADC *æquale sit rectangulo* BDE, *erit ut* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DC, *& conuerteudo, ut* ED *ad* DA, *ita* CD *ad* DB, *com-*

componendoque vt EA *ad* AD, *ita* CB *ad* BD, *permutandoque & conuertendo vt* BC *ad* AE *ita* BD *ad* DA, *& rursus componendo vt* BC AE *hoc est* F *ad* AE, *ita* BA *ad* AD. Græcus codex, ἐπεὶ γὰρ τῶ ὑπὸ τῶν ΑΓΔ ἴσον τῶ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ. *sed legendum.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ.

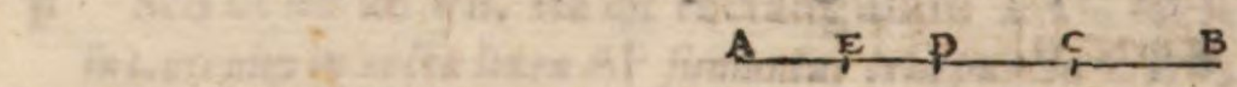
D Rectangulum igitur FAD est æquale rectangulo BAE] *Ex* 16. *sexti libri elementorum. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΑΔ ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ. *lege* ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ.

E Rursus quoniam tota AE ad totam CB est vt *ED* ad DC] *Quoniam ut* EA *ad* AD, *ita* CB *ad* BD, *& permutando ut* AE *ad* CB, *hoc est ut tota ad totam, ita* AD *ad*
19. quĩti. DB, *hoc est ita pars ad partem, erit & reliqua* ED *ad reliquam* DC, *vt tota* AE *ad totam* CB. *Græcus codex* ὡς Η ΕΔ πρὸς ΤΗΝ ΑΓ. *lege* πρὸς ΤΗΝ ΔΓ.

F Eodem modo & in reliquis] *Rursus quoniam vt* AE *ad* BC, *ita* AD *ad* DB, *& componendo vt* AE BC, *hoc est* F *ad* BC, *ita* AB *ad* BD; *rectangulum* FBD *æquale est rectangulo* ABC. *Denique quoniam vt tota* BC *ad totam* AE, *ita* BD *ad* DA, *erit reliqua* CD *ad reliquam* DE, *vt tota* BC *ad totam* AE: *& componendo ut* BC AE, *hoc est* F *ad* AE, *ita* CE *ad* ED. *rectangulum igitur* FED *rectangulo* AEC *est æquale.*

THEOREMA XXXIX. PROPOS. XXXXII.

LEMM. II. Sit rursus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE,
A & vtrisque AE CB æqualis ponatur recta linea F. Dico rur-
B sus quattuor fieri, videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE, æquale; rectangulumquè FBD rectangulo ABC, & rectangulum FED rectangulo AEC.



C Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque vt vtræque AE CB ad NE, ita BA ad AD. vtręque igitur AE CB æquales sunt ipsi F. ergo vt F ad AE, ita BA ad AD: & ideo rectangulum FAD æquale est rectangulo BAE. Rursus quoniam ut AD ad DB, ita ED ad DC, erit reliqua AE ad reliquam
D CB, ut ED ad DC. quare componendo ut AE BC, hoc est ut F ad BC, ita
E EC ad CD. rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit. Eadem & in duobus reliquis ostendemus. quattuor igitur fient, vt proponebatur.

COM-

COMMENTARIVS.

Sit rursus nunc rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex* ἐσω νῦν πάλιν τὸ ὑπὸ τῶν αγ ΔΙ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν αΔ γ *legendum* τὸ ὑπὸ τῶν αΔ γ. A

Videlicet rectangulum quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum vero FCD rectangulo BCE æquale] *Græcus codex hoc loco corruptus est, & mancus, in quo legitur.* τὸ μὲν ὑπὸ τῶν ζα βΙ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β με Δ τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c. *legendum autem est.* τὸ μεν ὑπὸ τῶν ζα Δ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν βα ε, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ζγ Δ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν β Δε. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν &c. B

Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & conuertendo, & reliqua ad reliquam, componendoque ut ut æque AEBC ad AE, ita BA ad AD] *Quoniam rectangulũ ADC æquale est rectangulo BDE, ut AD ad DB, ita erit ED ad DC, & conuertendo ut BD ad DA, ita CD ad DE. ergo reliqua CB ad AE reliquam ut BD ad DA, & componendo ut CB AE ad AE, ita BA ad AD.* C D

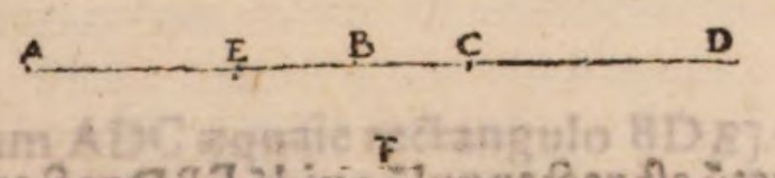
Rectangulum igitur FCD rectangulo BCE æquale erit] *Græcus codex pro βγε mendose habet βεγ.*

Eadem & in reliquis duobus ostendemus] *Rursus n. quoniam ut AD ad totam DB, ut ED ad DC, reliqua AE ad CB reliquam erit, ut AD ad DB: & componendo AE CB, hoc est FE ad CB, ut AB ad BD. ergo rectangulum FBD est æquale rectangulo ABC. postremo quoniam ut AD ad DB, ita ED ad DC, & conuertendo ut BD ad DA ita CD ad DE, erit reliqua BC ad AE, ut CD ad DE. & componendo ut BC AE hoc est F ad AE, ita CE ad ED, ex quibus sequitur rectangulum FED rectangulo AEC æquale esse.* E

THEOREMA XL. PROPOS. XLIII.

LEMM. III.

Sit autem punctum extra totam lineam, & sit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE. Dico rursus si linearum AE CB excessui æqualis ponatur F, quattuor fieri: videlicet rectangulũ quidem FAD æquale rectangulo BAE, rectangulum uero FCD æquale rectangulo BCE, rectangulumque FBD rectãgulo ABC, & rectangulum FDE rectangulo AEC. A B C



Quoniam.n. rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionẽ, & reliqua ad reliquam, & per conuersionem rationis. est igitur ut AE ad excessum linearum AE CB, ita DA ad AB. sed ipsarum AE CB excessus est F. ergo rectangulum FAD est æquale rectangulo BAE. Rursus quoniam reliqua AE ad reliquam BC est, ut ED ad DC, erit diuidendo, ut excessus linearum AB BC ad BC, ita EC ad CD. rectangulum igitur contentum excessu ipsarum AE BC & CD, hoc est rectangulum FCD est æquale rectangulo BCE. Eadem & in reliquis duobus ostendentur. fiunt igiur quattuor ea, quæ proponebantur. D E

COMMENTARIVS.

A Sit autem punctum extra totam lineam] *Græcus codex* ἔσω δὲ ἐκτὸς τῆς ὅλης τὸ σημεῖον. *fortasse autem legendum erit.* τὰ σημεῖα. *possunt enim extra totam lineam AB esse tria puncta EGD, itemque duo CD.*

B Et sit rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex* καὶ ἔσω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ. *ego legendum arbitror.* καὶ ἔσω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΓ ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν ΒΔΕ.

C Rectangulum vero FCD æquale rectangulo BCE] *Græcus codex* τὸ δὲ ὑπὸ ΒΓΕ. *sed legendum* τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΖΓΔ τῷ ὑπὸ ΒΓΕ.

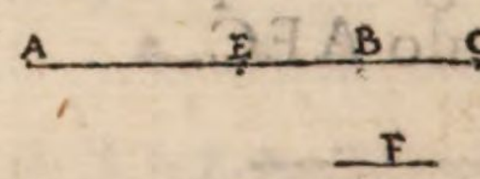
D Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit ob proportionem, & reliqua ad reliquam, & per conuersionem rationis. est igitur ut AE ad excessum linearum AE CB, ita DA ad AB] *Quoniam enim rectangulum ADC æquale est rectangulo BDE, erit vt AD ad DB, ita ED ad DC. ergo reliqua AE ad BC reliquam est, vt AD ad DB. & per conuersionem rationis ut AE ad excessum ipsarum AE BC, ita DA ad AB.*

E Eadem & in reliquis duobus ostendentur] *Quoniam AE ad BC est vt AD ad DB, diuidendo excessus ipsarum AE BC, hoc est F ad BC erit ut AB ad BD. rectangulum igitur FBD est æquale rectangulo ABC. Rursus cum sit AE ad BC, ut ED ad DC, erit per conuersionem rationis, ut AE ad excessum AE BC, hoc est ad F, ita DE ad EC, & propterea rectangulum FDE rectangulo AEC æquale erit.*

THEOREMA XLI. PROPOSITIO XLIIII.

LEMM. IIII. Hoc autem demonstrato facile inueniẽtur, quæ in primum de determinata sectione ijsdem positis in hunc modum.

* Dico vt BD ad DE, ita esse rectangulũ ABC ad rectãgulũ AEC.



Quoniam.n. demonstratũ est rectangulũ quidẽ FBD rectangulo ABC æquale, rectangulum uero FDE æquale rectangulo AEC, erit ut rectangulum FDB ad rectãgulum FDE, hoc est ut BD ad DE, ita rectangulum ABC ad AEC rectangulum.

COMMENTARIVS.

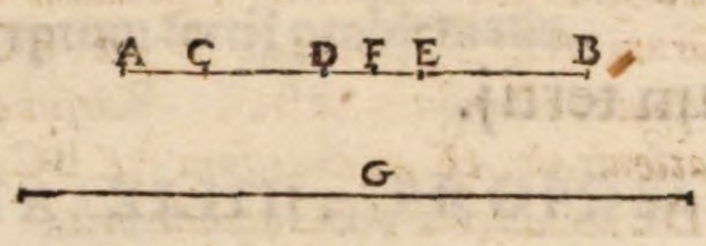
* Dico vt BD ad DE, ita esse rectangulum ABC ad rectangulum AEC] *Græcus codex mancus est, in quo legitur.* οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ. *legendum autem* οὕτω τό ὑπὸ τῶν ΑΒΓ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΕΓ.

IN

IN PRIMVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLII. PROPOS. XLV.

Sit rursus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE, LEMM. & quoduis punctum F. Dico si vtrisque AE CB ponatur A æqualis G, rectangulum AFC excedere rectangulum BFE, rectangulo GDF.



Quoniam.n.prius demonstratum est rectãgulũ GDE æquale rectangulo AEC, cõ B
mune auferatur rectangulum GFE. reliquũ igitur rectangulũ GDF est excessus, quo C
rectangulũ AEC, excedit rectangulũ GFE. Quo aũt rectangulũ AEC ipsũ GFE exce D
dit, ablato cõmuni rectangulo AEF, eodẽ rectangulũ, quod continetur AE CF exce dit rectangulum contentum BC FE. & quo rectangulum ex AE CF excedit rectan gulum ex BC FE. ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC ex- cedit rectangulum BFE. rectangulum igitur AFC ipsum BFE excedit rectangulo GDF. qnod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Sit rursus rectangulum ADC æquale rectangulo BDE] *Græcus codex mancus est, in* A
quo legitur. ἔστω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν βδε. *sed legendum.* ἔστω πάλιν ἴσον τὸ ὑπὸ τῶν
αδγ τῷ ὑπὸ τῶν βδε.

Quoniam enim prius demonstratum est rectangulum GDE æquale rectangulo B
AEC] *videlicet in lemmate primo uel in* 41. *huius.*

Reliquum igitur rectangulum GDF est excessus, quo rectangulum AEC C
excedit rectangulum GFE] *Nam si a rectangulo* GDE *auferatur rectangulum* GFE, *relinquitur* GDF *rectangulum. ergo rectangulum* GDF *est etiam excessus, quo rectangulum* AEC *ipsum* GFE *excedit.*

Quo aũt rectangulũ AEC ipsũ GFE excedit, ablato cõmuui rectangulo AEF, eodẽ D
rectangulũ, quod continetur AE CF excedit rectangulũ contentum BC EF] *Rectan- gulum enim* AEC *est æquale rectangulo* AEF *una cum rectangulo contento* AE CF, *ex prima secundi elementorum. & eadem ratione rectangulum* GFE *est æquale rectangulo* AEF *una*

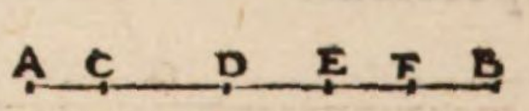
cum rectangulo contento BC FE, *ponitur enim* G *vtrisque* AE BC *æqualis. Itaque si a rectangulo* AEC *auferatur rectangulum* AEF, *relinquitur rectangulum contentum* AE CF: *& si a rectangulo* GDF *idem* AEC *auferatur, reliquum est rectangulum, quod* BC FC *continetur. rectangulum igitur contentum* AE FC *eodem excessu superat rectangulum contentum* BC EF, *quo rectangulum* AEC *ipsum* GEF *superabat.* Græcus codex ὡς δὲ ὑπερέχει τὸ & c. τοῦτο ὑπερέχει τοῦ ὑπὸ τῆς α ε γ ζ τὸ ὑπὸ τῆς β γ ζ ε. *Sed legendum est.* ὡς δὲ ὑπερέχει τὸ & c. τοῦτο ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν α ε γ ζ τοῦ ὑπὸ τῆς β γ δ ε.

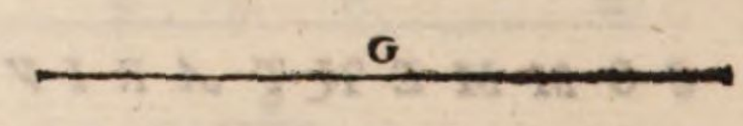
E Et quo rectangulum ex AE CF excedit rectangulum ex BC FE, ablato communi rectangulo CFE, eodem rectangulum AFC excedit rectangulum BFE] *Nam rectangulum contentum* AE CF *est æquale rectangulo* CFE *una cum rectangulo* AFC *ex prima secundi elementorum. & similiter rectangulum contentum* BC FF *est æquale rectangulo* CFE *una cum rectangulo* BFE, *ablato communi rectangulo* CFE, *reliquum rectangulum* AFC *eodem illo excessu, uidelicet rectangulo* GDF *reliquum rectangulum* BFE *excedit. Græcus codex corruptus est, in quo legitur* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ τῶν β ζ ε & c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α ζ ε τοῦ & c. *legendum autem est.* κοινοῦ ἀφαιθέντος τοῦ ὑπο τῶν γ ζ ε & c. τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν α ζ γ τοῦ & c.

Aliud in tertium tertij.

THEOREMA XLIII. PROPOSITIO XLVI.

LEMM. VI. Sit inter EB punctum F. Dico rectangulum AFC vna cum
A rectangulo EFB æquale esse rectangulo GDF.
B





in 1. lem. C Quoniam igitur ante ostensum est rectangulum GDE rectangulo AEC æquale, commune apponatur rectangulum GEF. totum igitur rectangulum GDF æquale est rectangulo AEC, rectanguloque AEF, & rectangulo, 1. secun. quod BC EF continetur. Sed rectangulum AEC una cum rectangulo AEF D est totum rectangulum contentum AE CF. Rectangulum igitur GDF est æquale rectangulo contento AE CF, & ei, quod continetur CB EF. At rursus rectangulum contentum CB EF est æquale rectangulo CFE & rectangulo EFB: rectangulum uero ex AE CF una cum rectangulo CFE est totum rectangulum AFC. Sed habebamus etiam rectangulum EFB. ergo rectangulum GFD æquale est rectangulo AFC & rectangulo EFB.

COM-

COMMENTARIVS.

Sit inter EB punctum F.] *Græcus codex* ἔσω μετὰ τὸ σημεῖον τῶν ε β τὸ ζ. *sed legendum puto.* ἔσω σημεῖον μεταξὺ τοῦ ε β τὸ ζ. A

Dico rectangulum AFC una cum rectangulo EF*B*] *Græcus codex* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α ζ Δ. *lege* ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν α ζ γ. B

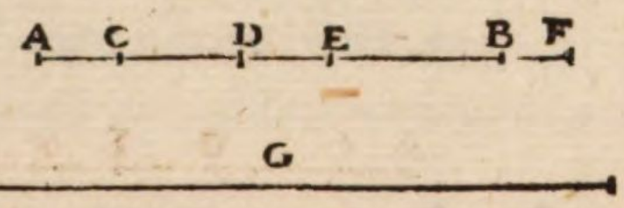
Totum igitur rectangulum GDF æquale est rectangulo AEC, rectanguloque AEF & rectangulo, quod BC EF continetur.] *Est enim totum rectangulum GDF æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo* GD*E*, *& rectangulo GEF, rectangulum autem GEF æquale itidem est duobus, rectangulo scilicet* A*EF*, *&* 17. *quod continetur* CB EF, *etenim* G *utrisque* AE CB *æqualis ponitur. Græcus codex.* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῆς η β ζ. *lege* τὸ ὑπὸ τῆς η Δ ζ. C

Rectangulum igitur GDF est æquale rectangulo contento &c.] *Græcus codex.* ὅν τὸ ὑπὸ η ζ Δ. *lege* τὸ ὑπὸ η Δ ζ. D

IN Primum Præceptum tertij problematis.

THEOREMA XLIIII. PROPOSITIO XLVII.

Sit rursus punctum F extra lineam AB. Ostendendum est rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GDF. LEMM. VII. A



Quoniam enim rectangulum G*D*B est æquale rectangulo A*B*C, commune apponatur rectangulum GB*F*. totum igitur rectangulum G*DF* æquale est rectangulo ABC, rectanguloque GB*F*, hoc est, rectangulo contento AE BF, & rectangulo C*B*F. rectangulum autem A*B*C una cum rectangulo CB*F* est totum rectangulum, quod A*F* CB continere. ergo rectangulum GDF est æquale rectangulo contento AF CB, & contento AE BF. Sed rectangulum contentum AF C*B* una cum contento A*E* BF est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB. rectangulum igitur GDF est excessus, quo AFC rectãgulum ipsum EFB excedit. D E A

COMMENTARIVS.

Sit rursus punctum F extra lineam AB.] *Græcus codex* ἔσω πάλιν τὸ' A

τὸ σημεῖον ἐστὶ τῆς ΔΑΒ τὸ Ζ. *sed legendum puto* ἔσω πάλιν τὸ σημεῖον ἐκτὸς τῆς αβ τὸ ζ.

B Quoniam enim rectangulum GDB eſt æquale rectangulo ABC] *quod in primo lemmate demonſtratum fuit.*

C Totum igitur rectangulum GDF æquale eſt rectangulo ABC, rectanguloque GBF hoc eſt rectangulo contento AE BF, & rectangulo CBF.] *eſt enim rectangulum* GDF *æquale rectangulo* GDB *una cum rectangulo* GBF, *& rectangulum* GBF *rurſus æquale rectangulo contento* AE BF *& rectangulo* CBF, *quod* G *utriſque* AE CB *ſit æqualis. rectangulum igitur* GDF *æquale eſt rectangulo* ABC *vna cum rectangulo contento* AE BF, *& rectangulo* CBF. *Græcus codex.* τουτέστι τῶτε ὑπὸ αε βζ καὶ τοῦ ὑπὸ βζ. *lege* καὶ τῶ ὑπὸ γβζ.

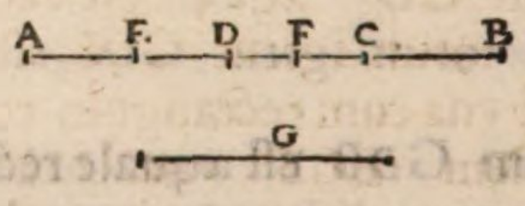
D Sed rectangulum contentum AF CB vna cum contento AE BF eſt exceſſus, 1. ſecũdi quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB.] *nam rectangulum* AFC *eſt æquale rectangulo contento* AF CB *vna cum rectangulo* A B, *hoc eſt vna cum rectangulo contento* AE BF, *& rectangulo* EFB. *rectangulum igitur* AFC *excedit rectangulum* EFB *rectangulo contento* AF CB *vna cum contento* AE BF, *Græcus codex.* ὑπερέχη ἐστὶν ᾧ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖγ τοῦ ὑπὸ τῶν εβζ. *ſed legendum* τὸ ὑπὸ τῶν αζγ τοῦ ὑπὸ τῶν εζβ

E Rectangulum igitur GDF eſt exceſſus, quo AFC rectangulum ipſum EFB excedit] *Græcus codex pro* ΗΔΖ *habebat* ΗΒΖ.

IN SECVNDVM PRAECEPTVM EIVSDEM PROBLEMATIS.

THEOREMA XLV. PROPOS. XXXXVIII.

LEMM. VIII. Sit rectangulum ADC æquale rectangulo EDB, ſitque punctum F inter D C, & vtriſque AE CB æqualis ponatur
A G. Dico rectangulum EFB excedere rectangulum AFC rectã
B gulo GDF.



Quoniam enim rectangulum GDC æquale eſt rectangulo BCE, commune auferatur rectangulum GFC. reliquum igitur rectangulum GDF eſt exceſſus, quo ECB rectangulum excedit rectangulum GFC. quo autem rectangulum ECB excedit rectangulum GFC, communi ablato rectangulo BCF, eodem rectangulum,
A quod EF CB continetur, excedit rectangulum contentum AE FC. & quo rectangulum contentum EF CB excedit contentum AE FC addito communi rectan-
B C gulo EFC, eodem rectangulum EFB excedit rectangulum AFC. rectangulum igitur EFB excedit ipſum AFC rectangulo GDF.

COM-

COMMENTARIVS.

Eodem rectangulum, quod EF CB continetur, excedit rectangulum contentum AE FC] *Græcus codex* τόυτω ὑπερέχει τὸ ὑπὸ τῆς ε ζ γ β τοῦ ὑπὸ τῶν ε ζ γ β τοῦ ὑπὸ τῶν α β ζ γ. *lege* τοῦ ὑπὸ τῶν α ε ζ γ. A

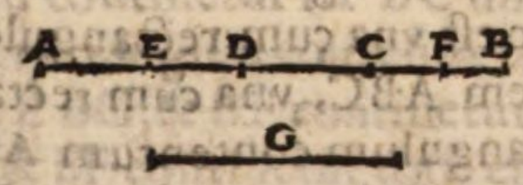
Addito communi rectangulo EFC] *Græcus codex* κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ὑπὸ ε ζ γ. *Sed ratio cogit, vt legatur* προσκοινοῦ τεθέντος ε ζ γ. B

Eodem rectangulum EFB excedit rectangulum AFC] *Græcus codex* τοὺτω ὑπερέχει τὸ ὑπὸ ε ζ δ τοῦ ὑπὸ α ζ γ. *lege* τὸ ὑπὸ ε ζ β. C

IN SECVNDVM PRAECEPTVM SECVNDI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVI. PROPOSITIO XLIX.

Sed sit punctum F inter C B. Dico rectangulum AFC unà cum rectangulo BFE æquale esse rectangulo GDF. LEMM. IX.



Quoniam enim rectangulum GDC æquale est rectangulo BCE, commune addatur rectangulum GCF. totum igitur GDF est æquale rectangulo *BCE* vna cum rectangulo GCF, hoc est vna cum rectangulo contento *AE* CF, & rectangulo BCF. rectangulum autem ECB vna cum rectangulo BCF est totum quod EF CB continetur. ergo rectangulum contentum EF CB una cum contento *AE* CF est æquale rectangulo GDF. Sed rectangulum quidem contentum EF CB est æquale rectangulo *E*FC, & rectangulo BFE. rectangulum autem EFC una cum rectangulo contento AE CF est totum rectangulum AFC. rectangulum igitur *A*FC una cum rectangulo BFE est æquale ipsi GDF rectangulo. A B C D E

COMMENTARIVS.

Dico rectangulũ AFC una cũ rectãgulo BFE æquale esse rectãgulo GDF] *Græcus codex* ὅτι γίνεται τὸ ὑπὸ τῶν α ζ γ μετὰ τοῦ α ζ ε. *lege* μετὰ τοῦ ὑπὸ β ζ ε. A

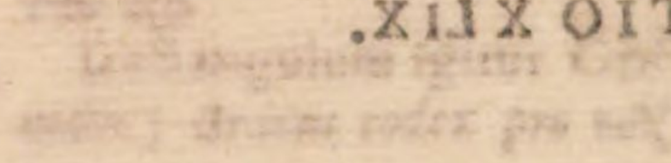
Ergo

B Ergo rectangulum contentum EF CB vna cum contento AE CF] *Græcus codex.* γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ εζ γβ μετὰ τοῦ ὑπὸ αβ γζ &c. *lege.* μετὰ τοῦ ὑπὸ αε γζ

IN SECVNDVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVII. PROPOS. L.

LEMM. X. Sit punctum F extra lineam AB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectang ulo GDF.



A Quoniam enim rectangulum GD*B* est æquale rectangulo ABC, commune ap-
B pona ur rectangulum GBF, totum igitur G*D*F est æquale rectangulo ABC vna cum rectangulo GBF, hoc est vna cum rectangulo contento *A*E BF, & rectan-
C gulo CBF. rectangulum autem ABC, vna cum rectangulo CBF est totum, quod
D AF CB continetur. ergo rectangulum contentum AF CB una cum contento *A*E
E BF est æquale rectangulo GDF. Sed contentum *A*F CB vna cum contento *A*E *B*F est excessus, quo rectangulum AF*C* excedit rectangulum E*F*B. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum *E*FB rectaſtgulo GDF. quod demonſtrare oportebat.

COMMENTARIVS.

A **Quoniam enim rectangulum GDB est æquale rectangulu *A*BC**] *ex tertio lemmate.*

B **Commune apponatur rectangulum GBF. totum igitur GDF. &c.**] *Græcus codex.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ηαζ. *Sed legendum puto.* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ τῶν ηβζ. ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ηαζ.

C *E*st totũ, quod *A*F CB cõtinetur] *Græcus codex.* ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ αη γβ. *lege.* τὸ ὑπὸ αζ γβ.

D Est æquale rectangulo GDF] *Græcus codex.* ἴσον ἐστὶ τῷ υπὸ ηαζ. *lege* τῷ ὑπὸ ηαζ.

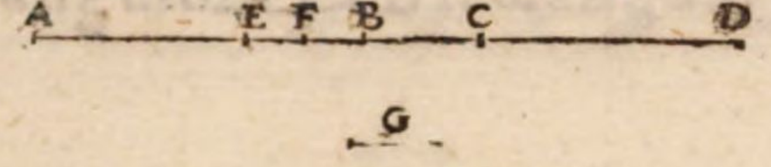
E Sed contentum AF CB vna cum contento AE BF est excessus, quo rectangulum *A*FC excedit rectangulum EFB] *rectangulum enim* AF*C est æquale duobus rectangulis, nempe rectangulo contento* AF C*B, & rectangulo* AF*B, quorum rectangulum* AF*B est itidem æquale rectangulo contento* A*E B*F *& rectangulo EFB. rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo contento A*F C*B & contento A*E BF.

IN

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLVIII. PROPOSITIO LI.

Sit rectangulum ADC rectangulo BDE æquale: & excessui linearum AE BC, æqualis ponatur G: sumaturque F punctum inter EB. Dico rectangulum AFC excedere rectangulum EFB rectangulo GFD. LEMM. XI.



Quoniam.n.rectangulum GBD est æquale rectangulo ABC, commune apponatur rectangulum GBF, totũ igitur GFD æquale est rectangulo ABC una cũ rectãgulo GBF; hoc est una cũ rectangulo, quod excessu linearũ AE BC & BF cõtinetur. Sed rectangulum ABC est id, quod continetur AF BC una cum rectangulo FBC. rectangulum igitur GFD est æquale rectangulo contento AF BC una cũ rectangulo CBF, & eo, quod excessu ipsarum AE BC, & BF continetur. rectangulum autem CBF vna cum eo, quod excessu AE BC, & BF continetur totũ est rectangulum contentum AE FB. ergo rectangulum GFD est æquale rectangulo contento AF BC, & contento AE FB. Sed rectangulum AF BC contentum una cum cõtento AE FB est excessus quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB, rectangulum igitur AFC excedit rectangulum EFB rectangulo GDF. quod demonstrare oportebat. A B C D

COMMENTARIVS.

Quoniam enim rectangulum GBD est æquale rectangulo ABC.] *Ex tertio lẽmate.* A
Græcus autem codex. ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ τῶν ΗΒΛ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΓΒ *lege* τῷ ὑπὸ ΑΒ Γ.

Rectangulum autem CBF una cum eo, quod excessu AE BC & BF continetur totũ est rectangulum contentum AE FB] *Est.n.* AE *æqualis excessui, quo ipsa excedit* BC *una cum* BC, *& propterea rectangulum contentum* AE FB *est æquale rectangulo* CBF, *vna cum eo, quod excessu ipsarum* AE BC, *&* BF *continetur* Græcus codex τὸ ΠΕΥ ὑπὸ ΓΒ Β Ζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΓ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΖ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΕ Ζ. *lege* ΔΟ ΠΕΥ ὑπὸ ΓΒ Β Ζ μετὰ τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΕ ΓΒ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΖ, ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΑΕ ΖΒ. B

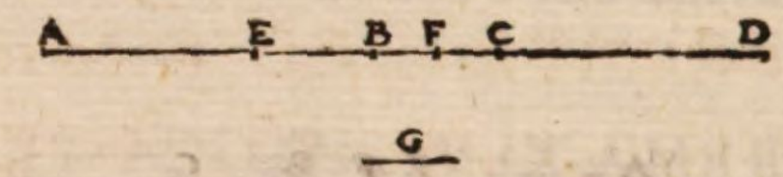
Ergo rectangulum GFD] est æquale rectangulo contento AF BC] *Græcus codex* τὸ ὑπὸ ΗΖΛ ἴσον ἐστὶ τῷτε &c. *lege* τὸ ὑπὸ ΗΖΛ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῷτε &c. C

Sed rectangulum AF BC contentum una cum contento AE FB est excessus, quo rectangulum AFC excedit rectangulum EFB] *Quomodo hoc sequatur nos proxime explicauimus.* D

IN PRIMVM PRAECEPTVM SECVNDI PROBLEMATIS.

THEOREMA XLIX. PROPOS. LII.

LEMM. XII. Ijſdē poſitis ſit pūctū F inter BC. Dico rectangulū AFC una cum rectangulo EFB æquale eſſe ei, quod G & FD continetur.



A Quoniā. n. rectangulū GCD æquale eſt rectangulo ECB, cōmune apponatur rectā
B gulum GFC, totū igitur GFD eſt æquale rectangulo ECB, & rectangulo GFC. Sed rectangulū quidē GFC eſt, id, quod exceſſu ipſarū AE BC, & FC continetur. rectan-
C gulū autē ECB eſt rectangglū BCF & contentū EF BC. ergo rectangulū GFD æqua
D le eſt rectangulo contento EF C*B*, & rectanguloq; BC*F* & ei quod exceſſu *AE B*C, &
E CF continetur. rectangulū uero contentum exceſſu AE BC & C*F* una cū rectangulo
F BCF eſt totum rectangulum contentum AE C*F*. rectangulū igitur GF*D* eſt ęquale rectangulo cōtento AE CF, & contento *E*F CB. At rectangulum quidē contentū EF BC eſt rectangulum EFC & rectangulum *E*FB; rectangulum autem E*F*C una cum contento *A*E *F*C eſt totum rectangulum *A*FC. *S*ed habebamus etiam rectangulum *E*FB. rectangulum igitur *A*F ↄ una cū rectangulo EFB æquale eſt rectangulo GF*D*. quod demonſtrandum proponebatur.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GFC] *Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ κζ. *lege* τὸ ὑπὸ κζγ.

B Totum igitur GFD eſt æquale rectangulo ECB] *Græcus codex* ἀνάλογον ἄρα. *ego legendum puto* ὅλον ἄρα.

C Rectangulum autem ECB eſt rectangulum BCF & contentum EF BC] *Hoc eſt rectangulum* EC*B eſt æquale rectangulo* BCF *& contento* EF BC.

D Ergo rectangulum GFD æquale eſt rectangulo contento EF BC] *Græcus codex* γέγονεν οὖν τὸ ὑπὸ κζ ἴσον τῷ ὑπὸ εζβ. *lege* τῷ ὑπὸ εζβγ.

E Rectangulum uero contentum exceſſu *A*E BC & CF] *Non ſunt hæc in græco codice, quæ tamen deſiderari videntur, ut ita legendum ſit* τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν αεβγ ὑπεροχῆς καὶ τῆς γζ μετὰ τοῦ ὑπὸ βγζ, ὅλον ἔστι τὸ ὑπὸ αεγζ. *eſt autem rectangulum contentum* AE CF *æquale rectangulo contento exceſſu ipſarum A*E BC *&* CF *una cum rectangulo* BCF, *quoniam A*E *eſt æqualis exceſſui, quo excedit* CB, *& ipſi* CB, *ut ſuperius dictum fuit.*

At

At rectangulum quidem contentum EF BC est rectangulum EFC. & rectangulũ F
EFB *Hoc est rectangulum contentum* EF BC *est æquale rectangulo* EF C *una cum rectãgulo* EF B *Græcus autem codex corruptus est, qui sic habet.* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ ε ζ β γ τὸ τε ὑπὸ ε ζ ζ γ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ β γ γ β *sed legendum puto* τὸ τε ὑπὸ ε ζ ζ γ ἐστι καὶ τὸ ὑπὸ ε ζ ζ β

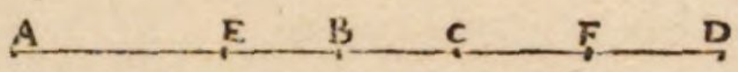
Rectangulum autẽ EFC una cum contento AE FC est totum rectãgulum AFC] G
Græcus codex τὸ δὲ ὑπὸ β ζ Γ μετὰ τοῦ ὑπὸ α ε ζ γ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ α ζ γ ζ *corrige* τὸ δὲ ὑπὸ α ζ γ μετὰ τοῦ ὑπὸ α ε ζ γ ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ α ζ Γ.

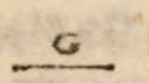
IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

LEMM. XIII.

THEOREMA L. PROPOSITIO LIII.

Sit rursus punctum F inter CD. Dico rectangulum AFC minus esse, quam rectangulum EFB rectangulo GFD. LEMM. XIII.





Quoniam.n.rectangulum GCD est æquale rectangulo ECB, commune auferatur GCF rectangulũ. reliquũ igitur GFD est excessus, quo rectangulum ECB superat rectangulum GCF, hoc est id, quod excessu AE BC & CF continetur. Quo autẽ rectangulum ECB superat rectangulum contentum excessu AE BC & CF, addito cõmuni rectangulo FCB, eodem rectangulum contentum EF BC superat contentũ AE CF. & rursus communi addito EFC rectangulo, eodem rectangulum EFB superat ipsum AFC. ergo rectangulum AFC minus est, quam rectangulum EFB rectangulo GFD. A B C

COMMENTARIVS.

Hoc est id, quo excessu AE BC, & CF continetur] *Græcus codex* τοῦτ ἐστι τοῦ ὑπὸ καὶ τῶν α ε γ β ὑπερεχῆς καὶ τῆς γ ζ. *lege* τοῦτ ἐστι τοῦ ὑπὸ τῆς τῶν α ε γ β ὑπερεχῆς καὶ τῆς γ ζ. A

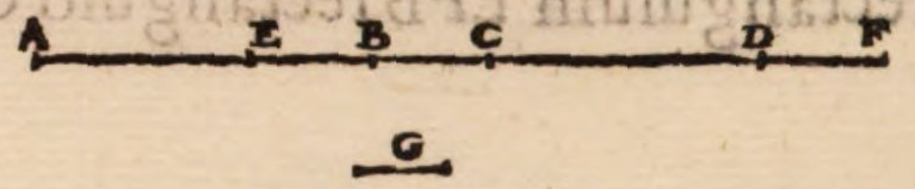
Quo autem rectangulum ECB superat rectangulum contentum &c.] *Græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ α ζ β. *lege* τὸ ὑπὸ ε ζ β. B

Eodem rectangulum contentum EF BC superat contentum AE CF] *Rectangulum enim* EF BC *contentum est æquale rectangulo* ECB *una cum rectangulo* FCB, *& rectangulum contentum* AE CF *rursus est æquale rectangulo contento excessu* AE BC, *&* CF *una cum rectangulo* FCB. C

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LI. PROPOS. LIIII.

Sed sit punctum F extra. Dico rursus rectangulum AFC
LEMM. XIIII. superare rectangulum EFB rectangulo GDF.



Quoniam enim rectangulum GCD est æquale rectangulo ECB, vtraque au-
A ferantur a rectangulo GCF. reliquum igitur GDF est excessus, quo GCF rectangulum superat ipsum ECB & communi addito rectangulo BCF, eodem excessu rectangulum contentum AE CF superat contentum EF BC, etenim excessus AE
B CB una cum BC est ipsa AE. Quo autem rursus rectangulum contentum AE CF superat contentum EF BC, addito communi rectangulo EFC, eodem rectangulum AFC superat ipsum EFB. rectangulum igitur AFC superat rectangulum EFB rectangulo GDF.

COMMENTARIVS.

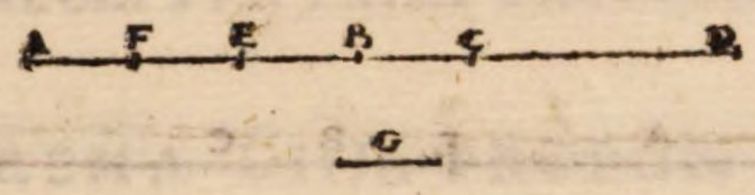
A Reliquum igitur GDF] *Græcus codex* ὅλον ἄρα τὸ ὑπὸ η Δ ζ. *sed ego potius legendum censeo* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ η Δ ζ.

B *Etenim excessus* AE CB una cum BC est ipsa AE] *Græcus codex* ἡ γὰρ τῶν α ε γ β ὑπεροχὴ μετὰ τῆς β γ ἡ α ε ἔσιν. *ego potius legerem* ἡ γὰρ τῶν α ε γ β ὑπεροχὴ &c. *videtur enim reddere rationem, cur rectangulum contentum* AE CF *sit æquale rectangulo* GCF, *hoc est rectangulo contento excessu lineārum* AE CB, & CF *una cum rectangulo* BCF, *quam nos supra attulimus. quare opportunius fecisset* Pappus, *si hoc in undecimo lemmate explicasset.*

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LII. PROPOS. LV.

Sit punctum F inter AE. Dico rectangulum AFC vna cum rectangulo EFB æquale esse rectangulo GFD. LEMM. XV.



Quoniam enim rectangulum GBD æquale est rectangulo ABC, commune addatur rectangulum GBF. totum igitur GFD est æquale rectanguloque ABC & rectangulo GBF. Sed rectangulum quidem ABC æquale est rectangulo contento AF BC, & rectangulo FBC: rectangulum vero contentum excessu AE BC, & FB una cum rectangulo CBF æquale est rectangulo, quod AE BF continetur. At rectangulum contentum AE BF est rectangulum BFE, & rectangulum AFB, quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF BC est rectangulum AFC, rectangulum igitur AFC una cum rectangulo BFE æquale est rectangulo GFD, quod demonstrare oportebat. A B C D

COMMENTARIVS.

Totum igitur GFD est æquale rectanguloque ABC, & rectangulo GBF] *Hoc est æquale rectangulo* ABC *vna cum eo, quod continetur excessu linearum* AE BC *&* BF. A

Rectangulum uero contentum excessu AE BC, & BF una cum rectangulo CBF æquale est rectangulo, quod AE BF continetur] *Est enim* AE *æqualis excessui, & ipsi* CB. B

At rectangulum contentum AE BF est rectangulum BFE & rectangulum AFB] *Græcus codex corruptus est, & mancus, in quo legitur* ἄρα ἔσι τὸτε ὑπὸ β ζ γ καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β *fortasse uero ita restituetur.* τὸ ὑπό α ε β ζ ἄρα ἔσι τὸ τε ὑπὸ β ζ ε καὶ τὸ ὑπὸ α ζ β, *uel hoc modo* τὸ δὲ ὑπο α ε β ζ ἔσι τὸ τε ὑπὸ β ζ ε *&c. rectangulum enim contentum* AE BF *est æquale rectangulo* BFE *una cum rectangulo* AFB *ex prima secundi elementorum.* C

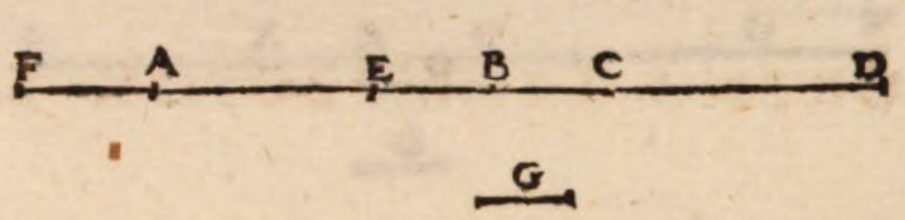
Quod quidem AFB una cum eo, quod continetur AF BC est rectangulum AFC] *Græcus codex* ὃ μετὰ τοῦ ὑπό α ζ β ἔσι τὸ ὑπὸ α ζ γ. *sed legendum puto* ὃ μετὰ τοῦ ὑπό α ζ β γ ἔσι τὸ ὑπὸ α ζ γ. D

IN

IN TERTIVM PRAECEPTVM TERTII PROBLEMATIS

THEOREMA LIII. PROPOSITIO LVI.

LEMM. XVI. Sit rursus punctum F extra. Dico rectangulum AFC minus esse, quàm rectangulum EFB, rectangulo GFD.



A Quoniam enim rectangulum GAD est æquale rectangulo BA*E*, commune apponatur rectangulum GAF. totum igitur rectangulum GDF est æquale rectan-
B guloque BA*E*, & rectangulo contento excessu *AE* BC & AF. Rursus commune apponatur rectangulum, quod F*A* BC continetur. Sed rectangulum quidem contentum excessu *AE* BC & AF una cum contento FA BC æquale est rectangulo FAE. rectangulum vero B *AE* vna cum rectangulo *FAE* totum est rectangulum contentum FB AE. quod igitur FB *AE* continetur æquale est rectangulo-
que GDF & rectangulo contento FA BC. quare GDF est excessus, quo rectãgulum contentum *F*B AF superat contentum FA BC. sed quo rectangulum ex FB
C *AE* superat rectangulum ex FA BC, addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BF*E* superat rectangulum C*FA*. rectangulum igitur BF*E* superat rectangulum CF*A* rectangulo GDF. Quare C*FA* rectangulum minus est,
D quam rectangulum BF*E* rectangulo GDF, quod oportebat demonstrare.

COMMENTARIVS.

A Commune apponatur rectangulum GAF] Græcus codex. pro ηαζ mendose habebat ηαδ.

B Rursus commune apponatur rectangulum, quod FA BC continetur] Græcus codex corruptus est & mancus, in quo legitur τὸ υ ϖο ζβ αε λοιϖὸν τὸ υ ϖο'

ὑπὸ ζα βγ. ego reſtituendum puto in hanc ſententiam. πάλιν κοινὸν πρόσκειʹσθω τὸ ὑπὸ ζα βγ. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ τῆς τῶν αε βΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς αζ μετὰ τοῦ ὑπὸ ζα βΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ζα ετὸ δὲ ὑπὸ βα ε μετὰ τοῦ ὑπὸ ζα ε ὅλον ἐστὶ τὸ ὑπὸ ζβ. αε. τὸ ἄρα ὑπὸ ζβ αε ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ η δ ζ καὶ τῷ ὑπὸ γα βγ. ὥστε τὸ ὑπὸ η ζ δ ἤτοι ὑπεροχὴ ἔστιν &c.

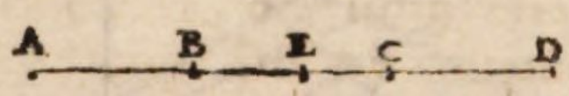
Sed quo rectangulum ex FB AE ſuperat rectangulum ex FA BC addito communi rectangulo BFA, eodem & rectangulum BFE ſuperat rectangulum CFA] C
Græcus codex ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ζβ αε τοῦ ὑπὸ ζα βγ ὑπερέχει. κοινοῦ προσεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τοῦτο ὑπερέχει ᾧ καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζ α *ſed legendum cenſeo*. ἀλλὰ ᾧ. τὸ ὑπὸ ζβ αε τοῦ ὑπὸ ζα βγ ὑπερέχει, κοινοῦ προστεθέντος τοῦ ὑπὸ βζα, τοῦτο ὑπερέχει καὶ τὸ βζε τοῦ ὑπὸ γζ α.

Quare GFA rectangulum minus eſt, quam rectangulum BFE rectangulo D
GDF] *Græcus codex* ὥστε τὸ ὑπὸ γζ ἀπὸ τοῦ ὑπὸ βζε. *lege* τὸ ὑπὸ γζ α τοῦ ὑπὸ βζε.

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS.

THEOREMA LIIII. PROPOS. LVII.

Sit AB æqualis ipſi CD, & quoduis punctum E inter BC puncta. Dico rectangulum AED ſuperare rectangulum BEC rectangulo ACD. LEMM. XVII. A



Quoniam enim rectangulum *AED* æquale eſt rectangulo AEC, & rectangulo cõ B
tento AE CD, quorum rectangulum *AE*C rurſus eſt æquale rectangulo BE C, & rectangulo contento AB *EC*; erit rectangulum A*E*D æquale rectangulo BEC una
cum rectangulo contento AB *EC*, & contento A*E* CD. rectangulum C
igitur AED ſuperat rectangulum BEC rectangulo que contento AB EC, D
hoc eſt *EC*D, etenim AB C*D* æquales ſunt, & rectangulo contento AE CD. Sed rectangulum E*C*D, & contentum A*E* C*D* ſunt totum rectangulum A*C*D. ergo rectangulum AE*D* ſuperat rectangulum BE*C* rectangulo A*CD*.

COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis ipſi CD] *Græcus codex.* ἔστω ἡ α β τῇ γ δ. *fortaſſe addendum erit uerbũ* A
ἴση, *vel ſubintelligendum, & ſimiliter in lemmate, quod ſequitur.*

Quo-

B Quoniam enim rectangulum AD æquale est rectangulo AEC, & rectangulo contento AE CD, quorum rectangulum AEC rursus est æquale rectangulo BEC, & rectangulo contento AB; EC] *Hæc nos perspicuitatis gratia latius explicauimus.*

C Rectangulum igitur AED superat rectangulum BEC &c.] *Græcus codex.* τὸ ἄρα ὑπὸ αγλ τοῦ ὑπὸ βε εγ. *lege* ἄρα ὑπὸ αε ελ τοῦ ὑπὸ βε εγ.

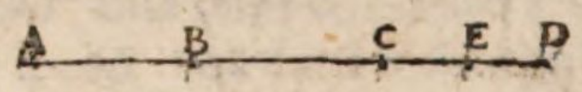
D *E* rectangulo contento AE CD] *Græcus codex.* καὶ τὸ ὑπὸ αγ γλ. *lege* καὶ τῷ ὑπὸ αε γλ.

E Sed rectangulum ECD & contentum AE CD sunt totum rectangulum ACD] *Græcus codex mancus est hoc loco, & fortasse ita restituetur* ἀλλὰ τὸ τε ὑπὸ εγ γλ καὶ τό ὑπό αε γλ γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ αγ γλ.

IN TERTIVM PRAECEPTVM PRIMI PROBLEMATIS

THEOREMA LV. PROPOSITIO LVIII.

LEMM. XVII. Sit AB æqualis CD, & sumatur punctum E inter C
A D. Dico rectangulum AED vna cum rectangulo BEC æquale esse rectangulo ACD.



Quoniam enim rectangulum AE*D* æquale est rectangulo contento *A*C *E*D, & rectangulo CED, comune apponatur rectangulum BEC. rectangulum igitur *A*ED vna cum rectangulo BEC est æquale rectangulo contento AC ED, rectan-
B guloque CE*D*, & rectangulo B*E*C. sed rectangulum quidem C*E*D una cum re-
C ctangulo BEC totum est rectangulum contentum BD C*E*, hoc est ACE, æquales
D enim sunt & totæ lineæ *A*C B*D*. rectangulum vero contentum AC *ED* una cum rectangulo ACE est æquale rectangulo AC*D*.

COMMENTARIVS.

A Dico rectangulum *A*E*D* una cum rectangulo BEC æquale esse rectangulo AC*D*] *Græcus codex hoc loco corruptus est, & mancus, in quo legitur*

legitur. ὅτι τὸ ὑπὸ α ε ε Λ ἴσον ἐστὶ τῶτε ὑπὸ τῶν α γ ε Λ, καὶ τῶ ὑπὸ γ ε ε Λ. καὶ κοινὸν προσκείσθω, &c. ego ita restituendum censeo. ὅτι τὸ ὑπὸ α ε ε Λ ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ α γ Λ. ἐπεὶ λαὶ τὸ ὑπὸ τῶν α ε ε Λ ἴσον ἐστὶ τῶτε ὑπὸ τῶν α γ ε Λ, καὶ τῶ ὑπὸ γ ε ε Λ. κοινὸν προσκείσθω.

Sed rectangulum quidem CED una cum rectangulo BEC] Græcus codex. ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ γ ε ε β lege τὸ μεν ὑπὸ γ ε ε Λ. B

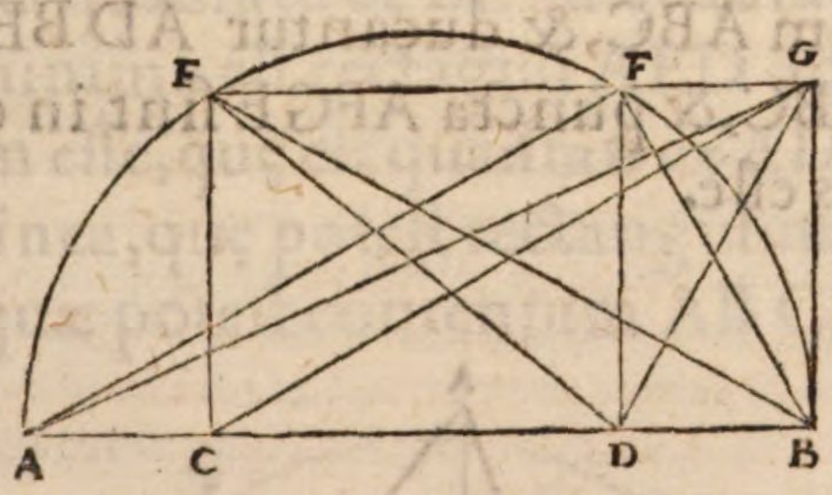
Aequales enim sunt, & totæ lineæ AC BD] Nam cum AB, CD æquales ponantur, adda turque communis BC, erit AC ipsi BD necessario æqualis. C

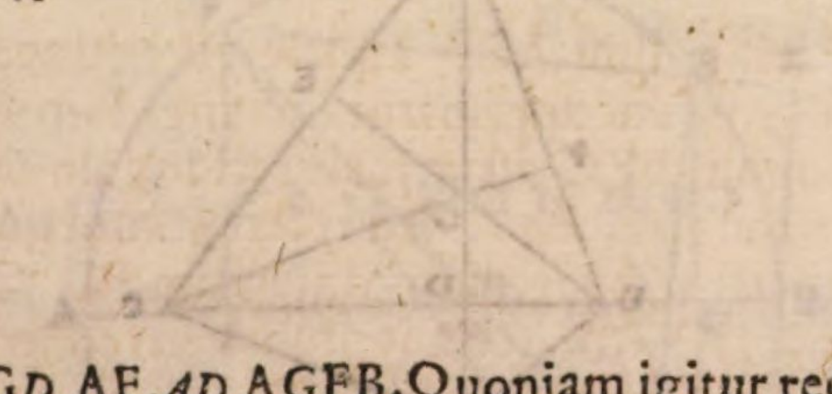
Rectangulum uero contentum AC ED una cum rectangulo ACE est æquale rectangulo ACD] Græcus codex τὸ Λὲ ὑπο' τῶν α γ ε Λ μετὰ τοῦ ὑπὸ β ε ε γ ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ α γ Λ. ego legendum arbitror μετὰ τοῦ ὑπὸ α γ ε ἴσον ἐστὶ τῶ ὑπὸ α γ Λ. D

IN MONACHOS PRIMI SECVNDI, ET TERTII EPITAGMATIS.

THEOREMA LVI. PROPOSITIO LIX. LEMM. XIX.

Semicirculo existente AEB, & diametro AB, existentibusque perpẽdicularibus CE DF, & ducta recta linea EFG, & ad ipsam perpẽdiculari BG, tria porrò cõtingũt, videlicet rectãgulum quidem CBD æquale esse quadrato ex BG; rectãgulũ vero contentũ AC BD quadrato ex FG, & contentũ AD CB quadrato ex EG.





Iungantur enim GC GD AF AD AGFB. Quoniam igitur rectus est angulus, qui ad F, & perpendicularis FD, erit angulus DFB angulo BAF æqualis. Sed angulus quidem DFB est æqualis angulo DGB. angulus uero BAF (iuncta EB) est æqualis angulo BEF, hoc est angulo BCG. angulus igitur DGB angulo BCG æqualis erit. & propterea rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG. est autem & totũ rectangulũ ABD æquale quadrato ex BF. reliquum igitur quod AC DB continetur est æquale quadrato ex FG. rursus quoniam rectangulum ABC æquale est quadrato ex BE, quorum rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG, erit reliquum contentũ AD CB quadrato ex EG æquale. conungunt igitur tria, quę proponebantur. A B C D E F 8. sexti.

COMMENTARIVS.

A Sed angulus quidem DFB est æqualis angulo DGB] *Quoniam.n. quadrilateri DBFG duo anguli oppositi* FDB BGF *recti sunt, erunt reliqui duo æquales duobus rectis, nã quadrilateri cuiusque anguli quattuor rectis sunt æquales; cum in duo triangula diuidantur. ergo ex conuersa 22. tertii elementorum quattuor puncta* FD BG *sunt in circumferentia eiusdem circuli. angulus igitur* DFB *angulo* DGB *est æqualis.*

B Angulus vero BAF (iuncta EB) est æqualis angulo BEF] *Ex 21. tertii elementorum.*

C Hoc ẽ angulo BCG] *quod eodẽ modo demõstrabimus, quo supra angulum* DFB *æqualem esse angulo* DGB. *Sunt enim rursus puncta* ECBG *in eiusdem circuli circumferentia.*

D Et propterea rectangulum CBD est æquale quadrato ex BG.] *Quoniam.n. trianguli* CBG *angulus* BCG *est æqualis angulo* BGD, *& angulus ad* B *rectus: erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. ergo ut* CB *ad* BG, *ita est* GB *ad* BD. *rectangulum igitur* CBD *quadrato ex* BG *est æquale.*

E Reliquum igitur, quod AC DB continetur est æquale quadrato ex FG] *Nã rectangulum quidem ABD est æquale rectangulo* CBD *una cum rectangulo contento* AC DB *ex prima secundi elementorum, quadratum uero ex* FB *æquale est quadrato ex* BG *una cũ quadrato ex* FG *ex 47. primi elementorum.*

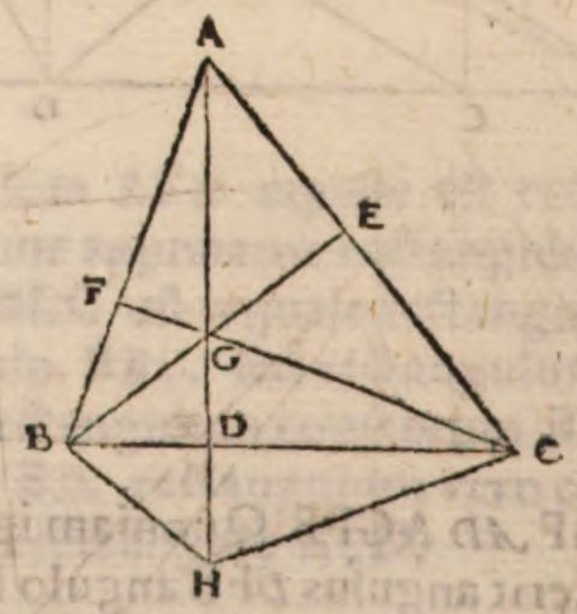
F Erit reliquũ contentum AD CB quadrato ex EG æquale] *Rursus.n. eadem ratione rectangulum* ABC *æquale est rectangulo* CBD *una cum eo, quod* AD CB *continetur.*

IN MONACHVM TERTII PROBLEMATIS.

LEMM. XX.

THEOREMA LVII. PROPOSITIO LX.

A Sit triangulum ABC, & ducantur AD BE CF, sitq; AD perpendicularis ad BC, & puncta AFGE sint in circulo. Dico angulos ad F E rectos esse.



B Producatur.n. AD, & ipsi GD æqualis ponatur DH, iungãturque BH HC. æqualis
C igitur ẽ angulus H angulo BGC, hoc est ipsi FGE. sed angulus FGE una cũ angulo A
D æqualis est duobus rectis. ergo & BHC angulus una cum angulo A duobus rectis
E ẽ æqualis. In circulo igitur sũt ABHC pũcta. & ideo angulus BvG æqualis ẽ angulo
F BCH, hoc est GCD. sunt aũt & anguli ad G secundũ verticẽ inter se æquales. reliquus igitur angulus ad D ẽ æqualis reliquo ad F. sed ãgulus ad D ẽ rectus. ergo & rectus, q

ad

ad. Eadem ratione & angulus, qui F ad E est rectus anguli igitur ad FE pũcta recti sunt, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et puncta AFGE sint in circulo] *In Græco codice legitur.* ἐν κύκλῳ δὲ τὰ ζ ε σημεῖα. *sed puto legendum* τὰ α ζ η ε σημεῖα. A

Aequalis igitur est angulus H angulo BGC.] *Quoniam enim trianguli* CGD *duo latera* GD DC *sunt æqualia duobus lateribus* HD DC *trianguli* CHD, *& anguli ad* D *recti, erit & basis* GC *basi* CH *æqualis, & angulus* DGC *æqualis angulo* DHC, *& eodem modo demonstrabitur angulus* BGD *æqualis angulo* BHD. *totus igitur angulus* BGC *toti* BHC ẽ *æqualis.* B

Sed angulus FGE una cum angulo A æqualis est duobus rectis] *Ex* 22. *tertii elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ μὴ ὑπὸ ζαε. *lege* ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ζαε. C

In circulo igitur sunt ABHC puncta] *Ex conuersa* 22. *tertii elementorum. græcus codex* ἐν κύκλῳ ἄρα εἰσὶ τὰ α β γ σημεῖα. *lege* τὰ α β θ γ σημεῖα. D

Et ideo angulus BAG æqualis angulo BCH] *Ex* 21. *tertii element.* E

Reliquus igitur angulus ad D æqualis est reliquo ad F] *Græcus codex.* λοιπὸν ἄρα ἡ Δ. *lege* λοιπὴ ἄρα ἡ Δ. F

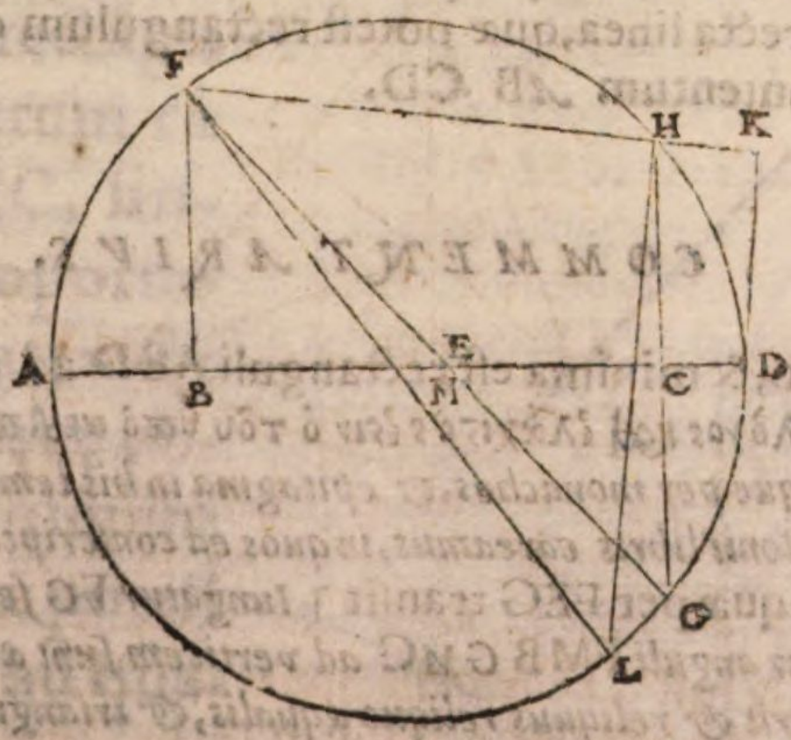
Eadem ratione & angulus, qui ad *E* est rectus] *Græcus codex* διὰ τὰ αὐτὰ καὶ μὴ πρὸς τῷ ε. *lege* καὶ ἡ πρὸς τῷ ε. G

MONACHVS PRIMI PROBLEMATIS TERTII EPIT AGMATIS.

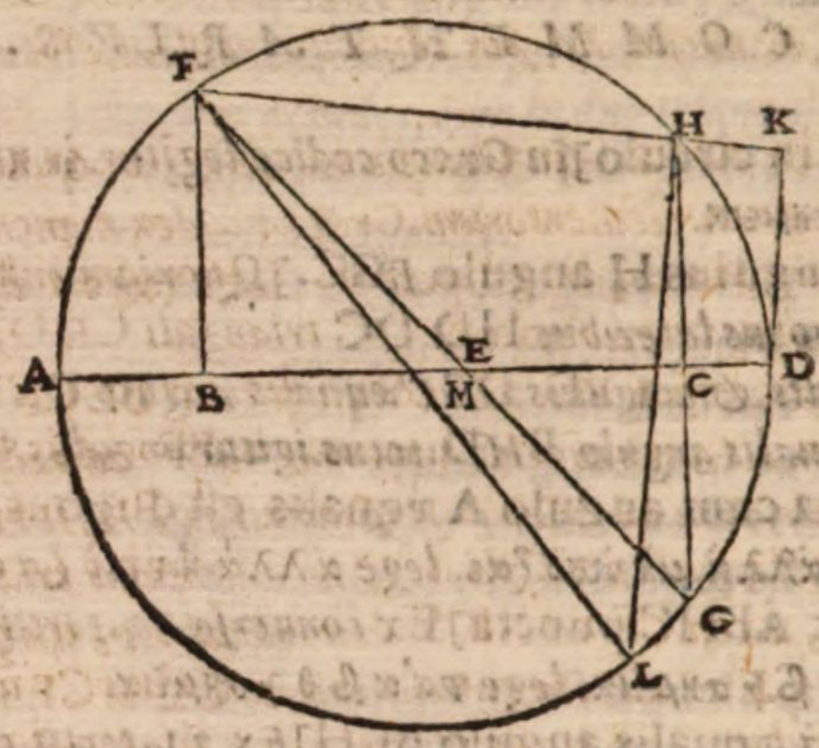
THEOREMA LVIII. PROPOS. LXI.

LEMM. XXI.

Tribus datis rectis lineis AB BC CD si fiat ut rectãgulũ ABD ad rectãgulũ ACD, ita quadratũ ex BE ad quadratũ ex EC, singularis proportio, & minima est rectãguli AED ad rectãgulũ BEC. Itaq; dico eandem esse, quę est quadrati ex AD ad quadratũ excessus, quo recta linea, quę potest rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ potest contentum AB CD.



Describatur circulus circa AD, & BF CG perpẽdiculares ducãtur. Qm̃ igitur est ut rectangulũ ABD ad rectangulũ ACD, hoc est ut quadratũ ex BF ad quadratũ ex CG ita quadratũ ex BE ad id, quod ex EC quadratum, erit ẽt longitudine, ut BF ad



B CG, ita BE ad EC, ergo recta linea est, quæ per FEG transit. sit FEG, & CG ad H producatur: iuncta vero FH producatur ad K, atq; ad ipsam perpendicularis agatur DK.

C ergo per antecedens lẽma rectangulũ contentum AC BD est æquale quadrato ex
59. huius FK: rectangulũ vero contentum AB CD quadrato ex HK æquale. reliqua igitur FH est excessus, quo recta linea, quę potest rectangulum contentum AC BD excedit eã, quæ potest contentum AB CD. ducatur per centrum FL, & HL iungatur. Itaq; quoniam rectus angulus FHL est æqualis recto ECG, & angulus ADL æqualis ei, qui ad
D G, æquiangula erunt triangula, & ideo ut LF ad FH hoc est ut AD ad FH, ita GE ad
E EC. ergo & ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH ita quadratum ex GE ad qua
F dratum ex EC: & rectangulum GEF, hoc est AED ad rectangulum BEC. est autem
μοναχὸς rectanguli quidem AED ad rectangulum BEC singularis & minor proportio; FH uero est excessus, quo recta linea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, hoc est quadratum ex FK, excedit eam, quæ potest contentum AB CD, hoc est quadratũ
μοναχὸς ex HK. ergo singularis & minor proportio eadem est, quæ quadrati ex AD ad quadratum excessus, quo recta linea, quæ potest rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ potest contentum AB CD.

COMMENTARIVS.

A Singularis proportio, & minima est rectanguli AED ad rectangulum BEC.] *Græcus codex* ὁ μοναχὸς λόγος καὶ ἐλάχιστός ἐστιν ὁ τοῦ ὑπὸ ΑΕΔ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ. *quibus uerbis quid significetur, quidque per monachos, & epitagma in his lemmatibus intelliget, satis percipi non potest, cum Apollonii libris careamus, in quos ea conscripta sunt.*

B Ergo recta linea est, quæ per FEG transit] *Iungatur* FG *secans rectam lineam* AD *in puncto* M. *Quoniam igitur anguli* FMB GMC *ad verticem sunt æquales, & angulus ad* B *rectus æqualis recto ad* C, *erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* MFB *triangulo* MGC
4. sexti *simile. ergo ut* FB *ad* BM, *ita* GC *ad* CM: *& permutando ut* FB *ad* GC, *ita* BM *ad* MC. *erat autem ut* FB *ad* GC, *ita* BE *ad* EC. *quare & ut* BE *ad* EC, *ita est* BM *ad* MC: *& componendo ut* BC *ad* CE, *ita* BC *ad* CM. *ergo* CM *ipsi* CE *est æqualis, & punctum* M *idẽ, quod* E. *recta igitur linea est, quæ per* FEG *transit.*

Iun-

Iuncta vero FH producatur ad K, atque ad ipſam perpendicularis agatur DK] C
Græcus codex ἐπεζεύχθω ἡ ΖΘ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ Η, καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετος ἤχθω ἡ ΔΗ. *ſed pro* Η *hoc loco reponendum eſt* Κ. *& ita inferius.*

Et ideo ut LF ad FH, hoc eſt ut AD ad FH.] *Græcus codex* ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΑΖ πρὸς τὴν ΘΖ. *lege* ὡς ἡ ΛΖ πρὸς τὴν ΘΖ. *nam cum* LF *per centrum tranſeat, circuli diameter erit ipſi* AD *æqualis.* D

Ergo & ut quadratum ex AD ad quadratum ex FH, ita quadratum ex GE ad quadratum ex EC.] *Ex 22. ſexti elementorum. Græcus codex mancus eſt, in quo legitur.* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΖ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΕΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. E

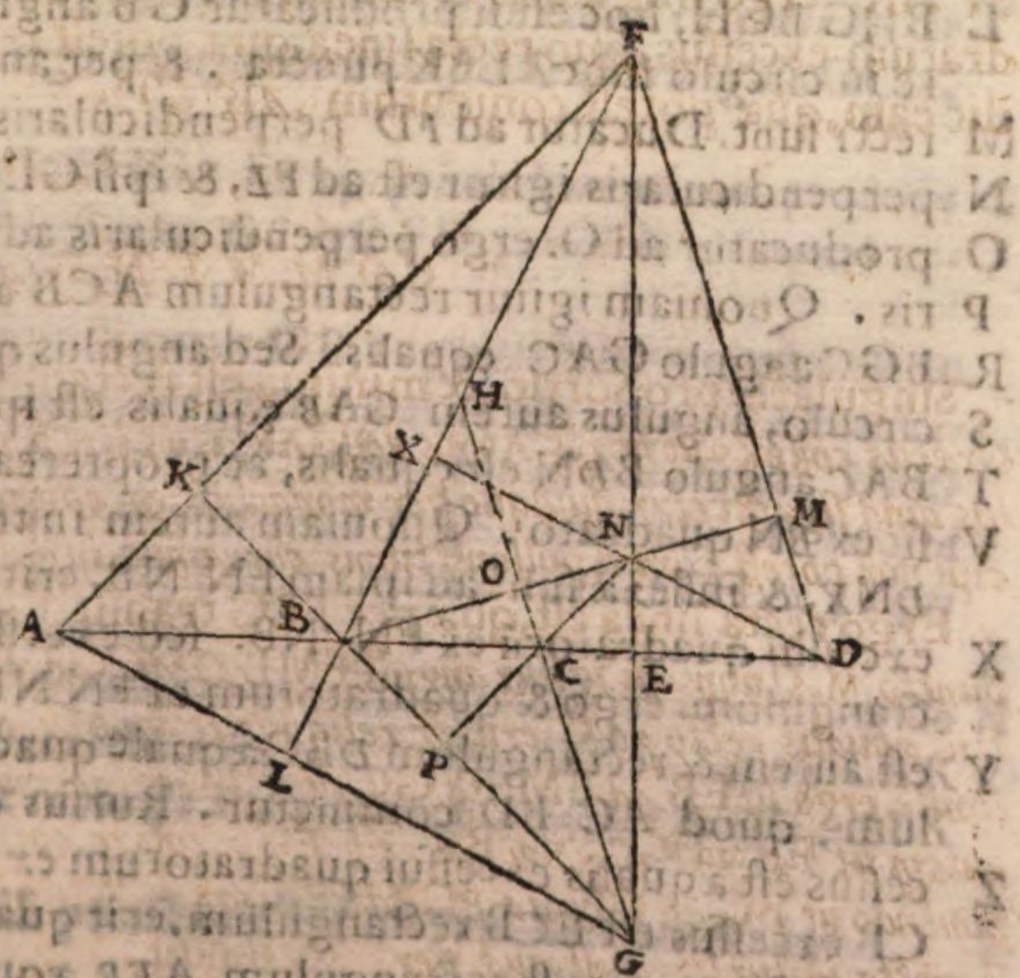
Et rectangulum GEF, hoc eſt AED ad rectangulum BEC.] *Namque ut quadratum ex* GE *ad quadratum ex* EC, *ita eſt rectangulum* GEF *ad rectangulum* BEC, *quod mox oſtendetur. ergo ut quadratum ex* AD *ad quadratum ex* FH, *ita rectangulum* GEF, *hoc eſt rectangulum* AED *ad rectangulum* BEC. *Quoniam enim triangulum* EGC *ſimile eſt triangulo* EFB, *ut* GE *ad* EF, *ita eſt* CE *ad* EB. *Sed ut* GE *ad* EF, *ita quadratum ex* GE *ad rectangulum* GEF: *ut autem* CE *ad* EB, *ita quadratum ex* CE *ad* CEB *rectangulum. quare ut quadratum ex* GE *ad rectangulum* GEF *ita quadratum ex* CE *ad rectangulum* CEB; *& permutando ut quadratum ex* GE *ad quadratum ex* EC, *ita rectãgulum* GEF *ad rectangulũ* CEB. *vereor tamen ne in græco codice nonnulla deſiderentur.* F

Ergo ſingularis & minor proportio eadem eſt, quę quadrati ex AD ad quadratũ exceſſus, quo recta linea quæ poteſt rectangulum contentum AC BD excedit eam, quæ poteſt contentum AB CD.] *Græcus codex* ὥστε ὁ μοναχὸς καὶ ἐλάσσων λόγος ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΑΛ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ὑπερεχούσης, ἣ ὑπερέχει ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ. ὅπερ. *legendum autem* ὁ δυναμένη τὸ ὑπὸ ΑΓΒ Δ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ. ὅπερ. G

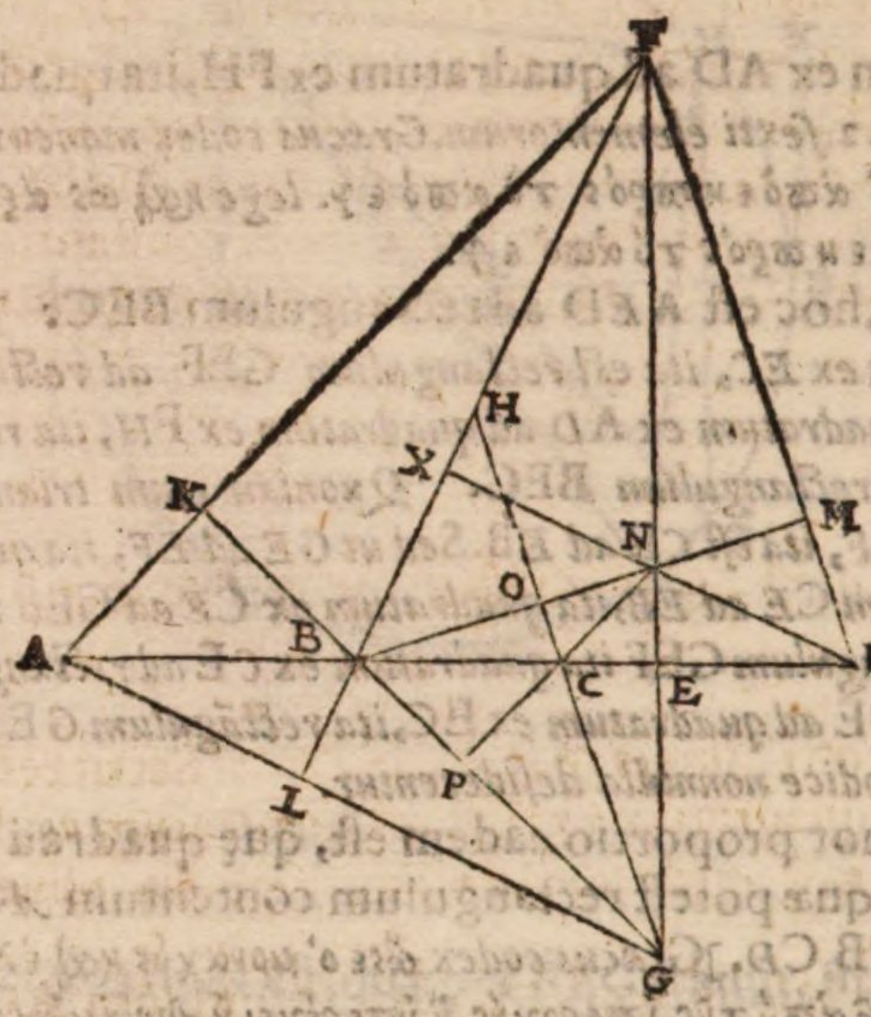
MONACHVS TERTII PROBLEMATIS SECVNDI EPITAGMATIS. LEMM. XXII.

THEOREMA LIX. PROPOS. LXII.

Rurſus tribus datis rectis lineis AB BC CD, ſi fiat ut rectangulum ADB ad rectãgulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratũ ex EC, ſingularis & minor proportio eadem eſt, quę quadrati rectę lineæ cõſtantis ex ea, quę poteſt rectangulum contẽtum ACBD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC ad quadratum ex DC.



Ducatur a puncto *E* ipſi AD ad rectos angulos *EF*, & producatur, ſitque



sitque rectãgulo *A*DB æquale quadratum ex FD, & ipsi F*D* parallela ducatur GC.

B Quoniam igitur ut rectangulum A*D*B ad rectangulum *A*CB, ita est quadratum
ex DE ad quadratum ex *E*C, hoc est quadratum ex DF ad quadratum ex CG; at-
C D que est rectangulum *A*DB quadrato ex F*D* æquale: erit & rectangulum ACB æqua
E le quadrato ex CG. *I*ungantur A*F F*B AG GB. *I*taque cum rectangulum AD*B* sit
F æquale quadrato ex D F, angulus B*F*D æqualis est angulo F A B. est autem & B*G*C
G H angulus angulo B*A*G æqualis. Sed & angulus B*F* D angulo B*H*G, anguli igitur
K L BHG BGH, hoc est si producatur G B angulus KBF æqualis est angulo LAK. qua-
re in circulo sunt A L B K puncta . & per antecedens lemma anguli ad K L puncta
M recti sunt. Ducatur ad *F*D perpendicularis BM, & iuncta DN ad X producatur.
N perpendicularis igitur est ad F*L*, & ipsi GL parallela . Rursus autem iuncta GC
O producatur ad O. ergo perpendicularis ad BN; est enim FD ad BM perpendicula
P ris . Quoniam igitur rectangulum ACB æquale est quadrato ex CG, erit angulus
Q R BGC angulo GAC æqualis. Sed angulus quidem BGC æqualis est angulo CNB in
S circulo, angulus autem GA*B* æqualis est ipsi B*D*N in parallelis. ergo & angulus
T BAC angulo B*D*N est æqualis, ac propterea rectangulum D*B*C æquale est et, quod
V fit ex *B*N quadrato . Quoniam autem in triangulo BDF acta est perpendicularis
*D*N*X*, & inflexæ sunt ad ipsam FN NB, erit quadratorũ ex FD DB excessus æqualis
X excessui quadratorũ ex FN NB. sed excessus quadratorum ex FD *D*B est A*B*D re-
ctangulum. ergo & quadratorum ex FN NB excessus est idem rectangulum A*B*D,
Y est autem & rectangulum *D*BC æquale quadrato ex BN. quare NF potest rectangu
lum, quod AC BD continetur. Rursus quoniam quadratorum ex NG GB ex-
Z cessus est æqualis excessui quadratorum ex NC CB, quadratorum autem ex NC
CB excessus est ECB rectangulum, erit quadratorum ex NG GB excessus rectangu
& lum ECB atque est rectangulum *A*E*B* æquale quadrato ex *B*G. ergo NG potest

totum rectangulum, quod AD BC continetur. Sed & FN potest rectangulum contentum AC BD. Itaque quoniam rectus est angulus FKG, & perpendicularis AE, erit rectangulum AEB rectangulo FEG æquale. ergo vt rectangulum AEB ad rectangulum CE D, ita est rectangulum FEG ad rectangulum CED. vt autem rectangulum FEG ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CD. & vt igitur rectangulum AEB ad rectangulum CED, ita quadratum ex FG ad quadratum ex CD. estque rectanguli quidem AEB ad rectangulum CED vnica, & minor proportio, recta uero linea FEG constat ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC. proportio igitur vnica, & minor, eadem est, quæ quadrati rectæ lineæ constantis ex ea, quæ potest rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ potest contentum AD BC ad quadratum ex CD. β γ 7.quinti. δ ε ζ

COMMENTARIVS.

Rursus tribus datis rectis lineis AB BC CD, si fiat ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita quadratum ex DE ad quadratum ex EC] Græcus codex. ἐαν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδζ πρὸς τὸ ὑπὸ αεγ, lege ἐαν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς τὸ ὑπὸ αγβ. A

Quoniam igitur ut rectangulum ADB ad rectangulum ACB, ita est quadratũ ex DE ad quadratum ex EC] Græcus codex ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ ὑπὸ αδβ πρὸς ὑπὸ αβγ. lege πρὸς τὸ αγβ. B

Hoc est quadratum ex DF ad quadratum ex CG] Est *enim ob similitudinem triangulorum* DEF CEG, *ut* DE *ad* EC, *ita* DF *ad* CG. C

Atque est rectangulum ADB quadrato ex FD æquale, erit & rectangulum ACB æquale quadrato ex CG] Ex 14. *primi elementorum*. D

Itaque cum rectangulum ADB æquale sit quadrato ex DF, angulus BFD æqualis est angulo FAB] *Quoniam enim rectangulum* ADB *est æquale quadrato ex* DF, *erit ex* 17. *sexti elementorum, ut* AD *ad* DF, *ita* FD *ad* DB: *& sunt circa angulum* ADF *latera proportionalia. triangula igitur* ADF FDB *inter se similia erunt: ideoque angulus* BFD *æqualis erit angulo* FAD. E

Est autem & BGC angulus angulo BAG æqualis] *Rursus quoniam rectangulum* ACB *æquale est quadrato ex* CG, *ut* AC *ad* CG, *ita erit* GC *ad* CB *ex eadem* 17. *sexti. & circa angulum* ACG *sunt latera proportionalia. ergo triangulum* BCG *simile est triangulo* GCA, *angulusque* BGC *angulo* CAG *æqualis.* F

Sed & angulus BFD est æqualis angulo BHG] Ex 29. *primi elementorum. producta nimirum* GC *neque ad* BF *in* H; *facta est enim* GC *ipsi* FD *parallela* : Græcus codex. ἀλλὰ κχ} ἡ ὑπὸ α ζ λ. lege ἡ ὑπὸ β ζ λ. G

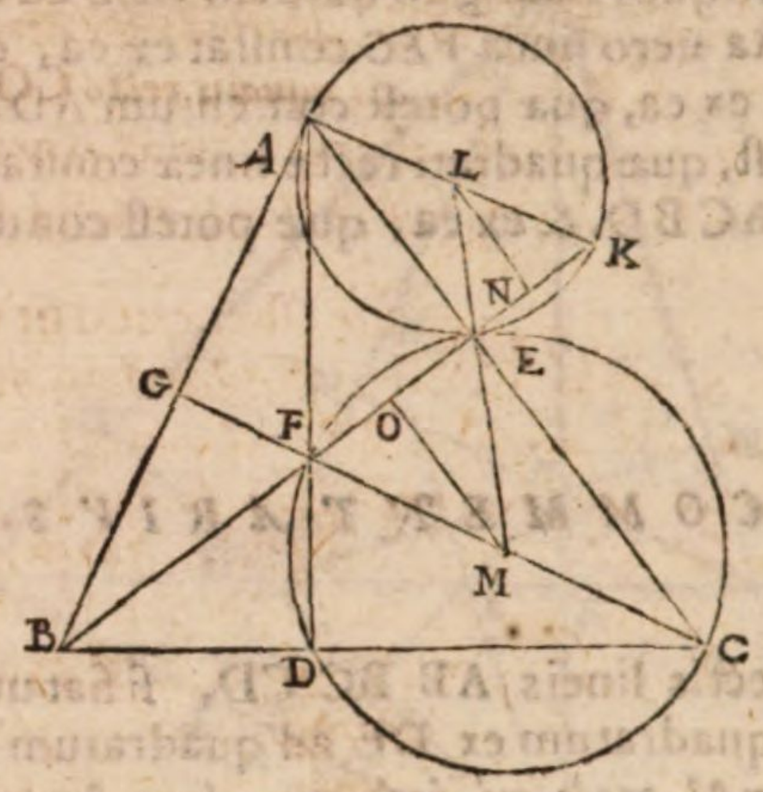
Anguli igitur BHG BGH, hoc est si producatur GB, angulus KBF æqualis est angulo LAK] *Nam cum demonstratum sit angulum* BFD *æqualem esse angulo* FAD, *itemque angulum* BGC *angulo* BAG, *erunt duo anguli* BFD BGH, *hoc est duo anguli* BHG BGH *æquales duobus angulis* FAD BAG, *hoc est angulo* LAK, *qui ex his constat, sed producta* GB *angulus* KBF *est æqualis duobus interioribus, & oppositis* BHG BGH *ex* 32. *primi elem. angulus igitur* KBF *angulo* LAK *æqualis erit.*

Quare in circulo sunt ALBK puncta] *Quoniam enim angulus* KBF *est æqualis angulo* LAK, *& anguli* KBF KBL *æquales sunt duobus rectis, erunt quadrilateri* AKBL *anguli* LAK KBL *oppositis duobus rectis æquales. ergo ex conuersa* 22. *tertii elem. quattuor puncta* ALBK *in circuli circumferentia sit necesse est.* K

Et per antecedens lemma anguli ad KL puncta recti sunt] *videlicet per* 60. *huius.* L

Et

M Et iuncta DN ad X producatur. perpendicularis igitur est ad FL, & ipsi GL parallela] *Hoc nos sequenti lemmate demonstrabimus.*



Sit triangulum acutiangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD, à puncto autem B ad AC rursus perpendicularis ducatur BE secans AD in F: & iuncta CF in G producatur. Dico CG ad AB perpendicularem esse. Ducatur enim à puncto A ipsi AB ad rectos angulos AK, & producatur BE, ita ut cum AK in K puncto conueniat. seceturque FE bifariã

31. tertii. *in M, & centro quidem M, interuallo autem MF. circulus FEC describatur, qui transibit per E: angulus enim FEC rectus est. similiter secta AK bifariam in L, centro L interuallo au-*

31. tertii. *tem LK alias circulus describatur AEC, qui per E transibit. Iungatur LM, quæ itidẽ transibit per E punctum ex 12. tertii. Denique a punctis LM ad BK perpendiculares ducantur*

28. primi *LN MO, quæ inter se parallelæ erunt. æqualis igitur est KN ipsi NE, & EO ipsi OF. Ita*

3. tertii. *que quoniam angulus MEO est æqualis angulo LEN, aduerticẽ enim sunt, & angulus MOE rectus æqualis recto LNE, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum EOM triangulo*

4. sexti. *ENL æquiangulum. quare vt LE ad EM, ita NE ad EO, & permutando vt LE ad EN, ita ME ad EO. sed vt NE ad EK eius duplam, ita OE ad EF eius duplam. ex æquali igitur ut LE ad EK, ita ME ad EF. & sunt circa æquales angulos KEL FEM latera pro-*

6. sexti. *portionalia. triangulum igitur EMF triangulo ELK æquiangulum est; & angulus EFM an-*

29. primi *gulo EKL æqualis, ideoque FM ipsi LK est parallela. Sed KA perpendicularis est ad*

N *BA. ergo & CG ad eandem perpendicularis erit. quod oportebat demonstrare.*

Rursus autem iuncta GC producatur ad O, ergo perpendicularis est ad BN;] *Atqui prius ducta est GC cum facta sit ipsi FD parallela, & producta est ad EF in H, alioqui non esset angulus BHG æqualis angulo BFD, vt dictum est, vel igitur hæc corrupta sũt,*

29. primi *vel intelligendum GC productam secare ipsam BM ad rectos angulos, atque in puncto O, propterea quod FD, quæ ipsi parallela est, eadem ad rectos angulos secat.*

O *Est enim FD ad BM perpendicularis.] namque ducta est ad FD perpendicularis BM. Græcus codex habet* καὶ γὰρ ἡ ΗΘ ἐπὶ τῆς νβ, *sed opinor legendum* καὶ γὰρ ἡ ΖΘ

P ἐπὶ τῆς νβ.

Quoniam igitur rectangulum ACB æquale est quadrato ex CG] *Hoc enim superius demonstratum fuit.*

Erit

Erit angulus BGC angulo GAC æqualis] *Qua ratione hoc sequitur, nos proxime ex-* Q
plicauimus.

Sed angulus quidem BGC æqualis est angulo CNB. in circulo] *Quomodo anguli* R
BGC CNB æquales sint in circulo considerare possumus. namque & aliter idem ostendere. producatur NC *vsque ad* BG *in* P. *& quoniam in triangulo* BGN *ductæ sunt perpendiculares, ad* BN *quidem* GO *ad* NG *vero* BE, *erit ex ijs, quæ proxime demonstrata sunt,* NCP *ad* BG *perpendicularis. quare angulus* CPG *rectus est æqualis recto* CON, *atque est* PCG *angulus æqualis angulo* OCN *cum sint aduerticem; reliquus igitur* PGC *reliquo* CNB *est æqualis.*

Angulus vero GAB æqualis est ipsi BDN in parallelis] *ex 29. primi est enim* AG *ipsi* DN *parallela quod supra demonstrauit.* S

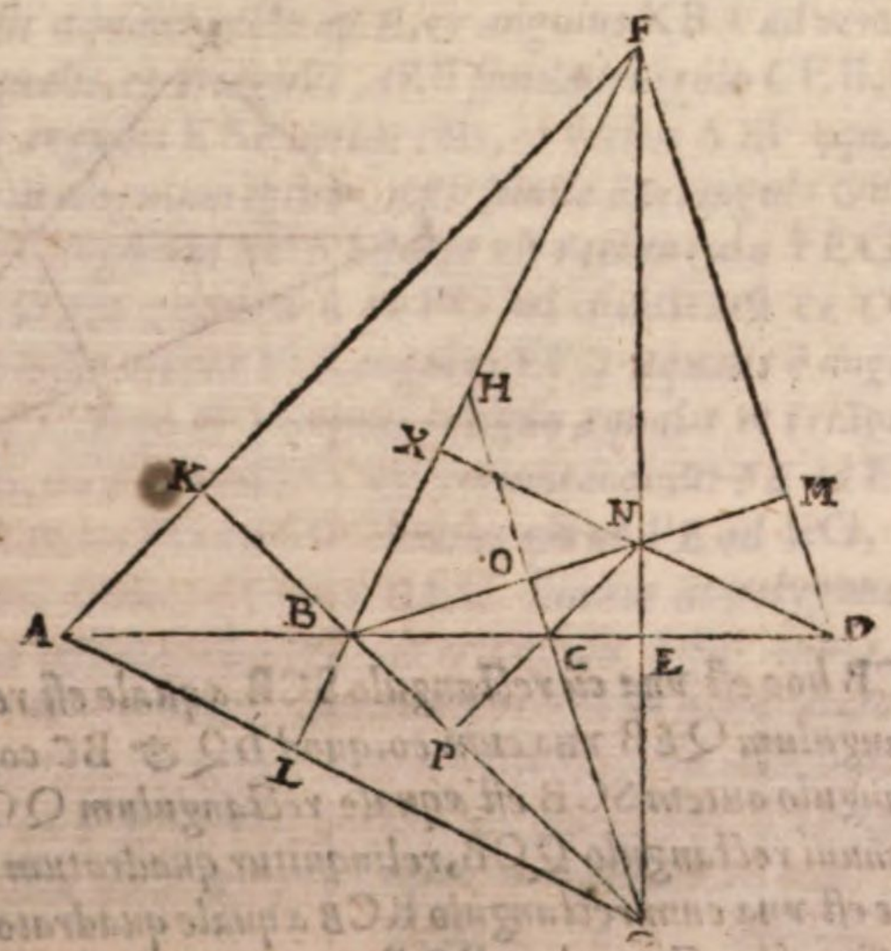
Ac propterea rectangulum DBG æquale est ei, quod fit ex *BN* quadrato] *Quoniam* T
enim angulus BNC *æqualis est angulo* BDN, *vt ostensum fuit, atque est angulus* NBC *vtrique communis, erit & reliquus* BCN *reliquo* BND *æqualis, & triangulum* BNC *æquale triangulo* BDN. *ergo vt* DB *ad* BN, *ita est* NB *ad* BC: *& ob id rectãgulũ* DBC *est æquale quadrato ex* BN. *græcus co.* τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΔΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΒΝ τετραγώνῳ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ ΔΒΓ.

Quoniam autem in triangulo BDF acta est perpendicularis DNX, & inflexæ sunt V
ad ipsam FN NB, erit quadratorum ex FD DB excessus æqualis excessui quadratorum ex FN NB] *Est enim quadratum ex* FD *æquale duobus quadratis ex* FX XD, *& quadratum ex* DB *æquale quadratis ex* BX XD. *quare sublato communi quadrato ex* DX, *erit excessus, quo quadratum ex* FD *superat quadratum ex* DB *idem, quo quadratum ex* FX *superat quadratum ex* BX *& simili ratione excessus, quo quadratum ex* FN *superat quadratum ex* NB *idem, quo quadratum ex* FX *superat quadratum ex* BX. *excessus igitur quadratorum ex* FD DB *est idem, siue æqualis excessui quadratorum ex* FN NB.

Sed excessus quadratorum ex FD DB est *AB*D rectangulum] *positum est enim quadratum ex* FD *æquale rectangulo* ADB, *rectangulum autem* ADB *æquale est rectangulo* ABD *vna cum quadrato ex* BD *ex tertia secundi elementorum. quadratum igitur ex* FD *superat quadratum ex* BD *rectangulo* ABD. X

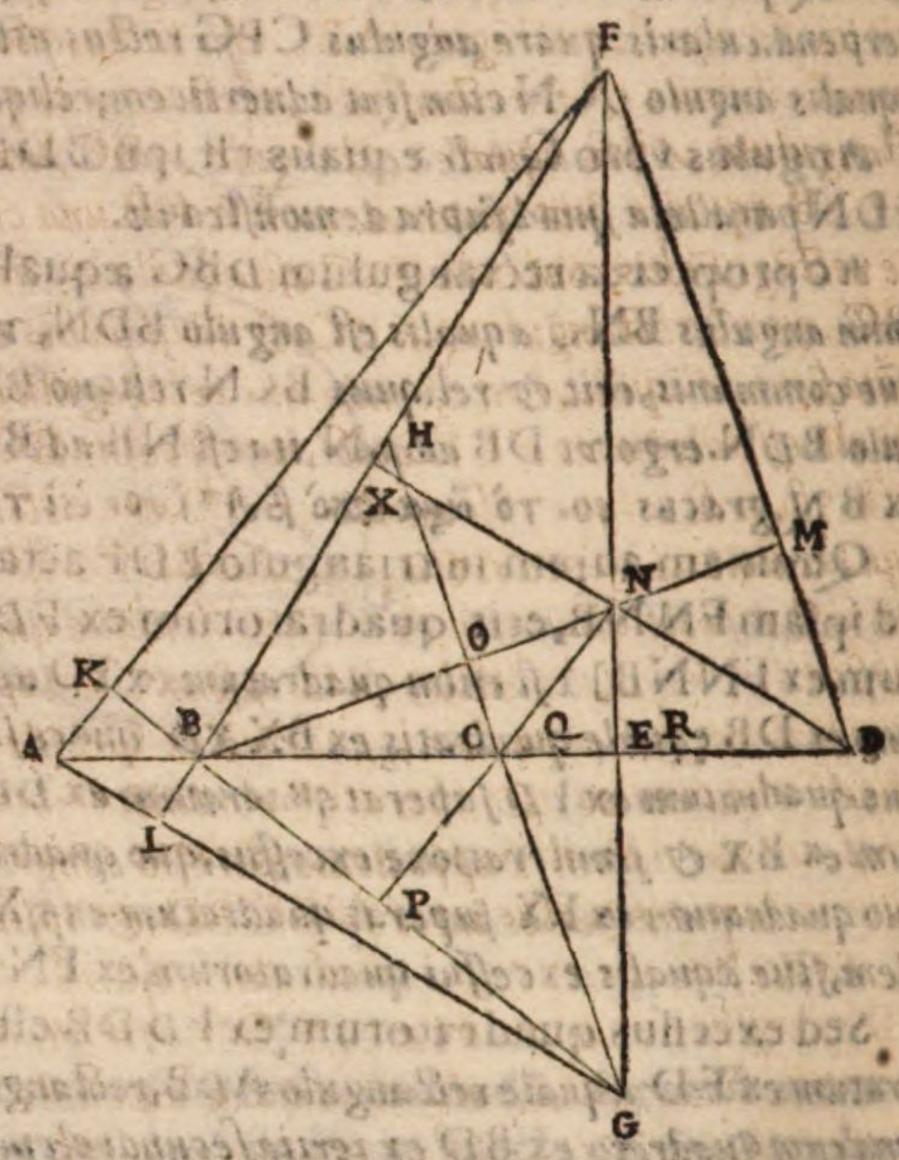
Quale NF potest rectangulum, quod AC BD continetur] *Quoniam enim quadratorum ex* FN NB *excessus est rectangulum* ABD, *& quadratum ex* BN *est æquale rectangulo* DBC, *erit quadratum ex* FN *æquale rectangulo* ABD *vna cum* DBC *rectangulo. sed rectangulo* ABD *vna cum rectangulo* DBC *æquale est rectangulum, quod* AC BD *continetur ex prima secundi libri elementorum. quadratum igitur ex* FN *est æquale rectangulo contento* AC BD, *ideoque recta linea* FN *potest rectangulum quod* AC BD *continetur.* Y

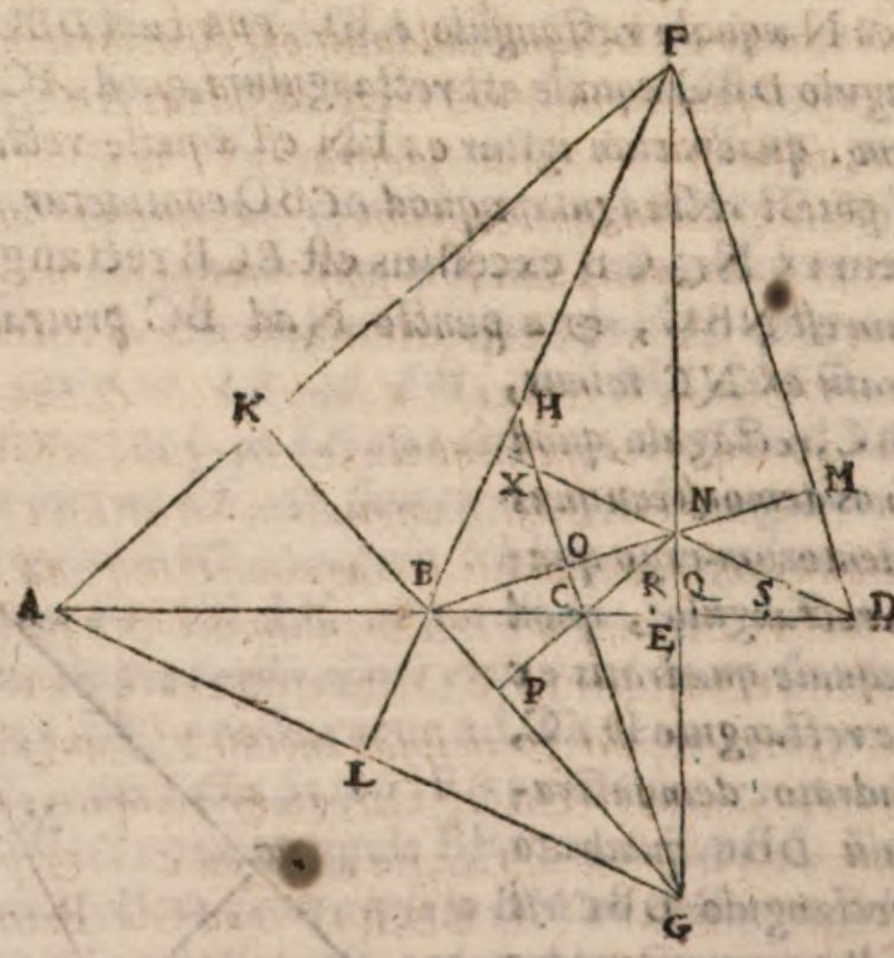
Quadratorum autem ex NC CB excessus est ECB rectangulum] *Quoniam enim* Z
triangulum obtusiangulum est NBC, *& a puncto* N *ad* BC *protractam ducta est. perpendicularis* NE, *erit quadratũ ex* NC *minus, quam quadrata ex* NB BC, *rectãgulo, quod bis* EBC *continetur, vt nos demonstrauimus ad* 13. *secundi libri elementorum. ergo quadratum ex* NC *vna cum rectangulo, quod bis* EBC *continetur est æquale quadratis ex* NB BC, *hoc est æquale rectangulo* DBC, *& ei quod fit ex* BC *quadrato. demonstratum etenim est rectangulũ* DBC *quadrato ex* NB *æquale esse. sed rectangulo* DBC *est æquale rectangulum* DCB *vna cum quadrato ex* BC *per* 3. *secundi elementorum, rectangulo autem* EBC *est æquale rectangulũ* ECB *vna cum quadrato ex* BC. *quadratũ igitur ex* NC *vna cum duobus quadratis ex* BC, *& eo, quod bis* ECB *continetur est æquale duobus quadratis ex* BC, *& rectãgulo* DCB. *quare sublatis vtrinq; duobus quadratis ex* BC, *erit relinquum quadratum ex* NC *vna cum eo, quod bis* ECB *continetur, æquale rectangulo* DBC. *vel igitur* BC *est æqualis* ED, *vel maior, vel minor. Sit primum æqualis, vt in prima figura. & quoniam rectangulo* DCB



æquale est rectangulum ECB *vna cum eo, quod* ED BC *continetur, hoc est vna cũ quadrato ex*
1. secũdi BC, *sublato ex vtrisque rectangulo* ECB, *erit quadratũ ex* NC *vna cũ rectangulo* ECB *æquale quadrato ex* BC. *excessus igitur quadratorũ ex* NC CB *est rectangulũ* ECB. *Sed sit* BC *maior, quam* ED, *vt in secunda figura, & ipsi* DE *addatur* EQ, *ita vt* DQ *sit æqualis* BC, *& ipsi* QE *æqualis ponatur* ER. *Dico quadratorũ ex* NC CB *excessum esse rectangulum* RCB.

Quoniã enim quadratũ ex NC *vna cũ eo, quod bis* ECB *cõtinetur, est æquale rectãgulo* DCB *vt proxime demonstratum est; rectangulo autem* DCB *æquale est rectangulum* QCB, *vna cum eo, quod continetur* DQ *&* BC, *hoc est vna cum quadrato ex* BC; *& rectãgulo* ECB
1. secũdi *æquale est rectangulũ* QCB, *& id, quod* EQ BC *continetur, sublato communi* QCB *rectãgulo, erit quadratum ex* NC *vna cum rectangulo* ECB, *& eo, quod continetur* EQ BC *æquale ei quod ex* BC *quadrato sed rectangulũ* RCB *est æquale rectangulo* ECB *& ei, quod* EQ, *hoc est* RE, *&* CB *cõtinetur. quadratum igitur ex* BC *superat quadratum ex* NC, *rectangulo* RCB, *ideoque rectangulum* RBC *est excessus quadratorum ex* NC CB. *Postremo sit* BC *minor, quam* ED, *& ab ipsa* ED *abscindatur* DQ *æqualis* BC, *ponaturque* ER *ipsi* EQ *æqualis, & ipsi* CE *æqualis* ES, *erit* QS *æqualis ipsi* CR, *& rectangulum* SCB *æquale ei, quod bis* ECB *continetur. Dico rursus quadratorũ ex* NC CB *excessum esse rectangulum* RCB. *Quoniam enim rursus quadratum ex* NC *vna cum eo, quod bis continetur*





ECB *hoc est vna cũ rectangulo* SCB *æquale est rectãgulo* DCB *& rectãgulo* DCB *est æquale rectangulum* QEB *vna cum eo, quod* DQ *&* BC *continetur, hoc est vna cum quadrato ex* BC, *rectangulo autem* SCB *est æquale rectangulum* QCB, *& id, quod* SQ *&* BC *continetur, sublato communi rectangulo* QCB, *relinquitur quadratum ex* NC *vna cum eo, quod* QS CB *continetur, hoc est vna cum rectangulo* RCB *æquale quadrato ex* BC. *quadratorum igitur ex* NC CB *excessus est rectangulum* RCB.

Atque est rectangulum AEB æquale quadrato ex BG] *Rursus quoniam* BCG *triangulum*

gulum obtusiangulum est, & ad BC protractam ducitur perpendicularis GE, erit quadratũ ex GG minus, quam quadrata ex CB BG, rectãgulo, quod bis EBC continetur. ergo quadratũ ex GC una cum rectangulo, quod bis continetur EBC æquale est quadratis ex CB BG. sed quadrato ex GC æquale erat rectãgulũ ACB, rectãgulo aũt ACB est æquale rectãgulũ ABC una cũ quadrato ex BC. ergo rectãgulũ ABC una cũ quadrato ex BC, & eo, quod bis EBC cõtinetur ẽ æquale quadratis ex CB BG. dẽpto igitur cõi quadrato ex BC, relinquere rectãgulum ABC una cũ eo, quod bis continetur EBC æquale est quadrato ex BG. Quod si AB sit æqualis BE, sitque BC ipsius CE dupla, ut in prima figura apparet, rectãgulũ AEB quadrato ex BG æquale erit, cũ sit æquale rectãgulo ABC una cũ eo, quod bis EBC cõtinetur. illud vero nos hoc mõ demonstrabimus. est.n. rectangulũ AEB æquale rectangulo ABE una cum quadrato ex EB, & rectangulum ABE æquale rectangulo ABC, una cũ, quod fit ex AB & CE. Rursus quadrato ex EB æqualia sunt quadrata ex EC CB una cũ eo, quod bis ECB continetur. At ex altera parte rectãgulũ bis contentũ EBC est æquale ei, quod bis ECB continetur, & duobus quadratis ex BC. quorũ rectangulum ABC, & id quod bis continetur EBC, quadratumque ex BC utrisque cõia sunt. reliquũ est, ut ostendamus rectangulũ, quod fit ex AB CE una cũ quadrato ex EC, æquale esse ei, quod ex CB quadrato secetur BC bifariã in puncto Q. Itaque quoniã BC bifariã secta est in Q, atque ipsi adiicitur QE, erit rectangulũ BEC una cum quadrato ex GQ æquale quadrato ex QE. sed rectãgulo quidẽ BEC est æquale illud, quod fit ex ABCE, quadrato autẽ ex CQ æquale quadratũ ex CE, & denique quadrato ex GE, æquale ex BC quadratũ; namque posita ẽ AB æqualis BE, & BC ipsius CE dupla. rectãgulũ igitur quod fit ex AB CE una cũ quadrato ex EC æquale ẽ quadrato ex CB, ideoque rectangulum AEB est æquale rectangulo ABC una cum eo, quod bis EBC continetur, hoc est æquale quadrato ex BG quod ostendendũ erat. uidetur autem Pappi demonstratio congruere in eo tantum casu, in quo AB BE æquales sunt, itemque æquales inter se BC ED, & ipsius CE duplæ, ut in prima figura.

Ergo NG pót totũ rectangulũ, quod AD BC cõtinetur] *Quoniam.n rectãgulũ EBC* β
est excessus quadratorũ ex NG GB, erit quadratum ex NG æquale rectãgulo AEB dẽpto ex eo prius EBC rectangulo, quod quidẽ ẽ æquale rectãgulo quod AD BC cõtinetur. hoc ẽ rectangulũ contentũ AD BC una cũ rectãgulo ECB est æquale rectãgulo AEB, ut demõstrabitur. est .n. ex antedictis rectangulũ AEB æquale & rectangulo ABC una cũ eo, quod fit ex AB CE, et quadratis ex EC CB una cũ rectãgulo, quod bis ECB cõtinetur. Rursus rectangulũ contentũ AD BC ẽ æquale rectãgulo ABC, quadratoq. ex BC, & rectãgulo ECB, una cũ eo, qđ ED BC cõtinetur, hoc ẽ una cũ quadrato ex BC. quib. addatur excessus, uidelicet rectãgulũ EBC. eorum ãt omniũ rectãgulũ qdẽ ABC, quadratũq. ex BC, & id, qđ bis EBC continetur utrisq. sũt cõia, rectangulũ uero, qđ A cõtinetur BCE una cũ quadrato ex EC iã demõstratũ fuit æquale quadrata ex BC. quare oĩa oĩbus æqualia sunt. ex quibus sequitur quadratũ ex NG æquale esse rectãgulo, quod fit ex AD BC, propterea q ipsam NG posse rectangulum, quod AD BC continetur.

Itaq; qm̃ rectus ẽ angulus FKG, & perpẽdicularis AE, erit rectãgulũ AEB rectãgu- γ
lo PEG æquale] *Nã cũ angulus ad K rectus sit æqualis recto ad E, & angulus KBA adverticẽ æqualis ãgulo EBG, erit & reliqu° reliquo æqualis, & triãgulũ AKB simile triãgulo GEB. sed & triãgulũ AEF simile ẽ triãgulo AKB, est.n. angulus KAB utriq; cõis, & rectus AEF æqualis recto AKB. quare & reliquus reliquo æqualis. triangulum igitur AEF simile ẽ triangulo GEB, & ut AE ad EF, ita est GE ad EB, ideoque rectangulum AEB æquale est rectangulo FEG.*

Vt ãt rectangulũ FEG ad rectangulũ CED, ita quadratũ ex FG ad quadratũ ex CG] δ
Qm̃ .n. rectæ lineæ FD GC parallelæ sũt, & in ipsas incidit FG, angulus EFD æqualis ẽ angulo EGC, ẽq; ãgulus FED rectus æqualis recto GEC. ergo & reliquus reliquo æqualis, et triãgulũ EFD triãgulo EGC simile. ut igitur FE ad EG, ita ẽ DE ad EC: & permutando, ut FE ad ED, ita GE ad EC. quare ex 12. quinti. ut FE ad ED, ita FG ad CD. Rursus qm̃ ut FE ad EG, ita DE ad EC, erit ex 1. diffin. sexti rectãgulũ FEG simile rect.ãgulo DEC. similia ãt polygona in dupla sũt proportione homologorũ laterũ. ergo rectangulũ FEG ad rectãgulũ DEC duplã hẽt proportionẽ eius, quæ ẽ FE ad ED, hoc ẽ FG ad CD. sed & quadratũ ex FG ad quadratum ex CD duplã proportionẽ hẽt eius, quæ est FG ad CD. ut igitur rectangulũ FEG ad rectangulum CED, ita est quadratum ex FG ad quadratum ex CD. Græcus codex. ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΖΕ ΗΔ, οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ. *lege* οὕτω τὸ ἀπὸ τῆς ΖΗ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ΓΔ.

ε Recta vero linea FEG conſtat ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC] Græcus codex ἡ δὲ εζ ἡ ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ α β Γ Δ. lege ἡ δὲ ζε ἡ ἡ συγκειμένη ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ α γ β Δ καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ α Δ β γ.

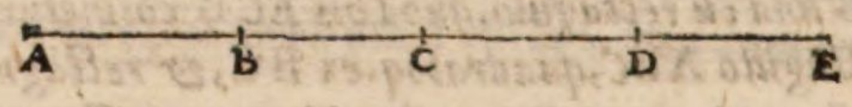
ζ Proportio igitur unica, & minor eadem eſt, quę quadrati rectæ lineæ conſtantis
* ex ea, quæ poteſt rectangulum contentum AC BD, & ex ea, quæ poteſt contentum AD BC ad quadratum ex CD] Græcus codex ὁ ἄρα ἔσι μοναχὸς καὶ ἐλάσσον λόγος, ὁ αὐτὸς ἔσι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ α γ ε Δ, καὶ τῆς τὸ ὑπὸ α β γ Δ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς κ Δ. lege ὁ ἄρα ἔσι μοναχὸς καὶ ἔλασσων λόγος ὁ αὐτός ἐ'σι τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ α γ β Δ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ α Δ β Γ πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γ Δ.

IN TERTIVM EPITAGMA TERTII PROBLEMATIS.

THEOREMA LX. PROPOSITIO LXIII.

LEMM. XXIII.

A Sit AB quidem æqualis CD, rectangulum autem BEC rectãgulo ABD maius. Dico rectangulum BAC ſuperare rectangulum AED ipſo BDC rectangulo.



B Quoniam enim rectangulum B*E*C æquale eſt & rectangulo BCE, & quadrato ex
C *E*C, hoc eſt & rectangulo CED vna cum rectangulo ECD; rectangulum autẽ BCE
D una cum ECD rectangulo totum eſt rectangulum, quod BD CE continetur, hoc eſt
E rectangulum AC*E* : erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & re-
F ctangulo CED. Sed rectangulum *A*CE æquale eſt & rectangulo, quod contine
G tur AC *E*D, & rectangulo ACD; rectangulum uero contentum AC *E*D una cum
H rectangulo CED totum eſt *A*ED rectangulum. factum igitur eſt rectangulum B*E*C æquale rectanguloque *A*E*D*, & rectangulo ACD; quod eſt rectangulum *B*DC. quare BEC rectangulum ſuperat rectangulum AED rectangulo BDC.

COMMENTARIVS.

Dico rectangulum *B*EC ſuperare rectangulum AED ipſo BD*C* rectangulo] Græcus codex ὅτι τὸ ὑπὸ β ε γ τοῦ ὑπὸ α ε Δ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ β γ Δ. lege τῷ ὑπὸ β Δ γ.

Quo-

Quoniam enim rectangulum BEC æquale est & rectangulo BCE, & quadrato ex EC] *Ex 3. secundi elementorum.* B

Hoc est & rectangulo CED una cum rectangulo ECD.] *Ex 2. eiusdem.* C

Rectangulum autem BC*E* una cum *ECD* rectangulo totum est rectangulũ, quod BD CE continetnr.] *Ex primi eiusdem.* D

Hoc est rectangulum ACE] *Quoniam enim* AB *est æqualis* CD, *addita utrique communi* BC, *erit* AC *ipsi* BD *æqualis. ergo rectangulum* ACE *est æquale ei, quod* BD CE *continetur.* E

Erit rectangulum BEC æquale rectanguloque ACE, & rectangulo CED] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ βεγ ἴσον ἐστὶ τῷτε ὑπὸ γαε, καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. *lege* τῷτε ὑπὸ αγε καὶ τῷ ὑπὸ γεδ. F

Sed rectangulum ACE æquale est & rectangulo, quod continetur AC ED, & rectangulo ACD] *Ex prima secundi elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ὑπὸ βγε ἴσον ἐστὶ τῷτε ὑπὸ αγεδ καὶ τῷ ὑπὸ αγγε *lege* ἀλλα τὸ μέν ὑπὸ αγε ἴσον ἐστὶ τῷτε ὑπὸ αγεδ καὶ τῷ ὑπὸ αγγδ. G

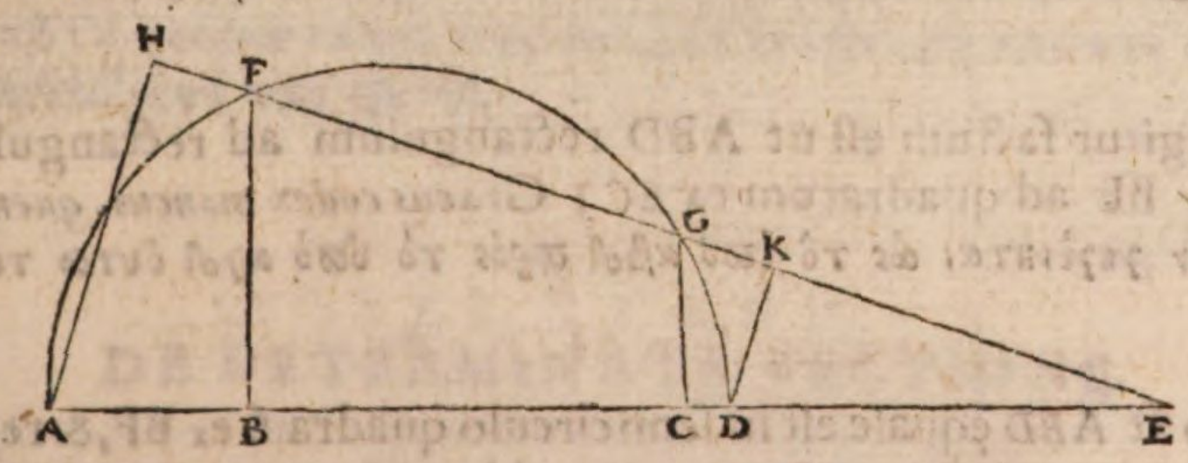
Rectangulum uero contentum AC ED una cum rectãgulo CED totum est AED rectangulum] *Ex eadem.* H

Quod est rectangulum BDC] *Est enim* BD *ipsi* AC *æqualis, ut superius dictum est. Græcus codex* ὃ ἐστὶ τὸ ὑπὸ βαδ γ. *lege* τὸ ὑπὸ βδ δγ.

MONACHVS TERTII PROBLEMATIS. LEMM. XXIIII.

THEOREMA LXI. PROPOS. LXIIII.

Tribus datis rectis lineis AB CD DE, si fiat ut rectangulum ABD ad rectangulum ACD, ita quadratum ex BE ad quadratũ ex EC, singularis & maxima proportio est rectanguli AED ad rectangulum BEC. Dico eandem esse, quæ quadrati ex AD ad quadratum rectæ lineæ, quę componitur ex ea, quę potest rectangulum cõtentũ AC BD, & ex ea, quę potest cõtẽtũ AB CD. A B



Describatur in recta linea *AD* semicirculus AFGD: & ad rectos angulos ipsi A*D* agantur BF, CG. Quoniam igitur factum est ut ABD rectangulum ad rectangulũ ACD, C

D AÇD, ita quadratum ex BE ad quadratum ex *E*C; rectangulo autem ABD æquale
est in semicirculo quadratum ex BF, & rectãgulo ACD æquale quadratum ex CG:
erit ut quadratum ex B*F* ad quadratum ex C G, ita quadratum ex B*E* ad id, quod
E fit ex EC quadratum, & longitudine ut B*F* ad CG, ita BE ad *EC*: iunque BF CG pa
F rallelæ. ergo recta linea est, quæ per FGE transit. & producatur, atque ad ipsam a-
gantur perpendiculares AH DK. Quoniam igitur singularis & maxima proportio
G est rectanguli AED ad rectangulum B*E*C, rectangulum autem FEG rectangulo
H AED est æquale; erit singularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG
K ad rectangulum BEC. ut autem rectangulum F*E*G ad rectangulum BEC, ita est
L ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC; hoc est quadratum
M ex A E ad quadratum ex EH, in circulo enim sunt puncta HACG, cum anguli ad
N H G recti sint. Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex E H, ita est quadra-
O tum ex A*D* ad quadratum ex HK ob parallelas. singularis igitur. & maxima pro-
P portio est quadrati ex DA ad quadratum ex HK. sed HG quidem potest rectangu-
lum contentum AC B*D*; GK uero potest, quod AB CD continetur. quare singu-
H laris, & maxima proportio eadem est, quæ quadrati ex A*D* ad quadratum rectæ li-
neæ, quæ componitur ex ea, quæ potest rectãgulum contentum AC BD, & ea, quæ
potest id, quod AB CD continetur.

COMMENTARIVS.

A Tribus datis rectis lineis *A*B CD DE, si fiat ut rectangulum ABD ad rectangu-
lum AC D, ita quadratum ex *B*E ad quadratum ex EC] Græcus codex habet τριῶν
δοθεισῶν ευτισῶν τῶν αβ γδ εζ προστιθεμένης τινὸς, ἐαν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ
πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ, οὕτω τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εδλα. *sed legendum vt opinor* τριῶν
δοθεισῶν εὐθειῶν τῶν αβ γδ δε, ἐαν γένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρὸς τὸ ὑπὸ αγδ οὕτω
τὸ ἀπὸ βε πρὸς τὸ ἀπὸ εγ. *verba autem illa* προστιθεμένης τινὸς, *tamquam superna-
canea, & ab aliquo addita omisimus.*

B Dico eandem esse, quæ quadrati ex A*D* ad quadratum rectæ lineæ, quæ compositi
tur ex ea, quæ potest rectangulum contentum A*C BD*, & ex ea, quæ potest conten-
tum AB CD] Græcus codex λέγω δὴ ὅτι ὁ αὐτός ἐστι τῷ ἀπὸ τῆς αδ πρὸς
ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ἀπὸ τῶν αε βδ, καὶ τῆς δυναμένης τὸ ὑ-
πὸ αβ γδ. *lege* ἔκτε τῆς δυναμένης τὸ ὑπὸ τῶν αγ βδ, καὶ τῆς δυναμενης τὸ ὑπὸ
αβ γδ.

C Quoniam igitur factum est ut ABD rectangulum ad rectangulum ACD, ita
quadratum ex BE ad quadratum ex *EC*] Græcus codex *mancus, quem nos ita restitue-
mus.* ἐπεὶ οὖν γεγένηται ὡς τὸ ὑπὸ αβδ πρός τό ὑπὸ αγδ οὕτω τὸ ἀπὸ β ε πρὸς
τὸ ἀπὸ εγ.

D Rectangulo ãt A*BD* æquale est in semicirculo quadratũ ex BF, & rectangulo ACD
æquale buadratum ex CG] *ex* 8. *&* 17. *sexti libri elementorum, est enim* BF *media pro-
portionalis inter* AB BD; *itemque* CG *media proporti onalis inter* AC CD.

E Et longitudine ut BF ad CG, ita *BE* ad *FC*] *ex* 22. *sexti.* Græcus codex *tantum ha-
bet,* καὶ μήκει, *nos autem perspicuitatis caussa ita uertendum censuimus.*

Frgo

Ergo recta linea est, quæ per FGE transit] *Ex lemmate quod nos in 41. huius ostendimus* F

Rectangulum autem FEG rectangulo AED est æquale] *Ex corollario 36. tertij elementorũ græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ ΖΕΗ ὁ ἄρα &c. *sed legendum* ἀλλά τό ὑπὸ ΖΕΗ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΑΕΔ. ὁ ἄρα &c. G

Erit singularis & maxima proportio eadem, quæ rectanguli FEG ad rectangulum BEC] *græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ὁ αὐτός ἐστὶ τῷ τοῦ ΖΕΗ πρός τὸ ὑπὸ ΒΕΓ. *lege* ὁ αὐτὸς ἐστὶ τῷ τοῦ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ. H

Vt autem rectangulum FEG ad rectangulum BEC, ita est ob lineas parallelas quadratum ex GE ad quadratum ex EC] *sunt enim rectangula FEG BEC inter se similia, cum ob similitudinem triangulorum FEB GEC, vt FE ad EG, ita sit BE ad EC. rectæ lineæ autem figuræ similes in dupla sunt proportione homologorum laterum. ergo rectangulum FEG ad rectangulum BEC duplam habet proportionem eius, quam GE habet ad EC. sed & eandem habet quadratum ex GE ad quadratum ex EC. vt igitur rectangulum FEG ad rectangulũ BEC, ita est quadratum ex GE ad id, quod ex EC quadratum. græcus autem codex corruptus & mutilus est. qui ita restituetur.* ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΕΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΕΓ, οὕτως ἐστὶν ἐν παραλλήλῳ τὸ ἀπὸ ΗΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΓ. K

Hoc est quadratum ex AE ad quadratum ex EH] *ob triangulorum AEH GEC similitudinem. nam cum puncta HACG sint in circulo, erit angulus AHE in semicirculo rectus æqualis recto GCE; estque angulus ad E vtrique communis. reliquus igitur HAE reliquo CGE æqualis, & triangulum triangulo simile erit. quare vt GE ad EC, ita AE ad EH, & vt quadratum ex GE ad quadratum ex EC, ita quadratum ex AE ad quadratum ex EH. græcus codex.* τουτέστι τὸ ἀπὸ ΑΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΔ. *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ ΕΘ. L

In circulo enim sunt puncta HACG. cum anguli ad HG recti sint] *Ex conuersa 22. tertii elementorum. quoniam enim quadrilateri HACG anguli ad HG recti sunt, erunt reliqui duobus rectis æquales.* M

Vt autem quadratum ex AE ad quadratum ex EH, ita est quadratum ex AD ad quadratum ex HK ob parallelas] *Nam cum DK sit perpendicularis ad HE, erit angulus DKE ex tertior æqualis interiori, & opposito AHE. quare DK parallela est ipsi AH; & triangulum KED simile triangulo AEH. vt igitur AE ad EH, ita DE ad EK. & quoniam vt tota ad totã, ita pars ad partem, erit & reliqua AD ad reliquam HK, vt AE ad EH, & ideo quadratum ex AD ad quadratum ex HK est vt quadratum ex AE ad quadratum ex EH.* N

Singularis igitur & maxima proportio est quadrati ex DA ad quadratum ex HK] *græcus codex* ὁ ἄρα μοναχὸς καὶ μέγιστος λόγος ἐστὶν ὁ τοῦ ἀπὸ ΔΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΗ. *lege* πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΗ *& ita supra.* O

Sed HG quidem potest rectangulum contentum AC BD, GK vero potest quod AB CD continetur] *Ex 59. huius græcus codex* ἡ ΔΕ ΘΗ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ τε ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ, καὶ τὸ ὑπὸ ΑΒ Γ. *legendum autem, vt opinor,* ἡ ΔΕ ΘΗ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ τῶν ΑΓ ΒΔ, καὶ ἡ ΗΚ ἐστὶν ἡ δυναμένη τὸ ὑπὸ ΑΒ ΓΔ. P

DE DETERMINATA SECTIONE.

Primus liber de determinata sectione habet problemata sex, præcepta sexdecim, determinationes quinque, quarum maximæ quidem quattuor, minima vero vna. & sunt maximæ hæ. videlicet ea, quæ ad secundum præceptum secundi problematis, & quæ ad tertium quarti problematis, & ad tertium quinti, & ad tertium sexti. minima autem, quæ ad tertium præceptum tertij problematis.

Secundus liber habet problemata tria, præcepta nouem, & determinationes tres, quarum

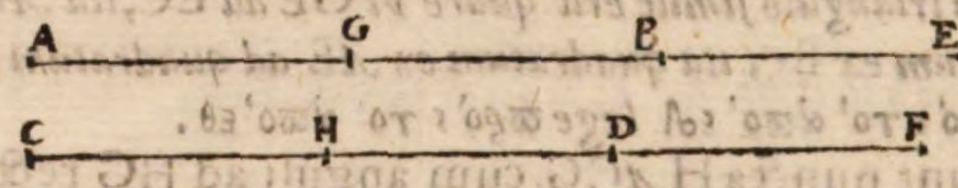
quarum minimæ quidem duæ, maxima vero vna. & sunt minimæ, quæ ad tertium præceptum primi problematis, & quæ ad tertium secundi maxima autem quæ ad tertij problematis.

INCLINATIONVM LIBER PRIMVS

LEMMA VTILE AD PRIMVM PROBLEMA

THEOREMA LXII. PROPOS. LXV.

LEM.I. Sit AB maior, quam CD, & rectangulum AEB rectangulo CFD æquale. Dico AE maiorem esse, quam CF.



Secetur vtraque ipsarum bifariam in punctis GH. manifesto constat GB maiorem esse, quam HD. Itaque quoniam rectangulum AEB æquale est rectangulo CFD, &
A quadratum ex GB quadrato ex *HD* maius; erit rectangulum *AEB* vna cum quadrato ex GB maius rectangulo CF*D* vna cum quadrato ex HD. sed rectangulum quidē *AEB* vna cum quadrato ex *GB* æquale est quadrato ex GE, rectangulum vero CFD
B vna cum quadrato ex *HD* æquale quadrato ex HF. quadratum igitur ex *GE* quadrato ex HF est maius. & ob id recta linea *GE* maior, quam recta *HF*. est autem & AG maior, quam CH, ergo tota AE, maior, quam tota CF. similiter autem & si minor sit *AB*, quam *CD*; & rectangulum *AEB* rectangulo CF*D* æquale, erit tota *AE*, quam tota CF minor.

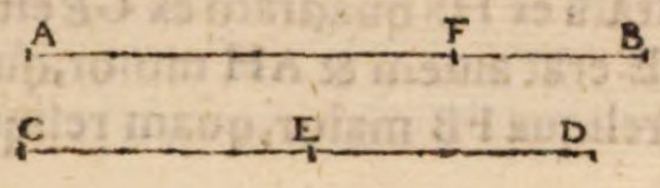
COMMENTARIVS.

A Erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex CB maius rectangulo CFD vna cū quadrato ex GD] *græcus codex* μεῖζον ἄρα καὶ τὸ ὑπὸ̀ αεβ μετὰ τοῦ ἀπὸ θλ. *sed legendum* μετὰ τοῦ ἀπὸ̀ ηβ, τοῦ ὑπὸ̀ γζλ μετὰ τοῦ ἀπὸ θλ.

B Sed rectangulum quidem AEB vna cum quadrato ex GB æquale est quadrato ex GE] *ex 6. secundi libri elementorum.*

THEOREMA LXIII. PROPOS. LXVI. LEMM. II.

Sit AB maior, quam CD, & secetur CD bifariã in puncto E. Constat igitur fieri posse, ut ad rectam lineam AB applicetur rectangulũ æquale rectangulo CED. etenim rectãgulũ CED quadrato ex CE est æquale, & quadratũ ex CE minus quadrato dimidiæ ipsius AB. Applicetur, sitque rectangulum AFB, & AF sit maior, quam FB. Rursus igitur constat maiorem esse AF, quam CE; & BF minorem, quam ED.



Est enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris est dimidia. vt autem AF ad CE, ita ED ad FB. minor igitur est FB, quam ED. quod demonstrare oportebat. A B C

COMMENTARIVS.

Est enim AF maior, quam dimidia maioris, & CE minoris est dimidia.] *Græcus codex* ἢ μέν γάρ ἀς τῆς μείζονος ἔστιν ἡμίσεια, ἢ δὲ γε τῆς ἐλάττονος ἡμισείας. *ego uel ita legendum puto, uel in hanc sententiam.* ἢ μὲν γάρ ἀς τῆς μείζονος μείζων ἔστιν ἢ ἡμίσεια, ἢ δὲ γε τῆς ἐλλάττονος ἔστιν ἡμίσεια. A

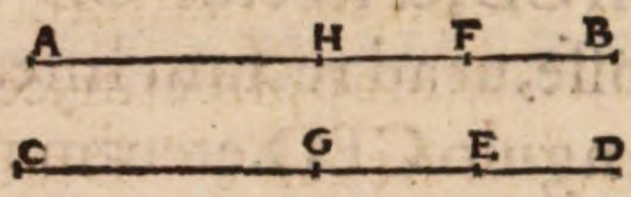
Vt autem AF ad CE, ita ED ad FB.] *Rectangulum namque* AFB *ponitur æquale rectãgulo* CED. *ergo ut* AF *ad* CE, *ita* ED *ad* FB, *& cum* AF *sit maior, quam* CE, *erit & ED, quam* FB *maior, ex iis, quæ demonstrauimus in 16. quinti elementorum.* B

Minor igitur est FB, quam ED.] *Hæc nos addidimus perspicuitatis caussa.* C

THEOREMA LXIIII. PROPOSITIO LXVII. LEMM. III.

Sit rursus AFB rectangulum rectangulo CED æquale, & AB minor, quam CD: sitque DE minor, quam EC, & BF A

B minor, quam FA. Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem esse.



C Secentur AB, CD bifariam in punctis HG. minor igitur est AH, quam CG, & qua
D dratũ ex AH quadrato ex CG minus. Sed quadratũ quidem ex AH est æquale rectãguloque AFB & quadrato ex HF: quadratũ uero ex CG æquale rectanguloque CED, & quadrato ex GE. ergo rectangulum AFB una cũ quadrato ex HF minus est rectangulo CED una cũ quadrato ex GE, quorũ rectangulũ AFB ponitur æquale rectangulo CED, reliquũ igitur quadratũ ex HF quadrato ex GE est minus, & ob id recta linea HF minor, quam ipsa GE. erat autem & AH minor, quam CG. tota igitur AF,
E quam tota CE, est minor, & reliqua FB maior, quam reliqua ED.

COMMENTARIVS.

A Sitque DE minor, quam EC, & BF minor, quam FA] *Græcus codex.* καὶ ὅτι ἐλλάσσων μὲν ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ ἴση δὲ ἡ ΒΖ τῆς ΖΑ *sed forte legendum erit.* καὶ ἔτι ἐλάσσων μὲν ἡ ΔΕ τῆς ΕΓ. ἡ δὲ ΒΖ τῆς ΖΑ.

B Dico & AF minorem, quam CE, & FB, quam ED maiorem esse.] *Græcus codex* ὅτι καὶ ἡ ΑΖ τῆς ΓΕ ἐλάσσων ἐστί, *sed hæc addenda sunt, ut opinor,* ἡ δὲ ΖΒ τῆς ΕΔ μείζων. *In conclusione enim utraque inferuntur.*

C Minor igitur est AH, quam CG, & quadratum ex AH quadrato ex CG minus.] *Græcus codex* ἐλάσσων ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ΑΘ τῆς ΓΗ ἔσω καὶ τὸ &c. *sed uerbum illud* ἔσω *delendum puto, tamquam superuacaneum.*

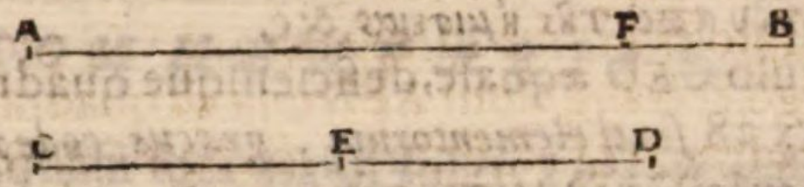
D Sed quadratum quidem ex AH est æquale rectanguloque AFB & quadrato ex HF, quadratum uero ex CG æquale rectangulo; CED & quadrato ex GE] *græcus codex* ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΖ ἄρα ἴσον ἐστὶ τῶτε ὑπὸ ΓΕΔ καὶ τῷ ἀπὸ ΗΕ. *sed corruptus est, & mancus. qui fortasse ita restituetur.* ἀλλὰ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΘ ἴσον ἐστὶ τῶτε ὑπὸ ΑΖΒ καὶ τὸ ἀπὸ ΘΖ; τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ ἴσον τῶτε ὑπὸ ΓΕΔ, καὶ τῷ ἀπὸ ΗΕ.

E Et reliqua FB maior, quam reliqua ED] *Græcus codex* ἡ δὲ λοιπὴ ΤΗΣ λοιπῆς μείζων. *Sed nos perspicuitatis caussa ita uertendum duximus.*

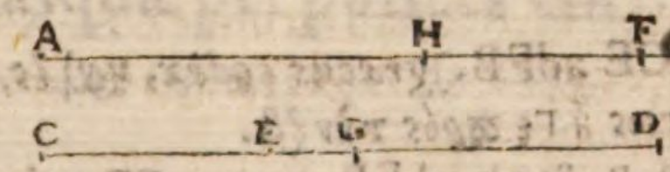
THEOREMA LXV. PROPOS. LXVIII.

Sit rursus AB maior, quã CD, & secetur CD in puncto E, ita
A ut DE non sit minor, quã EC. manifestum est fieri posse, ut rectangulo CED æquale applicetur ad rectam lineam AB deficiens quadrata figura. Quoniam enim DE non est mi-

minor,quam EC, vel ipſi æqualis erit,vel maior,& ſi quidem æqualis rectangulum CED minus eſt quadrato,quod fit a dimidia ipſius AB.Si autem maior,multo minus erit,etenim minus eſt eo,quod a dimidia ipſius CD efficitur. poteſt igitur rectangulo CED æquale,deficienſque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari.Itaque applicetur,& ſit rectangulũ AFB. & ipſius AB maior portio ſit AF. Dico FB minorem eſſe, quam CE. B C D



Quoniam enim DE non eſt minor,quam EC,vel æqualis erit,vel maior,ſit primum æqualis.& cum AB ſit maior,quam CD,ſitque AF quidem maior,quam dimidia ipſius AB, DE vero ipſius CD dimidia,erit AF maior,quam DE: atque ẽ vt AF ad DE,ita CE ad FB.maior igitur eſt CE,quam FB, ac propterea FB, quam CE minor.



Sit deinde maior DE quam EC,& ſecetur CD quidem bifariam in puncto G, AB uero bifariam in H ſecetur.Quoniam igitur maior eſt AB,quam CD, ipſius autem AB dimidia eſt HB,& ipſius CD dimidia CG,erit HB,quam CG maior,ideoq; quadratum ex HB maius quadrato ex CG.sed quadratum ex HB æquale eſt rectangulo AFB,& quadrato ex FH,quadratum vero ex CG æquale rectangulo CED & quadrato ex EG. ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex FH maius eſt rectangulo CED vna cum quadrato ex EG, quorum rectangulum AFB æquale eſt ipſi CED rectangulo. reliquum igitur quadratum ex HF maius eſt quadrato ex EG, & ipſa HF maior, quam EG. eſt autem & AH maior,quam DG. quare tota AF,quam DE eſt maior. atque eſt ut AF ad DE,ita CB ad FB. maior igitur eſt CE, quam FB,& ob id FB,quam CE minor erit,quod oportebat demonſtrare. F G H K L

COMMENTARIVS.

A Manifestum est fieri posse, vt rectangulo CED æquale applicetur ad rectã lineam AB deficiens quadrata figura.] *Græcus codex* φανερὸν μὲν οὖν ὅτι ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παρα βαλεῖν ἔλλειπον τετράγωνον. *sed uidetur legendum* ὅτι δυνατὸν ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τὴν αβ παραβαλεῖν ἔλλειπον τετραγώνῳ.

B Et si quidem æqualis, rectangulum CED minus est quadrato, quod fit a dimidia ipsius AB, si autem maior, multo minus erit; etenim minus est eo, quod a dimidia ipsius CEF efficitur.] *Græcus codex*, καὶ εἰ μὲν ἴσον, τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆ αβ ἡ δὲ μείζων πολλῷ ἐλάσσονός ἐστι τοῦ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπο τῆς ἡμισίας τῆς αβ. καὶ Γ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας, &c. *sed legendum opinor.* καὶ εἰ μέν ἴσον, τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ ἔλασσον ἔστιν· εἰ δὲ μείζων, πολλῷ ἐλασσόν ἐστι τὸ ὑπὸ γεδ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς αβ, καὶ γάρ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισειας, &c.

C Potest igitur rectangulo CED æquale, deficiensque quadrata figura ad rectam lineam AB applicari] *Ex 28 sexti elementorum. græcus codex* δὲ ἄρα ἔστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρὰ τῆς αβ παραβαλεῖν ἔλλειπον τετράγωνον. *sed uidetur legendum.* δύνατον ἄρα ἐστι τῷ ὑπὸ τῶν γεδ ἴσον παρα τὴν αβ παραβαλεῖν, ἔλλειπον τετραγώνῳ.

D Dico FB minorem esse, quam CE] *Græcus codex* ὅτι δὲ ἔλασσων ἔστιν ἡ ζβ. *ego legendum puto* ὅτι δὴ &c.

E Atque est vt AF ad DE, ita CE ad FB.] *Ex 14. tertii elementorum.*

F Ipsius autem AB dimidia est HB, & ipsius CD dimidia CG] *græcus codex* καὶ ἔστι τῆς μὲν αβ ἄρα ἡ θβ, τῆς δὲ Γδ ἄρα υ γη. *corrige* καὶ ἔστι τῆς μὲν αβ ἡμισεια ἡ θβ, τῆς δὲ Γδ ἡμίσεια ἡ Γ η.

G Quadratum vero ex CG æquale est rectangulo CED, & quadrato ex EG] *Græcus codex*, τὸ δὲ ἀπὸ ζθ τό δε ἀπὸ γη ἴσον ἔστι τῷ τε, &c. *delenda sunt uerba illa* τὸ δὲ ἀπὸ ζθ.

H Ergo rectangulum AFB una cum quadrato ex FH maius est rectangulo CED, una cum quadrato ex EG] *græcus codex* μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ αζβ μετὰ τοῦ ἀπὸ ζθ, τῷ ἀπὸ αεδ. *lege* τοῦ ἀπὸ γεδ.

K Atque est ut AF ad DE, ita CE ad FB.] *græcus codex*, καὶ ἔστιν ὡς ἡ αζ πρὸς τὴν δε οὕτως ἡ αβ πρὸς τὴν ζβ. *lege* οὕτως ἡ γε πρὸς τὴν ζβ.

L Maior igitur est CE, quam FB, & ob id FB, quam CE minor erit] *Græcus codex* μεῖζων ἄρα καὶ ἡ αε τῆς ζβ. ὥστε ἐλασσων ἔστιν ἡ ζβ τῆς αε. *lege* μεῖζων ἄρα καὶ ἡ γε τῆς ζβ, ὥστε ἐλασσων ἐστιν ἡ ζβ τῆς γε.

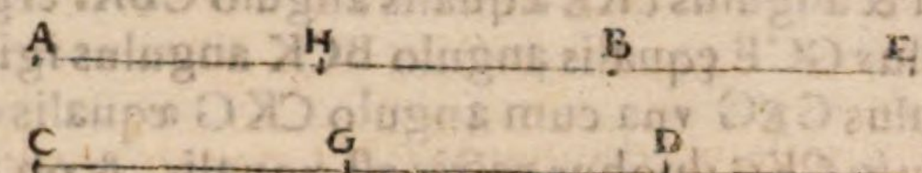
IN SEXTVM PROBLEMA.

THEOREMA LXVI. PROPOS. LXIX.

LE. V.

Sit minor quidem AB, quam CD, æquale autem rectangulum AEB rectangulo CFD. Dico AE, quam CF minorem esse.

Secen-



Secentur AB CD bifariam in punctis HG. erit HB minor, quam GD. quoniam igitur rectangulum CFD æquale est rectangulo AEB, quadratum autem ex HB minus quadrato ex GD, erit rectangulum AEB vna cum quadrato ex HB, hoc est quadratum ex HE, minus rectangulo CFD vna cum quadrato ex GD, hoc est minus quadrato ex GF. ergo HE, quam GF est minor. est autem & AH minor, quam CG. tota igitur AE minor erit, quam tota CF. similiter autem si tota, quam tota maior fuerit. 6. secũdi. 6. secũdi. ✻

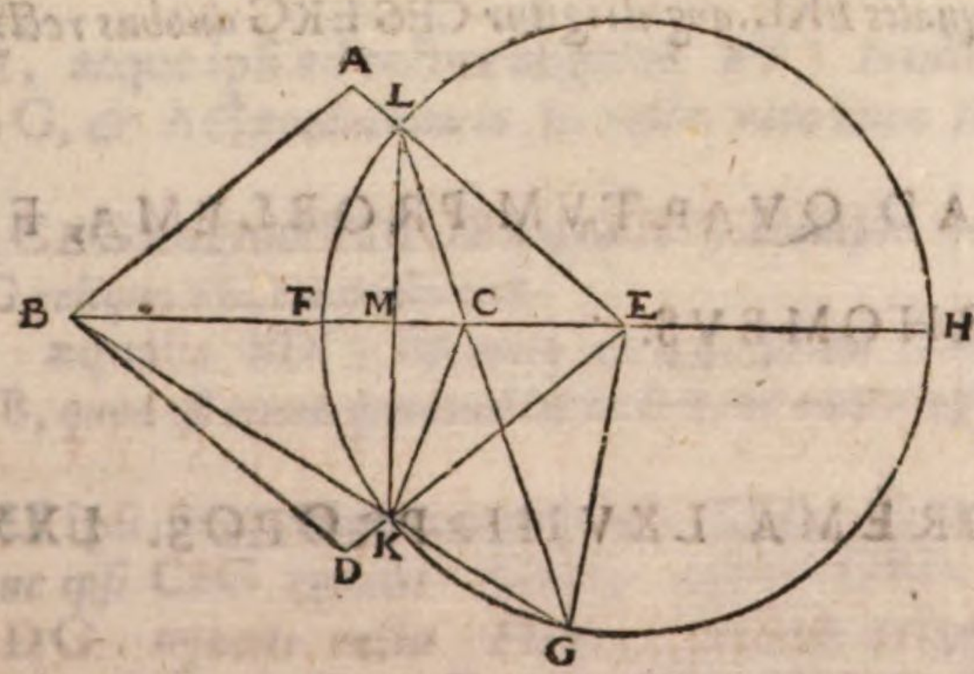
COMMENTARIVS.

Similiter autem si tota, quam tota maior fuerit] *græcus codex* ὁμοίως κἂν μείζων ἡ ὅλη τῶν ὅλης. *sed vereor ne aliqua desiderentur in hanc sententiam similiter si tota, quam tota maior fuerit, hoc est si tota* CF *ponatur maior, quam tota* AE, *demonstrabitur* CD, *quam* AB *maiorem esse. quamquam ego non* μείζων, *sed* ἐλάσσων *libentius legerem, ut esset quasi antecedentis conuersa.* ✻

IN OCTAVVM PROBLEMA.

THORFMA LXVII. PROPOS. LXX.

Rhombo existente AD, cuius diameter BCE, si ipsarum BE EC sumatur media proportionalis EF, & centro quidem E, interuallo autem EF circulus FGH describatur, producaturque LCG; erit recta linea, quæ per puncta GKB transibit. LEM. VI. A



Iungantur enim EG CK BK KG. Quoniam igitur angulus BCF est æqualis angulo FCK, & ex utraqne parte diametri circuli sunt LC, CK interse æquales, quod lem- C B

mate

5. primi. mate demonſtratum eſt, & æqualis LE ipſi EK; erit angulus CLE æqualis angulo
D CKE. ſed CLF angulus æqualis eſt angulo CGE. angulus igitur CGE angulo CKE
eſt æqualis. eſt autem & angulus CKE æqualis angulo CBK. ergo & CBK æqualis eſt
E ipſi CGE. ſed & angulus GCE æqualis angulo BCK angulus igitur CEG angulo CKB
F G æqualis erit. ſed angulus GEG vna cum angulo CKG æqualis eſt duobus rectis. ergo & CKB vna cum ipſo CKG duobus rectis eſt æqualis. & ob id recta linea eſt, quæ
14. prim. per BKG puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A Si ipſarum BE EC ſumatur media proportionalis EF] *græcus codex* ἐὰν τὰν βε εζ μὶση ἀνὰλογον ληφθῆ ἡ βζ. *ſed ego legendum arbitror* ἡ εζ *propter ea, quæ ſequuntur.*

B Iungantur enim EG CK KK KG] *græcus codex* ἐπιζευχθωσαν γὰρ αἱ λε εκ βκ κη. *legendum autem puto* αἱ εη εκ βκ κη. *etenim* λε εκ *quæ continentur in lateribus rhombi, iam ductæ ſunt.*

C Quoniam igitur angulus LCF eſt æqualis angulo FCK, & ex vtraque parte diametri circuli ſunt LC CK interſe æquales, quod lemmate demonſtratum eſt] *vbi hoc lemma ſit, nondum comperi. ſed hoc perſpicue apparere poteſt ducta* LK, *quæ diametrum ſecet in puncto* M. *Quoniam enim* BCE *diameter eſt rhombi, erit angulus* LEB *angulo* KEB *æqualis ſed trianguli* ELM *duo latera* LE EM *ſunt æqualia duobus lateribus* KE EM *trianguli* EKM. *ergo & baſis* LM *eſt æqualis baſi* MK; *& anguli* LME EMK *vtrique recti ſunt. Rurſus cum trianguli* CLM *duo latera* LM MC *æqualia ſint duobus lateribus* KM MC, *erit & baſis*
3. ſexti. LC *baſi* CK. *& reliqui anguli reliquis angulis æquales.*

D Eſt autem & angulus GKE æqualis angulo CBK] *Quoniam enim circuli* FGH *ſimidiameter media proportionalis eſt inter* BE EC, *erit vt* BE *ad* EK, *ita* KE *ad* EC. *quare triangulum* KCE *triangulo* BKE *ſimile erit, & angulus* CKE *angulo* KBE *æqualis.*

E Sed & angulus GCE æqualis angulo BCK] *Angulus enim* LCB *eſt æqualis angulo* KCB. *ut demonſtratum eſt, atque æqualis ipſi* GCE, *qui eſt ad verticem. ergo & angulus* KCB *angulo* GCE *eſt æqualis.*

F Angulus igitur CEG angulo CKB æqualis erit] *videlicet reliquus reliquo æqualis. hæc autem nos addidimus, quæ in græco codice deſiderari videbantur, ut ita reſtituendus ſit.* ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΕΤ τῇ ὑπὸ βΓΚ ἴση ἐστὶ, καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΗ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΓΚΒ.

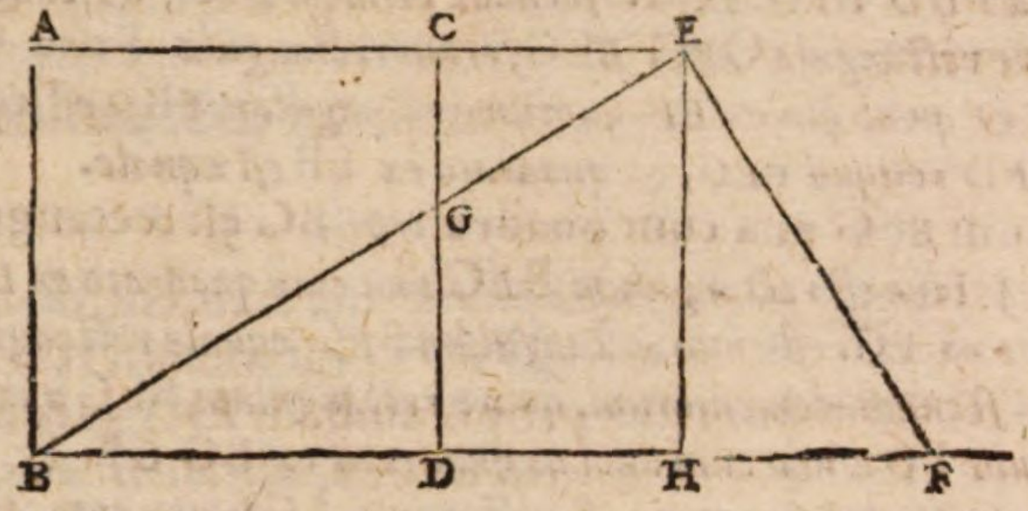
G Sed angulus CEG vna cum angulo CKG æqualis eſt duobus] *Angulus enim* BEG *una cum angulis* EGB GBE *eſt æqualis duobus rectis. ſed angulo* EGB *æqualis eſt angulus*
32. prim. *EKG. & angulo* GBE *æqualis* EKL. *anguli igitur* CEG EKG *duobus rectis æquales erunt.*
5. primi.

LEMMA VTILE AD QVARTVM PROBLEMA, FACIENS EADEM, QVE RHOMBVS.

THEOREMA LXVIII. PROPOS. LXXI.

LEM. VII. Sit quadratum AD, & ducatur BGE, atque ipſi ad rectos an
A gulos EF. Dico quadrata ex CD GE quadrato ex DF æqualia eſſe.

Ducatur



Ducatur per E ipſi CD parallela EH. rectus igitur eſt angulus CEH.
eſt autem & rectus FEG. ergo & angulus CEG angulo FEH eſt æqualis. B
Sed & rectus angulus FHE æqualis eſt recto BDG, atque eſt EH æqualis BD. æ- C
qualis igitur eſt EF ipſi BG. Quoniam autem quadratum ex BF eſt æqua D
le quadratis ex BE EF, quorum rectangulum ex EF BD æquale eſt rectangulo E
EBG; in circulo enim ſunt DFEG puncta, erit reliquum BFD æquale re- F
ctangulo BEG, & quadrato ex EF, hoc eſt quadrato ex BG. Sed rectan G
gulum BEG una cum quadrato ex BG eſt rectangulum EBG una cum qua-
drato ex EG. rectangulum igitur BFD eſt æquale rectangulo EBG, hoc H
eſt FBD, & quadrato ex GE. Commune auferatur rectangulum BDF. ergo K
reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD GE, hoc eſt quadratis ex CD GE L
eſt æquale.

COMMENTARIVS.

Et ducatur BGE, atque ipſi ad rectos angulos EF] *Intelligatur recta linea* BGE A
ſecare CD *in puncto* G, *&* AC *productam in* E, *recta vero linea* EF *ſecare* BD *produ-*
ctam in F.

Ergo & angulus CEG angulo FEG eſt æqualis] *Dempto namque communi angulo* B
GEH, *reliquus* CEG *reliquo* FEH *æqualis erit.*

Atque eſt EH æqualis BD] *Eſt enim ex* 34. *primi elementorum* EH *æqualis* C
CD: *uidelicet ipſi* DB, *quod eſt etiam quadrati latus. Græcus codex* καὶ ἐςιν ἴση ἡ ε θ τῇ βλ.
lege τῇ β δ.

Aequalis igitur EF ipſi BG] *Nam cum angulus* CEG *ſit æqualis angulo* FEH, D
vt oſtenſum eſt, ſitque ipſi CEG *æqualis* GBD, *erit &* GBD *ipſi* FEH *æqualis.*
atque eſt rectus BDG *æqualis recto* FHE. *ergo & reliquus reliquo, & trian-*
gulum BDG *triangulo* EHF *ſimile. Vt igitur* HE *ad* EF, *ita* DB *ad* BG: *& permu-*
tando ut HE *ad* BD, *ita* EF *ad* BG. *eſt autem* HE *æqualis* BD. *ergo &* EF *ipſi* BG *eſt æ-*
qualis.

Quorum rectangulum ex EF BD æquale eſt rectangulo EBG] *ex* 36 *tertii elemen-* E
torum.

In circulo enim ſunt DFEG puncta] *ex conuerſa* 22. *tertii elementorum, quoniam* F
angu-

anguli oppoſiti GDF, FEG *recti ſunt, quare & reliqui* DGE EFD *duobus rectis ſunt æquales.* Græcus codex ἐν κύκλῳ γὰρ ἐστι τὰ ΑΖΘΗ σημεῖα *ſed legendum* ΑΖΕΗ.

G Erit reliquum BFD æquale rectangulo BEG, & quadrato ex EF] *Quoniam enim quadratum ex* BF *æquale eſt duobus quadratis ex* BE EF, *quadrato autem ex* BF *æqualia ſunt vtraque rectangula* FBD BFD, *ex* 2. *ſecundi elementorum; & eadem ratione quadrato ex* BE *æqualia vtraque rectangula* OBG BEG; *erunt rectangula* FBD BFD *æqualia rectangulis* EBG, BEG *& quadrato ex* EF. *quorum rectangulum* FBD *eſt æquale rectangulo* EBG. *reliquum igitur* BFD *reliquo* BEG, *& quadrato ex* EF *eſt æquale.*

H Sed rectangulum BEG una cum quadrato ex BG eſt rectangulum *EB*G vna cum quadrato ex EG] *Hoc eſt rectangulum* BEG *una cum quadrato ex* BG *eſt æquale rectangulo una cum quadrato ex* FG. *eſt enim rectangulum* BEG *æquale rectangulo* BGE *una cum quadrato ex* EG *ex* 3. *ſecundi elementorum. quare rectangulum* BEG *una cum quadrato ex* BG *eſt æquale rectangulo* BGE *una cum duobus quadratis ex* BG GE. *& ſimiliter rectangulum* EBG *una cum quadrato ex* EG *æquale eſt rectangulo* BGE *una cum quadratis ex* BG GE. *ergo cum eiſdem ſint æqualia, & inter ſe æqualia erunt.*

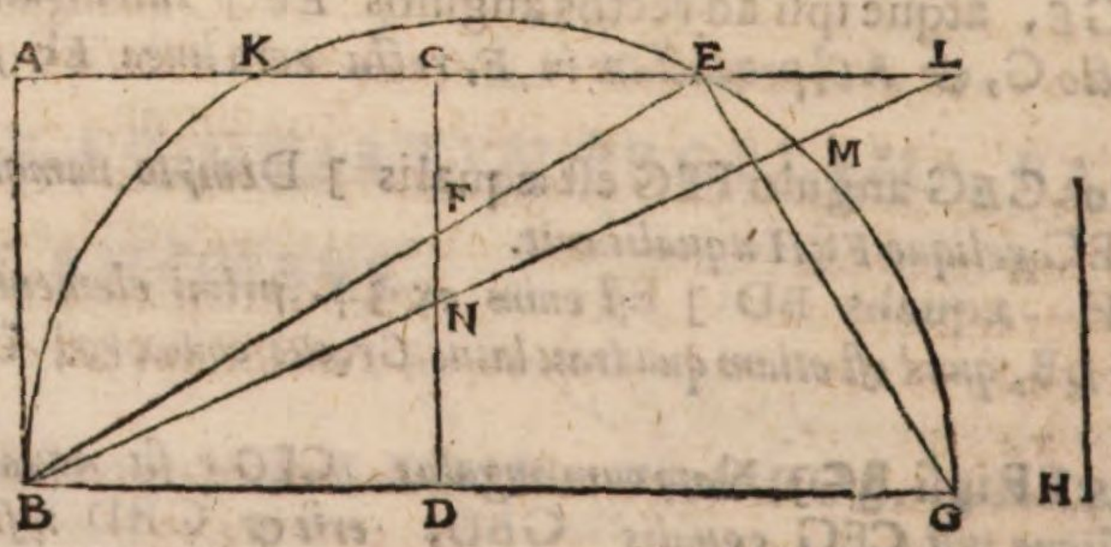
K Commune auferatur rectangulum BDF] *Græcus codex corruptus eſt, in quo legitur.* τὸ ὑπὸ ΒΖΔ, *cum legendum ſit* τὸ ὑπὸ ΒΔΖ.

L Ergo reliquum quadratum ex FD quadratis ex BD GE, hoc eſt quadratis ex CD GE eſt æquale] *Eſt enim ex iam dictis rectangulum* BFD *æquale rectangulo* BDF *& quadrato ex* FD.

PROBLEMA VT HERACLITVS.

PROBLEMA *IIII.* PROPOS. LXXII.

LEMM. VIII. Quadrato exiſtente AD, producere AC in E, & facere EF data tam quæ ad punctum B pertinent.



B Factum iam illud ſit, & a puncto E ipſi BE ad rectos angulos ducatur *E*G. Quo
C niam igitur quadrata ex CD FE æqualia ſunt quadrato ex DG. & data ſunt quæ ex CD *FE* quadrata; etenim vtraque ipſarum magnitudine datur datum igitur eſt qua-

quadratum ex DG. quare & ipsa DG, & tota BG magnitudine data est. Sed & positio ne. ergo semicirculus in recta linea BG descriptus positione datur; & transit per pun K
ctũ E. ergo pũctũ E positione circumferentiã contingit. Sed & positione rectã lineã D E
AE. datum igitur est, sed & B datum. quare recta linea BE positione dabitur. F G H

Componetur autem hoc modo.

Sit quadratum quidem AD, data autem recta linea H. & quadratis ex CD & H ęquale sit quadratum ex DG. maior igitur est GD, quam DC. quare & rectangulum GDB maius est quadrato ex DC. & ideo semicirculus in recta linea BG descriptus transibit supra punctum C. describatur, & sit BKEG, producaturque AC ad E, & BE EG iungantur. ergo quadrata ex CD EF æqualia sunt quadrato ex DG. sed K
quadrato ex DG ponebantur æqualia quadrata ex CD H. quadrata igitur ex CD H, quadratis ex CD EF sunt æqualia. & ob id quadratum ex H æquale est quadrato ex EF, & recta linea H rectæ EF æqualis. est autem EF data. ergo EF problema efficit. Itaque dico eam solam hoc efficere. ducatur enim altera quædam linea BL; quæ si problema efficit, erit NL ęqualis EF. maior autem est FB, quam NB. L
tota igitur BL minor est, quam BE. quod fieri non potest: est enim BL etiam maior. M
non igitur BL problema efficit, sed sola BE.
Vt autem cognoscamus vtra ipsarum maior sit, demonstrabimus hoc pacto.

Quoniam maior est BL, quam BE, & BF maior, quam BN, erit reliqua NL ma- N
ior, quam FE, & manifestum est eam, quæ puncto C propinquior est, remotiore semper minorem esse.

COMMENTARIVS.

Quadrato existente AD producere AC in E, & facere EF datam, quæ ad pũctũ B A
pertineat] *Græcus codex mancus est, & corruptus, ut opinor, in quo legitur.* τετραγώνου δὴ τος θέσει τό ἀλθεῖναι λοθεῖσαν τὴν εζ νεύουσαν ἐπὶ τὸ β. *fortasse autem ita restituetur* τετραγώνου ουτος τοῦ αδ, ἐκβάλλειν αγ ἐπὶ τὸ ε, καὶ ποιεῖν λοθεῖσαν τὴν εζ, νεύουσαν ἐπὶ τό β. *Eadem forma loquendi vsus est* Pappus *in problemate* XVI. *huius libri his verbis.* θέσει λελομένων τῶν αβ αγ ἀγαγεῖν παρά λέσει τὴν λε, καὶ ποιεῖν λοθεῖσαν τὴν λε.

Factum iam illud sit, & a puncto E ipsi BE ad rectos angulos ducatur EG] *græcus* B
codex corruptus est, in quo legitur γεγονέτω καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου τῆ βε ὀρθογώνιο υεὐθείκ γὰρ ἤχθω ἡ εη *sed forte legendum erit.* καὶ ἀπὸ τοῦ ε σημείου ὀρθὴ ἤχθω ἡ εη.

Quoniam igitur quadrata ex CD FE æqualia sunt quadrato ex DG] *Græcus* C
codex ἔστι δὴ τὰ ἀπὸ τῶν Γδ ζε τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ δη τετραγώνῳ *sed legendum est* τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ *&c.*

Et transit per punctum E] *Ex* 31. *tertii elementorum, uel eius conuersa.* D

Ergo punctum *E* positione circumferentiam contingit] *Græcus codex* τὸ ε ἄρα θέσει E
περιφέρεια ἅπτεται. *ego legerem.* περιφερείας ἅπτεται.

Sed & positione rectam lineam AE] *Græcus codex* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθεῖα κεῖται, καὶ θέσει F
εὐθεῖα τῆς αε. *lege* ἀλλὰ καὶ θέσει εὐθείας τῆς αε.

Datum igitur est] Ex 25. *datorum Euclidis. Græcus codex* λοθεῖσα ἄρα ἐστίν. *sed forte* G
legendum λοθεῖν ὥρα ἐστίν.

Quare recta linea *BE* positione dabitur.] *Ex* 26. *datorum.* H

K Ergo quadrata ex CD EF æqualia ſunt quadrato ex DG] Ex *antecedẽti lemmate. græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γηλ ες τετράζωνον, ἴσον ἄρα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ηλ τετραγώνῳ, *ſed legẽdum arbitror.* τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν γηλ ες τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ ηλ τετραγώνῳ.

L Erit NL æqualis EF] *Græcus codex* ἴσαι ἴση ἡ ηλ τῇ ες. *lege* ἡ νλ τῇ ες.

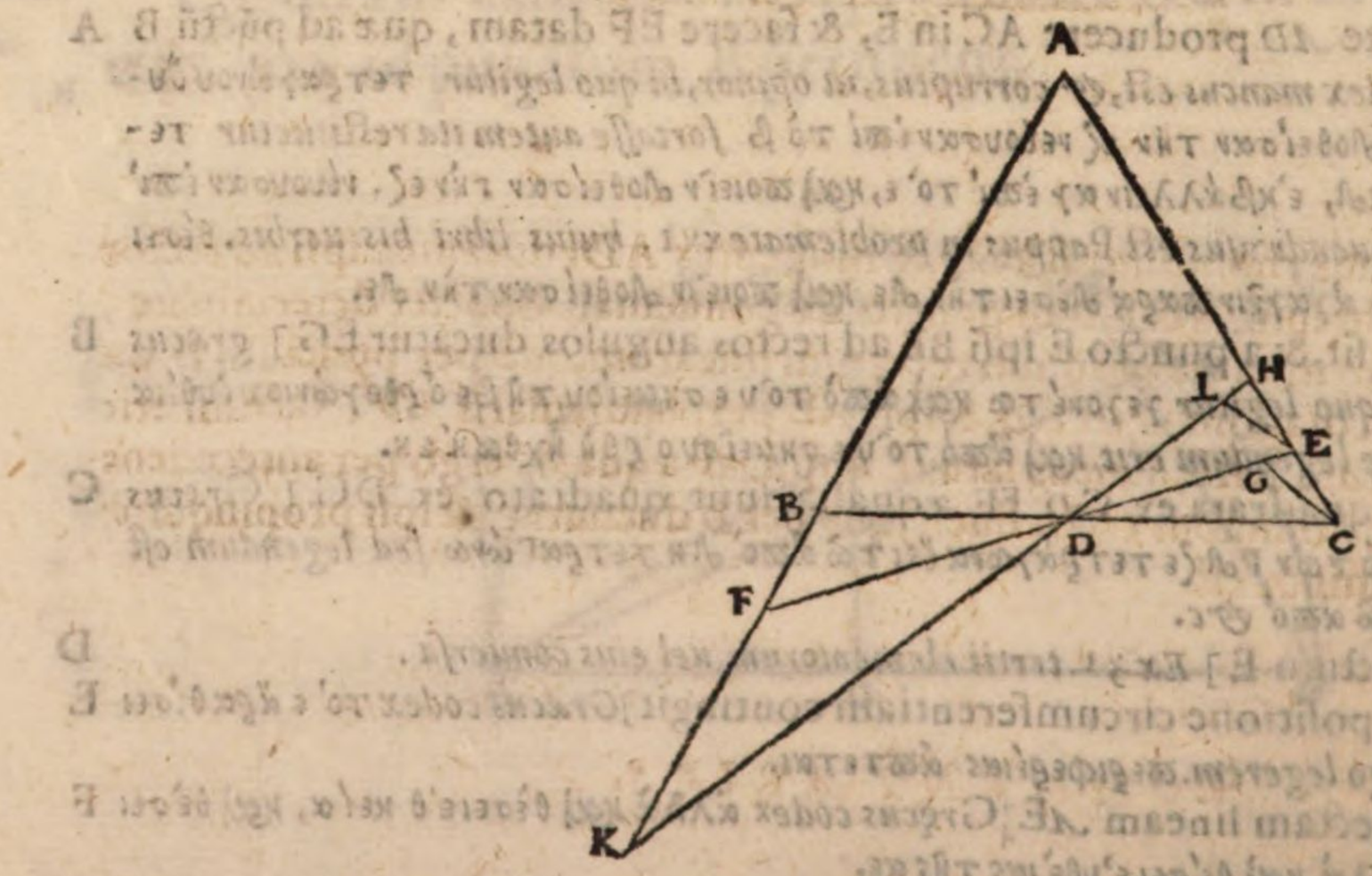
M Eſt enim BL. etiam maior] *Secet enim* BL *circuli circumferentiam in puncto* M. *erit* BM *maior, quam* BE *ex iis, quæ nos demonſtrauimus in octauam propoſitionem libri Archimedis de lineis ſpiralibus. ergo* BL, *quam* BE *multo maior erit, poteſt etiam illud aliter demonſtrari, vt inferius apparebit.*

N Quoniam maior eſt BL, quam BE, & BF maior quam BN, erit reliqua NL maior quam FC] *Eſt. n. quadratum ex* BL *æquale duobus quadratis ex* BA AL; *quadratum autem ex* BE *æquale quadratis ex* BA AE. *& cum quadratum ex* AL *ſit maius quadrato ex* AE, *quod* AL *maior, quam* AE; *erit quadratum ex* BL *maius quadrato ex* BE, *& ideo* BL, *quam* BE *maior. Rurſus quadratum ex* BF *æquale eſt duobus quadratis ex* BD DF, *& quadratum ex* BN *itidem æquale quadratis ex* BD DN. *Quod cum* DF, *ut maior, quam* DN, *erit quadratum ex* BF *maius quadrato ex* BN, *& ipſa* BF, *quam* BN *maior. Similiter & in aliis idem contingere demonſtrabimus. Itaque cum* BL *ſit maior, quam* BE, *&* BF *maior, quam* BN, *ſequitur* NL, *quam* FE *multo maiorem eſſe. Græcus codex ut opinor, corruptus eſt, qui ſic habet.* ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν αβ τῆς βε ἡ δὲ ξ τῆς βν, λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζν μείζων ἐστί. *ſed legendum puto* ἐπεὶ μείζων ἐστὶν ἡ μὲν βλ τῆς βε ἡ δὲ βζ τῆς βν λοιπὴ ἄρα ἡ νλ τῆς ζε μείζων ἐστί.

LEMMA VTILE AD DETERMINATIONEM NONI THEOREMATIS, VT IN ANTIQVIS.

THEOREMA LXIX. PROPOS. LXXIII.

LE. IX. Sit BA æqualis AC, & ſecetur BC in pũcto D bifariã. Dico BC minimã eſſe omniũ rectarum linearũ, quæ per D ducuntur.



Ducatur. n. altera quędam EF, & AB ad F producatur. erit EF maior, quam CB.

Quo-

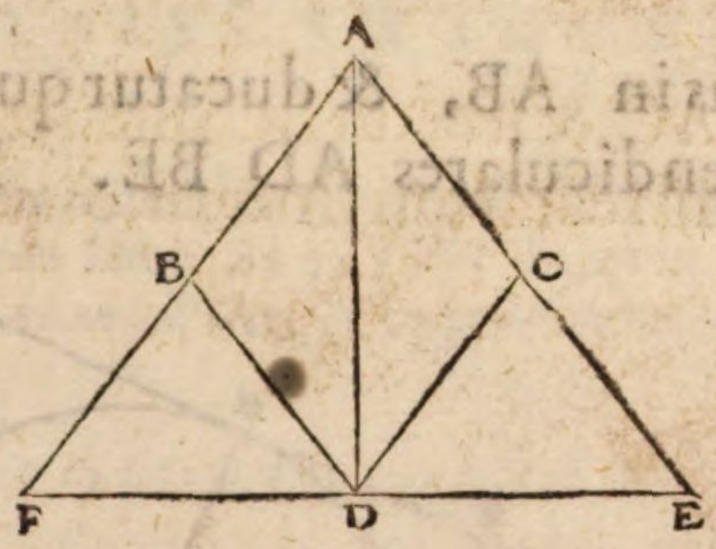
Quoniam.n.angulus ABC, videlicet angulus C maior est angulo BFE, poterimus ab angulo *C* auferre angulũ ipsi BF*E* æqualem. sit ei æqualis DCG. est igitur ut FD ad DB, ita *CD* ad DG. sed *FD* maior est, quam DB. ergo & *CD*, quam DG maior. Itaq; quoniam maior est FD, quam DB, hoc est, quam DC, & *DC* maior, quam DG, erit FD omniũ maxima, & DG minima. & quoniã quattuor rectæ lineæ proportionales sũt FD *DB* DC DG, atque est maxima quidẽ FD, minima vero DG, erit FG maior, quã BC. ergo BC cũ sit minor, quam FG, multo minor erit, quam EF. Similiter demonstrabimus BC minorem esse omnibus rectis lineis, quæ per punctũ *D* ducũtur. Dico insuper propinquiorem ipsi BC remotiore minorem esse.

A B C D E F

Ducatur.n.alia quæpiã HK, & angulo K æqualis constituatur *DEL*. illud enim fieri potest. Rursus maior est KD, quam *D*F, & E*D*, quã DL maior. quare tota KL maior est, quam EF, & propterea KH, quam EF multo maior erit. minor igitur ẽ EF, quam HK: Ex quibus sequitur BC esse minorem omnibus, quæ per *D* ducantur, & quæ ipsi propinquior est, semper remotiore minorem esse.

THEOREMA LXX. PROPOSITIO LXXIIII. LEMM. X.

Quod cum ita sit manifesta erit determinatio.



Si enim exponamus rhombum A*B*CD, & iungentes AD, ducamus ipsi ad rectos angulos EF, quę cum ipsis *A*C AB in punctis EF conueniat, oportet determinare, utrum maxima sit, an minima omnium rectarum linearum, quæ per punctum D ducantur. & quoniam diagonios est A*D*, & ipsi AD perpendicularis EF, factum erit triang ulum æquicrure EAF, habens latus EA ipsi *A*F æquale. ergo per antecedens lemma fit EF minor omnibus rectis lineis, quę per *D* ducuntur, & ipsi propinquior semper remotiore minor est.

COMMENTARIVS.

Est igitur ut FD ad DB, ita CD ad DG.] Ex 4. *sexti elementorum*. Nam cum an- A

gulus DCG *ſit æqualis angulo* BFD, *& angulus* GDC *ad verticem æqualis ipſi* BDF, *& reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit.*

B Sed FD maior eſt, quam DB] Ex 19. *primi angulus enim* ABC *exterior maior eſt interiori* BFD. *& eadem ratione angulus* FBD *maior eſt angulo* ACB, *hoc eſt ipſo* ABC. *angulus igitur* FBD *angulo* BFD *multo maior eſt, & ideo A maiori latere ſubtenditur.*

C Erit FD omnium maxima, & DG minima.] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erãt, ſed tamen aliqua in eandem ſententiam deſiderari videbantur, ſic enim in eo legitur.* ἐπὶ οὖν μείζων ἐστὶν ἡ ΖΔ τῆς ΔΒ, τουτέστι τῆς ΔΓ, ἀλλὰ καὶ ἡ ΔΓ τῆς μείζων ἐστὶ καὶ οὖν τεσσαρες &c. *fortaſſe vero hæc addenda erunt.* μεγίστη ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΔ, ἐλαχίστη δὲ ἡ ΔΗ.

D Erit FG minor, quam BC] *Sequitur hoc ex ultima quinti libri elementorum. conſtat namque FG ex maxima, & minima; BC uero ex reliquis duabus.*

I Ergo BC cum ſit minor, quam FG, multo minor erit, quam EF] *Græcus codex* ὥστε καὶ βγ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΖΗ, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΕΖ. *ſed vide ne legendum ſit.* ὥστε καὶ βγ ἐλάσσων οὖσα τῆς ΖΗ, πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ΕΖ.

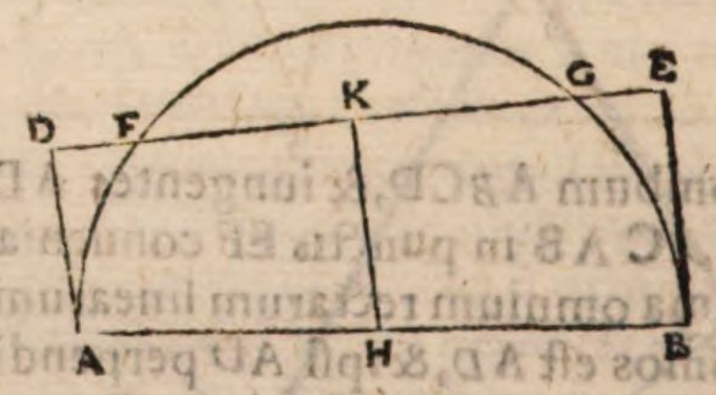
F Similiter demonſtrabimus BC minorem eſſe omnibus rectis lineis, quæ per punctum D ducuntur] *Poſt hæc in græco codice nonnulla leguntur, quę nos conſulto omiſimus, ueluti parum neceſſaria.*

νεύσεων. INCLINATIONVM LIBER PRIMVS.

LEM. I.

THEOREMA LXXI. PROPOS. LXXV.

A Sit ſemicirculus in AB, & ducatur quęuis recta linea DE & ad ipſam perpendiculares AD BE. Dico DF ipſi GE æqualem eſſe.



B Sumatur enim centrum H. & ad DE perpendicularis agatur HK. parallela igi
C D tur eſt HK ipſis AD BE, atque eſt FK æqualis KG. Et quoniam tres paralle-
E læ ſunt AD HK BE, eſtque AH æqualis HB, erit & DK ipſi KE æqualis. quarum FK eſt æqualis KG, reliqua igitur DF reliquæ GE æqualis erit. Conſtat præterea DG
F ipſi FE æqualem eſſe.

COM-

COMMENTARIVS.

Et ad ipsam perpendiculares AD BE] Græcus codex. καὶ ἐπ' αὐτὴν κάθετοι αἱ α δ A
βε θ κ. *sed delendum illud* θ κ.

Sumatur enim centrum H.] Græcus codex ἐιλήφθω τὸ τοῦ θ. *lege* ειλήφθω τό B
κέντρον τό θ.

Parallela igitur est HK ipsis AD BE.] Ex 28. *primi elementorum.* C

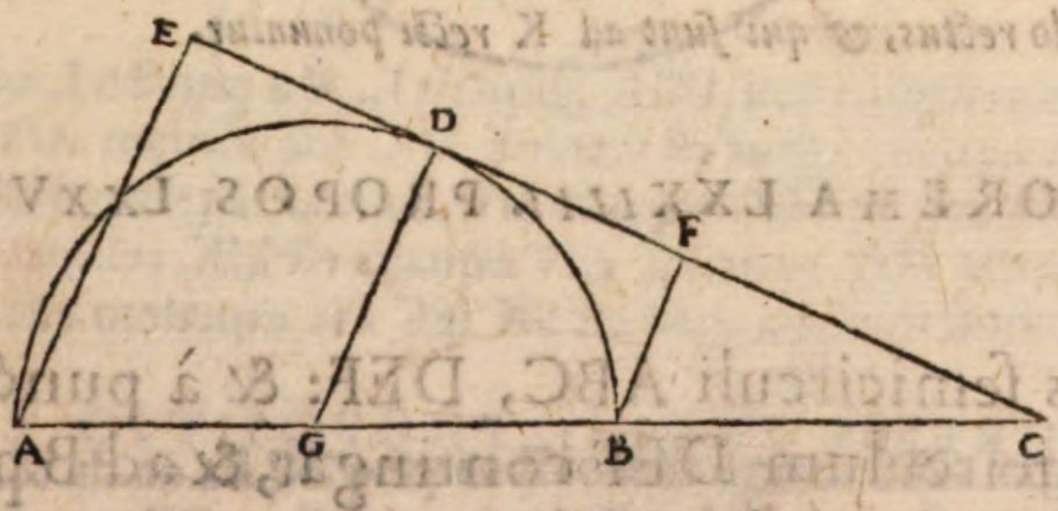
Atque est FK æqualis KG] *Ex* 3. *tertii elementorum.* D

Erit & DK ipsi KE æqualis] *Hoc vel ex* 34. *primi, uel ex* 2. *sexti elementorum* E
facile concludemus.

Constat præterea DG ipsi FE æqualem esse] *Addita nimirum utraque commu-* F
ni FG.

THEOREMA LXXII. PROPOSITIO LXXVI. LEM.II

Sit rursum semicirculus in AB, & contingens ducatur CD, producaturque, & ad ipsam perpendiculares agantur AE BF. Dico rursus ED ipsi DF æqualem esse.



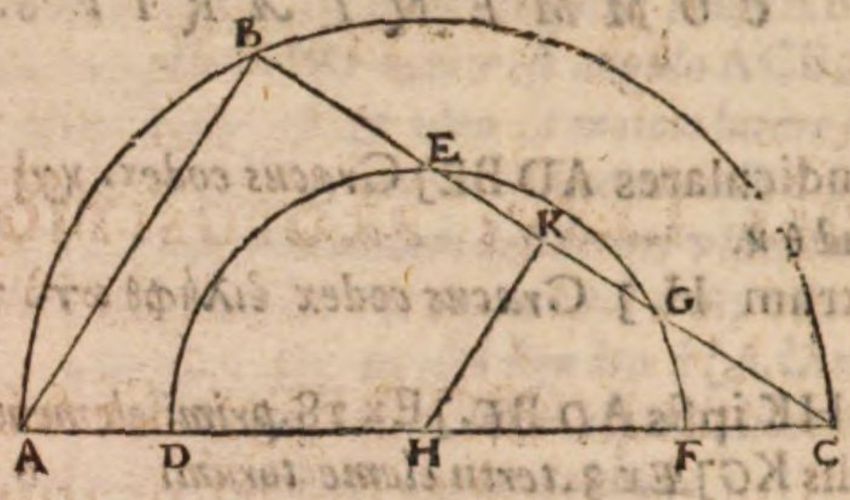
Sit centrum G, & DG iungatur. ergo DG ipsis AE BF parallela est, fiunt enim recti anguli qui ad D. Quoniam igitur tres sunt parallelæ AE GD BF, atque est AG æqualis GB, erit & ED ipsi DF æqualis.

IN QVINTVM PROBLEMA.

THEOREMA LXXIII. PROPOS. LXXVII. LEMM. III.

Sint duo semicirculi in AC, videlicet ABC DEF, sitq; AD æqualis CF: & a puncto C ducatur CB. Dico BE ipsi GC æqualē esse.

Quo-



Quoniam enim AD æqualis est CF, semicirculi circa idem centrum consistunt. sumatur semicirculorum centrum H, & ab H ad EG perpendicularis agatur HK.
B æqualis igitur est EK ipsi KG. Itaque iungatur AB. & quoniam parallelæ sunt AB HK, atque est AH æqualis HC, erit & BK æqualis KC, quarum EK ipsi KG est æqualis. reliqua igitur BE reliquæ GC æqualis erit. Manifestum quoque est & BG ipsi EC esse æqualem.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto C ducatur CB] *Intellige* CB *semicirculum secare.*
B Et quoniam parallelæ sunt AB HK] *ex* 28. *primi elementorum; est enim angulus* ABC *in semicirculo rectus, & qui sunt ad* K *recti ponuntur.*

THEOREMA LXXIIII. PROPOS. LXXVIII.

LEMM. IIII. Sint rursus semicirculi ABC, DEF: & à puncto C ducatur CE quę semicirculum DEF contingat, & ad B producatur. Dico BE ipsi EC æqualem esse.

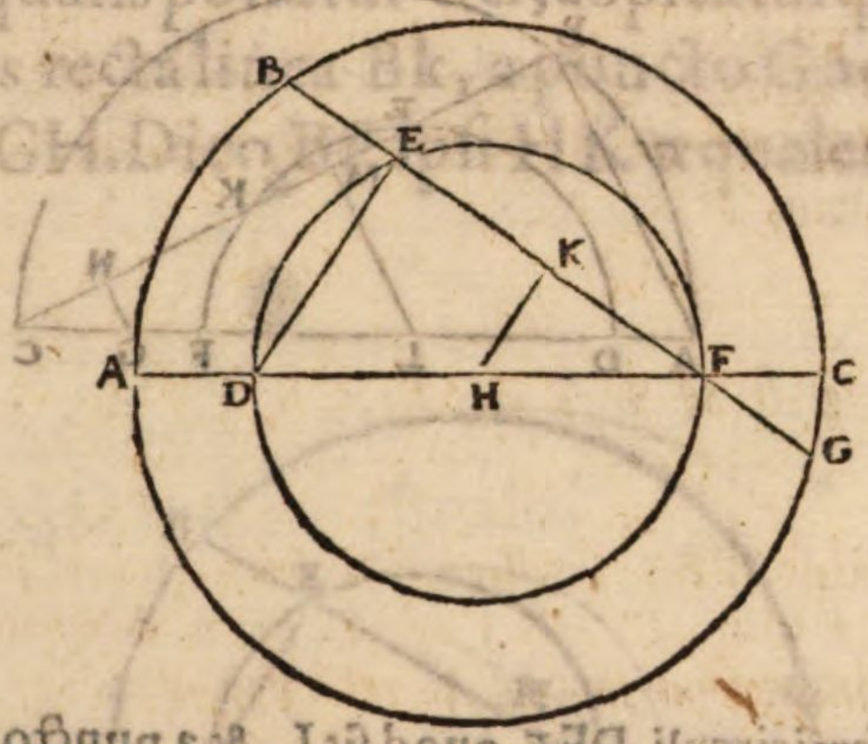
Cum enim AD sit æqualis FC, constat semicirculos circa idem centrum esse sumatur rursus eorum cętrum G, & iungantur GE AB angulus igitur ad E rectus est, sed & rectus, qui ad B. ergo AB ipsi EG est parallela, atque est AG æqualis GC æqualis igitur est BE ipsi EC,

18. tertii, 13.

IN SEPTIMVM.

THEOREMA LXXV. PROPOSITIO LXXIX. LEM. V

Sint rursus semicirculi ABC DEF, & sit AD æqualis FE, compleatur autem maior circulus, & per F ducatur quædam recta linea BG. Dico BE ipsi FG æqualem esse. A



Sit centrum H, & ab eo ad BG perpendicularis agatur HK. ergo BK est æqualis KG. Itaque iungatur ED. Et quoniam DE HK inter se parallelæ sunt, atque est DH æqualis HF, erit & EK ipsi KF æqualis. est autem & tota BK B æqualis toti KG. reliqua igitur BE reliquæ FG æqualis erit. Constat etiam BF ipsi EG æqualem esse.

COMMENTARIVS.

Et per F ducatur quędam recta linea BG.] Græcus codex καὶ διὰ τοῦ Δ Ζ ἤχθω τις A
ἡ βη lege καὶ διὰ τοῦ Ζ.

Erit & EK ipsi KF æqualis] Græcus codex. ὅλη γὰρ ἔστι καὶ ἡ ΕΚ τῇ ΚΖ. ego legendum B
μειζόν ἐστι καὶ ἡ ΕΚ τῇ ΚΖ, quamquam illud per se patet ex 3. tertii elementorum, adeo ut ad propositum ostendendum minime opus sit ducere rectam lineam ED. Quoniam enim a cẽtro H ad BG perpendicularis acta est HK, erit & BK æqualis KG, & eadem ratione EK æqualis KF. reliqua igitur BE reliquæ FG est æqualis. quod demonstrare oportebat.

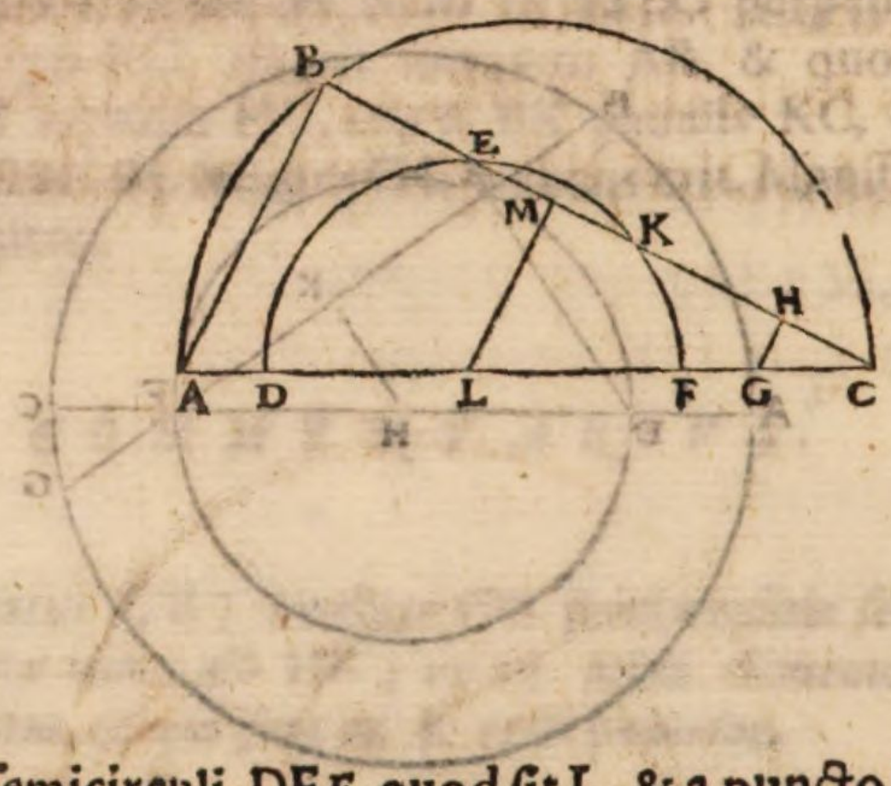
IN

IN NONVM.

THEOREMA LXXVI. PROPOS. LXXX.

LE. VI.

Sint duo ſemicirculi ABC DEF, & ipſi AD æqualis ponatur FG. ducta autem BC à puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipſi KH æqualem eſſe.



Sumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & a puncto L ad EK perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur eſt EM ipſi MK. & quoniam AD eſt æqualis FG, & DL ipſi LF, tota AL toti LG æqualis erit. ſunt autẽ tres parallelæ AB LM GH: ergo BM eſt æqualis MH; quarum EM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquæ KH eſt æqualis. manifeſtum quoque eſt BK ipſi EK æqualem eſſe.

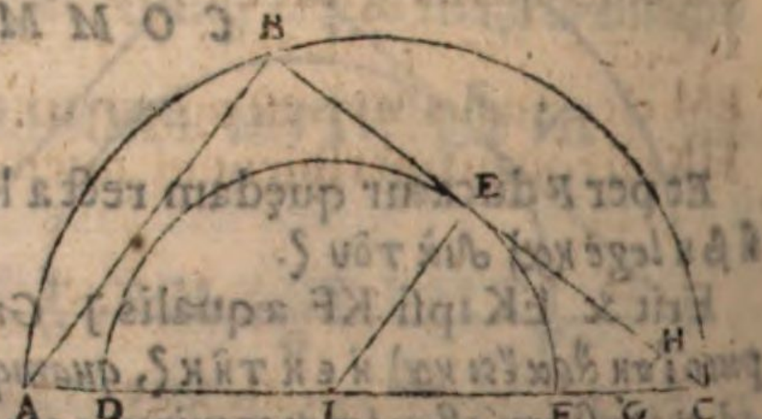
THEOREMA LXXVII. PROPOSITIO LXXXI.

LEMM. VII.

Iisdem poſitis contingat BC ſemicirculum DEF. Dico rurſus BE ipſi EH eſſe æqualem.

* 18. tertii.

Rurſus ſumatur centrum ſemicirculi DEF, quod ſit L, & iungatur LE. perpẽdicularis igitur eſt ad BC, & factæ ſunt tres parallelæ AB LE GH, atque eſt AL æqualis LG, ergo & BE ipſi EH æqualis erit,



COM-

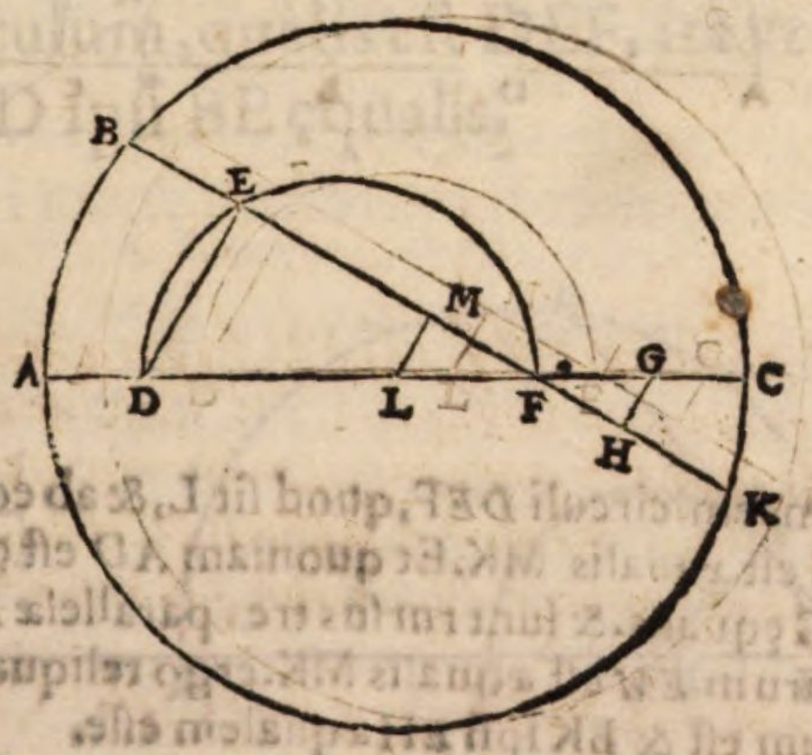
COMMENTARIVS.

sisdem positis contingat BC semicirculum DEF] Græcus codex τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων ἐφάπτεται ἡ βγ τοῦ λεχ ἡμικυκλίου. lege ἐφαπτέσθω.

IN OCTAVVM.

THEOREMA LXXVIII. PROPOS. LXXXII. VIII.

Sint duo semicirculi ABC DEF, & sit AD minor, quam CF, ipsi vero AD æqualis ponatur CG, cõpleaturq; circulus BAKC, & ducta quæuis recta linea Bk, a puncto G ad ipsam perpendicularis agatur GH. Dico BE ipsi HK æqualem esse.



Sumatur centrũ circuli ABC, quod sit L. & a puncto L ad EF perpendicularis agatur LM. æqualis igitur est BM ipsi MK. quoniam autẽ AL est æqualis LC, & AD ipsi CG, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis. & sunt tres parallelæ DE, LM GH. ergo EM est æqualis MH. est autem tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK est æqualis. perspicuum autem est & BH ipsi EK esse æqualem.

COMMENTARIVS.

Ergo EM est æqualis MH] *Quoniam enim ut* DL *ad* LF, *ita est* EM *ad* MF, *& ut* LF *ad* FG, *ita* MF *ad* FH, *ob triangulorum* LMF GHF *similitudinem, erit ex æquali ut* DL *ad* FG, *ita* EM *ad* FH. *Rursus quoniam ut* LF *ad* FG, *ita* MF *ad* FH. *erit compo-*

nendo, conuertendoque ut FG ad GL, ita FH ad HM. ergo rursus ex æquali ut DL ad LG, ita EM ad MH. est autem DL æqualis LG. ergo & EM ipsi MH æqualis erit.

IN DECIMVM SEPTIMVM.

THEOREMA LXXIX. PROPOSITIO LXXXIII.

LE. IX. Iisdem positis sit AD maior, quam FC, & ipsi æqualis ponatur FG, ductaque BCH ad ipsam perpendicularis agatur GH.

A Dico BE ipsi KH æqualem esse.

Sumatur centrum semicirculi *DE*F, quod sit L, & ab eo ad EK perpendicularis agatur LM. ergo EM est æqualis MK. Et quoniam AD est æqualis FG, & DL ipsi LF,
B erit tota AL toti LG æqualis. & sunt rursus tres parallelæ *B*A ML GH. æqualis igitur est BM ipsi MH, quarum *EM* est æqualis MK. ergo reliqua BE reliquæ KH est æqualis. manifestum autem est & BK ipsi *E*H æqualem esse.

COMMENTARIVS.

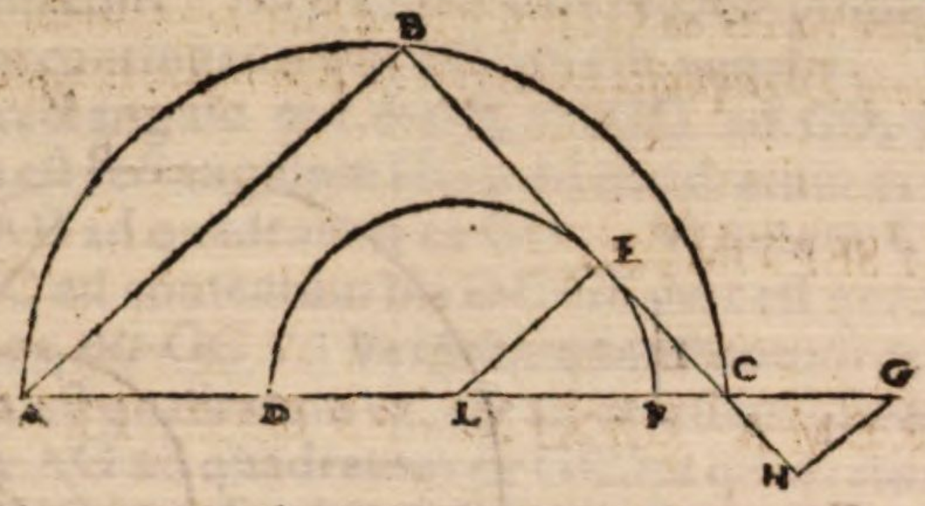
A Dico BE ipsi KH æqualem esse] *Græcus codex* ἴσην ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΗ τῇ ΒΕ. *lege* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΚΘ.

B Aequalis igitur est BM ipsi MH] *Hoc eodem modo demonstrabitur, quo supra demonstratum est* EM *ipsi* MH *æqualem esse.*

THEOREMA LXXX. PROPOSITIO LXXXIIII.

Iisdem positis contingat BC semicirculum DEF. Dico BE ipsi EH æqualem esse.

Suma-



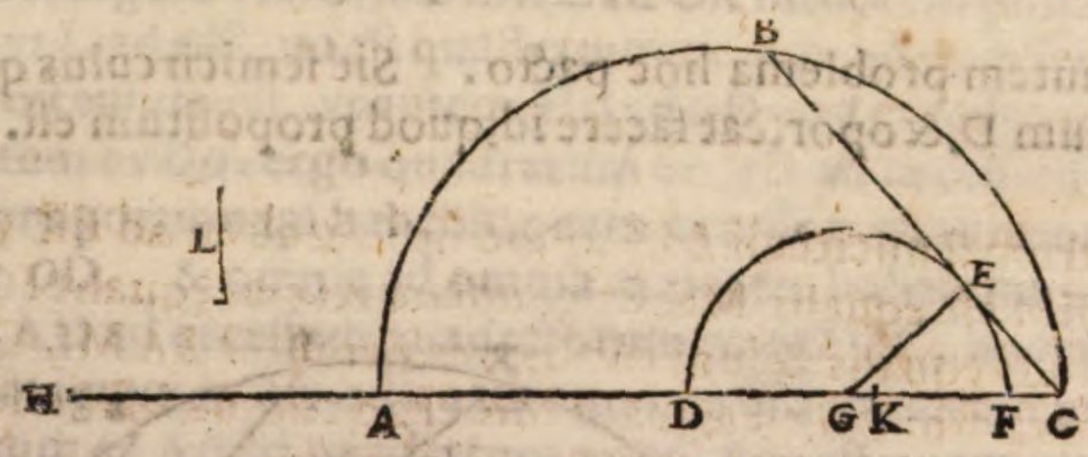
Sumatur rursus semicirculi DEF centrum L,&LE iungatur.ergo perpendicularis est ad BH.& ob id tres parallelæ sunt *AB* LE GH,atque est AL æqualis LG:æqualis igitur est BE ipsi EH.

PROBLEMA VTILE AD COMPOSITIONEM DECIMI SEPTIMI.

PROBLEMA V. PROPOS. LXXXV.

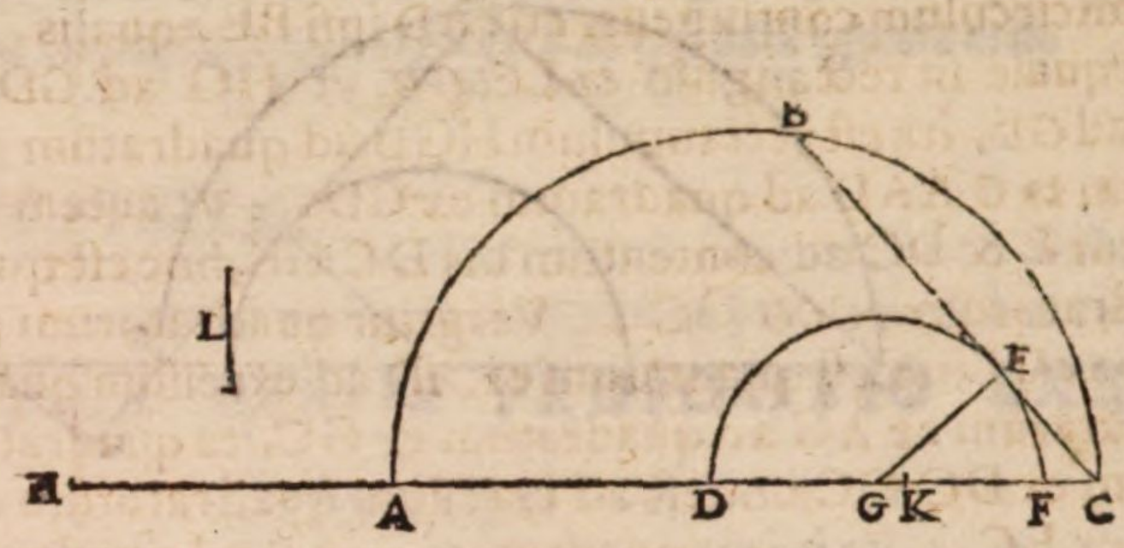
LEM. XI. A

Semicirculo positione dato ABC, & dato puncto D, describere per D semicirculum,qualis est DEF, ita vt si ducatur contingens BC, fiat AD ipsi BE æqualis.



Factũ iam sit.ergo ut AD ad EC,ita est BE ad EC, & ut quadratũ ex AD ad quadratũ ex EC.ita quod ex BE quadratũ ad quadratũ ex *E*C. Vt autem quadratum ex BE ad quadratũ ex EC,sũpto semicirculi DEF centro G,& iuncta GE, ita est quadratum ex *A*G ad quadratum ex GC.Sed quadratum ex *E*C est excessus quadratorum ex *E*G GC. est igitur vt quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC, ita quadratum ex AG ad quadratũ ex GC.ponatur ipsi DA æqualis AH,& secetur DC bifariam in puncto K.Itaque quoniam ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC,ita est quadratum ex *AD* ad excessum quadratorum ex DG GC; erit reliquum, videlicet rectangulum DGH ad reliquum quadratũ ex GD:hoc est HG ad GD; vt vna proportionum,nempe vt quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC.hoc est quod bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DC GK. datum autem est quadratum ex AD. ergo & id,quod bis continetur DC & L,&quod semel

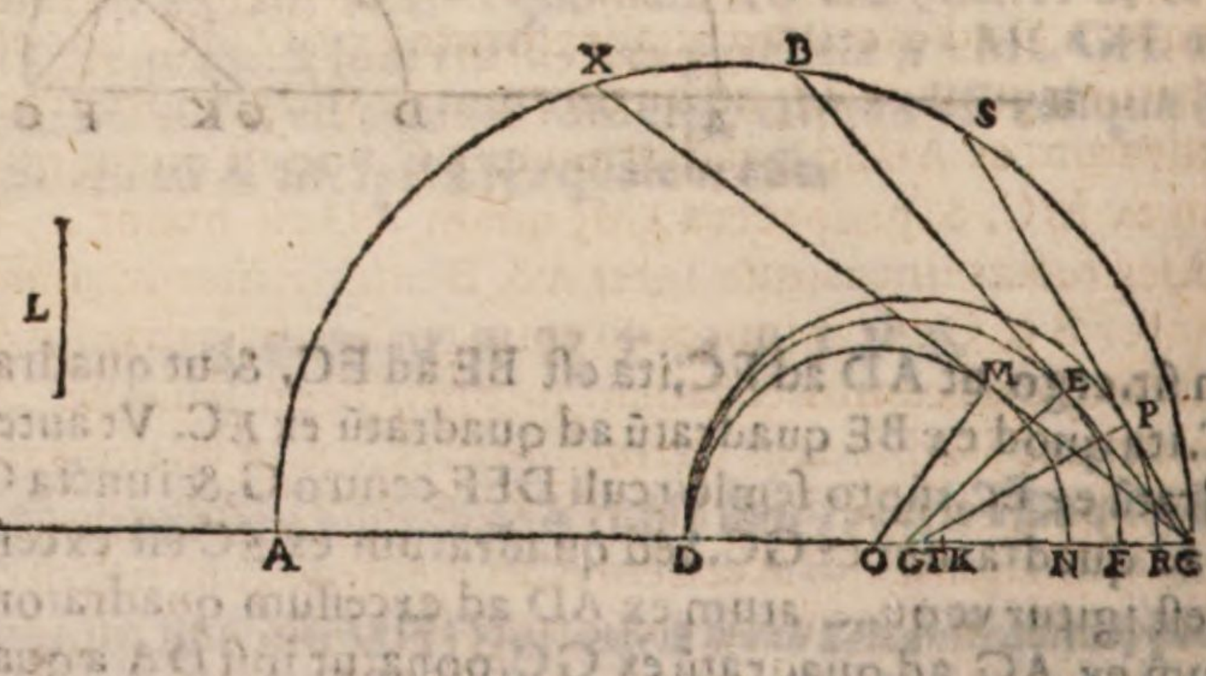
B C D E



G continetur datum erit. atque est data DC. ergo & L data. Quoniam autem est, vt HG ad GD, ita quadratum ex AD, hoc est quod bis continetur DC & L ad
H K id, quod bis DC & GK continetur; hoc est ut L ad GK. rectangulum igitur HGK
L rectangulo contento L & GD est æquale, & sunt tres rectę lineæ datæ HD, DK L.
M ergo deductum est ad determinatam sectionem. Datis tribus rectis lineis HD,
N DK L, secare DK in puncto G, & facere proportionem rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale. hoc autem manifesto constat. & est indetermina-
O tum. ergo datum est punctum G, & semicirculi DEF centrum. positione igitur est
P semicirculus, & a dato puncto C recta est contingens BC. quare positione
Q est BC.

Idem autem congruet si punctum infra sumatur.

Componetur autem problema hoc pacto. Sit semicirculus quidem ABC, datum autem punctum D, & oporteat facere id, quod propositum est.



Ponatur quadrato ex AD æquale id, quod bis DC & L continetur, ipsi uero DA æqualis ponatur AH, & DC bifariam in puncto K diuidatur. Itaque datis tribus rectis lineis HD DK L, secetur DK in G, ut faciat proportionem rectanguli

guli ex L & DG ad rectangulum HGK æqualis ad æquale, & circa centrum G semicirculus DEF describatur. Dico semicirculum DEF problema efficere. ducatur enim *B*C semicirculum contingens. erit AD ipsi BE æqualis. Nam cum rectangulum HGK æquale sit rectangulo ex L & *GD*, vt HG ad GD, ita erit L ad GK. Sed ut HG ad *GD*, ita est rectangulum HGD ad quadratum ex GD, hoc est excessus quadratorum ex *G* AAD ad quadratum ex GD. Vt autem L ad GK, ita id, quod S bis continetur L & DC ad contentum bis DC GK, hoc est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex *DG* GC. Vt igitur quadratorum ex G A *A*D excessus ad quadratum ex GL, ita est quadratum ex *A*D ad excessum quadratorum ex DG G C. ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum A ex D ad ex cessū f quadratorum ex DG GC, hoc est ad excessum quadratorum ex CG GE, hoc est ad quadratum ex EC. Vt igitur quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex EC. Sed ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita est quadratum ex BE ad quadratum ex EC. ergo ut quadratum ex BE ad quadratum ex EC, ita quadratum ex *AD* ad id, quod ex EC quadratum. quadratum igitur ex AD æquale est quadrato ex BE, ideoque recta linea AD ipsi BC est æqualis. & manifestum est BE maiorem esse, quam EC. etenim V ut HG ad GD, ita erat quadratum ex *AD* ad quadratum ex EC. maior autem ē HG, X quam GD. ergo & quadratum ex AD maius est quadrato ex EC: ac propterea AD, Y quam EC est maior: & multo maior, quam FC. Semicirculus igitur DEF problema efficit. Dico autem eum solum hoc efficere. Describatur enim alter semicirculus DMN, & ducatur contingens CMX. Itaque si DMN etiam problema efficit, erit AD æqualis MX, & sumpto semicirculi DMN centro, quod sit O, iungatur OM. ergo congruentur resolutioni, rectangulum HOK æquale erit re Z ctangulo LDO, quod est absurdum; nam in determinata sectione demonstratum fuit maius esse non igitur semicirculus DMN efficit problema. Similiter o- α stendemus neque aliud vllum efficere præterquam ipsum *DEF*. ergo DEF solus problema efficit. Vt autem cognoscamus vtrum ipsorum maius abscindet ita ostendemus. Quoniam enim in determinata sectione demonstratum est, rectangulum LDO minus rectangulo HOK, habebit L ad OK minorem proportionem, quā HO γ ad OD. Sed vt L ad OK, ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC. quod ostensum est. vt autem HO ad OD. ita excessus quadratorum ex OA AD ad quadratum ex *OD*. ergo quadratum ex *A*D ad excessum quadratorū ex DO ε OC minorem proportionem habebit, quam excessus quadratorum ex OA *A*D ad ζ quadratum ex OD. & omnia ad omnia maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC, hoc est ad quadratum ex η CM. quadratum igitur ex AD ad quadratum ex CM minorem proportionem habet, quam quadratum ex AO ad quadratum ex OC, hoc est quam quadratum ex XM ad quadratum ex MC, & propterea XM, quam AD est maior. Non aliter ostendemus & omnes rectas lineas, quæ inter A & B interiiciuntur, maiores esse, quam AD; quæ vero inter B & C esse minores. Si enim rursus describamus semicirculum DPR, θ contingentemque ducamus: & eadem quę prius construantur, erit centrum semicirculi DPR uidelicet T ad alteras partes puncti G. & in sectione determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK. atque eadem ratione AD, quam SP erit κ maior. ergo semicirculi, qui accedentes ad A lineas contingentes habent, maiorem, λ faciunt eam, quam *A*D, qui vero remotiores sunt, faciunt minorem. fieri igitur potest, vt per punctum D describantur semicirculi, ita ut linea contingens vnumquemque ipsorum protracta ad circumferentiam maioris semicirculi faciat eam, quæ inter contactum, & dictam circumferentiam interiicitur, æqualem ipsi AD. & rursus maiorem & faciat minorem.

COM-

COMMENTARIVS.

A Ita ut si ducatur contingens BC, fiat ND ipsi BE æqualis] *intellige* BC *contingere*
B *semicirculum* DEF *in puncto* E.

Vt autem quadratum ex BE ad quadratum ex EC, sumpto semicirculi DEF cen
28.primi tro G, & iuncta GE, ita est quadratum ex AG ad quadratum ex GC] *si enim iunga*
31.18.ter tii. *tur* AB, *parallela erit ipsi* GE, *quod angulus* ABC *in semicirculo rectus est; & rectus* GEC.
2.sex.22. *ergo ut* BE *ad* EC, *ita* AG *ad* GC. *& ob id quadratum ex* BE *ad quadratum ex* EC, *ita qua*
dratum ex AG *ad quadratam ex* GC. *Græcus autem codex mendose habet.* τὸ ἀπὸ ΔΗ πρὸς
C τὸ ἀπὸ ΗΓ, *cum legendum sit* τὸ ἀπὸ ΑΗ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΓ.

Sed quadratum ex EC est excessus quadratorum ex EG GC] *nam quadratum ex*
GC *æquale est duobus quadratis ex* GE EC *ex* 47. *primi elementorum. Græcus codex* ἀλλὰ
D τὸ ἀπὸ ΕΓΗ τῶν ἀπὸ ΕΗ ΗΓ ἐστὶν ὑπερoχή. *lege* τὸ ἀπὸ ΕΓ.

Est igitur ut quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG C &c.]
Quoniam enim quadratum ex EC *est excessus quadratorum ex* EG GC, *atque est* DG *æqua-*
lis GE, *erit etiam excessus quadratorum ex* DG GC. *ergo vt quadratum ex* BE, *hoc est vt qua*
dratum ex AD *ipsi æquale ad excessum quadratorum ex* EG GC, *ita quadratum ex* AG *ad*
E *quadratum ex* GC.

Erit reliquum, uidelicet rectangulum DGH ad reliquum quadratum ex GD,
hoc est HG ad GD, ut una portionum, nempe ut quadratum ex AD ad excessum
quadratorum ex DG GC] *nam cum sit ut totum quadratum ex* AG *ad totum quadratum*
ex GC, *ita quadratum ex* AD *ad excessum quadratorum ex* DG GC, *videlicet pars ad par-*
tem erit reliquum rectangulum DGH *ad reliquum quadratum ex* GD, *ut quadratum ex* AD *ad*
6.secúdi. *excessum quadratorum ex* DG GC *est enim quadratum ex* AG *æquale quadrato ex* AD, *&*
rectangulo HGD, *quoniam recta linea* HD *bifariam secatur in* A, *atque ipsi adiungitur* DC:
47.primi *quadratum autem ex* GC *est æquale quadrato ex* EC, *qui est excessus quadratorum ex* DG GC;
1.sexti. *& quadrato ex* GE, *hoc est* GD. *sed ut rectangulum* HGD *ad quadratum ex* CD, *ita est* HG
ad GD. *ergo* HG *ad* GD *est ut quadratum ex* AD *ad excessum quadratorum ex* DG GC. *Grę*
cus codex λοιπὴ πρὸς λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΔΗΘ. *sed puto legendum* λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ
ΔΗΘ πρὸς λοιπὸν τὸ ἀπὸ ΗΔ.

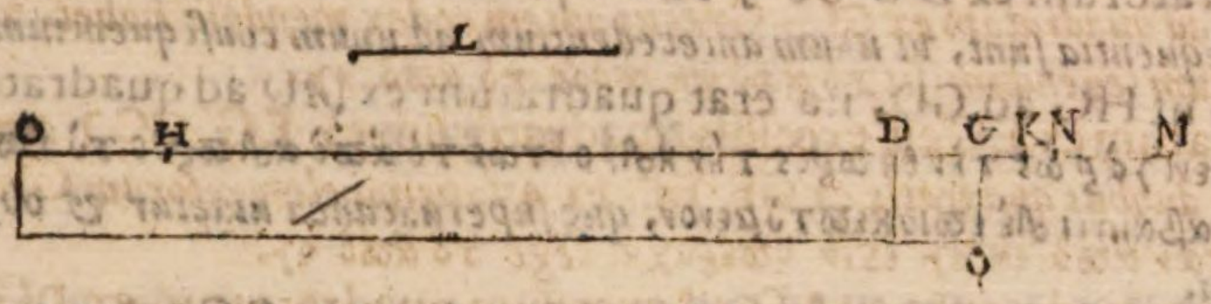
F Hoc est quod bis DC & L continetur ad id, quod bis continetur DC GK] *fiat*
quadrato ex AD *æquale id, quod bis continetur* DC, *ut alia quadam linea, quæ sit* L. *& quo*
niam DF *bifariam secatur in* G, *atque ipsi adiungitur* FC, *erit rectangulum* DCF *una cũ qua*
drato ex CF *æquale quadrato ex* GC. *sed rectangulo* DCF *æquale est id, quod bis continetur*
DC GK; *cum* FC *sit dupla ipsius* GK, *ut mox ostendemus. ergo quod bis* DC GK *continetur, est excessus quadratorum ex* FG GC, *hoc est* DG GC. *est igitur* HG *ad* GC, *ut quadratum ex* AD *ad excessum quadratorum ex* DG GC, *hoc est quod bis continetur* DC *&* L *ad id, quod bis* DC GK *continetur. At uero* FC *ipsius* GK *duplam esse perspicue apparet. est enim* DC *dupla ipsius* CK, *&* DF *dupla* FG. *ergo & reliqua* FC *reliquę* GK *dupla erit. Græ-*
19.quĩti. *cus codex corruptus est, & mancus, in quo legitur.* τουτέστι πρὸς τὸ ΔΙΣ ὑπὸ ΔΓΛ. λοιπὸν
δὲ τὸ ἀπὸ ΑΔ. *ego sic restituendum censeo* τουτέστι τὸ Δ'Σ ὑπὸ ΔΓΛ πρὸς τὸ ΔΙΣ ὑ-
πὸ ΔΓ ΗΚ λοιπὸν δὲ τὸ ἀπὸ ΑΔ.

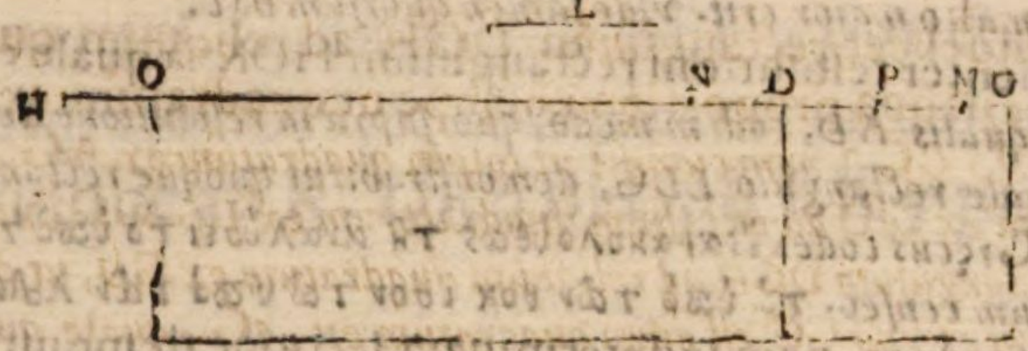
G Atque est data CD. ergo & L data] *ex* 57. *datorum Euclidis.*
H Hoc est ut L ad GK] *Ex prima sexti elementorum.*
K Rectangulum igitur HGK rectangulo ex L & GD est æquale] *ex* 16. *sexti ele-*
mentorum.
L Ergo deductum est ad determinatam sectionem.] *Græcus codex* ἀπῆκται εἰς διωρισμένης, *sed vide ne legendum sit* ἀπῆκται εἰς διωρισμένην *vt intelligatur* τομήν.

Datis

Datis tribus rectis lineis HD DK L secare DK in puncto G, & facere proportionē M
rectanguli HGK ad rectangulum LGD æqualis ad æquale, hoc autem manifesto con
stat] *Illud, vt opinor, manifestum tunc erat ex demonstratis ab Apollonio in libris de sectione determinata, his autem temporibus non item, cum Apollonii libris careamus. quare nos problema eiusmodi explicare tentabimus hoc pacto.*

Sint datæ rectæ lineæ HD, DK, L. oportet ipsam DK ita secare in puncto G, ut rectangulum HGK æquale sit rectangulo, quod L & DG continetur.





Adiiciatur rectæ lineæ HD linea DM, quæ sit æqualis L, & ab ipsa HM abscindatur MN
æqualis DK, fiatque DO æqualis NH. & si quidem DM sit minor, quam DK, ut in secunda figura, fiat KP æqualis MD. erunt ND DP MK HO inter se æquales, & OP æqualis HD. Itaque ex 29. sexti elementorum ad rectam lineam OD rectangulo HDK æquale rectangulum applicetur, excedens figura quadrata, quod sit OGQ. Dico DK in G sectam esse, vt proponebatur. Quoniam enim rectangulum OGQ. hoc est OGD est æquale rectangulo HDK, erit ex 14. sexti elementorum KD ad DG, vt OG ad HD: & diuidendo KG ad GD, vt excessus, quo OG separat HD ad HD, videlicet in prima quidem figura, ut utraque OH
DG hoc est DGKM ad HD: in secunda vero ut PG ad HD, & ut vnū ad vnum, ita antecedentia omnia ad omnia consequentia, nempe vt KG ad GD, ita KG una cum excessu, quo OG superat HD, hoc est in prima figura ita DM ad HD DG, hoc est ad HG: & in secunda figura, ita PK hoc est DM ad HG. rectangulū igitur HGK est æquale rectāgulo GDM, uidelicet ei, quod L & DG continetur. illud autem est quod facere oportebat.

Et est indeterminatum] *Cum enim problematum alia determinata sint, alia indetermi* N
nata, hoc ex eorum numero est, quæ indeterminata appellantur, quod ut fieri possint nulla indigent determinatione.

Positione igitur est semicirculus] Ex 6. *diffinitione libri datorum.* O

Quare positione est BC] *Non solum data est positione BC, sed & magnitudine ex* P
31. libri datorum.

Idem

Q Idem autem congruet, si punctum infra sumatur]

R Vt HG ad GD, ita erit L ad GK] *ex 14 sexti elementorum* Græcus codex ὡς ΗΘ πρὸς τὴν ΗΛ οὕτως ἐστὶ τὴν ΗΚ *lege* οὗτος ἐστὶν ἡ Λ πρὸς τὴν ΗΚ.

S Vt autem L. ad GK. ita id, quod bis continetur L & DC ad contentum bis DC GK] Græcus *codex* ὡς δὲ ἡ ΗΛ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ δαγ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ΗΚ *legendum autem puto* ὡς δὲ ἡ Λ πρὸς τὴν ΗΚ, οὕτως ἐστὶ τὸ δὶς ὑπὸ Λ δ γ πρὸς τὸ δὶς ὑπὸ δγ ΗΚ.

T Ergo ut quadratum ex AG ad quadratum ex GC, ita quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DG GC] *ex 12. quinti elementorum. Omnia enim antecedentia ad omnia consequentia sunt, vt unum antecedentium ad unum consequentium.*

V Etenim ut HG ad GD, ita erat quadratum ex AD ad quadratum ex EC] Græcus *codex* ἔχομεν γὰρ ὡς τὴν ΘΗ πρὸς τὴν ΗΔ, οὕτως τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕγ. *post quæ sequitur hæc* ναβαινει δὲ ἐπισκεπτόμενον, *quæ supervacanea videtur & descriptoris negligentiam inserta.*

X Ergo & quadratum ex AD maius est quadrato ex EC] Græcus *codex* μεῖζον τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΕΓ c. *ego legerem* μεῖζον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΔ τοῦ ἀπὸ ΕΓ.

Y Et multo maior, quam FC] *intelligatur a puncto E ad DC ducta perpendicularis* EΥ, *erit* ΥC *maior, quam* FC. *sed cum* EC *maiori angulo subtendatur, maior est, quam* YC, *ergo* AD, *quam* FC *multo maior erit. videtamen quorsum hæc.*

Z Ergo congruenter resolutioni rectangulum HOK æquale erit rectangulo LDO] *si ponatur* MX *æqualis* AD, *eodem modo, quo supra in resolutione demonstratum fuit, rectangulum* HGK *æquale rectangulo* LDG, *demonstrabitur quoque rectangulum* HOK *rectangulo* LDO *æquale.* Græcus *codex* ἔσαι ἀκολούθως τῇ ἀναλύσει τὸ ὑπὸ τῶ θεκ ἴσον τῶ ὑπὸ τῶν ΛΔΟ. *ego legendum censeo.* τὸ ὑπὸ τῶν ΘΟΚ ἴσον τῶ ὑπὸ τῶν ΛΔΟ.

α Quod est absurdum. nam indeterminata sectione demonstratum fuit maius esse.] *Est enim rectangulum* HCK *maius rectangulo* HGK *ex 14. huius libri. sed rectangulum* LDO *minus est rectangulo* LDG, *quod* LO *sit minor, quam* DG. *ergo rectangulum* HOK *rectangulo* LDO *multo maius erit.* Græcus *codex* ἐν γὰρ τῇ διωρισμένῃ δέδεικται μεῖζων. *lege* μεῖζον.

β Ergo DCF solus problema efficit] Græcus *codex* τὸ ΔΖε ἐστὶ μόνον ποιεῖ τὸ προβλημα. *lege* τὸ ΔΖε ἄρα μόνον ποιεῖ τὸ προβλημα.

γ Habebit L ad OK minorem proportionem, quam HO ad OD] *ex 16 huius.*

δ Sed ut L ad OK, ita est quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC] Græcus *codex* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΚΟ πρὸς Λ οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΘ ΟΚ ὑπεροχήν. *legendum autem puto.* ἀλλ' ὡς μὲν ἡ ΚΟ πρὸς ΟΚ, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΑΔ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΟ ΟΓ ὑπεροχήν.

ε Vt autem HO ad OD, ita excessus quadratorum ex OA AD ad quadratum ex OD] Græcus *codex* ὡς δὲ ἡ ΘΟ πρὸς ΟΔ οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΟ ἀπὸ ΗΑ ΑΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΚ *lege* ὡς δὲ ΒΟ πρὸς ΟΔ οὕτως ἐστὶν ἡ ΚΟ τῶν ἀπὸ ΟΑ ΑΔ ὑπεροχὴν πρὸς τὸ ἀπὸ ΟΔ.

ζ Ergo quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC minorem proportionem habebit, &c.] Græcus *codex* ἡχὴ τὸ ἀπὸ ΑΔ ἄρα πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΟΔ ΔΓ ὑπεροχήν. *lege* πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ ΔΟ ΟΓ ὑπεροχήν.

η Et omnia ad omnia maiorem proportionem habebunt, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC] *videlicet omnia antecedentia ad omnia consequentia, hoc est excessus quadratorum ex OA AD una cum quadrato ex AD ad excessum quadratorum ex DO OC una cum quadrato ex OD maiorem habebunt proportionem, quam quadratum ex AD ad excessum quadratorum ex DOO ex 8 huius libri sed excessus quadra-*

secũdi. *torum ex OA AD est rectangulum HOD, rectangulum autem HOD una cũ quadrato ex AD est æquale quadrato ex AO. Rursus excessus quadratorum ex DO OC, hoc est MO OC est*

qua-

quadratum ex MC, quod vna cum quadrato ex DO, hoc eſt MO eſt æquale quadrato ex OC. quadratum igitur ex AO ad quadratum ex OC maiorem proportionem habet, quam quadratũ ex AD ad quadratũ ex MC. Græcus codex. καὶ πάντα πρὸς πάντα ὡς τὸ ἀπὸ καὶ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γο οδ ὑπεροχήν. *lege* καὶ πάντα πρὸς πάντα μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἀπὸ καὶ πρὸς τὴν τῶν ἀπὸ γοο δ ὑπεροχήν.

Quæ vero inter BC interiiciuntur, eſſe minores] *Græcus codex* αἱ δὲ μεταξὺ τῶν βε. θ *lege* τῶν βγ.

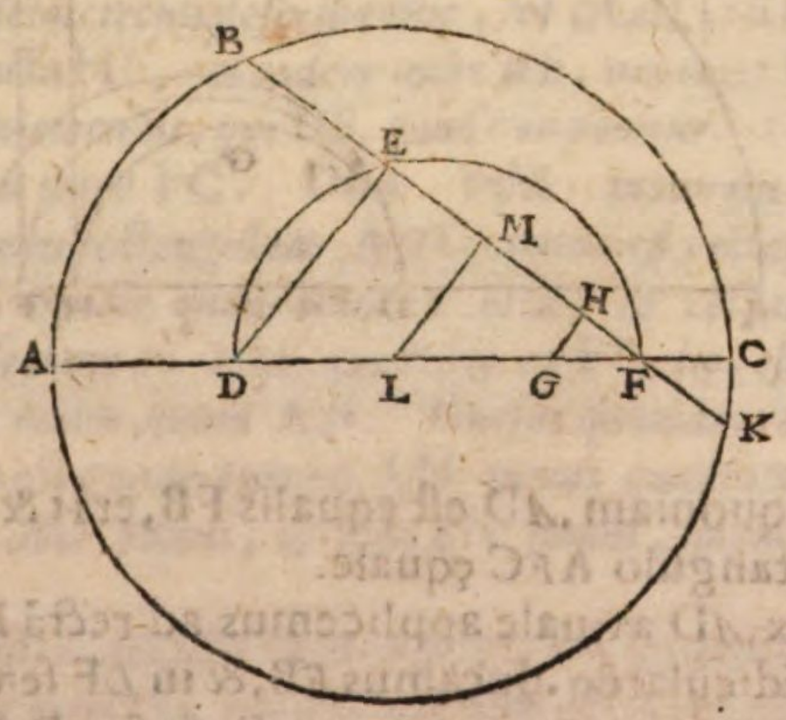
Et in ſectione determinata rectangulum HGK maius erit rectangulo HTK.] *Græcus codex* ἐν δὲ τῇ διωρισμένῃ μείζων ἔσται τὸ ὑπὸ λαγ τῦ οτκ. *ego legendum puto* τὸ ὑπὸ θηκ τοῦ ὑπὸ θτκ. κ

Ergo ſemicirculi, qui accedentes ad *A* lineas contingentes habet maiorẽ faciunt eam, quam AD, qui uero remotiores ſunt, faciunt minorem.] *Græcus codex* ὥσε τὰ μὲν ἐγγύσα τοῦ α, &c. μείζονα ποιεῖ τὴν καὶ. *forte legendum erit* μείζονα ποιεῖ τῆς α δ. λ

IN XIX.

THEOREMA LXXXI. PROPOSITIO LXXXVI. LEM. XII.

Sint rurſus ſemicirculi, maior autem AD, quam CF, & ipſi AD æqualis ponatur CG, ductaque BEF a puncto G ad ipſam perpendicularis agatur GH, & compleatur circulus ABC, producaturque BF uſque ad K. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe, A B



Sumatur centrum circuli ABC, quod ſit L, & ab eo ad BK perpendicularis ducatur LM, ergo BM eſt æqualis MK. Itaque quoniam AL eſt æqualis LC, & AD ipſi GC, erit reliqua DL reliquæ LG æqualis, & ſunt tres parallelæ DE LM GH. quare CEM eſt æqualis MH. eſt autem & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BE reliquæ HK eſt æqualis. ex quibus conſtat & BH ipſi EK æqualem eſſe.

COMMENTARIVS.

A Ductaque BEF a puncto G ad ipsam perpendicularis agatur GH] Græcus codex καὶ διαχθεῖσης τῆς βεκ ἀπὸ τοῦ η ἐπ' ἀυ τὴν κάθετος ἤχθω η ηθ. lege καὶ διαχθέισης τῆς βε(&c. inferius enim addit καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ βζ ἐπί τό κ.

B Et compleatur circulus ABC]Græcus codex καὶ πρὸς ἀνακτεπληρώσθω τὸ βγ ἡμικύκλια. ego legendum puto καὶ προσαναπλεπληρώσθω ὁ αβγ κύκλος.

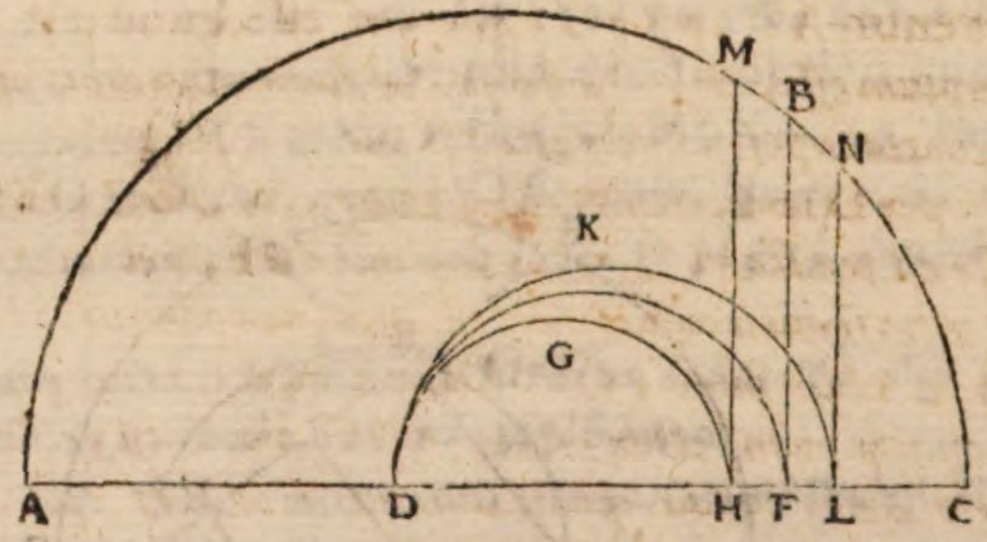
C Erit reliqua DL reliquæ LG æqualis]Græcus codex λοιπὴ ἄρα η' ἀλ λοιπὴ τῆ λη ἔσιν ἴση lege λοιπὴ ἄρα η' δλ λοιπὴ τῆ λη ἔσιν ἴση.

PROBLEMA IN IDEM.

LEM. XIII.

PROBLEMA VI. PROPOS. LXXXVII.

Semicirculo existente ABC, & puncto D, describere in AC per D semicirculum, ita vt si ducatur contingens FB, sit AD ipsi FB æqualis.



A Factum iam sit. & quoniam AD est æqualis FB, erit & quadratum ex AD quadrato ex FB, hoc est rectangulo AFC æquale.

B Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectã lineã AC deficiẽs figura quadrata, ut AFC, perpẽdicularẽq. ducamus FB, & in DF semicirculũ DEF describamus;

C D linea BF semicirculũ cõtinget, atq; erit æqualis ipsi AD. hoc ãt fit, quãdo AD minor

E ẽ, quã dimidia ipsius AC. Itaq; hoc inuẽto si p D alii semicirculi describãtur ut DGH DKL, & cõtingẽtes ducãtur HM LN, erit HM quidẽ maior, quã AD, LN uero minor:

F G Qm̃. n. AD minor est, quã DC, erit HM inter DC, & per F quidẽ non transibit, accide

H ret. n. AD ipsi FC æqualẽ esse: quod est absurdũ. & multo minus erit inter FC. qm̃ rursus accideret AD minorẽ esse, quã FC, quod itidẽ ẽ absurdũ. é. n. & maior, ut in proble

K mate, quod a principio positũ ẽ. quare pũctũ H erit inter FD. maius ãt est rectãgulũ

L AHG, hoc est quadratũ ex MH rectãgulo AFC, videlicet quadrato ex FB. ergo & maius quadrato ex AD, & propterea HM, quã AD ẽ maior. recta uero linea LN est inter FC, quoniã rectangulum AL minus est quadrato ex AD, quod & minus sit rectangulo

gulo AFC. quadratum igitur ex LN minus est quadrato ex AD. quare ipsa LN quam AD est minor. Similiter & omnes rectæ lineæ, quæ sunt ad partes C. & generaliter semicirculis quidem ad punctum C accedentibus, linea contingens minor est, quam AD; recedentibus autem ab eo semper est maior. possumus igitur in AC per D semicirculum describere, vt rectæ lineæ contingentes interdum quidem æquales sint ipsi AD, interdum uero maiores, & interdum minores.

COMMENTARIVS.

Factum iam sit] *Resolutio problematis, quæ breuissima est, compositio enim vt videtur incipit ab eo loco. Si igitur quadrato ex AD æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, &c.* A

Si igitur quadrato ex *AD* æquale applicemus ad rectam lineam AC deficiens figura quadrata, vt AFC &c.] *Hoc fiet per 28. sexti libri elementorum.* B

Linea BF semicirculum continget] *Ex 16. tertii elementorum.* C

Atque erit æqualis ipsi AD] *Cum enim BF sit media proportionalis inter AF FC, erit quadratum eius æquale rectangulo AFC, hoc est quadrato ex AD: ideoque BF ipsi AD est æqualis.* D

Hoc autem fit quando AD minor est, quam dimidia ipsius AC] *Nam si AD uel dimidia sit ipsius AC, vel maior, quam dimidia, rectæ lineæ contingentes semicirculos, qui per D transeunt semper minores erunt, quam AD.* E

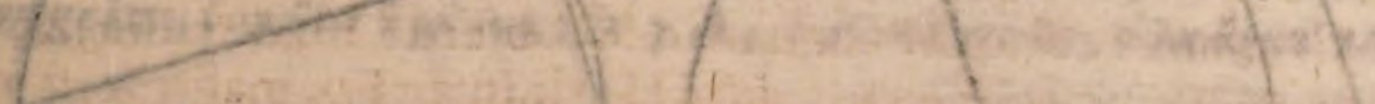
Quoniam enim AD minor est, quam DC, erit HM inter DC. ac per F quidem non transibit, accideret enim AD ipsi FC æqualem esse, quod est absurdum.] *Ego arbitror hunc locum corruptum esse, non enim video, cur eiusmodi verbis opus sit, cum propositum, quam expeditissime concludi possit hoc pacto.* F

Itaque hoc inuento si per D semicirculi describantur, vt DGH DKL, & contingentes ducantur HM LN, necesse est puncta H, L, vel cadere inter DF, vel inter FC. Si enim aliquod eorum caderet in F esset idem semicirculus, qui DF, quod non ponitur. Cadat igitur punctum H inter DF, & punctum L cadat inter FC. Dico HM maiorem esse, quam AD, & LN minorem. Quoniam enim rectangulum AHC maius est rectangulo AEC ex 14. huius, atque est rectangulo AHC æquale quadratum ex HM, & rectangulo AFC æquale quadratum ex FB, erit quadratum ex HM quadrato ex FB, hoc est quadrato ex AD maius. & ob id recta linea HM maior, quam AD. Rursus quoniam rectangulum ALC minus est rectangulo AFC, hoc est quadratum ex LN minus quadrato ex FB, erit quadratum ex LN quadrato ex AD minus, & ipsa LN minor, quam AD. Similiter, & omnes rectæ lineæ, &c.

Ac per F quidem non transibit, accideret.n. AD ipsi FC æqualē esse, quod ē absurdū] *uide ne legendum sit, accideret enim HC ipsi FC æqualem esse, quod est absurdum.* G

Et multo minus erit inter FC, quoniam rursus accideret AD minorem esse, quam FC, quod itidem est absurdum.] *Et fortasse hoc loco legendum erit, quoniam rursus accideret HC minorem esse, quam FC, quod itidem est absurdum.* H

Vt in problemate, quod a principio positum est.] K

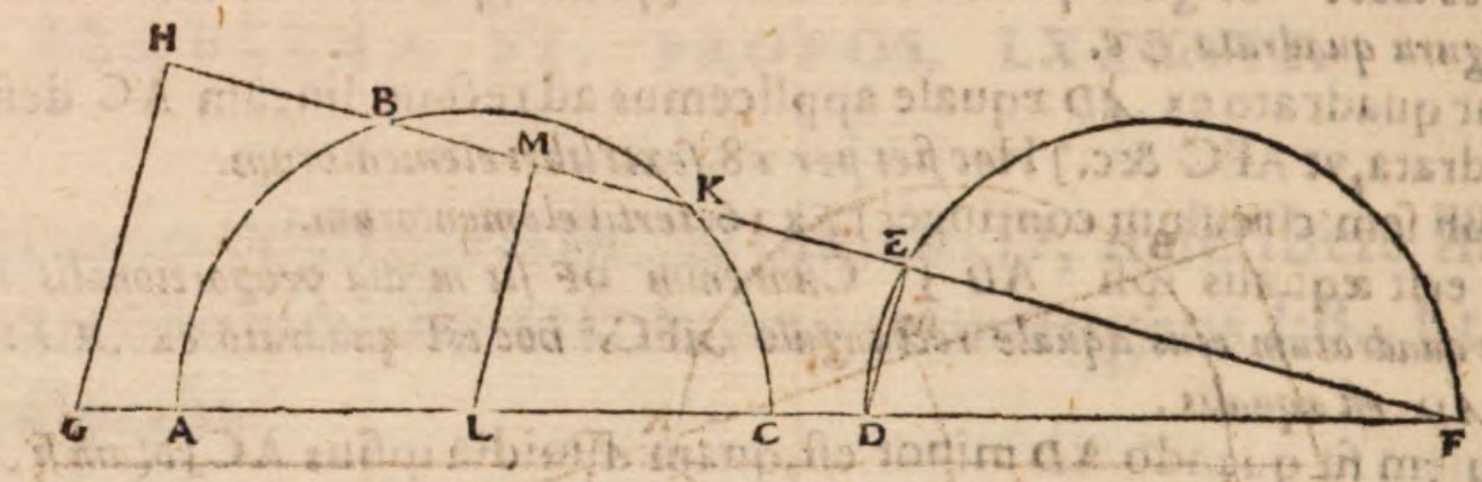


Maius autem est rectangulum AHC, hoc est quadratum ex MH rectangulo LAFC] *Ex 14. huius libri.*

LEM. XIIII.

THEOREMA LXXXII. PROPOSITIO LXXXVIII.

Sint ſemicirculi ABC DEF: & ipſi CD ęqualis ponatur AG, ducta autem FB ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB ipſi KE æqualem eſſe.

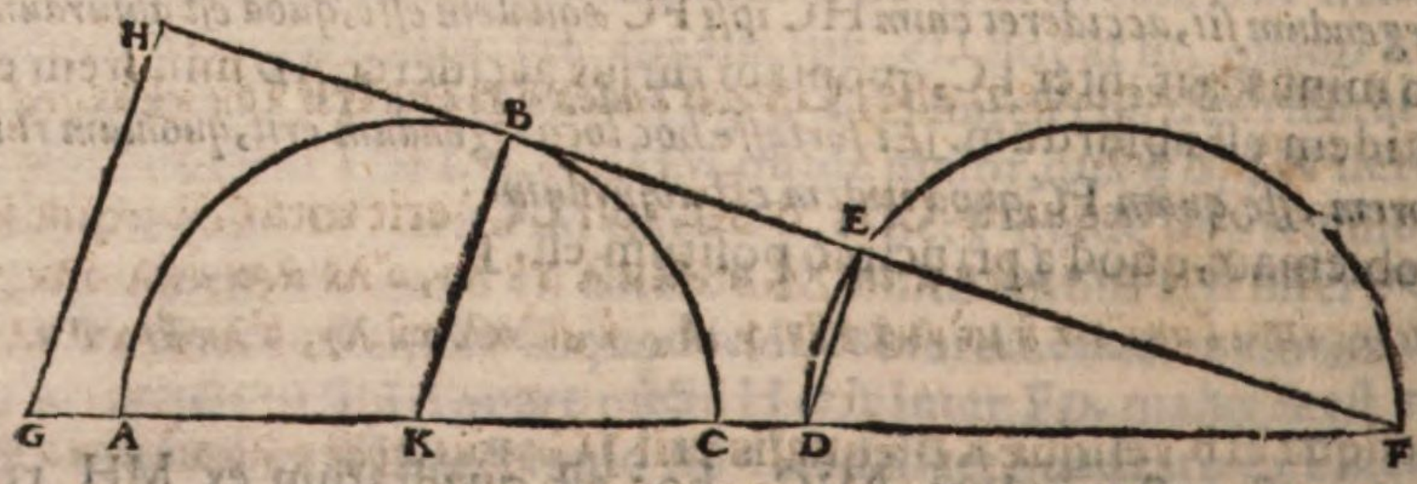


Sumatur centrum ſemicirculi ABC, quod ſit L, & a puncto L ad BF perpendicularis ducatur LM. ergo BM æqualis eſt MK: Quoniam autem GA eſt æqualis CD, & AL ipſi LC, erit tota GL toti LD æqualis. ſuntq; tres parallelę GH LM DE. ergo HM eſt æqualis ME, quarum BM ęqualis eſt MK. reliqua igitur HB reliquæ KE æqualis erit. conſtat etiam HK ipſi BE eſſe æqualem.

THEOREMA LXXXIIII. PROPOS. LXXXIX.

LEM. XV.

Iiſdem exiſtentibus contingat BF in B. Dico rurſus HB ipſi BE æqualem eſſe.

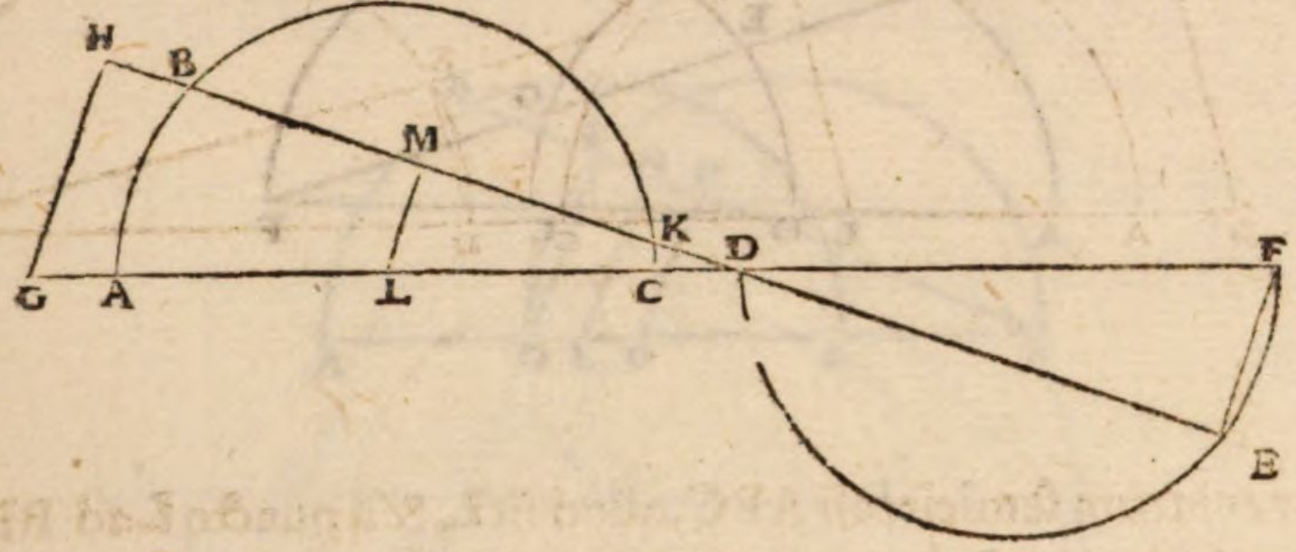


Sumatur enim rursus centrum semicirculi ABC, quod sit K, & iungatur KB per- M
pendicularis igitur est ad BF. Et quoniam in tribus parallelis GH KB DE æqualis
est GK ipsi KD, & HB ipsi BE æqualis erit.

IN XXIII.

THEOREMA LXXXIIII. PROPOSITIO XC. LEM. XVI.

Sint semicirculi ABC DEF, & ponatur AG æqualis CD, ducta autem EH ad eam perpendicularis agatur GH. Dico HB A
ipsi KD æqualem esse.



Sumatur semicirculi ABC centrum L, & ducatur LM perpendicularis. ergo BM est æqualis MK. & quoniam GA est æqualis CD, & AL ipsi LC, erit B tota GL æqualis toti LD. & sunt parallelæ GH LM EF. æqualis igitur est & HM ipsi MD, quarum BM est æqualis MK. ergo reliqua HB reli- C quæ KD æqualis erit.

COMMENTARIVS.

Dico HB ipsi KD æqualem esse] Græcus codex ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘΚ τῇ ΚΕ. *sed legendum pu* A *to* ὅτι ἴση ἐστὶν ἡ ΘΒ τῇ ΚΔ.

Et quoniam GA est æqualis CD, & AL ipsi LC, erit tota GL æqualis toti LD] B Græcus codex ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΗΑ τῇ ΓΖ. ἡ δὲ ΑΛ τῇ ΛΓ, ὅλη ἄρα ἡ ΗΛ ὅλῃ τῇ ΑΖ ἐστὶν ἴση. *sed corrige* ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΗΑ τὴν ΓΔ, ἡ δὲ ΑΛ τῇ ΛΓ, ὅλη ἄρα ἡ ΗΛ τῇ ΛΔ. ἐστὶν ἴση.

Ergo reliqua HB reliquæ KD æqualis erit] Græcus codex λοιπὴ ἄρα ἡ ΘΒ λοιπῇ τῇ C ΚΕ ἐστὶν ἴση: *lege* λοιπῇ τῇ ΚΔ ἐστὶν ἴση. *post hæc in Græco codice leguntur.* καὶ ἐφάπτηται φανερὸν ἡ γὰρ ἀπὸ τῶν τοῦ κέντρου ἐπὶ ζευχθεῖσα ἐπὶ τὴν ἁφὴν, *quæ nos & superuacanea, nihilque ad rem pertinentia omittenda duximus.*

IN

IN XXIIII.

THEOREMA LXXXV. PROPOS. XCI.

Sint duo ſemicirculi, vt ABC DEF, ſitque AD æqualis DC, & ducatur FB. Dico & BE ipſi EG æqualem eſſe.

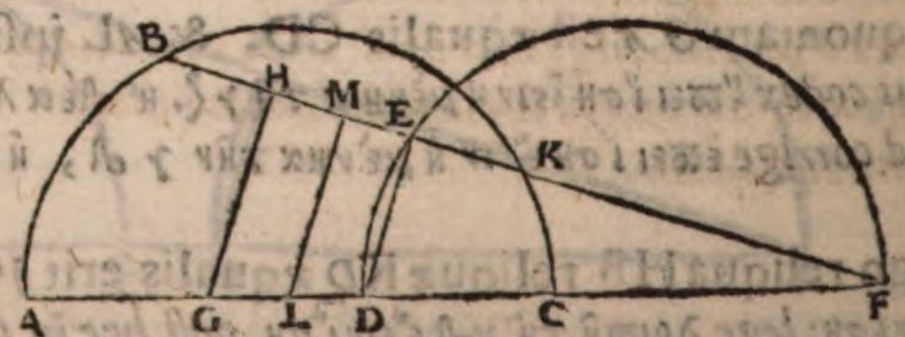
8 1. tertii. 3. tertii. Hoc autem perſpicue conſtat; ſi enim iungatur DE, erit angulus DEF in ſemicirculo rectus, atque eſt DE a centro ſemicirculi ABC. ergo BE ipſi EG eſt æqualis.

IN XXV.

THEOREMA LXXXVI. PROPOS. XCII.

Iiſdem exiſtentibus ſit AD maior, quam DC, & ipſi DC æqualis ponatur AG, ducaturque GH ad BF perpendicularis. Dico BH ipſi EK æqualem eſſe.

Quoniam enim maior eſt AD quam DC, centrum ſemicirculi ABC eſt inter GD, quod ſit L. & rurſus ducatur perpendicularis LM. ergo BM eſt æqualis MK. Et quoniam AG quidem æqualis eſt DC, AL vero ipſi LC, erit reliqua



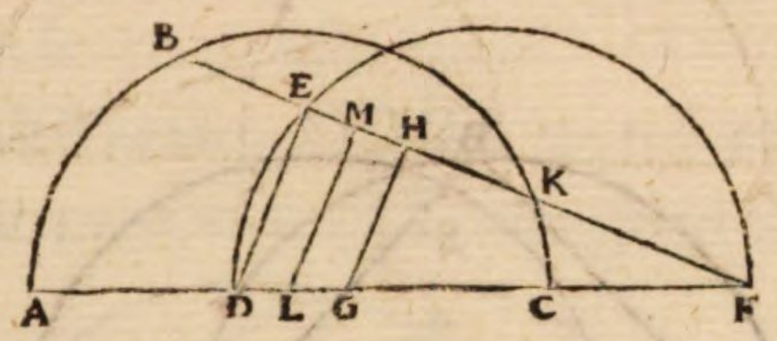
GL

GL ipsi LD æqualis. suntque tres parallelæ GH LM DE. ergo & HM est æqualis ME. erat autem & tota BM æqualis toti MK. reliqua igitur BH reliquæ OK æqualis erit.

IN XXVI.

THEOREMA LXXXVII. PROPOSITIO XCIII. LEM. XIX.

Sit AD minor, quam DE, & ponatur CG ipsi AD æqualis, ducaturque perpendicularis GH. Dico BE æqualem esse ipsi KH.



Quoniam enim minor est AD, quam DC, erit centrum semicirculi ABC inter DG. Sit L. & a puncto L ad FB perpendicularis ducatur LM. æqualis igitur est BM ipsi MK. Et quoniam AD æqualis est CG, & AL ipsi LC reliqua DL reliquæ GL est æqualis. & sunt tres parallelæ DE LM GH. ergo & EM est æqualis MH. sed & tota LM toti MK. reliqua igitur BE reliquæ KH æqualis erit. A B

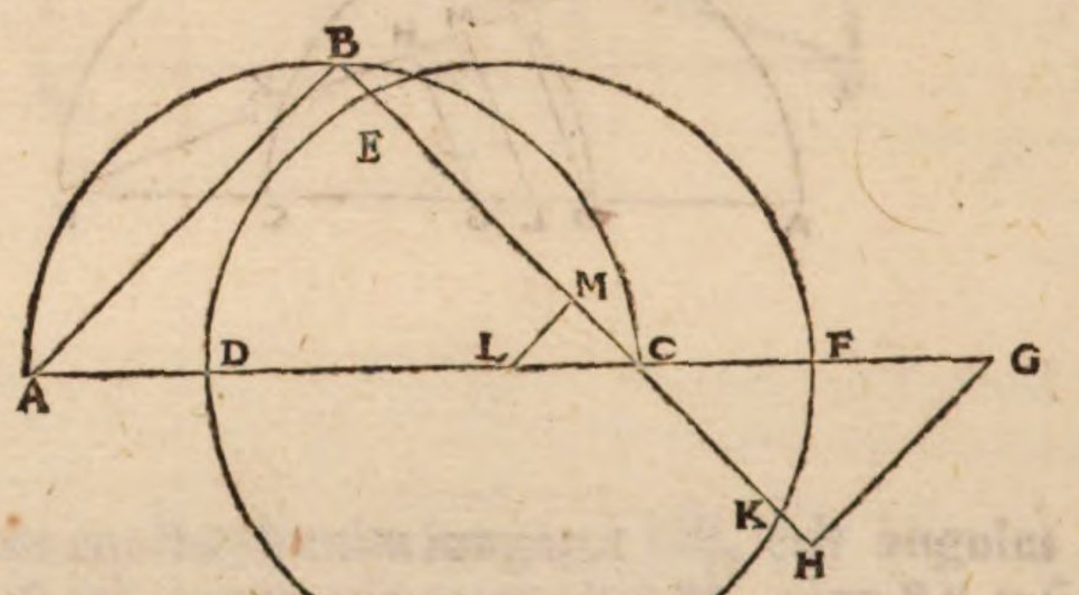
COMMENTARIVS.

Et quoniam AD æqualis est CG, & AL ipsi IC, reliqua DL reliquæ LG est æqualis] A *Græcus codex hoc loco mancus est, in quo legitur.* ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΛΗ, *sed legendum est* ἐπεὶ δὲ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΓΗ, ΑΔ ἀπὸ ΑΛ τῇ ΛΓ, λοιπὴ ἄρα ἡ ΔΛ λοιπῇ τῇ ΛΗ ἴση ἐστί.

Sed & tota BM toti MK] *Græcus codex* ἔστι δὲ καὶ ὅλη ἡ ΕΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση: *lege* καὶ ὅλη ἡ ΒΜ ὅλῃ τῇ ΜΚ ἴση. *In græcis codicibus sequuntur duo lemmata, quæ cum nihil aliud contineant, nisi quod in duobus præcedentibus demonstratur, superuacanea uisa sunt, quare nos ea consulto omisimus.* B

THEOREMA LXXXVIII. PROPOS. XCIIII.

Sint ſemicirculi ABC DEF. & ſit DC maior, quam CF, ipſi
A vero AD æqualis ponatur FG, & circulus DEF compleatur;
Ducaturque BCH, & à puncto G ad BC perpendicularis aga-
B tur GH. patet igitur GH extra circulum cadere, etenim ipſi
parallela AB extra cadit. Dico BE æqualem eſſe KH.



C Quoniam DC maior eſt, quam CF, circuli DEF centrum erit inter C D. ſit L:
& perpendicularis ducatur LM. Quod cum AD quidem ſit æqualis FG, DL vero
ipſi LF, erit tota AL toti LG æqualis. & ſunt tres parallelæ AB LM; GH. ergo
D & BM eſt æqualis MH, quarum EM æqualis eſt MK. reliqua igitur BE reliquæ
KH æqualis erit. conſtat præterea BK ipſi EH æqualem eſſe.

COMMENTARIUS.

A Et circulus DEF compleatur, ducaturque BCH] Græcus codex καὶ πρὸς ἀναπε-
πληρώσθω ὁ κύκλος. *ſed forte legendum* ὁ λοιπὸς κύκλος *vt in ſequenti lemmate. intelligendum autem eſt rectam lineam* BCH *ſecare circulum in punctis* EK.

Etenim

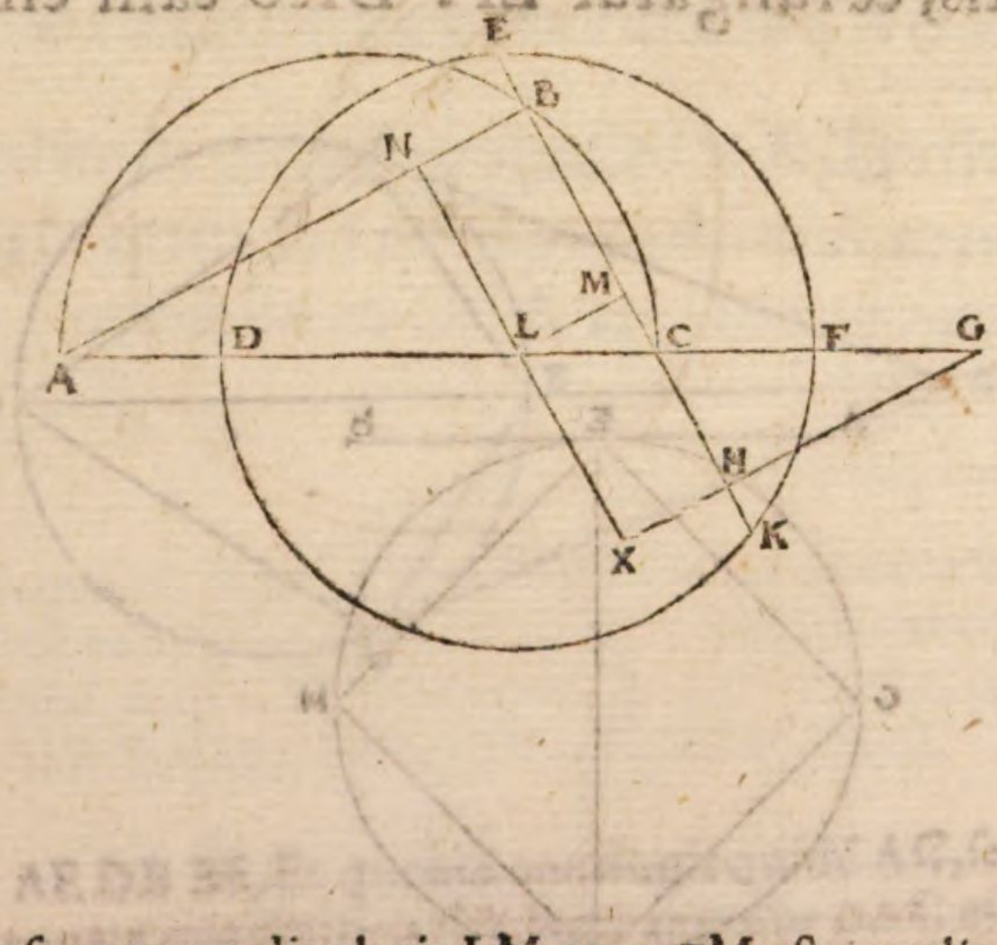
Etenim ipsi parallela AB extra cadit] Græcus codex παραλλήλος γάρ γίνεται τῇ αβ ἡ δε αβ ὑποπίπτει. καὶ ἡ ηθ ἄρα ὑποπίπτει. vel pro ὑποπίπτει scribendũ ἐκτος πίπτει, vel idem significat. B

Circuli DEF centrum erit inter CD] Græcus codex ὁ τοῦ δεξ ἡμικυκλίου κέντρον μεταξύ ἐστι τῶν Γ Δ: Nos circuli potius, quam semicirculi centrum vertere maluimus: non enim semicirculus manet, sed completus est circulus. C

Ergo & BM est æqualis MH] Cur hoc sequatur ex parallelis diximus supra in commentariis in 8. huius. D

THEOREMA LXXXIX. PROPOSITIO XCV. LEM. XXI.

Sint rursus semicirculi ABC DEF, & maior DC, quam CF, ipsi autẽ AD ponatur æqualis FG. cõpleaturq; DEFK circulus; & ducta EBK, a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH. A patet igitur GH cadere intra circulum, quoniam & AB ipsi parallela intra cadit. Dico EB æqualem esse HK.



Sit.n. centrũ L, & rursus perpendicularis LM. ergo EM est æqualis MK. Et quoniã in tribus parallelis AB LM, GH æqualis est AL ipsi LG, erit & BM æqualis MH. est autem & tota EM toti MK æqualis. reliqua igitur EB reliquæ HK æqualis erit. B

COMMENTARIVS.

Et ducta EBK a puncto G ad eam perpendicularis agatur GH] Ducatur à puncto A ad circumferentiam semicirculi ABC, recta linea AB quæ circulum DEFK secet, & ũcta BC producatur, vt eundem circulum secet in punctis EK. A

Et quoniã in tribus parallelis AB LM GH æqualis est AL ipsi LG, erit & EM æqualis MH] Ducatur per L ipsi BH parallela NLX, ut rectã lineã AB secet in puncto N, & GH B

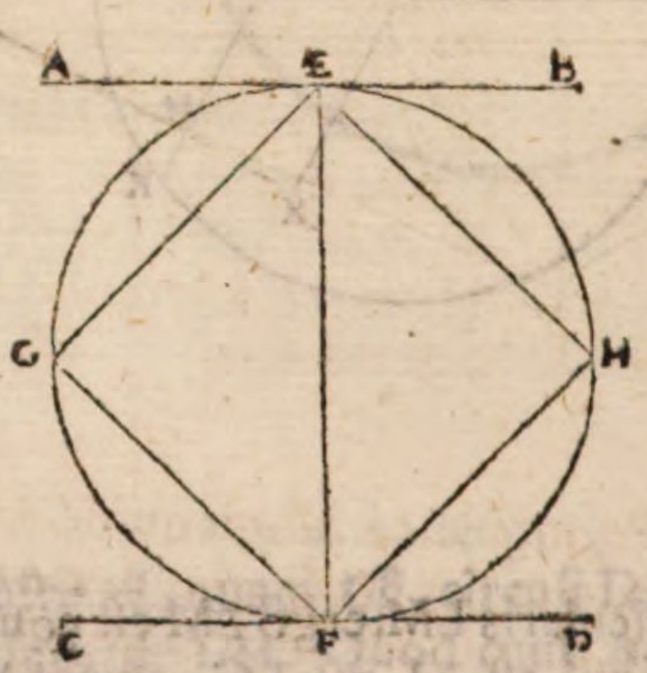
productam in X. *erunt triangula* ANL GXL *inter se similia. vt igitur* AL *ad* LN, *ita* GL *ad* LX: *& permutando ut* AL *ad* LG, *ita* NL *ad* LX. *Sed* AL *est æqualis* LG. *ergo &* NL *ipsi* LX, *hoc est* BM *ipsi* MH *æqualis erit.*

νεύσεων. Primus liber inclinationum habet problemata nouem. determinationes tres. & sunt tres minores, videlicet quæ ad nonũ; secundus liber inclinationum habet problemata quadraginta quinque, & determinationes tres, videlicet, quæ ad septimum decimum problema; ad vndeuigesimum, & vigesimum tertiũ, & sunt tres minores.

TACTIONVM LIBER PRIMVS.

THEOREMA XC. PROPOSITIO XCVI.

LEM. I. Sint duæ rectæ lineæ ABCD, quas contingat circulus EF, in EF punctis, & iungatur EF. Dico eam circuli EF diametrum esse.



Sumãtur in circũferentia circuli pũcta GH, & EG GF FH HE iũgãtur. Quoniã igitur
A AE quidẽ contingit, secat aũt EF, erit AEF angulus æqualis angulo, qui cõsistit in alterna circuli portione, videlicet EHF. & eadẽ ratione angulus DFE æqualis ẽ angulo
B C FGE, qui in altera portione cõsistit. ergo angulus EHF angulo EGF ẽ æqualis. & sunt æquales duobus rectis. quare uterque ipsorũ rectus est; & uterq; semicirculus EHF
D EGF. diameter igitur est EF ipsius EF circuli, quod demonstrare oportebat

COM-

COMMENTARIVS.

Erit AEF angulus æqualis angulo, qui consistit in alterna circuli positione, videli cet EHF. & eadē rōne angulus DFE æqualis ē angulo FGE, qui in alterna portione cō sistit] Ex 32. tertii elem. Græcus auctē codex. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αεζ γωνία τῇ ἐν τῷ ε ἐναλλὰξ τμήματι γωνία. lege ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνία. & paulo post ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ δζε ἐναλλαξ. lege ἴση ἐστὶ τῇ ἐν τῷ ἐναλλὰξ τμήματι γωνία τῇ ὑπὸ ζκε. A

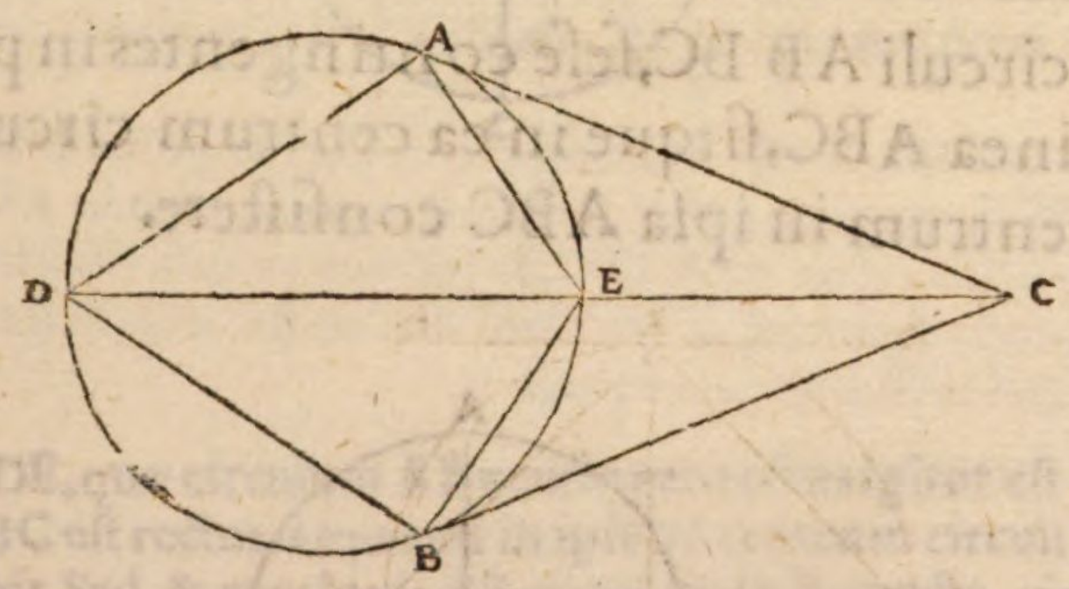
Ergo angulus EHF angulo EGF est æqualis] Est enim angulus AEF æqualis angulo DFE ex 29. primi elementorum. B

Et sunt æquales duobus rectis] Ex 22. tertii elementorum. C

Diameter igitur est EF ipsius EF circuli] Huius conuersa ab Apollonio demonstratur in 27. secundi libri conicorum, non solum in circulo, sed etiam in ellipsi. D

THEOREMA XCI. PROPOSITIO XCVII. LEM. II.

Sit circulus ABD, quem contingant rectæ lineæ BC CA; & angulus C bifariam secetur recta linea CD. Dico in CD circuli ABD centrum consistere. A



Iungantur DA AE DB BE. Et quoniā contingit quidē AC, secat autē CD, erit rectangulum DCE æquale quadrato ex CA. ergo angulus DAC est æqualis angulo AEC. & eadē ratione angulus DBC angulo BEC. sed angulo EAC æqualis ē angulus EBC. angulus igitur DAE āgulo DBE ē æqualis. ergo rectus uterq; ipsorū, & DE diameter est circuli ABD. Ex quo sequitur, ut in ipsa CD circuli ABD centrū consistat. B C D E

COMMENTARIVS.

Quem contingant rectæ lineę BC CA] A puncto C procedentes rectæ lineæ CA CB circulum contingant in punctis AB. A

Iungantur DA AE DB BE] Græcus codex καὶ} ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΔΑ ΑΕ ΔΒ ΒΕ. Ego legendum puto ἐπεζεύχθωσαν sine particula καὶ}. B

Et quoniam contingit AC, secat autem CD, erit rectangulum DCE æquale quadrato ex AE] Ex 36. tertii elementorum. C

D Ergo angulus DAC eſt æqualis angulo AEC] *Videtur hic locus in græco codice totus corruptus eſſe, qui ſic habet* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΓΔ γωνίᾳ διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΕ γωνία ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΓΔ γωνία, *neque enim angulus* DAC *æqualis eſt angulo* ACD, *neque* DAE *ipſi* BCD. *Sed forte legẽdum erit hoc pacto.* ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΕΓ γωνία. διὰ ταῦτα καὶ ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΕΓ ἀλλὰ τῇ ὑπὸ ΕΑΓ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΕΒΓ γωνία. *vereor tamen ne multa deſiderentur.*

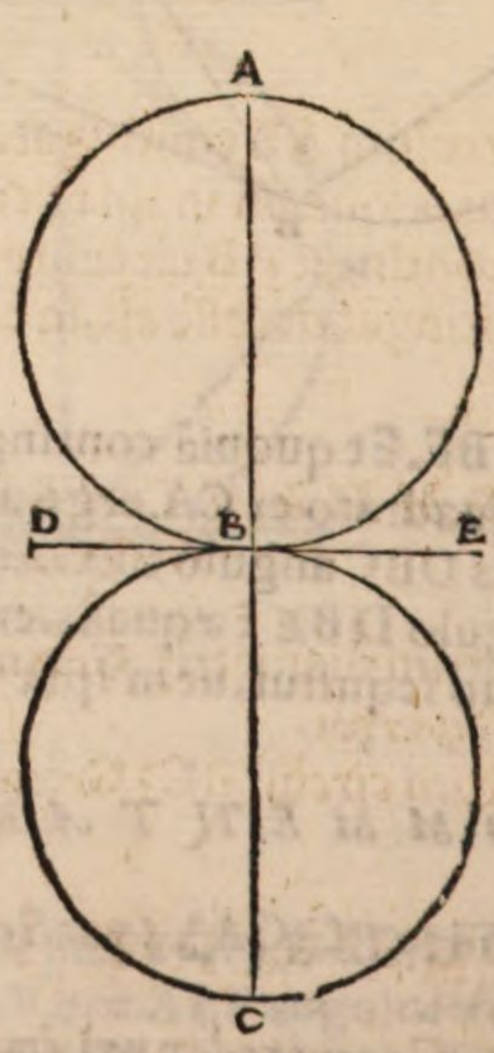
E Angulus igitur DAE angulo DBE eſt æqualis] *Ego hoc ita demonſtrarem. Quoniam* CA *quidem circulum contingit,* CD *vero ſecat, erit rectangulum* DCE *æquale quadrato ex* CA. *& eadem ratione idem rectangulum* DCE *æquale erit quadrato ex* CB. *quadratũ igitur ex* CA *æquale eſt quadrato ex* CB. *ideoque rectalinea* CA *rectæ* CB *eſt æqualis. Sed angulus* ACE *æqualis eſt angulo* BCE. *ergo & baſis* AE *baſi* EB, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales: videlicet angulus* CAE *angulo* CBE, *& angulus* AEC *ipſi* BEC. *Rurſus quoniam rectangulum* DCE *æquale eſt quadrato ex* CA, *ut* DC *ad* CA, *ita eſt* AC *ad* CE. *& ſunt circa æquales angulos latera proportionalia. triangulum igitur* CAE *ſimile eſt triãgulo* CDA. *Et eodem modo demonſtrabitur triangulum* CBE *ſimile triangulo* CDB. *ergo angulus* DAC *eſt æqualis angulo* AEC, *& angulus* DBC *angulo* BEC, *& obid angulus* DAC *æqualis eſt angulo* DBC. *Sed angulus* EAC *eſt æqualis angulo* EBC: *vt demonſtratum fuit. reliquus igitur angulus* DAE *reliquo* DBE *eſt æqualis.*

IN XII.

LEM. III.

THEOREMA XCII. PROPOSITIO XCVIII.

Sint duo circuli AB BC, ſeſe contingentes in puncto B, & ducatur recta linea ABC, ſitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum in ipſa ABC conſiſtere.

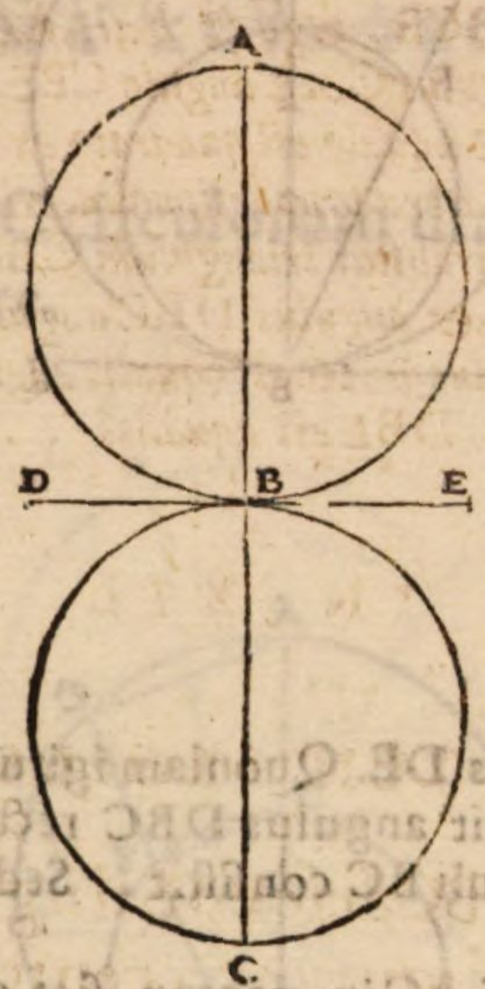


Ducatur DBE, quę vtrumque circulum contingat. rectus igitur eſt angulus ABD & qui deinceps angulus DBC eſt rectus; contingitque DE circulum BC centrũ igitur circuli BC in ipſa BC conſiſtit. Similiter & centrum circuli AB.

THEO-

THEOREMA XCII. PROPOS. XCIX. LEM. IIII.

Sint rursus AB BC circulorum diametri. Dico circulos AB BC se inuicem contingere. A



A B C D

Ducatur rursus DE, quæ circulum AB contingat. rectus igitur est angulus ABD, & qui deinceps DBC est rectus. atque est in ipsa *BC* centrum circuli BC, ergo DE circulum BC contingit. Sed & contingit AB circulum in B puncto. circulus igitur *AB* circulum BC in puncto B contingat necesse est, in eadem figura. B

COMMENTARIVS.

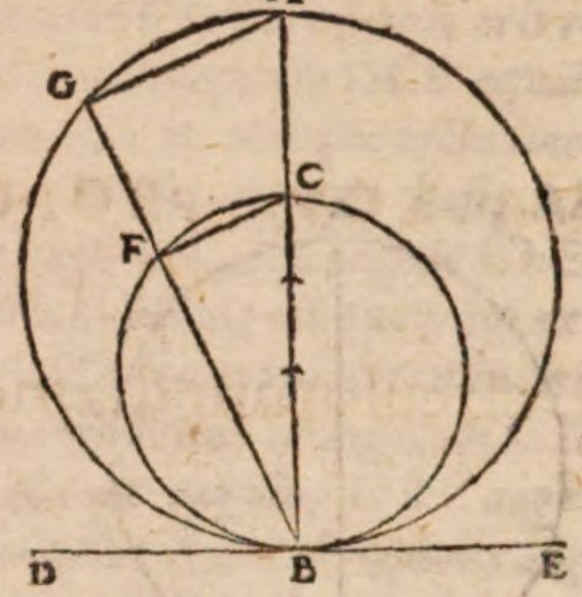
Sint rursus AB BC circulorum diametri] *Græcus codex* ἔστωσαν πάλιν αἱ ΑΒ ΒΓ κύ- A κλων *sed forte addendum erit* διάμετροι.

Atque est in ipsa BC centrum circuli BC] *Græcus codex corruptus est, in quo legitur,* B καὶ ἔστιν ἐκατέρα κέντρον ἡ ΒΓ.

THEOREMA XCIIII. PROPOS. C.

Sint duo circuli AB BC sese in puncto B contingentes, & ducatur ACB, sitque in ea centrum circuli AB. Dico & circuli BC centrum esse in ipsa BC.

Duca-



A B C Ducatur circulos contingens DE. Quoniam igitur DE circulum AB contingit, & per centrum ducitur AB; erit angulus DBC rectus ducta autem est a tactu BC. ergo in ipsa BC centrum circuli BC consistit. Sed & illud idem constat hoc modo.

D Si enim ducatur BFG, & CF AG iungantur, fiet angulus DBF æqualis vtrique ipsorum BAG BCF. ergo angulus CFB est æqualis angulo AGB. atque est angulus AGB rectus. rectus igitur est & BFC, & idcirco in ipsa BC est cētrū BC circuli. Eadem quoque ratione si ponamus centrum circuli BC esse in linea AB, ostendemus etiam in ipsa circuli AB centrum inesse.

COMMENTARIVS.

A Ducatur circulos contingens DE] *transibit ea necessario per punctum* B, *alioqui vtrosque circulos non contingeret.*

B Quoniam igitur DE circulum AB contingit, & per centrum ducitur AB] Græcus codex ἐπεὶ οὖν ἐφάπτεται ἡ ΔΕ τοῦ αβ κύκλου διὰ τοῦ κέντρου ἡ αβ, *vide ne legendum sit* διὰ δὲ τοῦ κέντρου ἡ αβ. *vel* καὶ διὰ τοῦ κέντρου ἡ αβ.

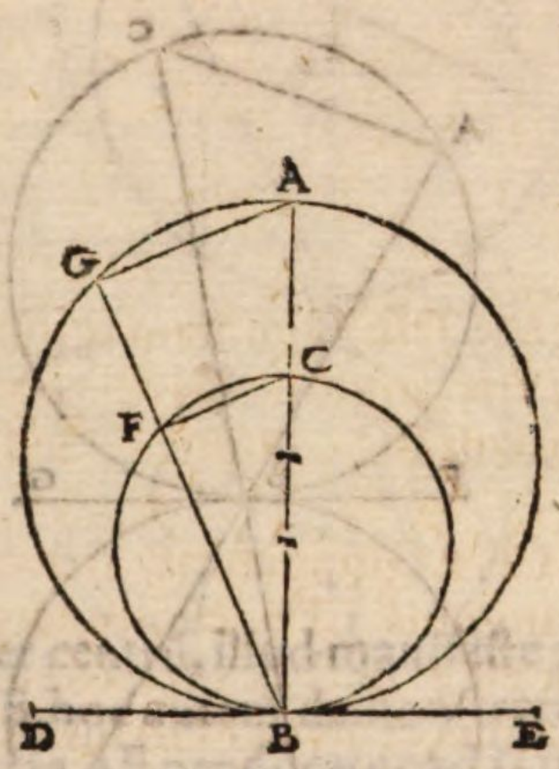
C Ducta autem est a tactu BC. ergo in ipsa BC centrum circuli BC consistit] Græcus codex καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς τῆς βε. ἐπὶ τὴν βγ τὸ κέντρον ἄρα ἐστὶ τοῦ βΓ κύκλου. *sed fortasse legendum erit.* καὶ ἦκται ἀπὸ τῆς ἁφῆς ἡ βΓ. ἐπὶ τῆς βγ ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶ τοῦ βγ κύκλου.

Si

Si enim ducatur BFG, & EF AG iungantur, fiet angulus DBF æqualis vtrique ipſorum BAG, BCF. ergo & angulus CFB eſt æqualis angulo AG*B*] *Græcus codex corruptus eſt, qui ſic habet.* ἐι γὰρ διαχθήτω ἡ βζ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αι γζ αη γένοιτο ἄν ἴση ἡ ὑπὸ δβζ γωνία ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν εζγ αηβ γωνία. *fortaſſe autem hoc pacto reſtituetur.* ἐι γὰρ διαχθήτω ἡ βζη, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γζαη, γένοιτο ἄν ἴση ἑκατέρα τῶν ὑπὸ τῶν βαη, βγζ. ἴση ἄρα ἐστὶ καὶ ἡ ὑπὸ γζβ γωνία τῇ αηβ. *angulus enim* DBF *ex* 32. *tertii elementorum æqualis eſt utrique ipſorum* BAG BCF. *& quoniam angulus ad* B *eſt communis utriſque triangulis* ABG CBF, *erit & reliquus* CFD *æqualis reliquo* AGB *æqualis.* D

THEOREMA XCV. PROPOS. CI. LEM. VI.

Sed rurſus ſint AB BC circulorum diametri. Dico circulos ſeſe inuicem contingere.



Ducatur recta linea DBE, quæ circulum AB contingat. erit angulus ABE rectus, atque eſt diameter BC. ergo DE circulum BC contingit in puncto B. Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto. Circulus igitur AB circulum BC in puncto B contingit, in eadem figura. A B

COMMENTARIVS.

Ergo DE circulum BC contingit in puncto B] *Græcus codex* ἡ ἄρα ἐφαπτομένη τοῦ αβγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον *ego legendum arbitror* ἡ δε ἄρα ἐφάπτεται τοῦ βγ κύκλου κατὰ τὸ β σημεῖον. *poſtea ſequuntur hæc.* ἐι γὰρ ἐκβληθείη ἡ γζ ἐπὶ τὸ δ, γένοιτο ἄν τὸ ὑπὸ γδζ ἴσον τῷ ἀπὸ αβ διὰ τὸ ὀρθὴν γίνεσθαι τὴν πρὸς τῷ ζ γωνίαν οὔσης τῆς πρὸς τῷ β ὀρθης. *quæ nos veluti ſuperuacanea omiſimus.*

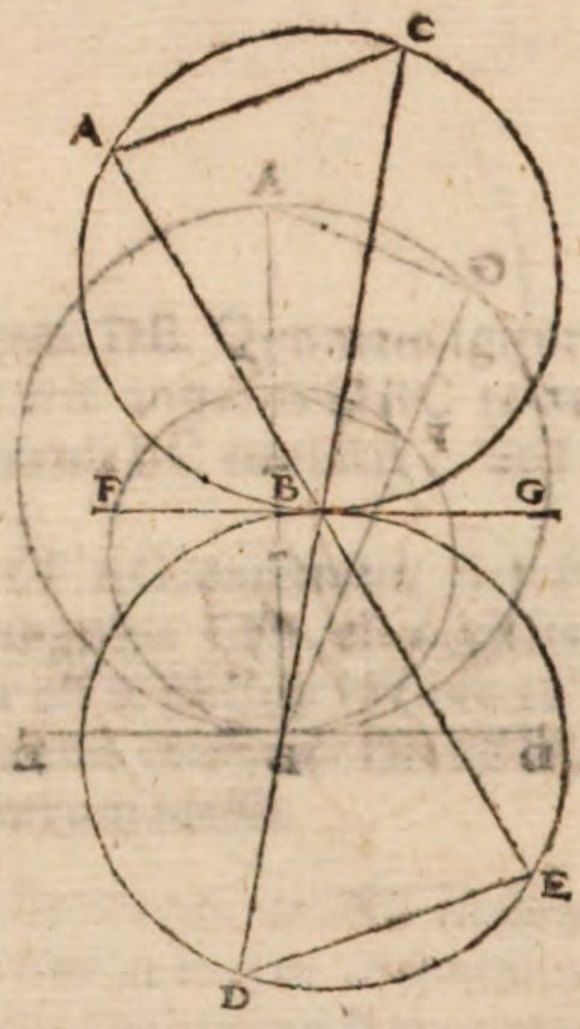
Sed & contingit circulum AB in eodem B puncto] *Græcus codex* ἀλλὰ γὰρ καὶ τοῦ αβ κύκλου. *libentius legerem* ἀλλὰ καὶ τοῦ αβ κύκλου.

IN

IN XVI.

THEOREMA CXVI. PROPOS. CII.

LE. VII Sint duo circuli ABC DEB se inuicem contingentes in pũcto B; & per B ducantur CBD ABE, iunganturque AC DE. Dico rectas lineas AC DE inter se parallelas esse.



Ducatur enim recta linea FG circulos contingens in B puncto. Et quoniam EF
A quidem circulum contingit, BA uero secat; erit angulus ABF angulo ACB æqualis:
2. tertii Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo EDB. angulus igitur ACB angulo
B. EDB æqualis erit. & sunt alterni. ergo AC ipsi DE est parallela. quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

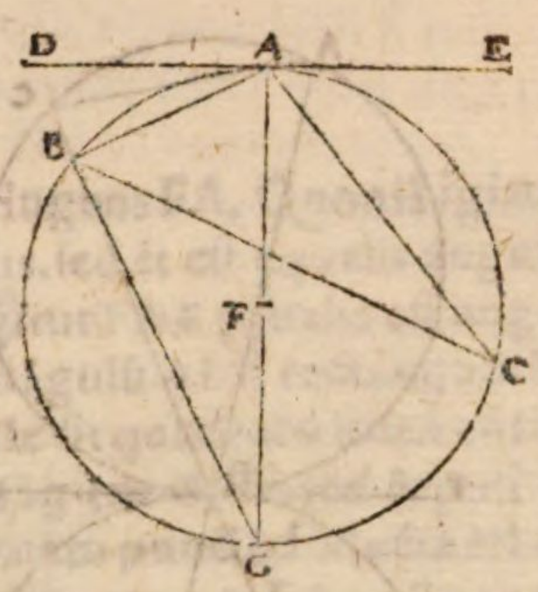
A Et eadem ratione angulus GBE æqualis angulo EDB] Græcus codex ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ εβη γωνία. lege τῇ ὑπὸ εδβ γωνία.

An-

Angulus igitur ACB angulo EDB æqualis erit] *Etenim æquales sunt* ABFGBE *anguli ex* 15. *primi elementorum. Græcus autem codex.* καὶ ἡ ὑπὸ αβγ ἄρα &c. *lege* καὶ ἡ ὑπὸ αγβ ἄρα.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIII.

Sit circulus ABC, iungaturq; AB BC AC: & a puncto A ducatur recta linea AE, ita vt angulus B angulo EAC sit æqualis. Dico DE circulum ABC in puncto A contingere. A B C



Si recta linea AC transit per centrũ, illud manifeste patet; fit.n. angulus EAC rectus, cũ rectus sit angulus ad B. hoc autem demonstratum est. Si vero non transit per centrum sit centrum F; & ducta AF producatur ad G iungaturque BG. rectus igitur angulus ABG. Et quoniam angulus quidem EAC angulo ABC est æqualis, angulus uero GAC in eadem portione est æqualis angulo GBC; erit totus EAG angulus æqualis angulo ABG. Sed angulus ABG est rectus. rectus igitur & EAG, atq. est AF semidiameter. ergo DE circulum ABC contingit. hoc enim demonstratum est. D

COMMENTARIVS.

Iunganturque AB, BC AC] *Græcus codex.* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ βγ. *ego addendum censeo* α γ. A

Ita ut angulus B angulo EAC sit æqualis] *Græcus codex* ὥστε ἴσην εἶναι τὴν γ γωνίαν τῇ ὑπὸ εαγ γωνία *lege* τὴν β γωνίαν. B

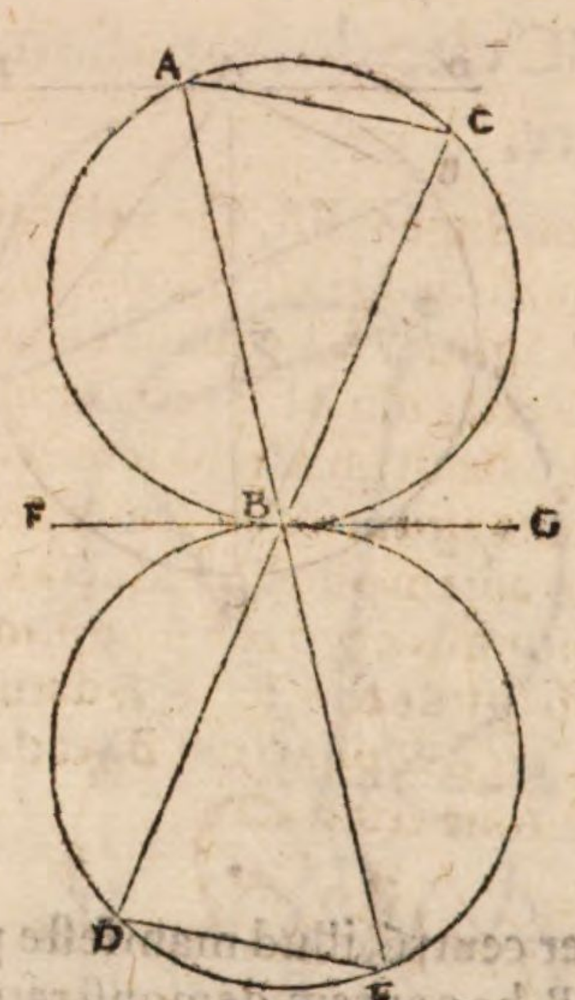
Dico DE circulum ABC in puncto A contingere] *Græcus codex.* ὅτι ἐφάπτεται ἡ δε τοῦ αβ κύκλου *lege* τοῦ αβγ κύκλου. C

Ergo circulum ABC contingit] *Ex* 16. *tertii elementorum. Græcus autem codex* ἐφαπτομένη ἄρα ἡ δε. *legendum, vt arbitror,* ἐφάπτεται ἄρα ἡ δε. D

LEM. IX.

THEOREMA XCVII. PROPOSITIO CIIII.

Quòd cum ita sit præcedentis conuersa demonstrabitur, nempe. Parallelis existentibus AC DE circulos ABC DBE se inuicem contingere in puncto B.



Ducatur rursus recta linea FG, circulum ABC contingens: ergo angulus ABF est æqualis angulo C. Sed angulus ABF est etiam æqualis angulo EBG. angulus autem D angulo C alterno est æqualis: & angulus GBE angulo *D*. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta linea FG circulum DB*E* contingit. sed & contingit circulum ABC in puncto B, circulus igitur ABC circulum DBE in puncto B contingit.

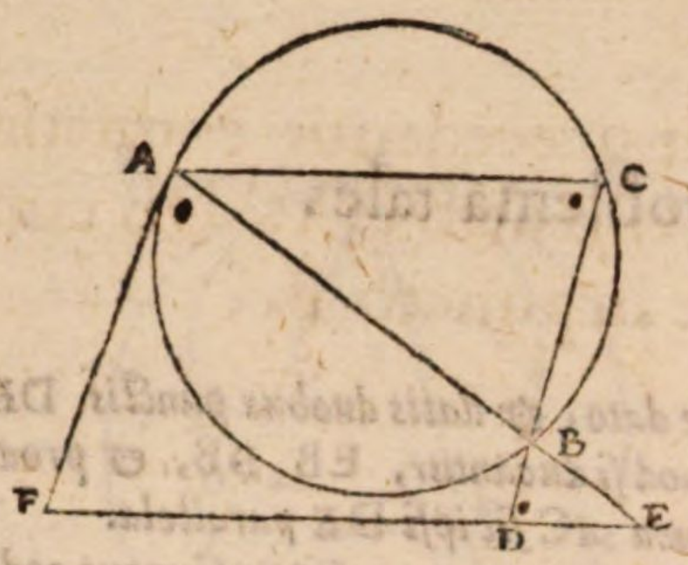
PROBLEMA IN IDEM.

LEM. X

PROBLEMA VII. PROPOS. CV.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE, A ab ipsis DE si inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipsi DE parallelam.

Factum



Factum iam sit,& ducatur contingens FA. Quoniã igitur AC parallela ẽ ipsi DE, angulus C angulo CDE est æqualis. sed ét est æqualis angulo FAE, etenim FA circulũ cõtingit,& AE secat angulus igitur FAE æqualis est angulo CDE, ac propterea in circulo sũt A BDF pũcta. ergo rectãgulũ AEB rectangulo FFD est æquale. datũ aũt est rectangulum AEB, quod æquale sit quadrato lineæ cõtingẽtis. quare & rectangulum DEF est datũ,& data DE. data igitur & EF. sed & positione, atque est datum pũctum E. ergo & ipsum F. A dato autem puncto F. ducta est recta linea FA, quę circulum ABC positione datum contingit. ergo & FA positione, & magnitudine datur. & est datum punctum F. datum igitur & A. sed & E datum. positione igitur est AE. est autem & circulus positione. ergo & punctum B. at datum est vtrumque ipsorum DE. vtraque igitur DB BE positione erit data. B C D E

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus quidem ABC: data autẽ duo puncta DE. & quadrato rectę lineæ contingentis ponatur æquale id, quod DE, & alia quadã linea EF cõtinetur. deinde a pũcto F ducatur recta linea FA, circulũ ABC cõtingens,& iũgatur AE. ducta uero DB producatur ad C,& AC iungatur. Dico AC ipsi DE parallelã esse. Quoniã. n. rectãgulũ FED æquale est quadrato rectæ lineæ contingentis,& eidem æquale est rectãgulũ AEB; erit AEB rectangulum rectangulo FED ęquale. In circulo igitur sunt FABD puncta, ideoq. FAE angulus æqualis ẽ angulo BDE. sed & angulus FAE æqualis ẽ angulo, qui in alterna circuli portione cõsistit, videlicet ipsi ACB. angulus igitur ACB angulo BDE est æqualis. & sunt alterni. ergo AC ipsi DE parallela sit necesse est. F

COMMENTARIVS.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE, ab ipsis DE si inflectatur DBE, & producatur, facere AC ipsi DE parallela] *græcus codex* θέσει δοθέντος κύκλου τοῦ αβγ καὶ δύο δοθέντων τῶν δε, ἀν δοθῆ ἡ δβε, καὶ ἐκβληθῆ ποιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε *qui locus corruptus uidetur, & fortasse eũ ita restituemus.* θέσει δοθέντος κύκλου &c. ἐὰν κλασθῆ ἡ δβε καὶ ἐκβληθῆ τοιεῖν παράλληλον τὴν αγ τῇ δε. *Eodem. n. loquendi modo usus est Pappus in quarto libro propositione 34.* θέσει ἡ διὰ τῶν αγ καὶ ἀπὸ δοθέντων ἐπ' εὐθείας τῶν αγ κεκλάσθω ἡ αβγ διπλασίαν ποιοῦσα τὴν ὑπὸ αγβ γωνίαν τῇ ὑπὸ γαβ. A

& in hoc eodem libro propositione 117 ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγ ζ ὥσε παραλλήλους εἶναι τὴν βη τῇ θζ. *& in Euclides seu* Theon. *in tertio libr. elementorum propositione* 20. κεκλάσθω ἡ πάλιν, καὶ ἔστω γωνία ἑτέρα ἡ ὑπὸ β δ γ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δε ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ η.

Erit autem problema tale.

Circulo ABC *positione dato, & datis duobus punctis* DE *inuenire in circuli circumferentia punctum* B, *ad quod si ducantur,* EB, DB, *& producantur in* AC *puncta, iunganturque* AC DE, *recta linea* AC *sit ipsi* DE *parallela.*

B Factum iam sit, & ducatur contingens FA] Græcus codex γεγονέτω καὶ ἤχθω ἐφαπτομένη ζα *lege* ἡ ζα.

C Ac propterea in circulo sunt ABDF puncta] *Quoniam enim angulus* FAB *est æqualis angulg* BDE, *& duo anguli* BDE BDF *sunt æquales duobus rectis; erunt & anguli* FAB BDF *duobus rectis æquales. ergo quadrilateri* ABDF *reliqui anguli* AFD DBA *duobus rectis æquales sunt: ex quibus sequitur per conuersam* 22. *tertii elementorum puncta* ABDF *in circuli circumferentia esse.*

D Data igitur & EF] *videlicet magnitudine ex* 53. *datorum.* Græcus codex δοθεῖσα ἄρα καὶ ἡ βζ. *lege* καὶ ἡ εζ.

E A dato autem puncto *F* ducta est recta linea FA, quæ circulum ABC positione datum contingit] Græcus codex ἀπὸ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτέται πρὸς εὐθείαν ἥκται ἡ ζαν. *sed legendum puto.* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου τοῦ αβγ ἐφαπτομένη εὐθεῖα ἥκται ἡ ζα.

F In circulo igitur sunt FABD puncta, ideoque FAE angulus æqualis est angulo BDE] Ex *conuersa* 36. *tertii elementorum sequitur quattuor puncta* FABD *in circuli circumferentia esse. ergo anguli* FAB BDF *sunt æquales duobus rectis ex* 22. *tertii. sed & duobus rectis æquales sunt anguli* BDF BDE. *dempto igitur communi angulo* BDF *reliquus* FAE *reliquo* BDE *æqualis erit. græcus autem codex corruptus est & mancus, qui sic habet* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνία *& fortasse ita restituetur.* ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβδζ σημεῖα ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζαε γωνία τῇ ὑπὸ βδε γωνία.

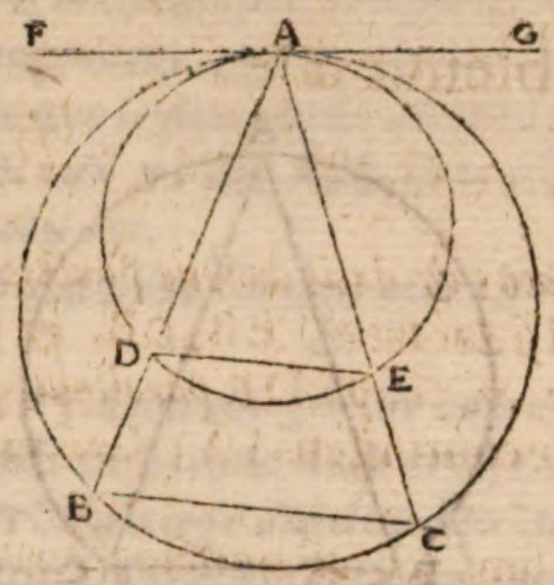
IN XIIII.

LEM. XI.

THEOREMA XCIX. PROPOSITIO CVI.

Sint duo circuli ABC ADE, qui sese in puncto A contingant, & a puncto A ducantur rectæ lineæ ADB AEC, & DE BC iungantur. Dico DE ipsi BC parallelam esse.

Ducatur



Ducatur a puncto A recta linea contingens FG. angulus igitur FAB vtriq; ACB AED eſt æqualis, & ob id ACB angulus æqualis eſt angulo AED. ergo DE ipſi BC eſt parallela. Sed ſit parallela DE ipſi BC. Dico circulos ABC ADE ſe mutuo contingere. Ducatur enim recta linea FG, quę circulum ABC contingat. ergo FAD angulus eſt æqualis angulo C. Sed angulus C æqualis eſt angulo E. angulus igitur FAD angulo E eſt æqualis. ideoque FG circulum ADE contingit; hoc enim ante demonſtratum eſt. circuli igitur ABC ADE in puncto A ſeſe contingunt. A B C D E F

COMMENTARIVS.

Ducatur a puncto A recta linea contingens FG] *Hoc eſt ducatur per punctum A recta linea contingens FG.* A

Angulus igitur FAB utrique ACB AED eſt æqualis] *Ex 32. tertii elementorum.* B

Ergo *DE* ipſi BC eſt parallela] *ex 28. primi elementorum.* C

Sed ſit parallela DE ipſi BC] *Deſiderantur hæc in græco codice. quare legendum puto* ἀλλὰ παράλληλος ἔστω ἡ ΔΕ τῇ ΒΓ. ὅτι ἐφάπτονται &c. D

Ideoque FG circulum ADE contingit, hoc enim ante demonſtratum eſt] *In propoſitione 103, & lemmate 8. ex præcedentibus.* E

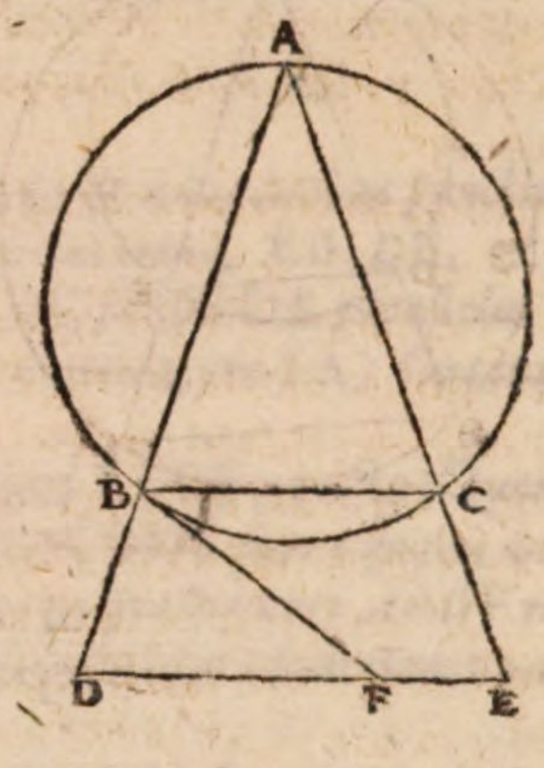
Circuli igitur ABC ADE in puncto A ſe mutuo contingunt.] *Hæc eſt principalis concluſio, quę in græco codice deſideratur:* F

PROBLEMA IN IDEM.

PROBLEMA VIII. PROPOS. CVII. LEM. XII.

Circulo poſitione dato ABC, & datis duobus punctis DE inflectere DAE, & facere BC ipſi DE parallelam.

Factum



Factum iam sit, & a puncto ducatur contingens BF. Itaque quoniam contingit
32. tertii quidem *BF*, secat autem *BC*, erit angulus *FBC* hoc esse *DFB* æqualis angulo **A**. *In*
B circulo igitur sunt AB *EF* puncta, & ideo rectangulum ADB rectangulo E*D*F est
29. prim. æquale. datum autem est ADB rectangulum, quod æquale sit quadrato contingen-
36. tertii tis. quare & rectangulum EDF est datum, & data DE ergo & DF. sed & positione, &
C datum punctum D. datum igitur, & F. à dato igitur puncto F ad circulum positione
53 dato- datum contingens ducta est FB. ergo F*B* positione est data, & datum punctum *B*.
rum. sed & D datum. positione igitur est B*D*. quod cum circulus *A*BB positione sit, da-
25 dato- tum erit & punctum A. est autem & C datum. vtraque igitur istarum DA A*E* posi
rum. tione data erit.

D
E
F

Componetur autem problema hoc modo.

Sit circulus ABC, data verò puncta D*E* & quadrato contingentis æqualæ ponatur
rectangulum EDF. atque a puncto F ducatur recta linea FB, qui circulum ABC cõ
G tingat: iunctaque DB ad A producatur, & iungantur *A*E BC. *D*ico BC ipsi DE pa-
H rallelam ess. Quoniam enim rectangulum E*D*F æquale est quadrato contingentis
& eidem æquale est rectangulum A*D*B, erit rectangulum ADB rectangulo *ED*F æ-
quale. In circulo igitur sunt puncta ABFE. ideoque angulus A, hoc est CBF est æ-
qualis angulo *B*FD; etenim B*F* circulum contingit, & BC secat & sunt anguli alterni
K ergo BC ipsi DE est parallela.

COMMENTARIVS.

A Circulo positione dato, & datis duobus punctis D*E* inflectere DAE, & facere *B*C ip-
si DE parallelam] *græcus codex* θὲσι δύτος τοῦ κύκλου τοῦ αβγ, καὶ δύο δοθέντων τῶν

δε

δὲ κλᾶν δοθέισαν τὴν δαε καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βγ τῇ δε. *sed ex iis, quæ in antecedenti dicta sunt forte legendum erit hoc modo.* καὶ δύο δοθέντων τῶν δε κλάζαι τὴν δαε καὶ ποιεῖν &c. *necesse enim est inuenire punctum B, ita vt ducta DBA AE, & iunctis DC, DE sit BC ipsi DE parallela.*

in circulo igitur ABEF pũcta] *Quoniã. n. angulus DFB est æqualis angulo A, & sũt anguli* B
DFB BFR *æqualis duobus rectis, erũt & quadrilateri ABFE anguli BAE BFE oppositi æquales duobus rectis puncta igitur ABFE in circulo sint necesse est ex conuersa 22. tertii elem.*

Datum autem est ADB rectangulum, quod æquale sit quadrato contingentis] C
Græcus codex corruptissimus est, in quo legitur δοθέν δέ τὸ ὑπὸ λαί̈σον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ δοθέντι. *ego legendum puto.* δοθὲν δὲ τὸ ὑπὸ αδβ, ἴσον γάρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ ἐφαπτομένης. *vel* ἴσον γὰρ τῷ ἀπὸ τῆς βζ δοθείσης.

Positione igitur est BD] *Ex 26. datorum. Græcus codex* θέσει ἄρα ἔστιν ἡ αδ. *ego legerem* D
ἡ βδ.

Datum erit & punctum A] *ex 25. datorum. græcus codex* δοθὲν ἄρα τὸ δ *lege* τὸ α. E

Vtraque igitur ipsarum DA AE positione data erit] *Ex 26. datorum. Græcus codex* F
δοθὲν ἄρα ἔστιν ἑκατέρα τῶν δα αε τῇ θέσει *lege* δοθεῖσα ἄρα ἐστιν &c.

Iunctaque DB ad A producatur] *Græcus codex* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβΓ ἐκβεβλήσθω G
ἐπὶ τὸ α. *lege* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δβ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α.

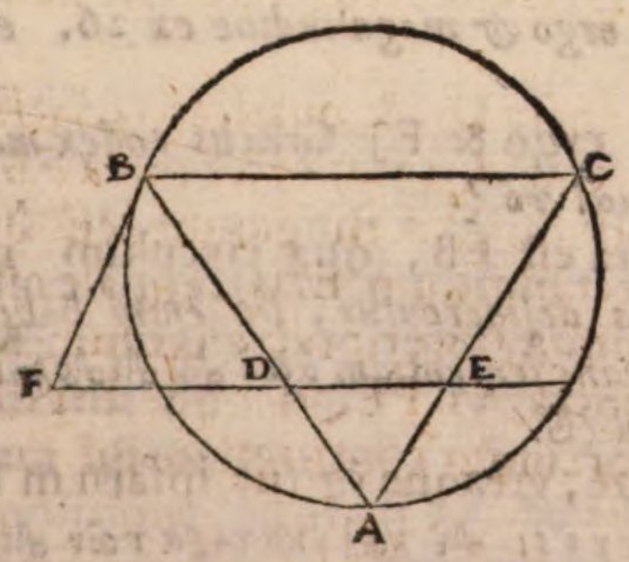
Quoniam enim rectangulum EDF æquale est quadrato contingentis, & eidẽ æ- H
quale est rectangulum ADB, erit rectangulum ADB rectangulo EDF æquale. in circulo igitur sunt puncta ABFE.] *Hoc loco in græco codice multa desiderantur, vt forte restituendus sit in hanc sententiam.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ εδζ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπὸ αδβ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης, ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ὑπὸ αδβ τῷ ὑπὸ εδζ. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αβζε σημεῖα.

Et sunt anguli alterni. ergo BC ipsi DE est parallela.] *Ex 27. primi elementorum. græ* K
cus codex καί ἐισιν ἐναλλάξ. ἄρα ἔστιν ἡ βγ τῇ δε. *lege* καί εἰσὶν ἐναλλὰξ παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ βγ τῇ δε:

PROBLEMA IN XVIII.

PROBLEMA IX. PROPOS. CVIII. LEM. XIII.

Circulo ABC positione dato, & datis duob. pũctis DE, ab ipsis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam.



Factum iam sit, & a puncto B ducatur recta linea BF, circulum ABC contingens.

gens. ergo angulus FBD est æqualis angulo C, hoc est angulo E. In circulo igitur
B iunt BFAE puncta. quare rectangulum EDA est æquale rectangulo FDE. datum au-
29 p. im. tem est BDA rectangulum etenim a puncto dato A ad rectam lineam positione da-
C tam acta est ADB, quæ datum angulum efficit. ergo & rectangulum EDE est da-
D tum, atque est data DE. data igitur & FD: estque datum punctum D, ergo & F ada
E to igitur puncto F ducta est FB, quæ circulum positione datum contingit. ergo po
57. da- si ne est B, ac propterea punctum B datum. sed & D positione igitur DB. est
torum. autem & circulus positione. ergo punctum A est datum. sed & vtrumque punctum
27. DE. vtraque igitur ipsarum DA AE positione data erit.
F
25.
G

Componetur autem problema hoc modo.

S Sit circulus ABC positione datus. data autem duo puncta DE, & ducatur recta linea ADB vtaumque, & rectangulo ADB ponatur æquale rectangulum EDF, hoc est ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC. Quoniam igitur angulus FBD est æqualis angulo ad E, in circulo enim sunt ABEF puncta, sed & FBD
K angulus angulo C est æqualis, contingit namque FB, & BA secat, erit & angulus C æqualis. ergo BC ipsi DE est parallela.

COMMENTARIVS.

A Ab ipsis DE inflectere DAE, & facere BC ipsi DE parallelam] *græcus codex* ἀπὸ τῶν ΔΕ κλ ἀν δοθῆ τὴν κλε, καὶ ποιεῖν τὴν ΔΕ παράλληλον τῇ βγ. *fortasse autem legendum erit.* ἀπό τῶν ΔΕ κλ κλάσαι τὴν ΔκΕ καί ποιεῖν τὴν βγ παράλληλον τῇ ΔΕ.

B In circulo igitur sunt BFAC puncta] *Ex conuersa 22. tertij elementorum.*

C Quare rectangulum BDA est æquale rectangulo FDE] *Ex 35. tertii elementorum.*

D Etenim a puncto dato A ad rectam lineam positione datam acta est ADB, quæ datum angulum efficit] *Græcus codex* ἀπὸ γὰρ δοθέντος τοῦ α εἰς θέσει δεδομένην γωνίαν διήκται ἡ αΔΒ. *vide ne aliqua desiderentur sequitur autem ex 30. datorum rectam lineam ADB datam esse positione. ergo & magnitudine ex 26. eiusdem rectangulum igitur ADB datum erit.*

E Estque datum punctum D ergo & F] *Græcus codex mancus est, in quo legitur* καὶ εἰσὶ δοθὲν τὸ Δ *adde* δοθὲν ἄρα καὶ τὸ ζ.

F A dato igitur puncto F ducta est FB, quæ circulum positione datum contingit] *In græco codice non nulla desiderentur, sic enim habet* κύκλου ἄρα ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ. *sed restituendus est in hanc sententiam* ἀπὸ δὴ δεδομένου σημείου τοῦ ζ θέσει δεδομένου κύκλου ἐφαπτομένη ἦκται ἡ ζβ.

G Sed & vtrumque punctum DE, vtraque igitur ipsarum DA AC positione data erit] *Ex 26. datorum græcus codex* εἰσὶ δὲ καὶ ἑκατερα τῶν ΔΕ δοθέντων δοθὲν ἄρα ἐστὶν ἑκατερα τῶν δα αε τῇ θέσει. *lege* ἔσι δὲ καὶ ἑκάτερον τῶν ΔΕ δοθὲν. δοθεῖσα ἄρα ἐστὶν ἑκατέρα τῶν δα αε τῇ θέσει

H Hoc est ducatur BF circulum ABC contingens, iungaturque AEC] *græcus codex* τουτέστι τοῦ υαβγ κύκλου ἐφαπτομένη ἤχθω ἡ βζ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γεα, *vereor tamen, ne aliqua desiderentur.*

Contin-

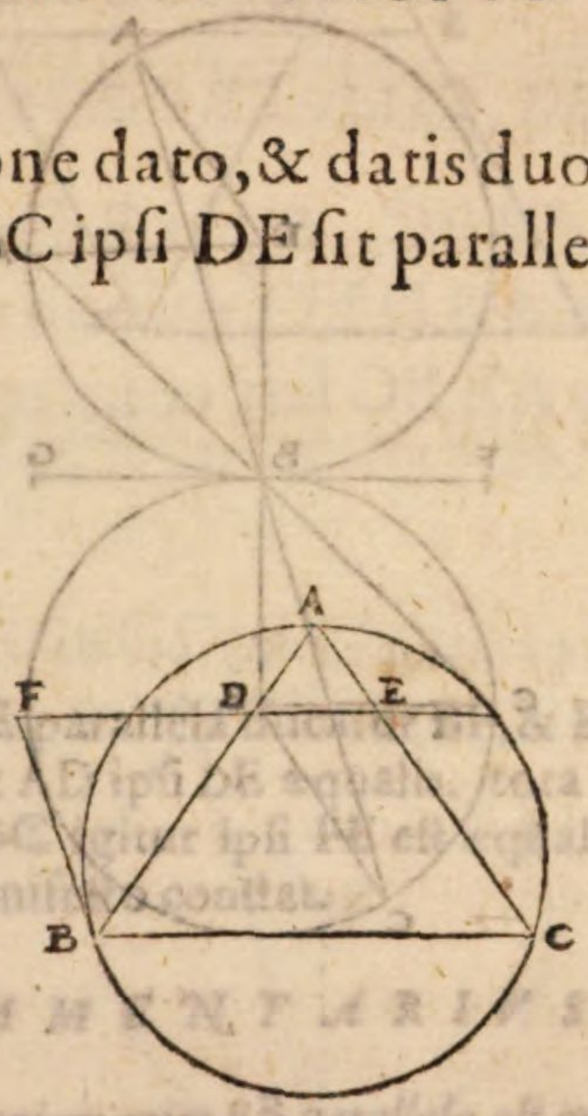
Contingit namque FB, & BA secat] Græcus codex ἐφάπτεται γὰρ ἡ ΑΒ τὴν ΒΓ. Nos tamen perspicuitatis caussa ita vertere maluimus. Hæc autē magis perspicua essent, si in hunc modum explicarentur. K

Ducatur per punctum D recta linea vtcumque ADB, & rectangulo ADB æquale ponatur rectangulum EDF. Ducta igitur FB vel circulum ABC contingit, vel non. Si quidem cōtingit, iungatur AE & producatur in C. Sin minus, ducatur a puncto F alia recta linea FB circulum contingens in B, & rursus ducantur BDA AEC. Quoniam igitur rectangulum FDE est æquale rectangulo BDA, erunt puncta ABEF in circuli circumferentia, & idcirco angulus FBA æqualis angulo FEA, sed & æqualis est angulo BCA: contingit enim FB, & secat BA. angulus igitur BCA æqualis est angulo FEA. quare BC ipsi DE est parallela. ex cōuer. 25. tertii. 21 tertii. 32 25. primi

PROBLEMA IN XIX.

PROBLEMA X. PROPOS. CIX. LEM. XIII.

Circulo ABC positione dato, & datis duobus punctis DE, inflectere DAE, ita vt BC ipsi DE sit parallela.



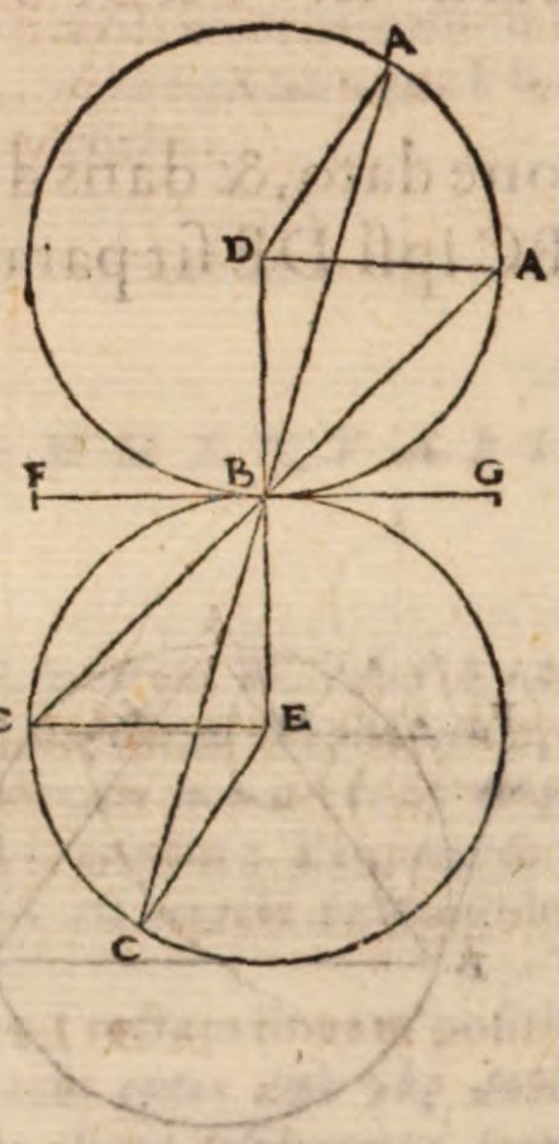
Factum iam sit, & ducatur recta linea circulum contingens BF. erunt igitur rursus in circulo AFBE puncta, & rectangulum ADB rectangulo EDF æquale erit. datum autem est ADB rectangulum. ergo & ipsum EDF. & data est DE. data igitur & EF. Sed etiam positione datum est punctum D. quare & F. positione igitur est BF. Sed & circulus. ergo punctum B est datum; & data DE puncta. vtraque igitur ipsarum DA AE data erit: quod similiter atque supra, demonstrabimus, & compositio similiter erit eadem, quæ supra.

IN XXIIII.

LEM. XV.

THEOREMA C. PROPOS. CX.

Cõtingant ſeſe duo circuli AB BC in gũcto B,& ſumãtur ipſorum centra DE, iungãturq; AD DB CE EB. Sit ãt AD ipſi CE parallela. Dico rectas lineas eſſe, quæ per DBE ABC tranſeunt.



18.tertii. Ducatur.n.recta linea FG, circulos AB BC cõtingẽs. ex cẽtro autẽ eſt DB. ergo angulus DBF eſt rectus. & eadẽ rõne rectus ẽ angulus FBE. recta igitur linea eſt, quæ
29.primi tranſit per DBE. Itaque quoniam AD eſt æqualis DB,& CE ipſi EB, erit ut AD ad DB, ita CE ad EB. & ſunt circa æquales angulos *DE* latera proportionalia, angulus
A igitur DBA eſt æqualis angulo CBE, atque eſt recta linea DBE. ergo etiam recta
B eſt, quæ per ABC tranſit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Angulus igitur DBA eſt æqualis angulo CBE] *Sequitur enim ex 7. ſexti triangulum ADB triangulo CEB ſimile eſſe.*

B Atque eſt recta linea DBE ergo etiam recta eſt, quæ per ABC tranſit] *Angulus namque ABD, hoc eſt EBE, CBA ſunt æquales duobus rectis. quare per 14. primi elementorum recta linea eſt ABC.*

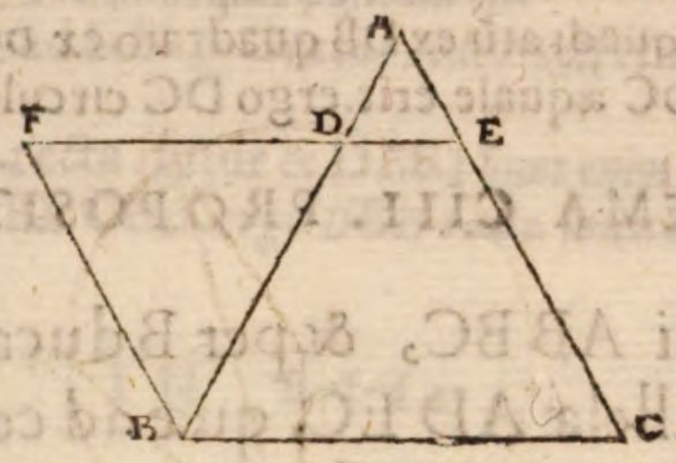
IN

IN XXV.

THEOREMA CI. PROPOS. CXI.

LEM. XVI.

Aequale existente AB ipsi BC, AD vero ipsi DE, & parallela existente DE ipsi BC, ostendendum est rectam lineam esse, quę per AEC transit.



Iungantur AE EC, & ipsi AE parallela ducatur BF, & ED ad F producatur. ergo DF est ęqualis DB. est autem & AD ipsi DE æqualis. tota igitur AB toti FE æqualis erit. sed AB est æqualis BC. & BC igitur ipsi FE est æqualis. atq; est parallela. recta igitur linea est AEC, quod manifesto constat. A B

COMMENTARIVS.

Ergo DF est ęqualis DB] *Quoniam enim* FB *parallela est ipsi* AE, *fient triangula* ADE BDF *similia inter se. quare ut* AD *ad* DE, *ita* BD *ad* DF. *Sed* AD *posita est æqualis* DE *ergo* BD *ipsi* DF *æqualis erit ex iis, quæ nos demonstrauimus ad* 16. *quinti elementorum.* A

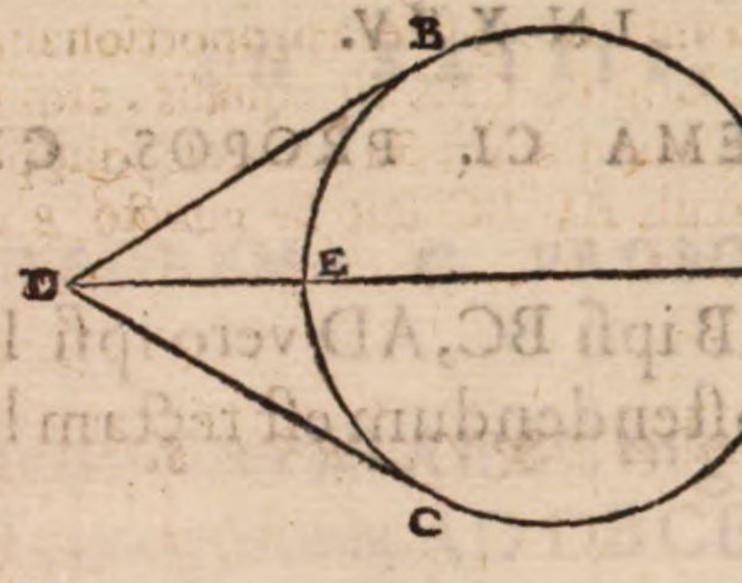
Atque est parallela: recta igitur linea est AEC, quod manifesto constat] *Anguli n.* BCE CEF *sunt duobus rectis æquales; & angulus* BFE *est æqualis angulo* BCE. *Sed est etiam æqualis ipsi* DEA *ob triangulorum similitudinẽ. angulus igitur* DEA *æqualis est angulo* BCE, *& ideo anguli* DEC DEA *duobus rectis æquales sunt. ergo recta linea est* EAC. B

IN XXXI.

THEOREMA CII. PROPOSITIO. CXII.

LEM. XVII.

Si sit circulus ABC, & ducãtur duæ rectæ lineæ BD DC, quę æquales sint, & cõtingat BD. Dico etiã DC circulũ contingere.

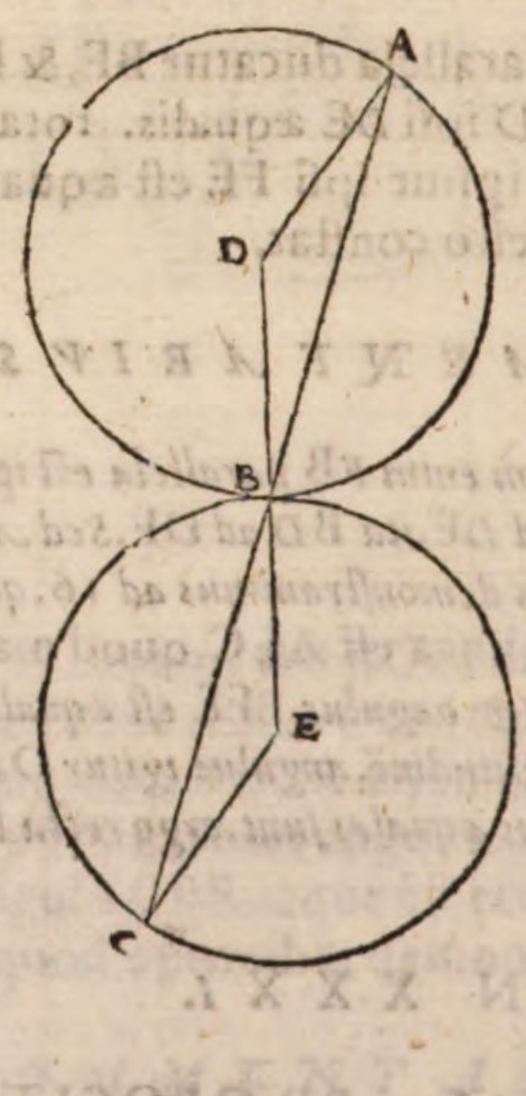


Hoc autem manifestum est. ducta namque DEA erit rectangulum ADE æqua-
le quadrato ex DB. sed quadratũ ex DB quadrato ex DC est æquale. rectangulũ igi-
37. tertii. tur ADE quadrato ex DC æquale erit. ergo DC circulũ ABC cõtingat necesse est.

LEM. XVIII.

THEOREMA CIII. PROPOSITIO CXIII.

Sint duo circuli AB BC, & per B ducatur quædã recta linea ABC, & duæ parallelæ AD EC, quæ ad centra circulorum pertineant. Dico circulos AB BC sese contingere in puncto B.



Sumantur circulorũ cẽtra DE, & DB BE iungantur. recta igitur linea est, quæ per
DBE

DBE transit, parallelæ enim sunt AD EC: & ut AD ad DB, ita est CE ad EB. fiunt autem duo triangula, vnum angulum vni angulo æqualem habentia, videlicet angulum A ipsi C, & circa alios angulos DE latera proportionalia. æquiangula igitur triangula sunt, & angulus ABD angulo CBE est æqualis. atq. est recta linea ABC. recta igitur & DBE. Itaque quoniam recta linea est, quę per centrum circulorum, & contactum transit: circuli AB BC sese in puncto B contingunt, quod 12 tertii oportebat demonstrare.

B 29 primi
C 7. sexti.
D 12 tertii

COMMENTARIVS.

Recta igitur linea est, quæ per DBE transit] *Hoc apparet ex iis, quæ deinceps sequuntur, non autem ex antecedentibus.*

A

Parallelæ enim sunt AD EC] *Græcus codex* παραλλήλος ἄρα ἔστιν ἡ ΑΔ τῇ ΓΕ *sed arbitror legendum.* παραλλήλος γὰρ *hoc enim ante positum est.*

B

Et ut AD ad DB, ita est CE ad EB] *Græcus codex* καὶ ἔστιν ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΑΒ. *lege* ὡς ἡ ΑΔ πρὸς ΔΒ.

C

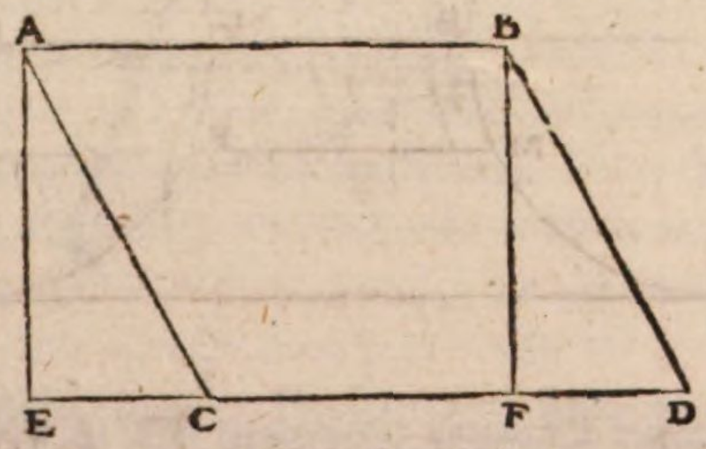
Atque est recta linea ABC. recta igitur & DBE] *Sunt enim anguli* DBA DBC *æquales duobus rectis, hoc est anguli* CBE CBD. *ergo* DBE *recta linea erit.*

D

IN LII.

THEOREMA CIIII. PROPOS. CXIIII. LEM. XIX.

Sit AB quidem parallela CD; AC vero ipsi BD æqualis, angulo ACD obtuso existente, & BDC acuto. Dico AD parallelogrãmum esse.



Quoniam enim obtusus est angulus ACD, acutus autem BDC, si a punctis AB ad ipsam CD perpendiculares ducantur, ea quidem, quæ a punc-

A 28 prim.

B

&to A ducitur extra *E* cadet, quæ verò a puncto B cadit intra D. itaque cadant, &
28 prim. sint D*E* *B*F. parallela igitur est *AE* ipsi BF. sed & AB ipsi CD, & sunt anguli ad EF
recti. ergo & FD est æqualis E*C*, totaque EF toti c*D*. æqualis igitur est & AB
C ipsi CD.

COMMENTARIVS.

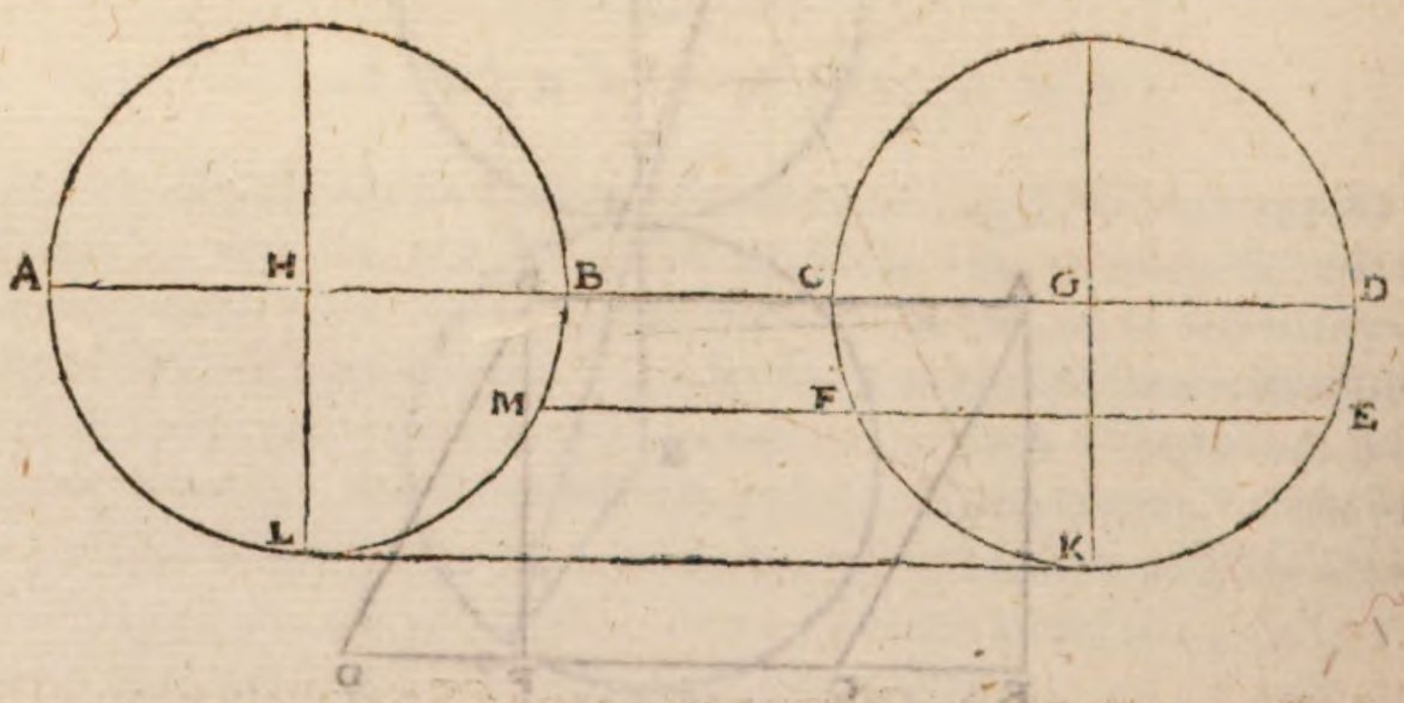
A Acutus autem BDC] *græcus codex* ὀξεια δὲ ἡ ὑπὸ αγδ. *lege* ἡ ὑπὸ βγδ.

B Ea quidem, quæ a puncto A ducitur extra C cadit, quæ verò a puncto *B* cadit intra D.] *Græcus codex* ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ α ἐκτὸς τοῦ γ ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ β ἐντὸς τοῦ δ. *videtur desiderari verbum* πίπτουσι.

C Ergo & FD est æqualis EC] *Quoniam enim parallelæ sunt* AE BF, *itemque* AB C*D*, *erit* A*F* *parallelogrammum*, *&* AE *æqualis* B*F*. *quòd cum anguli ad* EF *recti sint*, *quadratum ex* AC *æquale erit duoquadratis ex* AE EC. *& eadem ratione quadratum ex* BD
47. prim. *æquale quadratis ex* BF FD. *quadrata igitur ex* AE E*C* *quadratis ex* B*F* F*D* *æqualia sunt*, *ponebantur enim* A*C* B*D* *inter se æquales*. *ergo demptis vtrinque æqualibus quadratis ex* A*E* B*F*, *reliqua quadrata ex* E*C* F*D* *æqualia erunt*; *& ideo* EC F*D* *inter se æquales*. *græcus autem codex* ἴσαι ἄρα εἰσὶ καὶ ἡ βδ τῇ αγ. *ego legendum puto* ἡ ζδ τῇ εγ.

THEOREMA CV. PROPOSITIO CXV.

Sint duo circuli AB CD inter se æquales, & per centra ducatur AD, ipsi verò CD parallela EF. Dico EF productam etiam circulum AB secare.



A Sumantur circulorum centra GH, & a punctis GH ad rectos angulos ipsi AD
28. prim. ducantur GK HL. ergo GK est æqualis HL. sed & parallela: quare & KL ipsi GH est
B æqualis & parallela, & ob id anguli ad KL recti sũt, & sũt ex cẽtro GK HL. recta igi-
corol. 16 tur linea KL circulos contingit. Itaque perspicuum est eũ, quæ circulum CD cõtin-
tertii. git,

git, contingere etiam circulum AB. ergo EF secans circulum CD & ipsum AB secat. D
producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter CK continetur.

COMMENTARIVS.

Et a punctis GH ad rectos angulos ipsi AD ducantur GK, HL. ergo GK est æqua A
lis HL.] *Ex prima diffinitione tertii elementorum. Græcus autem codex corruptus est, & mancus, quem ita restituendum puto.* ἀπὸ τῆς Η θ σημείων τῇ ΑΔ ὀρθαὶ ἤχθωσαν αἱ ΗΚ ΘΛ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ΗΚ τῇ ΘΛ.

Quare & KL ipsi GH est æqualis, & parallela] *Ex 33. primi elementorum. Græcus au* B
tem codex. καὶ ἡ ΚΛ τῇ ΗΘ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος. *sed fortasse legendum est* καὶ ἡ ΚΛ ἄρα τῇ ΗΘ ἴση ἐστὶ καὶ παράλληλος.

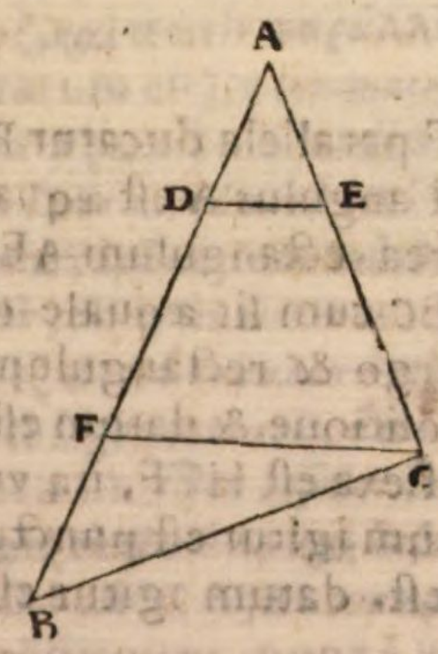
Itaque perspicuum est eam, quæ circulum CD contingit, contingere etiam circu C
lum AB] *Græcus codex* φανερὸν οὖν ἔτι ἡ τοῦ ΔΕ ἐφάπτεται καὶ τοῦ ΑΒ. *sed legendum arbitror* φανερὸν οὖν ὅτι ἡ τοῦ γὰρ ἐφαπτομένη ἐφάπτεται καὶ τοῦ ΑΒ.

Producta enim cadet inter BL, quemadmodum EF inter CK continetur.] *Græcus* D
codex hoc loco corruptissimus est, quem ego in eam sententiam restituendum arbitror.

THEOREMA CVI. PROPOS. CXVI.

LEM. XXI.

Sit DA quidem æqualis AE, BD vero maior, quam CE, & DE iungatur. Dico DE productam cum BC conuenire.



Ponatur ipsi CE æqualis DF, & CF iungatur. ergo CF parallela est ipsi DE, & con A
uenit cum BC. & DE igitur cum BC conueniet. B

COMMENTARIVS.

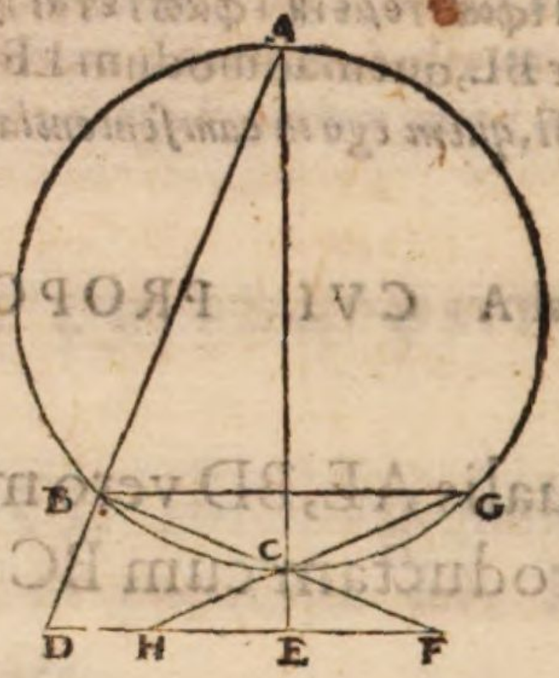
Ergo EF parallela est ipsi DE.] *Ex 2. sexti elementorum.* A
Et DE igitur cum BC conueniet] *Ex demonstratis a Proclo in commentariis in 29. pri* B
mi libri elementorum, & a Vitellione in 2. propositione primi libri.

PRO-

PROBLEMA IN IDEM.

PORBLEMA XI. PROPOSITIO CXVII.

A LEM. XXII. Circulo ABC positione dato; & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipsi CF.



B C D E F G

Factum iam sit, & per B ipsi DF parallela ducatur BG, & iuncta GC ad H producatur. angulus igitur *BGC*, hoc est angulus A est æqualis angulo CHF. ergo in circulo sunt ACHD pũcta. ac propterea rectangulum AEC æquale est rectangulo DEH datum autem est rectangulum AEC cum sit æquale quadrato eius lineæ, quæ a pũcto *E* ducta circulum contingit. ergo & rectangulum DEH est datum. atque data est *DE*. data igitur & EH. sed & positione. & datum est punctum E. quare & H. itaque a duobus punctis datis HF inflexa est HCF, ita vt *BG* ipsi HEF parallela sit. hoc autem ante demonstratum est datum igitur est punctum C. sed & E. ergo positione est CE, sed & circulus datus est. datum igitur est punctum A. est autem AD datum. ergo DA positione datur.

35. datorum. 27. datorum. 20. datorum. 25.

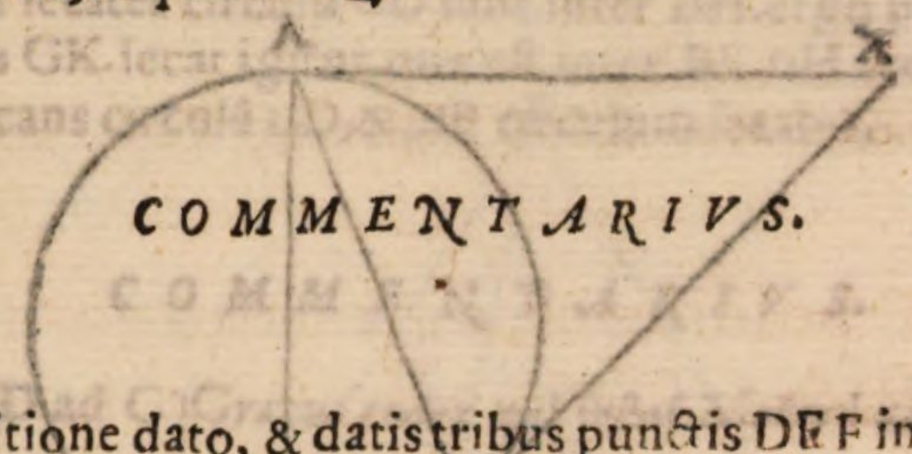
Componetur autem problema hoc modo.

H K L M

Sit circulus quidem ABC, data autem in recta linea tria puncta DEF. & quadrato eius lineę, quæ a puncto *E* ducta circulum contingit, æquale ponatur rectangulum DEH. & datis duobus punctis HF, ab ipsis in circulum inflectatur HCF, ita vt BG parallela sit HF. iunctaque EC ad A producatur. Dico rectam lineam esse, quæ per ABD transit. Quoniam vnumbuodq; quod rectangulorum AEC DEH æquale est quadrato lineæ a puncto E contingẽtis, erit rectangulum AEC æquale rectangulo DEH. In circulo igitur sunt puncta DHCA. & quoniam angulus BGC angulo

CHF

CHF est æqualis, angulus autem BGC æqualis angulo BAC in circulo, erit angulus BAC æqualis ipsi CHE: & sunt in circulo ACHD puncta. ergo AB in eadem N recta linea constituitur, in qua est BD.



COMMENTARIVS.

Circulo ABC positione dato, & datis tribus punctis DEF in recta linea, inflectere DAE, & facere BC in directum ipsi CF.] *Græcus codex* θ σει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας κἂν δοθεῖσαν τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. *sed forte legendũ erit ex iis, quæ ante dicta sunt.* θέσει ὄντος κύκλου τοῦ αβγ, καὶ τριῶν δοθέντων σημείων τῶν δεζ ἐπ' εὐθείας, κλάζαι τὴν δαε, καὶ ποιεῖν ἐπ' εὐθείας τὴν βγ τῇ γζ. A

Angulus igitur BGC, hoc est angulus A est æqualis angulo CHF] *Angulus enim* BGC *ex* 21. *tertii elementorum est æqualis angulo* A. *Sed & æqualis est angulo* CHF *ex* 29. *primi elementorum.* B

Ergo in circulo sunt ACHD] *Ex conuersa* 22. *tertii elementorum. sunt enim anguli* CHF CHD, *hoc est anguli* DAC CHD *duobus rectis æquales. hæc autem no addidimus, quæ in Græco codice desiderari videbantur. legendum igitur erit.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ βηγ γωνία, τουτέστιν ἡ τῇ ὑπὸ γθζ γωνία. ἐν κύκλῳ ἄρα ἐστὶ τὰ αγβδ σημεῖα. τὸ ἄρα ὑπὸ αεγ &c. C

Ac propterea rectangulum AEC æquale est rectangulo DEH] *ex* 36. *tertii elem.* D

Datum autem est rectangulum AEC, cum æquale sit quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Ex eadem* 36 *tertii. recta uero linea ex puncto* E *circulum contingens data est, tum positione, tum magnitudine, quod datum sit punctum* E, *& circulus* ABC *sit positione datus.* E

Itaque a duobus punctis datis HF inflexa est HCF, ita ut BG ipsi HEF sit parallela] *Græcus codex corruptus uidetur, qui sic habet.* γέγονε δὴ μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν δζ κλ. ἄν καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θκ. *sed forte legendum.* γέγονε δὴ μοι ἀπὸ δύο δοθέντων τῶν θζ κλάζαι τὴν θγζ, καὶ ποιεῖν παράλληλον τὴν βη τῇ θε. F

Hoc autem ante demonstratum est] *In lemmate* 10. *ex antecedentibus.* G

Et quadrato eius lineæ, quæ a puncto E ducta circulum contingit] *Græcus codex* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω τὸ ὑπὸ δεθ. *sed videtur legendum, ut infra,* καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ ε ἐφαπτομένης ἴσον κείσθω ὑπὸ δεθ. H

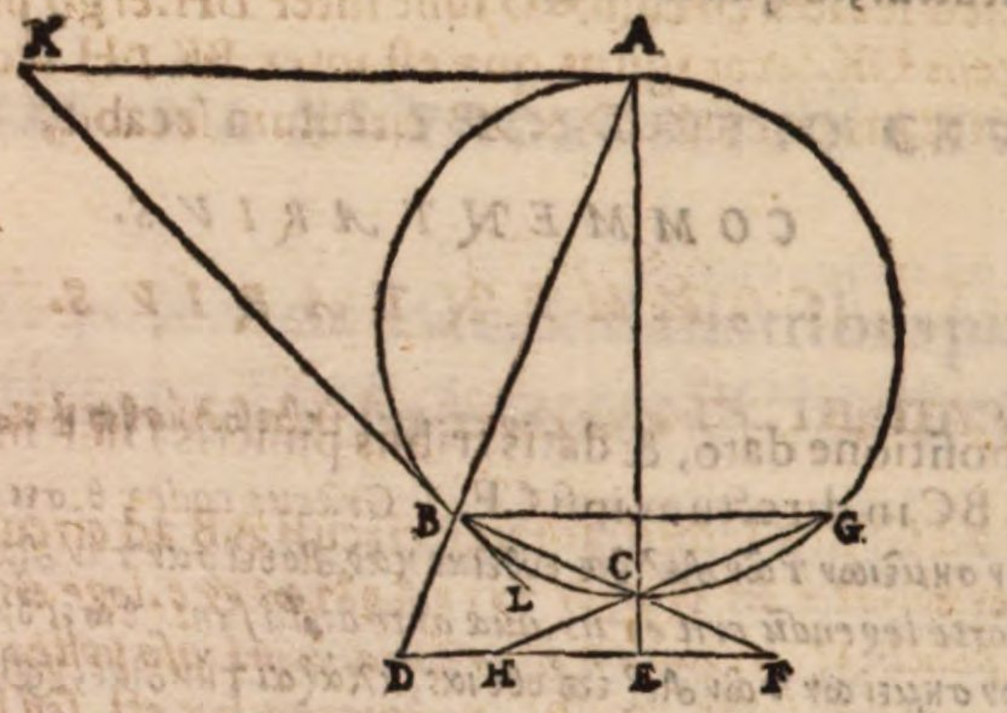
Et datis duobus punctis HF, ab ipsis in circulum inflectatur HCF] *Græcus codex* καὶ δυὸ δοθέντων σημείων τῶν θζ εἰς τὸν κύκλον ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω εὐθεῖα ὥσε παράλληλον εἶναι τὴν βη τῇ θζ. *sed forte legendum erit,* ἀπὸ τῶν θζ κεκλάσθω θγζ ὥσε &c K

Iunctaque EC ad A producatur] *Hæc desiderantur in græco codice, quæ nos suppleuimus. itaque legendum erit* καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ α. L

In circulo igitur sunt puncta DHCA] *Ex conuersa* 36. *tertii elementorum.* M

Ergo AB in eadẽ recta linea cõstituitur, in quaẽ BD.] *Quoniã. n. angulus* BAC *ẽ æqualis ipsi* CHE, *erũt anguli* BAE CHD *æquales duobus rectis, & sũt ĩ circulo* ADHC. *quadrilaterũ igitur ẽ* ADHC *in eo descriptũ, ex cõuersa* 22. *tertii, & propterea recta linea est* ABD *si quis. n. cõtẽdat nõ esse* ABD *vnã rectã lineã, sed duas & quinquelaterũ eẽ* ABDHC, *ducta recta linea* AD, *erit ãgulus* DAC *vel minor uel maior ãgulo* BAC, *& idcirco quadrilateri* AD *ãguli* DAC CHD *oppositi minores erũt, uel maiores duob. rectis, qđ minime eẽ põt. post hæc in græco codice nõnulla legũtur, quę fortasse supuacanea sũt, neq;. n. qđ sibi uelint satis intelligere possũ.* N

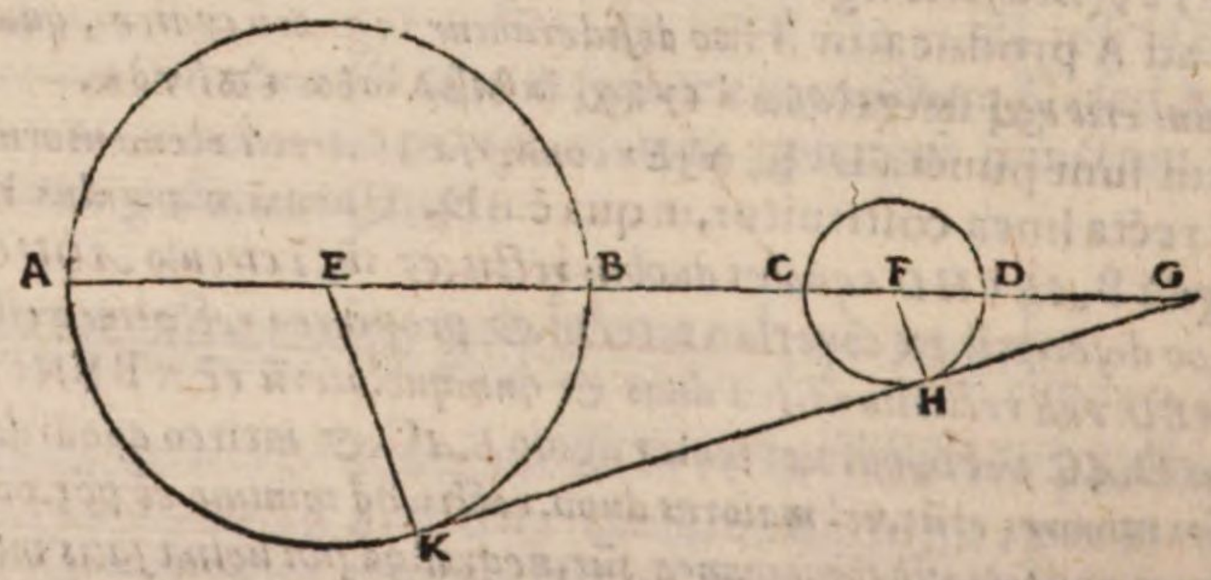
At uero ABD rectam lineam esse, etiam aliter ostendere licet, hoc modo.



Ducatur duæ rectæ lineæ AK BL circulum ABC contingentes in punctis AB, quæ conueniant in K, erunt AK KB inter se æquales, quod manifesto constat ex 36. tertii elem ergo angulus KAB est æqualis angulo KBA, hoc est angulo LBD ad verticem. sed angulo KAB æqualis est angulus ACB, etenim AK circulum contingit, & AB secat . angulus igitur LBD angulo ACB est æqualis. angulo autem BAC æqualis est angulus CBL. nam LB tangit, & BC secat. Sed tres anguli BAC ACB ABC sunt æquales duobus rectis. angulus vero CBD est æqualis duobus angulis BAC ACB. ergo anguli CBA CBD duobus rectis sunt æquales. ex quo patet ABD rectam lineam esse.

THEOREMA CVII. PROPOS. CXVIII.

A B Sint duo circuli AB CD, & producatur AD ad G, fiatque vt EG ad GF, ita semidiameter circuli AB ad circuli CD semidiametrum. Dico rectam lineam, quæ a puncto G ducta secat circulum CD, productam circulum quoque AB secare



Sumantur. n. circulorum centra EF, & a pũcto G ducatur GH, circulũ CD contingens, iungaturq; FH. & ipsi parallela ducatur EK. Quoniã igitur est vt EG ad GF, ita

EK

OK ad FH, recta linea est, quæ per CHK transit. & est angulus H rectus: rectus igitur est & K. quare si recta linea ducta a puncto G secat circulum CD, producta etiã AB circulum secabit. sed secãtes circulũ CD sunt inter DH. ergo producto inter KB erũt. atque est contingens GK. secat igitur quæ est inter BK DH sed eadem & circulũ AB secat. recta igitur secans circulũ CD, & AB circulum secabit, si a pũcto G ducatur. C

COMMENTARIVS.

Et producatur AD ad G] *Græcus codex* καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ κλ. *vide ne addendum sit* A ἕως τοῦ Η.

Fiatque ut EG ad GF, ita semidiameter circuli AB ad circuli CD semidiametrũ.] *Græcus codex* καὶ ποιείσθω ὡς ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΗΛ οὕτως &c. *lege* ὡς ἡ ΕΓ πρὸς τὴν Η ζ. *subintelligendum autem puncta* Η ζ *circulorum esse centra. quod ipse postea infert.* B

Recta linea est, quæ per GHK transit] *Perspicuum hoc est, sed tamen nos lemmate ostendimus in commentariis in* 10. *libri Archimedis, de iis, quæ in aqua uehuntur.* D

PRIMVS LIBER TACTIONVM HABET PROBLEMATA SEPTEM.

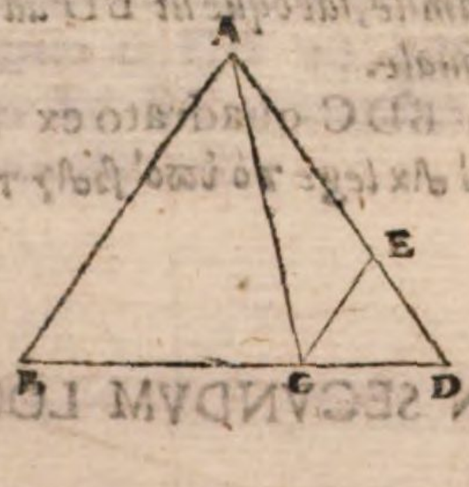
SECVNDVS PROBLEMATA QVATTVOR.

PLANORVM LOCORVM LIBER SECVNDVS.

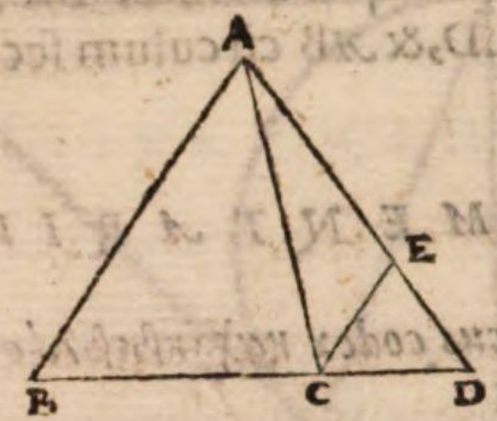
IN PRIMVM LOCVM SECVNDI LIBRI.

THEOREMA CVIII. PROPOS. CXIX. LEM. XXIII.

Sit triangulum ABC, & ducatur vtcumque recta linea AD. sitq; ut BD ad DC, ita quadratum ex BA ad quadratum ex AC. Dico rectangulum BDC quadrato ex AD æquale esse. A



Ducatur per C ipsi AB parallela CE. ẽ igitur ut *BD* ad *DC*, ita AB ad *CE*; & ita quadra A



B tum ex AB, ad rectangulum, quod AB & CE continetur. Vt autem BD
ad DC, ita erit quadratum ex BA ad quadratum ex AC. ergo rectangulum con
C tentum AB & CE quadrato ex AC est æquale. ob proportionem igitur, & circa
æquales angulos alternos. quare angulus CAD est æqualis angulo B, & pro-
D pterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit. hoc autem ma-
nifesto patet.

COMMENTARIVS.

A Est igitur ut BD ad DC, ita AB ad CE] *Ob similitudinem triangulorum* ABD ECD.

B Et ita quadratum ex AB ad rectangulum quod AB & CE continetur] *Ex lemmate in 23. decimi elementorum.*

C Ob proportionem igitur, & circa æquales angulos alternos, &c.] *Quoniam enim rectangulum contentum* AB CE *æquale est quadrato ex* AC, *vt* BA *ad* AC, *ita erit* AC *ad* CE. *& cum circa æquales angulos alternos* BAC ACE *latera proportionalia sint, triangulum* BAC *simile est triangulo* ACE. *& angulus* ABD *æqualis angulo* CAD. *Sed angulus* D *est communis utrique. ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum* BAD *triangulo* ACD *est simile, ideoque ut* BD *ad* DA, *ita* AD *ad* DC, *rectangulum igitur* BDC *quadrato ex* AD *est æquale.*

D Et propterea rectangulum BDC quadrato ex AD æquale erit] *Græcus codex* ὥστε ἴσον ἔσται τὸ ὑπὸ βαγ τῷ ἀπὸ λα *lege* τὸ ὑπὸ βλγ τῷ ἀπὸ λα.

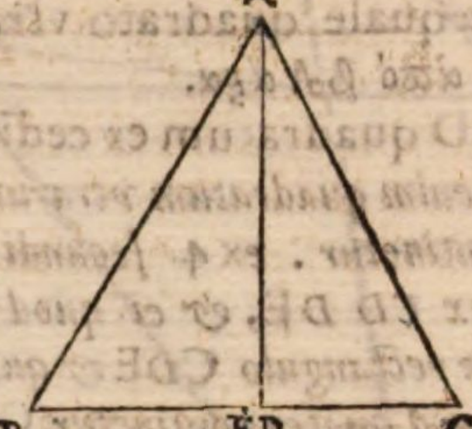
IN SECVNDVM LOCVM.

THEOREMA CIX. PROPOS. CXX.

A Sit triangulum ABC, & perpendicularis AD. Dico excessum quadratorum ex BA AC quadratorum ex AD DC

excess-

excessui æqualem esse. quòd si BC bifariam secetur in puncto E, erit quadratorum ex BA AC excessus id, quod bis BC, & ED continetur.



Excessum igitur quadratorum ex BA AC æqualem esse excessui quadratorum ex AD DC perspicue constat. est enim quadratum quidem ex AB æquale quadratis ex BD DA. quadratum uero ex AC quadratis ex AD DC æquale. Quo igitur quadratum ex AB excedit quadratum ex AC, eodem quadrata ex AD DB excedunt quadrata ex AD DC: & dempto communi quadrato ex AD, quo reliquum quadratum ex BD excedit quadratum ex DC, eodem & quadratum ex AB quadratum ex AC excedet. quadratorum autem ex BD DC excessus est id, quod bis BC ED continetur. ergo & quadratorum ex AB AC excessus idem erit.

At vero quadratorum ex BD DC excessum esse id, quod bis continetur BC ED, hoc modo demonstrabimus.

Quoniam enim BE æqualis est EC, erit BD æqualis utrisque CE ED: & quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE ED. Sed utrarumque CE ED quadratum excedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED, hoc est eo, quod bis continetur BC DE. excessus igitur quadratorum ex BD DC, est id, quod bis BC DE continetur.

COMMENTARIVS.

Dico excessum quadratorum ex BA AC quadratorum ex BD DC excessui æqualem esse] *Græcus codex* ὅτι μέν ἡ τῶν ἀπὸ βα αγ ὑπεροχὴ *lege* ἡ τῶν ἀπὸ β α αγ ὑπεροχή.

Quod si BC bifariam secetur in puncto E, erit quadratorum ex BA AC excessus id, quod bis BC & ED continetur] *Græcus codex* ἐὰν δὲ ἡ βγ δίχα τμηθῇ

τὸ

τόε ἢ τῶν ἀπὸ βΔ ἔσι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εΔ. *lege* ἐὰν δὲ ἡ βγ δίχα τμηθῆ τῶ ε, ἡ τῶν ἀπὸ βα αΓ ὑπεροχὴ ἔσι τὸ δὶς ὑπὸ βΓ εΔ. *posset etiam legi* ἢ τῶν ἀπὸ βΔ ΔΓ ὑπεροχή. *sed illud magis placet.*

C Est enim quadratum quidem ex AB] *græcus codex* ἔσι γάρ τὸ μὲν ἀπὸ τῶν αβ, *lege* τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ αβ, *vel potius* τὸ μὲν ἀπὸ αβ.

D Quadratorum autem ex *BD* DC excessus est id, quod bis BC ED continetur] *Hoc deinceps probat. græcus codex* τῶν δὲ ἀπὸ βΔ ΔΓ, τὸ δὶς ὑπὸ βγ εΔ. *sed legendum puto :* τῶν δὲ ἀπὸ βΔ ΔΓ ὑπεροχὴ ἔσι τὸ δὶς ὑπὸ βγ εΔ.

E Ergo & quadratorum ex AB AC excessus idem erit] Hæc *est conclusio secundæ partis, quæ pendet ex eo, quod proxime demonstratur.*

F Et quadratum ex BD æquale quadrato vtrarumque CE ED] *græcus codex* καὶ τὸ ἀπὸ εΔ ἄρα *lege* καὶ τὸ ἀπὸ βΔ ἄρα.

G Sed vtrarumque CE ED quadratum ex cedit quadratum ex CD eo, quod quater continetur CED] Est *enim quadratum vtrarumque* CE ED *æquale quadratis ex* CE ED; *& ei, quod bis* CED *continetur. ex* 4. *secundi elementorum. quadratum autem ex* CE *rursus est æquale quadratis ex CD* DE, *& ei. quod bis* CDE *continetur. sed ex* 3. *eiusdem rectangulum* CED *est æquale rectangulo* CDE *& quadrato ex ED. Quadratum igitur vtrarũque CE ED æquale erit ei, quod quater continetur* CED *vnà cum quadrato ex CD. ac propterea excedet quadratum ex* CD *eo, quod qnater CED continetur.*

H Hoc est eo, quod bis continetur bC DE] *est enim BC ipsius* CE *dupla.*

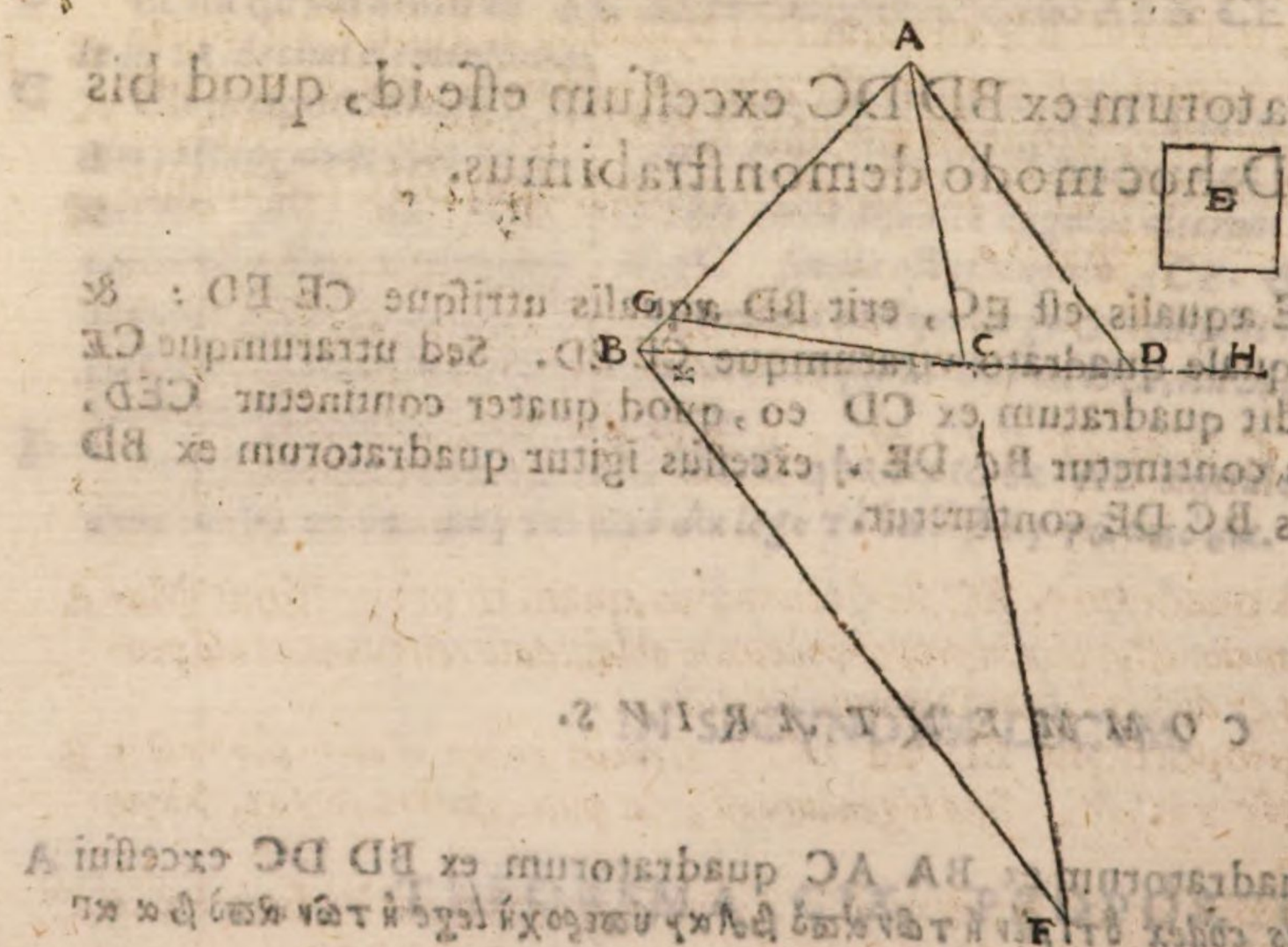
IN EVNDEM SI NON SIT PROPORTIO AEQVALIS.

AD AEQVALE.

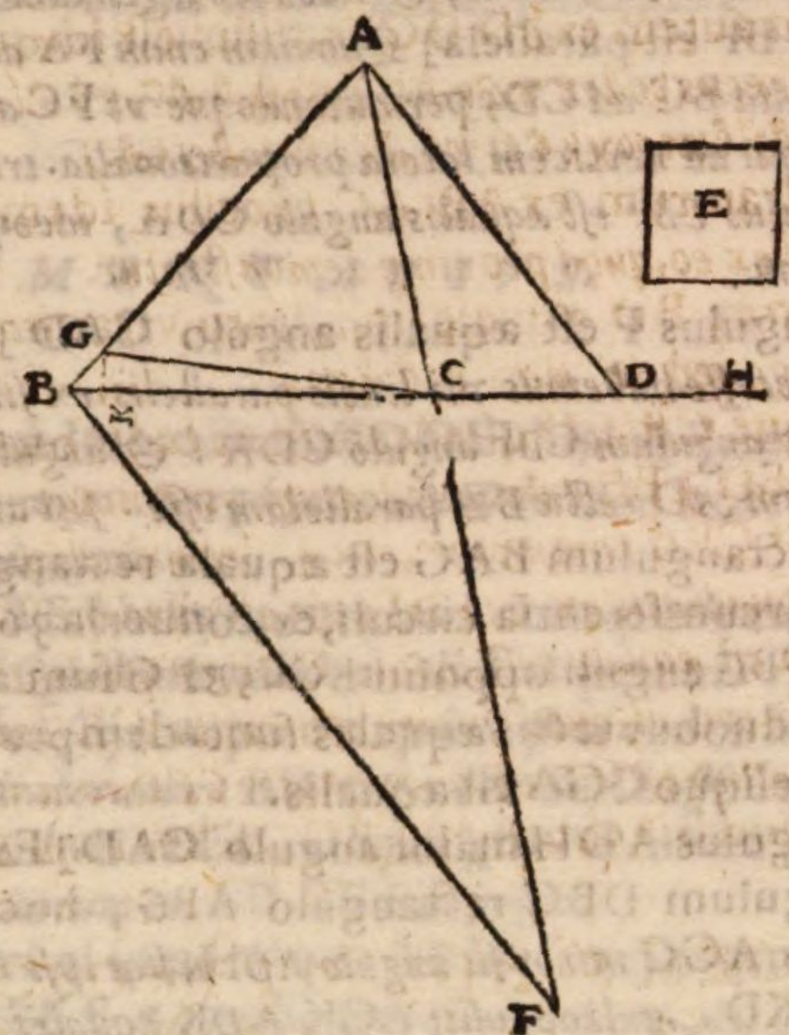
THEOREMA CX. PROPOSITIO CXXI.

LEM. III.

Sit triangulum ABC, & quadratum ex BA quadrato ex AC
A sic dato maius, quàm in proportione. datum autem E: & pro-
B portio sit BD ad DC. Dico rectangulũ DBC spatio E maius esse.
C



Auferatur enim datum spacium, quod sit ABG: reliqui igitur videlicet rectanguli BAG



BAG ad quadratum ex AC proportio est data, nempe eadem, quæ BD ad DC. po- E
natur rectangulo BAG æquale rectangulum FAC. erit rursus reliqui rectan- F
guli FAC ad quadratum ex AC. hoc est rectæ lineæ FA ad AC proportio eadem,
quæ BD ad DC. ergo AD ipsi BE est parallela; & idcirco angulus F est æqua- G H
lis angulo CAD. Sed angulus F æqualis est angulo AGC. quare angulus K
AGC angulo CAD est æqualis. atque est angulus ADH maior angulo CAD. L
angulus igitur ADH est maior angulo AGC. ergo rectangulum DBC rectangulo M
ABG, hoc est dato spacio E maius erit.

COMMENTARIVS.

Et quadratum ex BA quadrato ex AC sit dato maius, quam in proportione] *Ma-* A
gnitudo magnitudine dato maior est, quam in proportione, cum ablatc dato reliquum, ad idē pro-
portionem datam habuerit ex diffi. 11. *libri Datorum Euclidis.*

Datum autem E, & proportio sit BD ad DC] *Græcus codex* δοθέν μὲν τῷ ε B
λόγῳ δὲ τοῦ τῆς βδ πρὸς τὴν δγ. *Sed legendum est, ut puto,* δοθὲν μὲν τὸ ε, λόγος
δὲ ὃν τῆς βδ πρὸς τὴν δγ.

Dico rectangulum DBC spacio E maius esse.] *Græcus codex* ὅτι μεῖζον ἐστὶ τὸ ὑπὸ C
βδγ τοῦ ε χωρίου. *lege ut infra,* τὸ ὑπὸ δβγ τοῦ ε χωρίου.

Reliqui igitur, uidelicet rectanguli BAG ad quadratum ex AC proportio est da- D
ta] Ex *diffinitione iam dicta. Sunt enim rectangula* ABG BAG *æqualia quadrato ex* BA

ex

ex 2. secundi element. græcus aũt codex λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ βαη *legẽdũ arbitror.* λοιποῦ ἄρα.

E Nempe eadem, quæ BD ad DC] *græcus codex* ὁαὐ τὸς τῶ τηs βδ πρὸς τὴν αγ. *lege* πρὸς τὴν δΓ.

F Erit rursus reliqui rectanguli FAC ad quadratum ex AC] *græcus codex:* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ ζαγ πρὸς τὸ ἀπὸ αγ *& hoc loco legendum arbitrer.* λοιποῦ ᾶρα.

G Ergo AD ipsi BF est parallela] *Quoniam enim FA ad AC. est vt BD ad DC, erit dividendo, vt FC ad CA, ita BC ad CD, permutandoque vt FC ad CB, ita AC ad CD. & sunt circa æquales angulos, qui ad verticem, latera proportionalia. triangula igitur FCB ACD æquiangula sunt, & angulus CBF est æqualis angulo CDA, ideoque AD ipsi BF est parallela ex 27. primi elementorum.*

H Et idcirco angulus F est æqualis angulo CAD] *Ex 29. eiusdem quamquam ad hoc probandum non necesse habemus vti lineis parallelis. ex similitudine enim triangulorum FCB ACD sequitur & angulum CBF angulo CDA. & angulum BFC angulo CAD æqualem; & ob id rectam lineam AD rectæ BF parallelam esse. sed angulus F æqualis est angulo AGC.*

K Quoniam rectangulum BAG est æquale rectangulo FAC, erunt quattuor puncta GBFC in circumferentia circuli, ex conuersa 36. tertii elementorum, & idcirco quadulareri CFBG anguli oppositi BGC, BFC sunt æquales duobus rectis. sed & anguli BGC CGA duobus rectis æquales sunt. dempto igitur communi angulo BGC, reliquus BFC reliquo CGA est æqualis.

L Atque est angulus ADH maior angulo CAD] *Ex 16. primi elementorum.*

M Ergo rectangulum DBC rectangulo ABG, hoc est dato spacio E maius erit] *Nam cum angulus AGC minor sit angulo ADH, fiat ipsi ADH æqualis angulus AGK. itaque quadrilareri AGKD anguli oppositi AGK ADK æquales sunt duobus rectis, & AGKD puncta in circuli circumferentia erunt, ex conversa 22. tertii. ergo rectangulum ABG rectangulo DBK est æquale. sed rectangulum DBC maius est rectangulo DBK, quòd CB sit maior, quàm BK. rectangulum igitur DBC rectangulo ABG, videlicet spacio E dato est maius.*

23. prim.

IN TERTIVM LOCVM.

THEOREMA CXI. PROPOSITIO CXXII.

LEM. IIII. Sit triangulum ABC, & ducatur quædam recta linea AD, quę ipsam BC bifariam secet. Dico quadrata ex BA AC quadratorum ex AD DC dupla esse.

A Ducatur perpendicularis *AE*. erunt quadrata ex B*E* E*C* quadratorum ex BD DE dupla.

dupla. est autem & quadratum ex AE bis sumptum vna cum quadrato ex DE bis sumpto duplum quadrati ex AD; & quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE bis sumpto quadratis ex BA AC sunt æqualia: Quadrata igitur ex BA AC quadratorum ex AD DB, hoc est quadratorum ex AD DC dupla erunt. B C

COMMENTARIVS.

Erunt quadrata & BE EC quadratorum ex BD DE dupla] Ex 9. *secundi elementorum græcus codex* τὰ λὲ ἀπὸ τῶν ΑΕ ΕΓ τετράγωνα διπλάσια ἐσὶ τῶν &c. *ego legendum puto* τὰ λέ ἀπὸ τῶν ΒΕ ΕΓ τετράγωνα. A

Est autem & quadratum ex AE bis sumptum una cum quadrato ex DE bis sumpto duplum quadrati ex AD.] *Quadrata enim ex* AE ED *quadrato ex* AD *sunt æqualia ex* 47. *primi elementorum ex quibus sequitur per* 12. *quinti quadrata ex* BE EC *vnà cum quadratis ex* AE ED *bis sumptis quadratorum ex* BD DE AD *dupla esse. quorum quadratum ex* ED *bis sumptum duplum est quadrati ex* ED. *reliqua igitur quadrata ex* BE EC *una cum quadrato ex* AE *bis sumpto quadratorum ex* AD DB *sunt pupla.* B

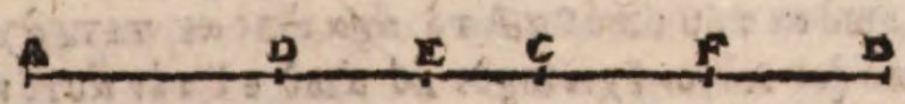
Et quadrata ex BE EC una cum quadrato ex AE bis sumpto quadratis ex BA AC sunt æqualia] *quadrata enim ex* BE EA *æqualia sunt quadrato ex* AB, *quadrata vero ex* AE EC *quadrato ex* AC *sunt æqualia ex* 47. *primi.* C

Quadrata igitur ex BA AC quadratorum ex AD DB, hoc est quadratorum ex AD DC dupla sunt] *græcus codex* τὰ ἄρα ἀπὸ βα αΓ διπλάσια ἐσὶ τῶν ἀπὸ αδ δε τετραγώνων, τουτέσι τῶν ἀπὸ Γδ ἐκ τετραγώνων. *sed legendum arbitror* διπλάσια ἐσί τῶν ἀπὸ αδ δβ τετραγώνων, τουτέσι τῶν ἀπὸ γδ δκ τετραγώνων. D

THEOREMA CXII. PROPOS. CXXIII.

LEM. V.

Proportione existente AB ad BC, & spacio CA AD contento si ipsarum DB BC media proportionalis BE sumpta fuerit, ostendendum est quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.



Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quæpiã FE ad EC. ob proportionẽ igitur & diuidendo ut AC ad CB, ita est FC ad CE. quare & tota AF ad totã BE ẽ ut AC ad CB, & permutando ut FA ad AC, ita EB ad BC. ut autẽ EB ad BC, ita DE ad EC, qđ BE sit media proportionalis. ut igitur FA ad AC, ita est DE ad EC, & spaciũ spacio æquale. ergo quod cõtinetur AF EC, æquale ẽ cõtẽto A C DE. sed quod AF EC cõtinetur excedit rectangulũ AEC rectangulo FEC. & quo rectangulũ ex AF EC excedit rectangu A B C D E F

lum AEC, eo & rectangulum ex ACDE idem rectangulum excedit. rectangulum
G igitur ex ACDE maius est, quam rectangulum AEC rectangulo FEC. sed quo rectangulum ex ACDE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit, ergo quadratum ex AE maius est, quam rectangulum CAD rectangulo FEC: rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC. quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD.

COMMENTARIVS.

A Ob proportionem igitur, & diuidendo, vt AC ad CB, ita est FC ad CE] *Quoniam enim vt AB ad BC ita est FE ad EC, erit diuidendo vt AC ad CB, ita FC ad CE.*

B Quare & tota AF ad totam BE est ut AC ad CB] *ex 12. quinti libri elementorum.*

C Vt autem EB ad BC, ita DE ad EC, quod BE sit media proportionalis] *facta est enim BE proportionalis media inter DB, & EC, quare vt DB ad BE, ita EB ad BC, diuidendoque vt DE ad FB, ita EC ad CB; & permutando vt DE ad EC, ita EB ad BC.*

D Et spacium spacio æquale] *Nam rectangulum contentum FA AE æquale est ei, quod AC DE continetur. ex 16. sexti elementorum.*

Sed quod AF EC continetur excedit rectangulum AEC rectangulo FEC] *Rectangulum enim contentum AF EC ex 2. secundi elementorum est æquale duobus rectangulis, videlicet rectangulo AEC, & rectangulo FEC. quare rectangulum AEC excedit rectangulo FEC. græcus codex* τὸ δὲ τετράκις ὑπὸ αζ γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ. *sed vt opinor legendum erit.* τὸ δὲ ὑπὸ αζ γε τοῦ ὑπὸ αεγ ὑπερέχει τῷ ὑπὸ ζεγ.

F Et quo rectangulum ex AF EC excedit rectangulum AEC, eo & rectangulum ex AC DE idem AEC rectangulum excedit rectangulum igitur ex AC DE maius est, quam rectangulum AEC rectangulo FEC.] *græcus codex* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αεγ, μεῖζον ἐστι τῷ ὑπὸ ζεγ *sed in eo multa desiderari videntur, vt fortasse ita restituendus sit.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αζ γε τοῦ ὑπὸ αεγ, τοῦτο ὑπερέχει καὶ τὸ ὑπὸ αγ δε, τοῦ ὑπὸ αεγ. τὸ ἄρα ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αεγ μεῖζον ἐστι τῷ ὑπὸ ζεγ.

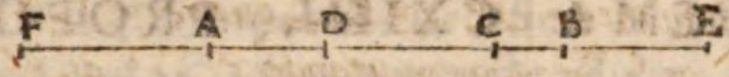
G Sed quo rectangulum ex AC DE excedit rectangulum AEC, eo & quadratum ex AE rectangulum CAD excedit. ergo quadratum ex AE maius est, quam rectangulum CAD rectangulo FEC. rectangulum autem FEC ad quadratum ex EC eandem proportionem habet, quam AB ad BC] *græcus codex.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αγ δε τοῦ ὑπὸ αεγ, τοῦτο ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ αε τοῦ ὑπὸ δεΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ αΓ τετράγωνον. τοῦ ὑπὸ ΓαΔ μεῖζον ἐστι τῷ ζελογον ἔχει τὸ ἀπὸ εΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βΓ. *sed mendose, vt opinor. fortasse vero ita legendum est.* ᾧ δὲ ὑπερέχει τὸ ὑπὸ αΓ δε τοῦ ὑπὸ αεΓ, τοῦτο ὑπερέχει καὶ τὸ ἀπὸ αε τοῦ ὑπὸ ΓαΔ τὸ ἄρα ἀπὸ αε τετράγωνον τοῦ ὑπὸ ΓαΔ μεῖζον ἐστὶ τῷ ζεΓ. τὸ δὲ ὑπὸ ζεΓ λόγον ἔχει πρὸς τὸ ἀπὸ εΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βΓ. *quamquam hoc multa deesse iure marito existimari potest. non enim satis aperte quod propositum est, concludit. esset autem illud manifestum hoc modo.*

Quoniam enim rectangulum ex AC DE æquale est rectangulo & AF EC, rectangulo autem ex AC DE æquale est rectangulum AED vna cum rectangulo DEC, 1. secũdi *& rectangulo ex AF EC rursus est æquale rectangulum ex AD EC una cum duobus rectangulis DEC FEC, ablato communi DEC relinquetur rectangulum AED æquale rectangulo ex AD EC una cum FEC,* 2. secũdi *addatur utrique rectangulum EAD. erit rectangulum AED una cum EAD, hoc est quadratum ex AE æquale rectangulo ex AD EC una cum rectangulis EAD FEC. sed rectangulo ex AD EC una cum EAD æquale est CAD rectangulum.*

gulum, quadratum igitur ex AE æquale est rectangulo CAD vna cum ipso FEC; ac propterea maius est, quam rectangulum CAD, rectangulo FEC. rectangulum vero FEC ad quadratum ex EC est vt FE ad EC, videlicet vt AB ad BC. ergo quadratum ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD, quod demonstrare oportebat. 1. sexti.

THEOREMA CXIII. PROPOS. CXXIIII.

Sit proportio AB ad BC, spacium verò contentum CAD. si ipsarum DB BC media proportionalis sumatur BE. Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse, quàm in proportione AB ad BC, rectangulo CAD. LEM. VI. A B



Fiat enim vt AB ad BC. ita alia quædam FE ad BC. deuidendo igitur & reliqua ad reliquam, est vt FA ad BE, ita AC ad CB. & permutando ut FA ad AC, ita EB ad BC. vt autem EB ad BC, ita DE ad EC. ergo & ut FA ad AC, ita DE ad EC; & spaciũ spacio æquale. Quod igitur FA CE continetur æquale est contento ACDE. commune apponatur rectangulum AEC una cum rectangulo CAD. quare totum, uidelicet quadratum ex AE est æquale toti rectangulo FEC una cum CAD. quadratum igitur ex AE quadrato ex EC maius est, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD. etenim FEC rectangulum ad quadratum ex EC eandem proportionẽ habet. C D E F G H

COMMENTARIVS.

Si ipsarum DB BC media proportionalis sumatur BE] *græcus codex* ἐὰν τῶν ΔΑ ΑΒ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ ΒΕ. *legendum puto* ἐὰν τῶν ΔΒ ΒΓ μέση ἀνάλογον ληφθῇ ἡ ΒΕ. A

Dico quadratum ex AE quadrato ex EC maius esse, quam in proportione AB ad BC rectangulo CAD] *in græco codice pro* ΓΑΔ *mendose vt opinor, legitur* ΒΑΔ. B

Fiat enim ut AB ad BC, ita alia quædam FE ad EC.] *græcus codex* ὄντως ἄλλη τις ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΒ. *sed videtur legendum* ὡὐτως ἀλλητις ἡ ΖΕ πρὸς τὰν ΕΓ. C

Diuidendo igitur, & reliqua ad reliquam est ut FA ad BE ita AC ad CB] *Quoniam enim vt* AB *ad* BC, *ita* FE *ad* EC, *erit diuidendo vt* AC *ad* CB, *ita* FE *ad* CE. *quare reliqua* FA *ad reliquam* BE *est vt* AC *ad* CB. *græcus codex* διελὸντι ἄρα καὶ λοιπὴ πρὸς λοιπὴν ἐαν ὡς ἡ ΖΓ πρὸς τὴν ΓΕ, *sed legendum puto* ὡς ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΒΕ. D

Vt autem FB ad BC, ita DE ad EC] *Erat enim vt* DB *ad* BE, *ita* EB *ad* BC. *quare per* 12. *quinti elementorum* DE *ad* EC *est vt* EB *ad* BC. *græcus codex mancus est, in quo legitur.* ὅυτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΓ. *legendum autem est.* ὡς ἄρα ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΓ, οὕτως ἡ ΕΔ πρὸς τὴν ΕΓ. E

F Ergo & vt FA ad AC, ita DE ad EC, & ſpacium ſpacio æquale] *Sequitur enim ex 16. ſexti elementorum, rectangulum contentum* FA CE *æquale eſſe ei, quod* AC DE *continetur. Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΑ πρὸς τὴν ΑΓ, οὕτως ἡ ΔΓ πρὸς τὴν ΓΕ. *lege* οὕτως ἡ ΔΕ πρὸς τὴν ΓΕ.

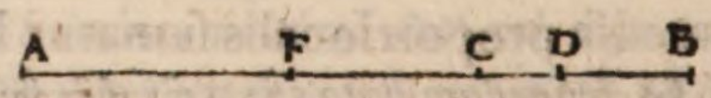
G Quod igitur FA CE continetur æquale eſt contento AC DE] *Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ τῶν ΖΑ ΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ ΕΔΓ. *lege* τῷ ὑπὸ ΕΔΑΓ.

H Commune apponatur rectangulum AEC vna cum rectangulo CAD quare totum, videlicet quadratum ex AE eſt æquale toti rectangulo FEC vna cum CAD.] *Rectangulum enim ex* AC DE *æquale eſt rectangulo* ACD *& rectangulo* ACE. *Sed rectangulo quidem* ACD *vna cum rectangulo* CAD *eſt æquale quadratum ex* AC. *rectangulo autem* ACE *una cum quadrato ex* AC *æquale eſt rectangulum* EAC: *& duobus rectangulis* EAC, AEC *quadratum ex* AE *eſt æquale. Rurſus duobus rectangulis, videlicet rectangulo contento* FA CE, *&* AEC *æquale eſt rectangulum* FEC. *quadratum igitur ex* AE *rectangulo* FEC *una cum rectangulo* CAD *æquale erit. Græcus codex* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΔΕΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΑΔ ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ ΔΕ ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c. lege* κοινὸν προσκείσθω τὸ ὑπὸ ΑΕΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΓΑΔ ὅλον ἄρα τὸ ἀπὸ ΑΕ ἴσον ἐστὶ ὅλῳ, *&c.*

LE. VII

THEOREMA CXIIII. PROPOS. CXXV.

A Sit recta linea AB, & duo puncta CD. Dico ſi quadratum ex AD, & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC ad CB, & inſuper id, quod ad quadratum ex CD eandem, quam AB ad BC proportionem habet.



Fiat enim ut AC ad CB, ita FD ad DB. ergo & componendo, & reliqua ad
B C reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc eſt rectangulum contentum AF
CD ad quadratum ex CD, vt AB ad BC. quod igitur ad quadratum ex
D DB eandem proportionem habet, quam AC ad CB, eſt rectangulum
FDB. & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportionem, quam AC
ad

ad CB est rectangulum ACB. Sed ad quadratum ex CD proportionem ha- E
bens eandem, quam AB ad BC est id, quod AF CD continetur. Itaque dico
quadratū ex AD vna cum rectangulo FDB æquale esse rectangulo BAC una cum
eo, quod AF CD continetur. auferatur enim commune rectangulum CAD.
Dico reliquum ADC rectangulum una cum FDB æquale esse ei, quod continetur F
AC DB vna cum contento AF CD. Rursus commune auferatur rectangu- G
lum, quod AF CD continetur. Dico rursus rectangulum, FDC una cum
FDB, hoc est totum quod continetur FD CB æquale esse contento AC H
DB. quod quidem ita se habet. sunt enim quatuor rectæ lineæ AC CB, FD DB
inter se proportionales.

COMMENTARIVS.

Dico si quadratum ex AD & id, quod ad quadratum ex DB eandem proportio- A
nem habet, quam AC ad CB, componantur, fieri & quadratum ex AC &c.] Græcus codex ὅτι τὸ ἀπὸ αδ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς α γ πρὸς τὴν γδ, συντεθεῖσεται, γίνεται &c. vide ne legendum sit ὅτι ἐὰν τὸ ἀπὸ αδ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αγ πρὸς τὴν γβ συνθέισεται, γίνεται &c.

Fiat enim ut AC ad CB, ita FD ad DB] Græcus codex τῷ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν Γ β B
λόγον ἔχον ὁ αὐτὸς γεγοιέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δβ. ego legendum puto. τῷ γὰρ τῆς α γ πρὸς τὴν γ β λόγον ἔχοντι ὁ αὐτὸς γεγονέτω ὁ τῆς ζ δ πρὸς τὴν δ β.

Ergo & componendo, & reliqua ad reliquam, erit AF ad reliquam CD, hoc est C
rectangulum contentum AF CD ad quadratum ex CD, ut AB ad BC.] Quoniam enim ut AC ad CB, ita est FD ad DB, erit componendo ut AB ad BC, ita FB ad BD. quare & reliqua AF ad reliquam CD est ut AB ad BC. Sed ut AF ad CD, ita rectangulum, quod AF CD continetur ad quadratum ex CD. rectangulum igitur contentum AF CD ad quadratum ex CD eandem proportionem habet, quam AB ad BC. Græcus codex καὶ συντεθέισεται ἄρα καὶ τὰ λοιπά: sed legendum arbitror. καὶ συνθέντι ἄρα καὶ τὰ λοιπά.

Quod igitur ad quadratum ex DB eandem proportionem habet, quam AC ad D
CB, est rectangulum FDB; & quod ad quadratum ex CB eandem habet proportio nem, quam AC ad CB est rectangulum ACB] Vt enim AC ad CB, ita FD ad DB. & ut FD ad DB, ita FDB rectangulum ad quadratum ex DB. rectangulum igitur FDB ad quadratum ex DB est vt AC ad CB. & eodem modo ostendetur rectangulum ACB ad quadratum ex CB ita esse, ut AC ad CB. Græcus codex. τὸ δὲ λόλον ἔχον πρός τό ἀπὸ γ β ἐσι τὸ ὑπὸ α Γ β. vide ne legendum sit. τὸ δὲ λοπόν ἔχον πρός τό ἀπὸ Γ β τὸν αὐτὸν τῷ τῆς ι Γ πρὸς τὴν Γ β, ἐσι τὸ ὑπὸ α Γ β.

Itaque dico quadratum ex AD una cum rectangulo FDB æquale esse rectangu E
lo BAC una cum eo, quod AF CD continetur] Pro quadrato ex AC & rectangulo
ACB

ACB assumpsit rectangulum BAC, quod ipsis est æquale ex 3. tertii element. Græcus codex. ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ καὶ μετὰ τὰ τοῦ ὑπὸ ΔΓΖ ἴσον ἐστὶ &c. *lege* ὅτι οὖν τὸ ἀπὸ καὶ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΔΒ ἴσον ἐστὶ &c.

Dico reliquum ADC rectangulum vna cum FDB æquale esse ei, quod continetur
F ACDB una cum contento AFCD] *Nam si a quadrato ex AD auferatur rectãgulũ DAC, relinquetur rectangulum ADC ex 2. secundi elem. & si a rectangulo BAC idem rectangulum DAC auferatur, reliquum erit quod* DB AC *continetur, ex prima eiusdem.*

G Rursus commune auferatur rectangulum, quod AFCD continetur. Dico rursus rectangulum FDC una cũ FDB, hoc est totũ, quod continetur FDCB æquale esse cõtento ACDB] *Si. n. a rectangulo ADC auferamus id, quod AFCD continetur, reliquum erit rectangulum FDC, Græcus codex* ὅτι ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΑΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΔΒ ΑΓ γίνεται ὅλον τὸ ὑπὸ ΖΔΓ. *sed legendum puto.* ὅτι ἄρατ ὁ ὑπὸ ΖΔΓ μετὰ τοῦ ὑπὸ ΖΔΒ γίνεται &c.

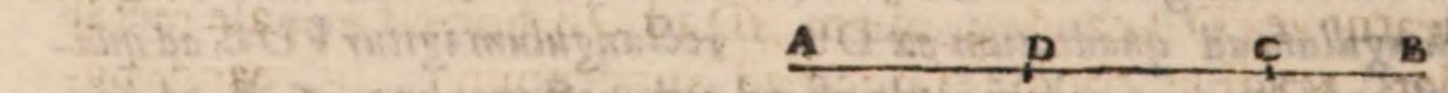
H Quod quidem ita se habet. Sunt enim quattuor rectæ lineæ AC CB FD DB inter se proportionales.] *Quoniam est vt* AC *ad* CB, *ita* FD *ad* DB, *rectangulum contentũ* AC DB *æquale est ei, quod* CB FD *continetur. ex quo veluti per resolutionem constat uerum esse illud, quod initio proponebatur. videlicet quadratum ex* AD *vna cum rectangulo* FDB *æquale esse rectangulo* BAC *vna cum eo, quod* AF CD *continetur. possumus etiam illud per compositionem concludere hoc modo.*

Quoniam rectangulum contentum CB FD *æquale est ei, quod continetur* AC DB, *addito vtrique communi rectangulo ex* AFCD, *erit rectangulum* ADC *una cum* FDB *æquale rectãgulo ex* AC DB *vna cum rectangulo ex* AFCD. *& rursus addito communi rectangulo* CAD, *fiet quadratum ex* AD *vna cum rectangulo* FDB *æquale rectangulo* BAC *una cũ eo, quod* AF CD *continetur: Idem etiam continget, si punctum D extra rectam lineam* AB *sumatur.*

THEOREMA CXV. PROPOS. CXXVI.

LEM. VIII.

A Sit recta linea AB positione data. & datum quoduis punctum C in ipsa AB. Dico quadratum ex AC, & id,
B quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet, æquale esse dato, & ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C, & illud, quod rectã lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam.



Fiat enim proportio AD ad DB eadem, quæ proportio data. ergo & proportio

AD

AD ad DB data erit, & propterea datum est punctum D. Itaque quoniam recta linea est AB, & duo puncta DC, quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD; & ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet. & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD. quadratum igitur ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet, eandem, quam AD ad DB, hoc est datam, æquale est quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc est æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam. Similiter, & si datum punctum C sit extra rectam lineam AB, eodem demonstrationis modo vtemur. C D E

COMMENTARIVS.

Sit recta linea AB positione data, & datum quoduis punctum C in ipsa AB. A

Dico quadratum ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB datam proportionem habet æquale esse dato, &c.] Græcus codex θέσει εὐθεῖα ἡ αβ, καὶ τυχὸν τὸ Γ, ὅτι ἔστι δοθὲν ἐστὶ τῆς αβ, ὥστε τὸ ἀπὸ αΓ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ δοθὲν ἴσον ἐστὶ δοθέν. Sed legendum suspicor, θέσει εὐθεῖα ἡ αβ καὶ τυχὸν τὸ Γ δοθέν ἐστι τῆς αβ. ὅτι τὸ ἀπὸ αΓ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς γβ δοθέντα ἴσον ἐστὶ δοθέντι.

Et ei, quod ad quadratum rectæ lineæ interiectæ inter datum punctum C & illud, quod rectam lineam AB in datam proportionem diuidit, proportionem habet datam] *Hoc est ei, quod ad quadratum rectæ lineæ* CD, *vt infra apparebit, datam habeat proportionem. hæc autem nos suppleuimus, nam græcus* [illegible] *corruptus, & mancus est, in quo legitur.* καὶ τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς υ [illegible] τοῦ δοθέντος, καὶ τοῦ ὑπὸ γδ δοθέντος. *Sed quomodo legendum sit, diuinare nunc non licet.* B

Itaque quoniam recta linea est AB, & duo puncta CD, quadratum ex AC, & id quod ad quadratum ex CB proportionem habet eãdem, quam AD ad DB, æquale erit quadrato ex AD] *Ex antecedenti lemmate.* C

Et ei, quod ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB proportionem habet, & præterea ei, quod ad quadratum ex DC eandem habet proportionem, quam AB ad BD] Græcus codex καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ αβ τὸν αὐτόν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ. καὶ ἐν τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ αβ τὸν αὐ τόν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *sed legendum est.* καὶ τὸ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸ τῷ τῆς αδ πρὸς τὸν δβ. καὶ ἔτι τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δΓ τὸν αὐτον τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ. *quæ vero sequuntur in græco codice vsque eo.* τὸ ἄρα ἀπὸ α Γ *&c. superuacanea videntur.* D

Quadratum igitur ex AC, & id, quod ad quadratum ex CB proportionem habet eandem, quam AD ad DB, hoc est datam, æquale est quadrato ex AD, & proportionem habenti ad quadratum ex DB eandem, quam AD ad DB, hoc est æquale rectangulo BAD, videlicet dato, & adhuc æquale ei, quod ad quadratum ex DC eandē habet, quam AB ad BD proportionem, nimirum datam] Græcus codex corruptus, & mancus est, quem ita restituendum censeo. Τὸ ἄρα ἀπὸ α Γ, καὶ τὸ λόγον ἔχον πρὸς τὸ ἀπὸ γβ, τὸν αὐτον τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ τουτέστι τῷ δοθέντι, ἴσον ἐστὶ τῷτε ἀπὸ αδ καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δβ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αδ πρὸς τὴν δβ, τουτέστι τῷ τε ὑπὸ βαδ, τουτέστι δοθέντι, καὶ τῷ λόγον ἔχοντι πρὸς τὸ ἀπὸ δΓ τὸν αὐτὸν τῷ τῆς αβ πρὸς τὴν βδ, τουτέστι δοθέντι. E

PAPPI MATH. COLL.

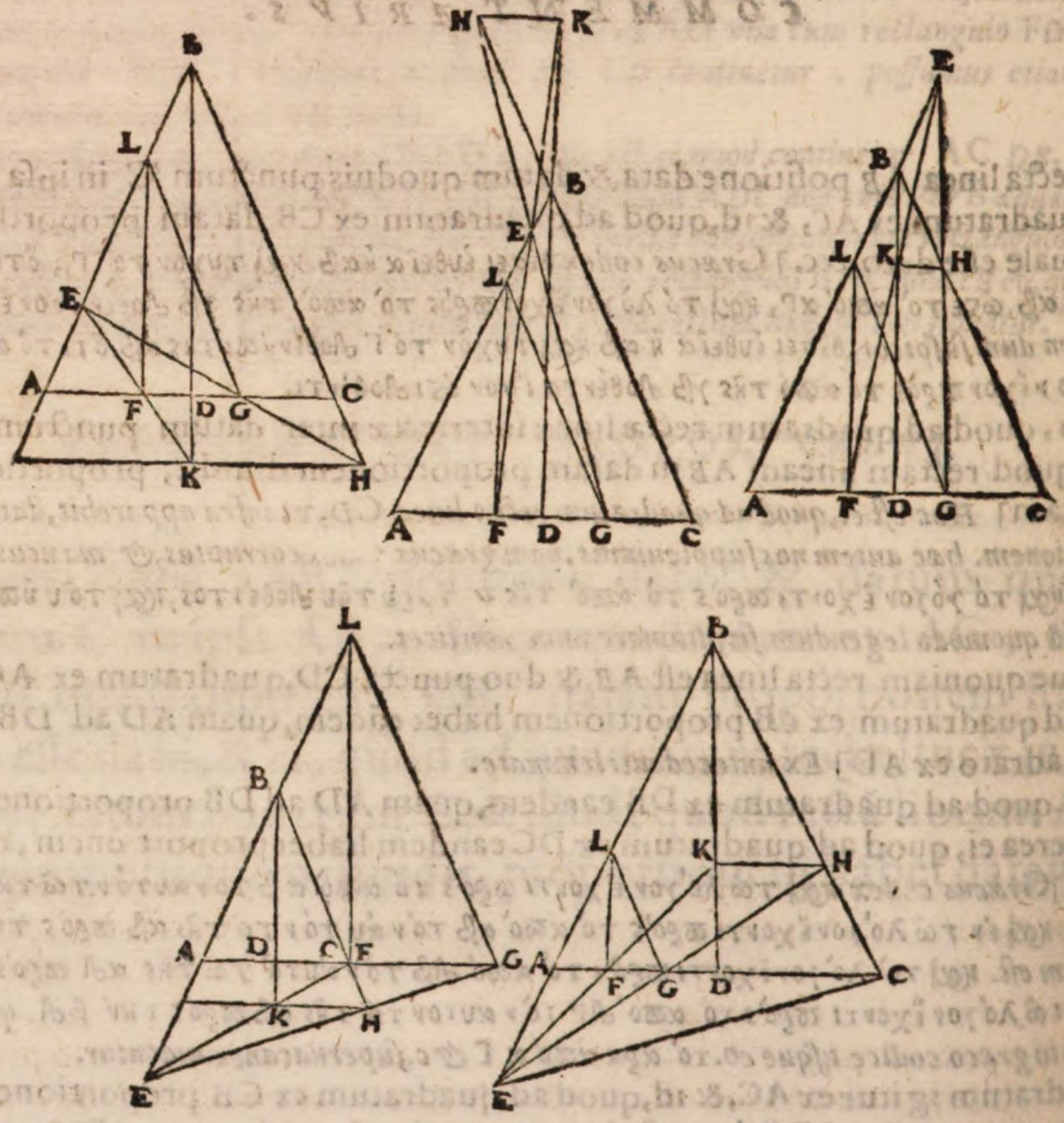
PORISMATON LIBRI III.

IN PRIMVM PORISMA PRIMI LIBRI.

THEOREMA CXVI. PROPOS. CXXVII.

LEM. I.

Sit descripta figura ABCDEFG, sitq; ut AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur. Dico HK ipsi AC parallelam esse.



A Ducatur per F ipsi BD parallela FL. Quoniam igitur ut AF ad FG, ita est AD
B ad DC conuertendo, componendoque, & permutando. erit ut DA ad AF, hoc est in
C lineis parallelis, vt BA ad AL, ita CA ad AG, ergo LG ipsi BC parallela est. vt igi-
D tur AB ad BL; ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare ut EK ad KF, ita est
E EH ad HG, ideoque HK ipsi AC est parallela.

THEO-

Per compositam vero proportionem hoc pacto.

Quoniam est ut AF ad FG, ita AD ad DC, conuertendo erit ut GF ad FA, ita CD ad DA: & componendo, permutandoque, & per conuersionem rationis, ut AD ad DF, ita AC ad CG. Sed proportio AD ad DF composita est ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. proportio igitur composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK. ad KF eadem est, quę componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG. communis auferatur proportio AB ad BE. reliqua igitur proportio EK ad KF eadem est, quæ proportio EH ad HG. quare HK ipsi AG parallela est. F G H K L M

COMMENTARIVS.

A Sit descripta figura ABCDEFG, sitq. ut AF ad FG, ita AD ad DC, & HK iungatur] *Puncta* ACDFG *ponuntur in eadem recta linea, quę est trianguli* ABC *basi. sed punctum* E *sumitur in* AB *etiam ex vtraque parte protracta. vbi vero conueniunt* EG BC *ponitur* H, *& ubi conueniunt* EF BD *ponitur* K.

B Erit ut DA ad AF, hoc est in lineis parallelis ut BA ad AL] *Quoniam enim* FL *parallela facta est ipsi* DB *vt* DF *ad* FA, *ita est* BL *ad* LA. *ergo & componendo ut* DA *ad* AF, *ita* BA *ad* AL.

C Ergo LG ipsi BC parallela est] Ex 2. *sexti elementorum.*

D Vt igitur AB ad BL, ita in parallelis EK ad KF, & EH ad HG. quare ut EK ad KF. ita est EH ad HG] *Græcus codex* ἔσιν ἄρα ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΛ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ *&c. sed legendum erit.* ἔσιν ἄρα ὡς ἡ ΕΒ πρὸς τὴν ΒΛ, οὕτως ἡ ἐν παραλλήλῳ ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ, καὶ ἡ ΕΘ πρὸς τὴν ΘΗ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΕΚ πρὸς τὴν ΚΖ &c.

E Ideoque HK ipsi AC est parallela] Ex 2. *sexti est enim diuidendo ut* EF *ad* FK, *ita* EG *ad* GH.

F Et componendo, permutandoque, & per conuersionem rationis, ut AD ad DF, ita AC ad CG] *Quoniam n. est ut* GF *ad* FA, *ita* CD *ad* DA, *erit componendo, permutandoque ut* DA *ad* AF, *ita* CA *ad* AG: *& per conuersionem rationis ut* AD *ad* DF, *ita* AC *ad* CG. *Græcus codex* συνθέντι καὶ ἐναλλὰξ καὶ ἀναστρέψαντι ἔσιν ὡς ἡ ΔΛ πρὸς τὴν ΑΖ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ. *lege* ὡς ἡ ΔΛ πρὸς τὴν ΔΖ, οὕτως ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΗ.

Sed proportio AD ad DF composita est ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *est enim ut* AD *ad* DF, *ita* AB *ad* BL, *ob lineas parallelas* DB FL. *Sed proportio* AB *ad* BL *componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EB *ad* BL. *ut autem* EB *ad* BL. *ita* EH *ad* HG. *proportio igitur* AB *ad* BL, *hoc est proportio* AD *ad* DF *composita est ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EH *ad* HG.

H Proportio igitur composita ex proportione AB ad BE, & proportione EK ad KF eadem est, quæ componitur ex proportione AB ad BE, & proportione EH ad HG] *Rursus enim proportio* AB *ad* BL, *componitur ex proportione* AB *ad* BE *& proportione* EB *ad* BL, *sed ut* EB *ad* BL, *ita est* EK *ad* KF *ob lineas paralellas* BK LF. *proportio igitur* AB *ad* BL, *hoc est* AD *ad* DF *componitur ex proportione* AB *ad* BE *& proportione* EK *ad* KF. *ergo proportio composita ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EK *ad* KF, *eadem est, quę componitur ex proportione* AB *ad* BE, *& proportione* EH *ad* HG. *Vereor tamen, ne ante hæc in græco codice multa desiderentur.*

K Communis auferatur proportio AB ad BE] Græcus codex κ(αὶ) χ᾽ ἐκκεκουσθω δ᾽ τῆς αβ πρὸς τὴν βε λὸγος. corrige K° ἐκκεκρούσθω &c. nam per notam K° significatur κοινὸς hoc est communis, vt infra multis in locis.

L Reliqua igitur proportio EK. ad KF eadem est, quæ proportio FH ad HG] Græcus codex λοιπὸν ἄρα ὁ᾽ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ἔσι τῶ τῆς εθ πρὸς τὴν θ η. lege λοιπὸς ἄρα ὁ᾽ τῆς εκ πρὸς τὴν κζ λόγος ὁ᾽ αὐτὸς ἔσι τῶ τῆς εθ πρὸς τὴν θη.

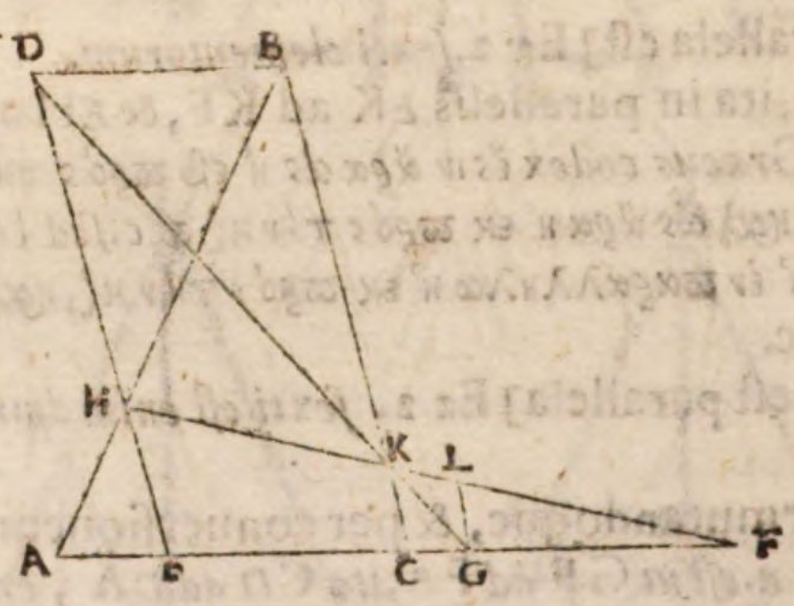
M Quare HK ipsi AC parallela est.] Ex 2. sexti elementorum. Græcus codex λόγος ἄρα ἐσὶν ἡ θκ τῆ αγ. ego corrigendum puto. παραλλὴλος ἄρα ἐσὶν ἡ θκ τῆ αγ.

IN SECVNDVM PORISMA.

LEM. THEOREMA CXVII. PROPOSITIO CXXVIII.

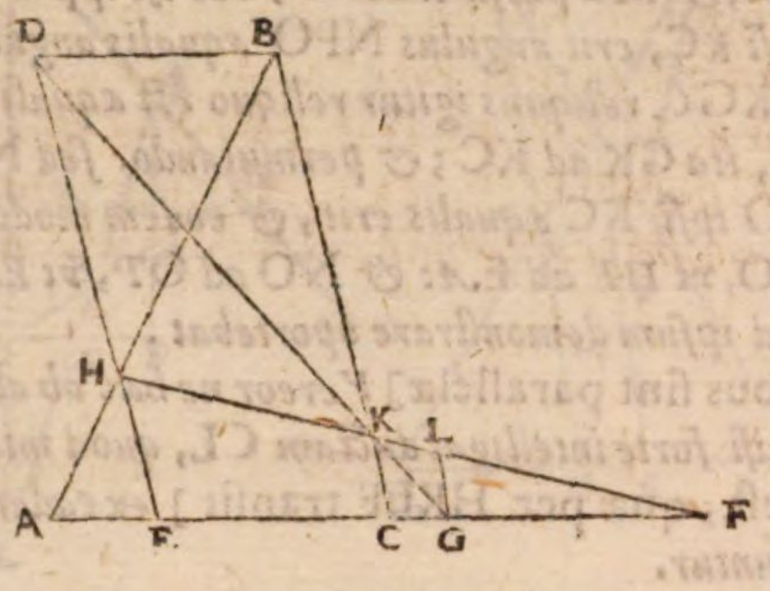
Sit descripta figura ABCDEFGH, & sit AF parallela ipsi DB.

A Vt autem AE ad EF, ita sit CG ad GF. Dico rectam lineam esse quæ puncta HKF transit.



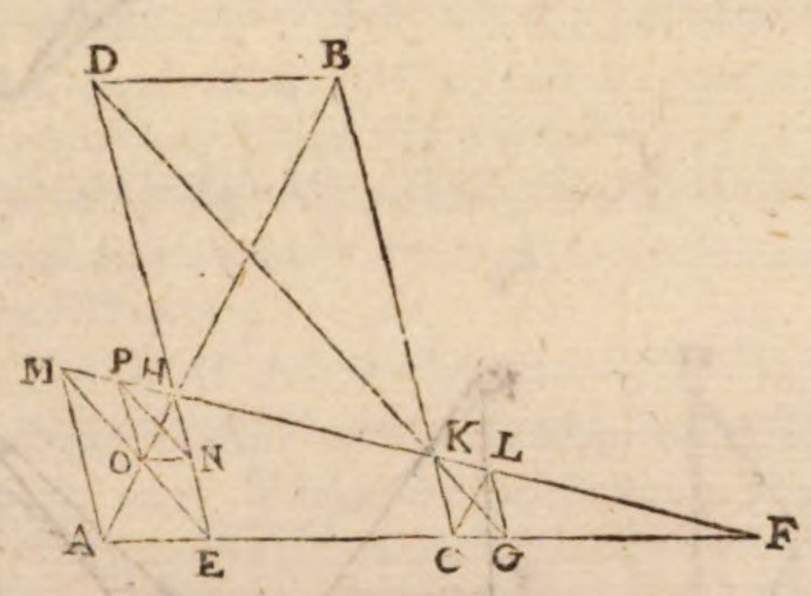
B Ducatur per G recta linea GL parallela DE, & iuncta HK ad
C L producatur. Quoniam igitur est ut AE ad EF, ita CG ad GF,
D vt autem AE ad CG, ita est EH ad GL; & permutando, quod duæ duabus sint parallelæ. Vt igitur EF ad FG, ita EH ad GL. atque est EH parallela ipsi GL. ergo recta linea est, quæ per HKLF transit.

COM-



COMMENTARIVS.

A Sit discripta figura ABCDEFGH] *puncta* AECGF *sumuntur in eadem recta linea, in qua consistunt bases triangulorum* ABCEDG. *punctum autem* H *ubi* DE *secat ipsum* AB, *&* K *ubi* DG *secat* BC.



B Sit autem AE ad CG, ita est EH ad GL] *Ducatur per* A *recta linea* AM *parallela ipsi* CB, *ut cum* KH *producta conueniat in puncto* M. *erit trapezium* MAEH *simile trapezio* KCGL, *ut monstrabimus. similes autem recti lineæ figuræ in similia triangula diuiduntur quare iuncta* CL *fiet triangulum* CLG *simile triangulo* AHE, *& ideo ut* AE *ad* EH, *ita erit* CG *ad* GL; *itaque constat ob lineas parallelas trapezii* MAEH *angulus angulis trapezii* KCGL *æquales esse. At uero latera, quæ sunt circum æquales angulos eandem inter se proportionem habere, hoc modo demonstrabitur. abscindatur ab* EH *linea* HN *æqualis* LG: *& ab* HM *abscindatur* HP *æqualis* LK. *deinde a puncto* N *ducatur* NO *parallela ipsi* AE, *& a puncto* P *ducatur parallela ipsi* MA, *quæ cum* NO *in puncto* O *conueniet. conuenient autem in linea* AH. *est enim ut* EH *ad* HN, *ita* AE *ad* ON: *& similiter ut* MH *ad* HP, *ita* MA *ad* PO. *ergo ex lemmate, quod nos conscripsimus in* 10. *propositionem libri Archimedis de iis, quæ in aqua vehuntur, recta linea est, quæ per* AOH *transit. Dico trapezium* POXH *æquale esse, & simile trapezio* KCGL. *nam cum circa æquales angulos, qui ad* HL *latera* NH HP *proportionalia sint, immo uero æqualia, lateribus* GL LK, *erit triangulum* PHN *simile*

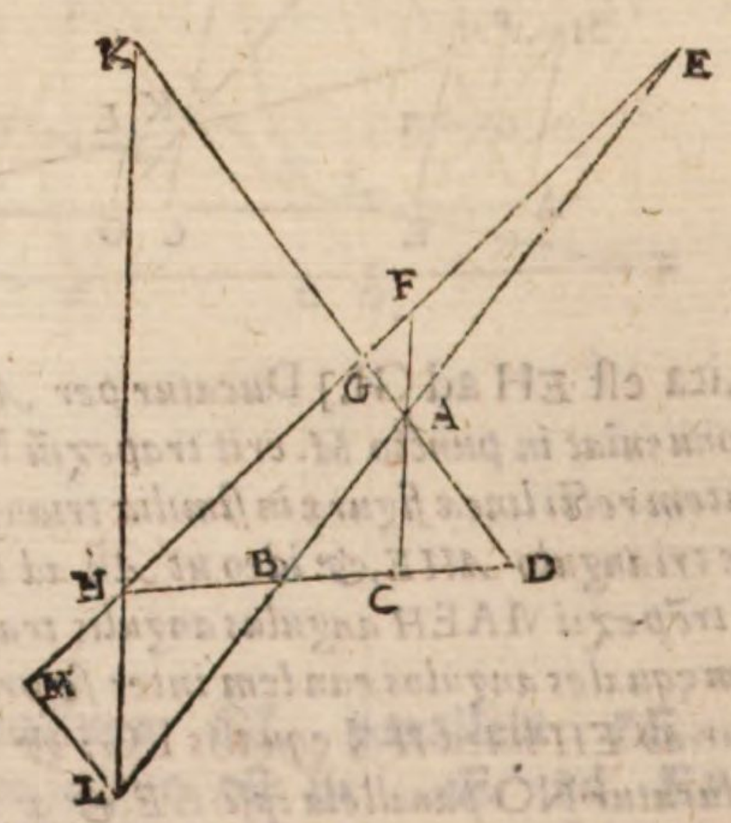
triangulo KLG. *quare vt* HP *ad* PN, *ita eſt* LK *ad* KG, *& permutando vt* HP *ad* LK, *ita* PN *ad* KG. *ſed* HP *eſt æqualis* LK. *ergo &* PN *ipſi* KG *æqualis erit, & parallela, quod angulus* HPN *æqualis ſit angulo* LKG *&* HNP *ipſi* LGK. *non aliter demonſtrabitur triangulũ* MHE *ſimile triangulo* KLG, *&* ME *parallela* KG, *hoc eſt ipſi* PN. *Rurſus quoniam* PO *parallela eſt* MA, *videlicet ipſi* KC, *erit angulus* NPO *æqualis angulo* GKC. *& eadem ratione angulus* PNO *æqualis ipſi* KGC. *reliquus igitur reliquo eſt æqualis, & triangulum triangulo ſimile. ergo vt* NP *ad* PO, *ita* GK *ad* KC; *& permutando. ſed* NP *eſt æqualis* GK, *vt demonſtratum eſt quare &* PO *ipſi* KC *æqualis erit, & eodem modo demonſtrabitur* NO *æqualis* CG. *eſt igitur* HN *ad* NO, *vt* HE *ad* EA: *&* NO *ad* OP, *vt* EA *ad* AM. *& denique* OP *ad* PH, *ut* AM *ad* MH. *quod ipſum demonſtrare oportebat.*

C Quod duæ duabus ſint parallelæ] *Vereor ne hæc ab aliquo addita ſint. non enim duæ duabus parallelæ ſunt, niſi forte intelligat ductam* CL, *quod mihi non placet.*

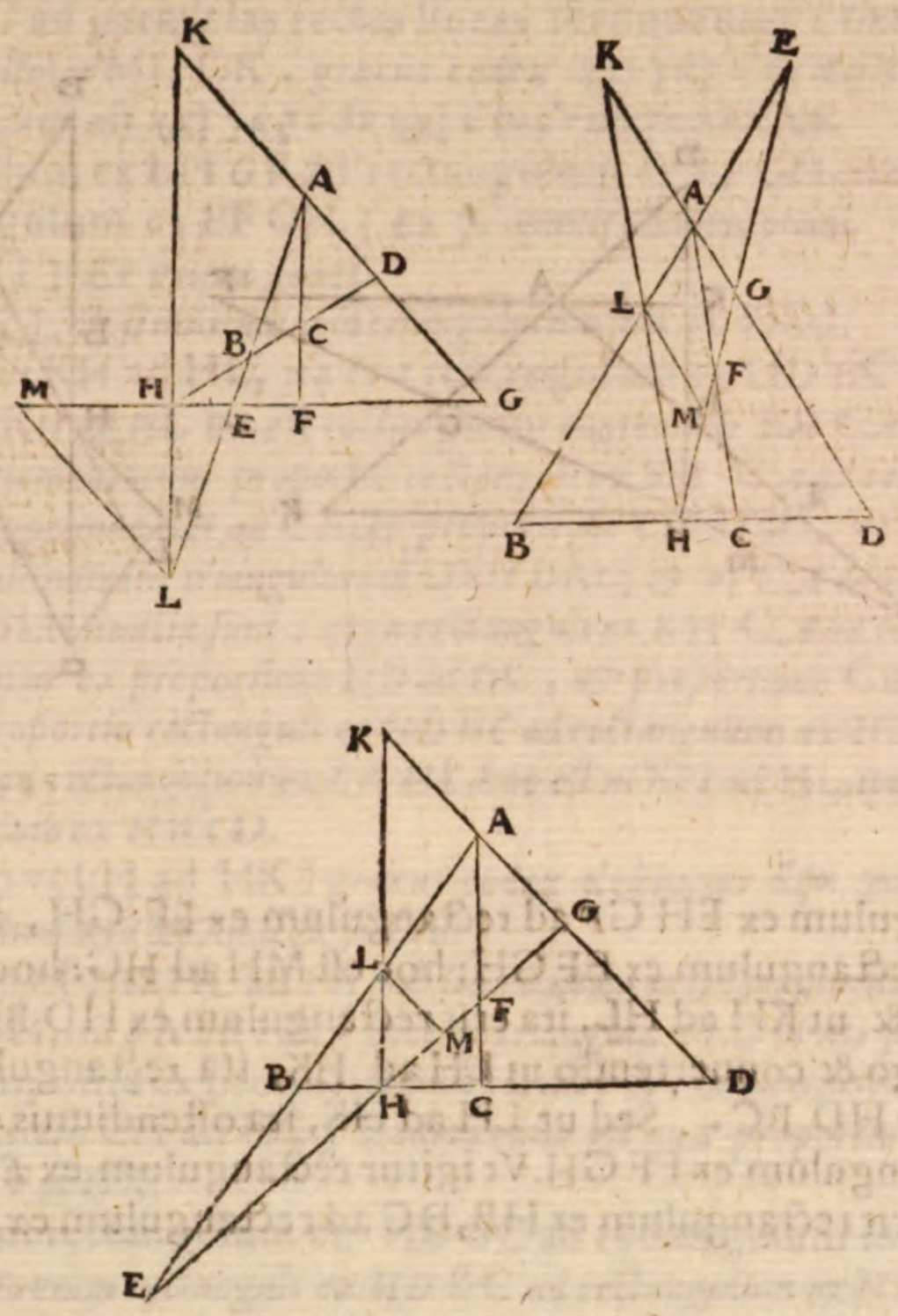
D Ergo recta linea eſt, quæ per HKLF tranſit] *ex eadem lemmate in* 10. *Archimedis de iis, quæ in æqua uehuntur.*

THEOREMA CXVIII. PROPOSITIO CXXIX.

LEM. III. In tres rectas lineas AB CA AD ducatur duæ rectæ lineę HE HD. Dico vt rectangulum, quod continetur HE GF ad contentum HGFE, ita eſſe rectangulum contentum HB DC. ad contentum HD BC.

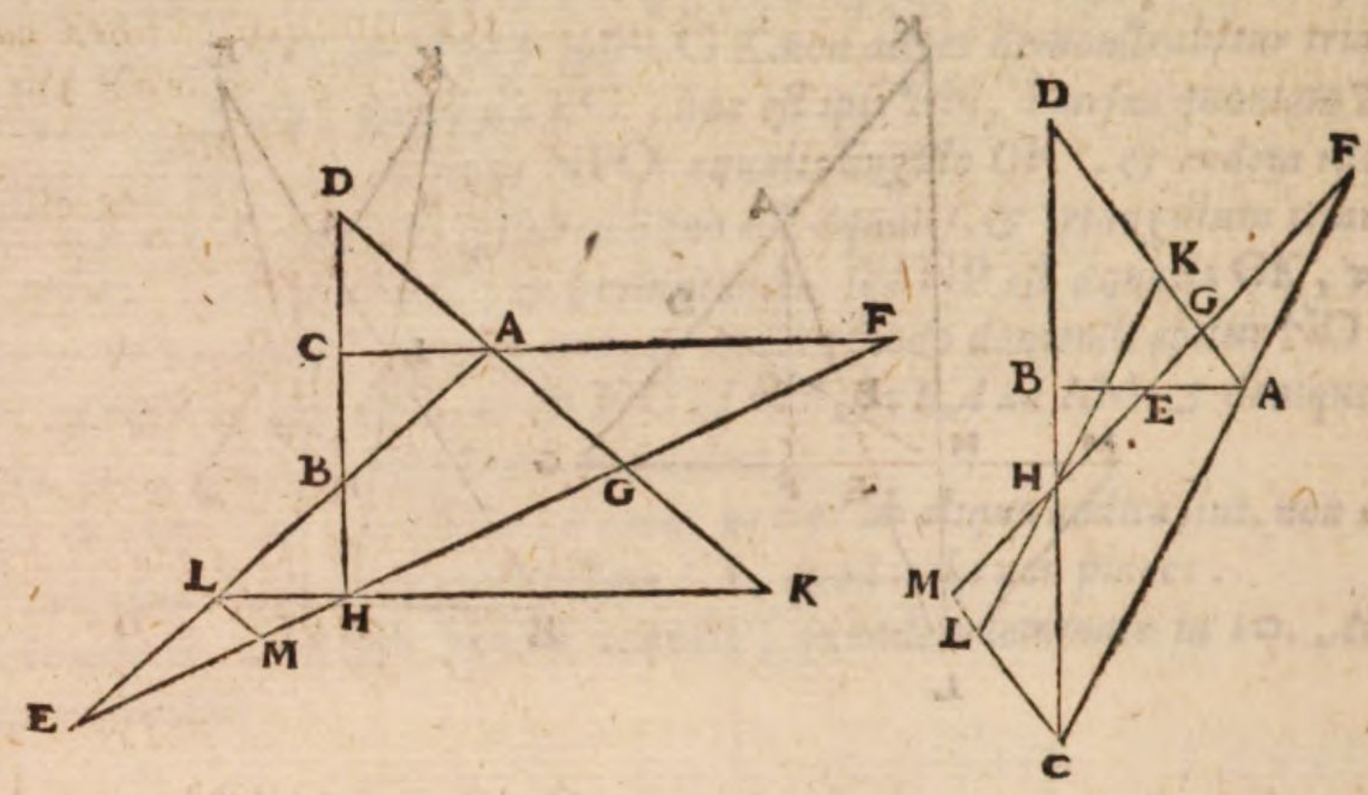


A Ducatur per H quidem linea KL parallela ipſi FCA, & DA AB cum ea conueniant in punctis KL; per L uero ducatur LM parallela DA, & cũ EH conueniat in M. Itaque



Itaque quoniam ut EF ad FA, ita EH ad HL, ut autem AF ad FG, ita LH ad HM, etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur; erit ex æquali vt EF ad FG, ita EH ad HM. rectangulum igitur contentum HE GF æquale est contento EF HM. Sed aliud rectangulum est, quod EF GH continetur. ergo

A
B
C
16. sexti.



D E F G H ergo ut rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH, ita est rectangulum ex EF HM, ad rectangulum ex EF GH; hoc est MH ad HG: hoc est LH ad HK: Eadem ratione & ut KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD BC, ad rectangulum ex HB CD. ergo & conuertendo ut LH ad HK, ita rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC. Sed ut LH ad HK, ita ostendimus esse rectangulum ex EH GF ad rectangulum ex EF GH. Vt igitur rectangulum ex EH GF ad rectangulũ ex EF GH, ita erit rectangulum ex HB, DC ad rectangulum ex HD BC.

Per compositam vero proportionem ostendetur hoc modo.

K L Quoniam proportio rectanguli ex HE GF ad rectangulum ex HG FE composita est ex proportione, quam habet HE ad EF, & ex ea, quam FG habet ad GH, atque est ut HE ad EF, ita HL ad FA, vt autem FG ad GH, ita FA ad HK: erit proportio rectanguli ex HE GF ad rectangulum ex HG FE composita ex proportione, quã habet HL ad FA, & ex ea, quam habet FA ad HK:

Sed proportio composita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK eadem est, quæ proportio LH ad HK. est igitur ut rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE, ita LH ad HK.

Eadem ratione & ut rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita est KH ad HL. & conuertendo ut rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC, ita LH ad HK. Vt igitur rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE, ita rectangulum ex HB CD ad rectangulum ex HD BC.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ut HF ad FA, ita EH ad HL] Ex 4. *sexti elementorum ob similitudinem triangulorum* EAF *ELH.*

Vt

Vt autem AF ad FG, ita LH ad HM] *similia enim sunt triangula* FAG, HLM. C

Etenim HK & HG ad parallelas rectas lineas terminantur, *lineæ namque* MHG, B
LHK *sunt inter parallelas* ML GK. *græcus codex* καὶ γὰρ ἡ θκ πρὸς τὴν θη ἐν παραλ-
λήλω. *sed forte legendum est* καὶ γὰρ ἡ θκ καὶ ἡ θκ ἐν παραλλήλω.

Ergo vt rectangulum ex LH GF ad rectangulum ex LF GH, ita est rectangulum D
ex EF HM ad rectangulum ex LF GH.] *Ex 7. quinti elementorum.*

Hoc est MH ad HG] *Ex prima sexti.* E

Hoc est LH ad HK] *ob similitudinem triangulorum* HLM HKG. F

Eadem ratione & vt KH ad HL, ita erit rectangulum ex HD BC ad rectangulum G
ex HBCD] *vt enim* KH *ad* HL *ita est rectangulum contentum* KH CA *ad contentum* CA HL. *sed ex 23. sexti elementorum proportio rectanguli ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL *componitur ex proportione* KH *ad* CA, *& proportione* CA *ad* HL. *Vt autem* KH *ad* CA, *ita* HD *ad* DC *ob similitudinem triangulorum* DKH DAC; *& vt* CA *ae* HL, *ita* CB *ad* BH: *triangula enim* DAC BLH *similia sunt. ergo rectanguli ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL *proportio componitur ex proportione* HD *ad* DC, *& proportione* CB *ae* BH. *ex quibus etiam composita est proportio rectanguli ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB DC. *Vt igitur rectangulum ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL, *hoc est ut* KH *ad* HL, *ita erit rectangulũ ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB CD.

Ergo & conuertendo vt LH ad HK] *græcus codex* ἀνάλογον ἄρα γίνεται ὡς ἡ λθ πρὸς H
τὴν θκ. *sed puto legendum* ανάπαλιν ἄρα γίνεται.

Atque est vt HE ad EF, ita HL ad FA] *ob similitudinem triangulorum* ELH EAF. K

Vt autem FG ad GH, ita FA ad HK] *Etenim triangula* FAG HKG *similia sunt.* L

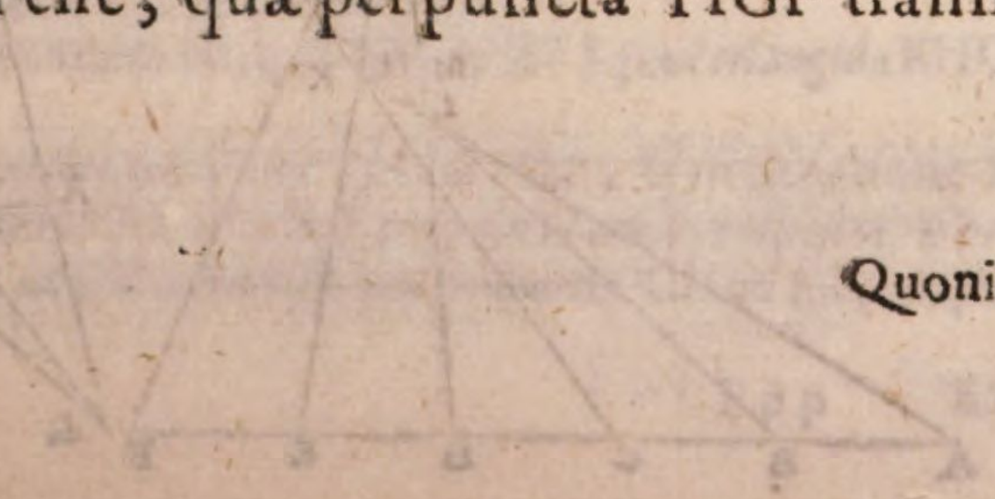
Sed proportio composita ex proportione HL ad FA, & proportione FA ad HK M
eadem est, quæ proportio LH ad HK] *Eadem enim est quæ proportio rectanguli ex* HL FA *ad rectangulum ex* FA HK.

Eadem ratione & ut rectangulum ex HD BC ad rectangulum ex HB CD, ita est N
KH ad HL] *Proportio enim rectanguli ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB CD, *componitur ex proportione* HD *ad* DC *& proportione* CB *ad* BH. *sed ut* HD *ad* DC, *ita* KH *ad* KA: *& ut* CB *ad* BH, *ita* CA *ad* HL. *quod superius explicatum est. ut igitur rectangulum ex* HD BC *ad rectangulum ex* HD BC *ad rectangulum ex* HB CD, *ita est rectangulum ex* KH CA *ad rectangulum ex* CA HL, *hoc est ita* KH *ad* HL.

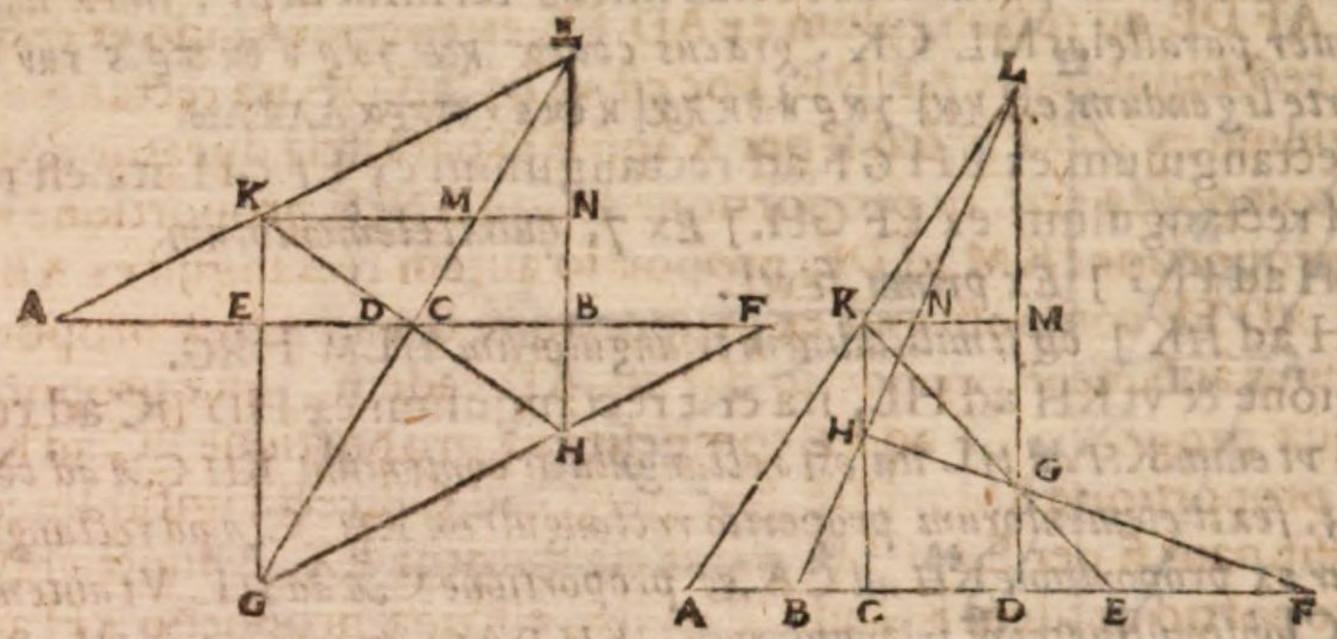
Vt igitur rectangulum ex HE GF ad rectangulum ex HG FE] *græcus codex.* τὴν O
θλε καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν θε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη ζε. *lege* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν θε ζη πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν θη ζε.

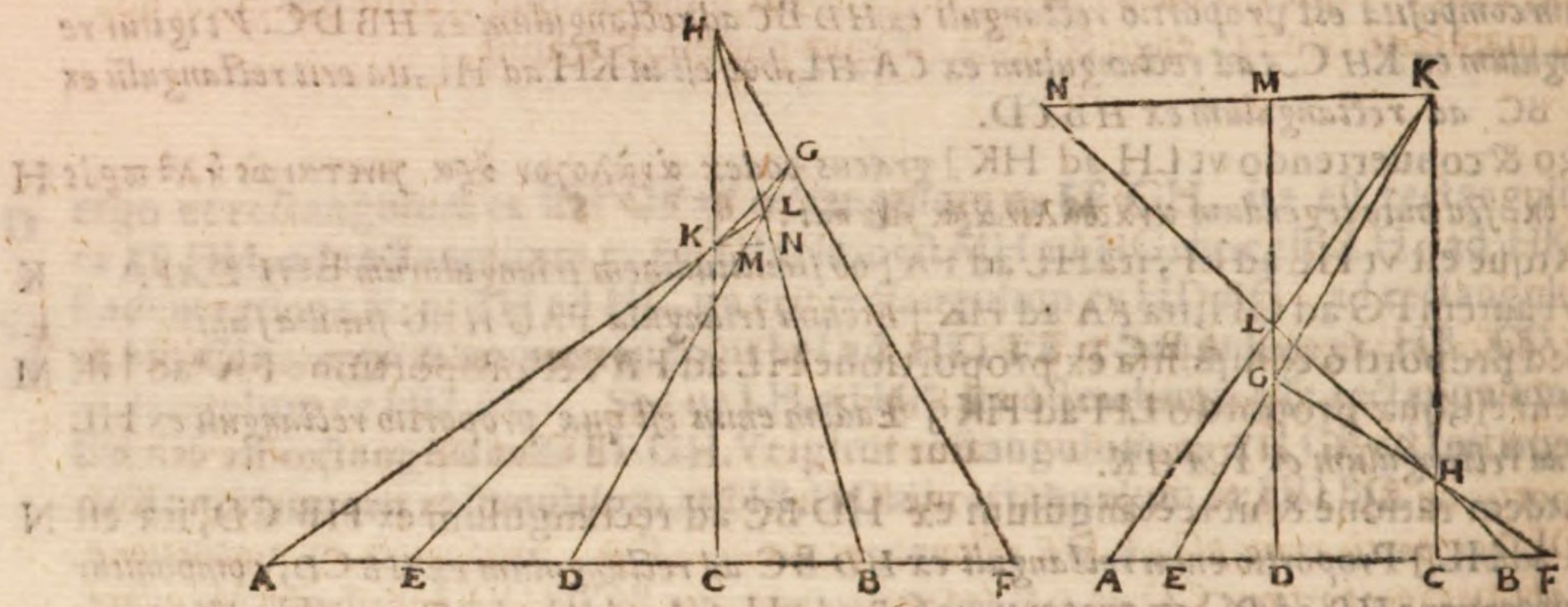
THEOREMA CXIX. PROPOSITIO CXXX.

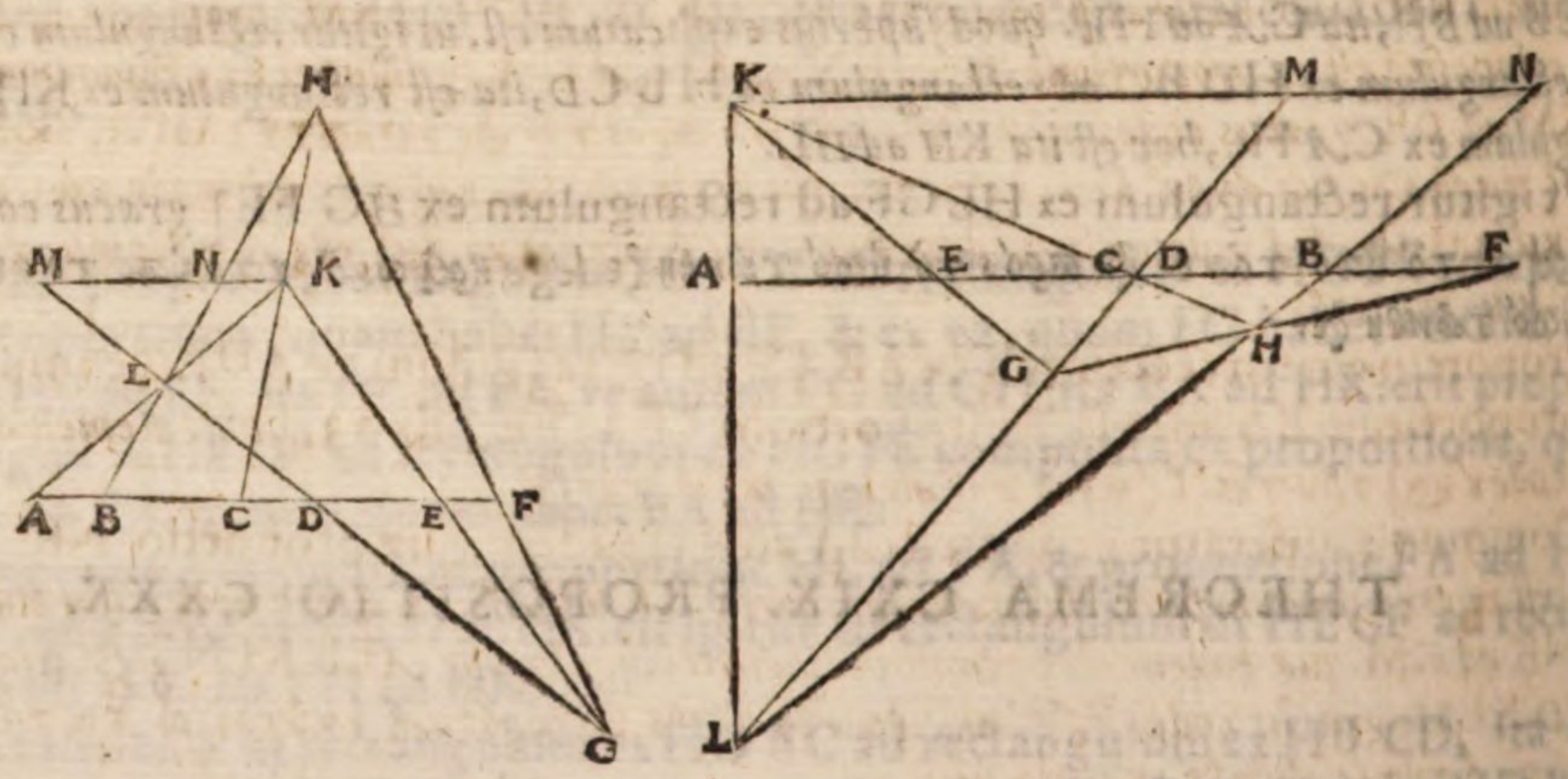
Sit descripta figura ABCDEFGHKLMNX, sitque vt rectan- LEM.
gulum quod continetur AF BC ad contentum AB FC ita re- IIII.
ctangulum quod continetur AF DE ad contentum AD A
EF. Dico rectam lineam esse, quæ per puncta HGF transit.



Quoniam


L
K
M
N
A
E
D
C
B
F
G
H
L
K
N
M
H
G
A
B
C
D
E
F


H
G
K
L
M
N
A
E
D
C
B
F
N
M
K
L
G
H
A
E
D
C
B
F


M
M
N
K
L
A
B
C
D
E
F
G
K
M
N
A
E
C
D
B
F
G
H
L

G
H
M
N
K
L
A
B
C
D
E
F
K
N
M
H
G
A
B
D
C
E
F
L

Quoniam enim est vt rectangulum ex AF BC ad rectangulum ex AB FC, ita rectangulum ex AF DE ad rectangulum ex AD EF; erit permutando vt rectangulum ex AF BC ad rectangulum ex AF DE, hoc est vt BC ad DE, ita rectangulum ex AB CF ad rectangulum ex AD EF. sed si per K ipsi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE composita erit. ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM & insuper ex proportione KM ad DE. proportio autem rectanguli ex AB CF ad rectangulum ex AD EF composita est ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE. communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM. erit reliqua proportio CF ad FE composita ex proportione BC ad KN hoc est CH ad HK, & proportione KM ad DE, hoc est KG ad GE. recta igitur linea est, quæ per HGF transit. nam si per E ipsi HC parallela ducatur EX, & iuncta HG protrahatur ad X, proportio quidem KG ad CE eadem est, quæ proportio KH ad EX. proportio autem composita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX transmutatur in proportionem CH ad EX. & proportio CF ad FE eadem est, quæ CH ad EX, cum CH ipsi EX parallela sit. recta igitur linea est, quæ transit per HXF. hoc enim manifeste constat. ergo & recta est, quæ per HGF transit.

COMMENTARIVS.

Sit descripta figura ABCDEFGHKLMNX] *græcus codex* κατα γραφὴ ἡ α β γ δ ε ζ η θ ι κ λ. *ego legendum puto* ἡ α β Γ δ ε ζ η θ κ λ μ ν ξ. A

Sed si per K ipsi AD parallela ducatur KM, proportio BC ad DE composite erit ex proportione BC ad KN, & proportione KN ad KM, & insuper ex proportione KM ad DE] *proportio enim* BC *ad* DE *assumpta media linea* CD, *componitur ex proportione* BC *ad* CD, *& proportione* CD *ad* DE. *sed rursus proportio* BC *ad* CD, *hoc est ad* KM, *assumpta media* KN *componitur ex proportione* BC *ad* KN, *&* KN *ad* KM. *proportio igitur* BC *ad* DE *composita est ex proportione* BC *ad* KN, *&* KN *ad* KM, *& insuper ex proportione* CD, *hoc est* KM *ad* DE. *græcus codex* ἀλλ' ὁμὲν τῆς β Γ πρὸς τὴν δε σημὴ πτα ι λογ'ος, ἐκν δια τοῦ κ τή α ζ πα ρὰ λλη λος ἀχθὴ ἡ κμ, ἔκτε τοῦ τῆς βγ πρὸς κη, καὶ τῆς κη' πρὸς κμ, καὶ ἔτι τὸ τῆς κμ πρὸς δε. *sed videtur legendum* ἔκτε τῆς βγ πρὸς κν, καὶ τῆς κν πρὸς κμ, καὶ ἔτι τοῦ τῆς κμ πρὸς δε. B C

Proportio autem rectanguli ex AB CF ad rectangulum ex AD EG composita est ex proportione BA ad AD, & proportione CF ad FE] Ex 23. *sexti elementorum græcus codex* καὶ τοῦ τῆς Γ ζ πρός την δε *lege* πρός την ζ ε. D

Communis auferatur proportio BA ad AD eadem, quæ proportio NK ad KM] *Hoc est ex vna quidem parte auferatur proportio* BA *ad* AD, *ex altera uero auferatur proportio* NK *ad* KM, *quæ eadem est ob similitudinem triangulorum* ALB KLN, *& triangulorum* ALD, KLM. *græcus code*x Κ ο ἐκκεκρούσθω ὁ τῆς βα πρὸς κδ ὁ αὐτὸς ὢ τῷ τῆς νκ πρὸς κμ. *lege* ὁ αὐτὸς ὢν τῆς νκ πρὸς κμ.

Erit reliqua proportio CF ad FE composita ex proportione BC ad KN hoc ē CH ad HK] *ob similitudinem triangulorum* BHC NHK: *græcus codex* ἔκτε τοῦ τῆς βγ πρὸς την κκ *lege* πρός την νκν. E

Erit proportione KM ad DE, hoc est KG ad gE] *similia enim sunt triãgula* KGM EGD F

Recta igitur linea est, quæ pur HGF transit] *quomodo hoc sequatur, deinceps ostendit græcus codex* ἐυθεια ἄρα ἡ δια τῶν θ η *lege* δια τῶν θ η ζ. G

Proportio quidem KG ad GE eadem est, quæ KH ad EF] *quod triangula* KHG EXG *similia sint.* H

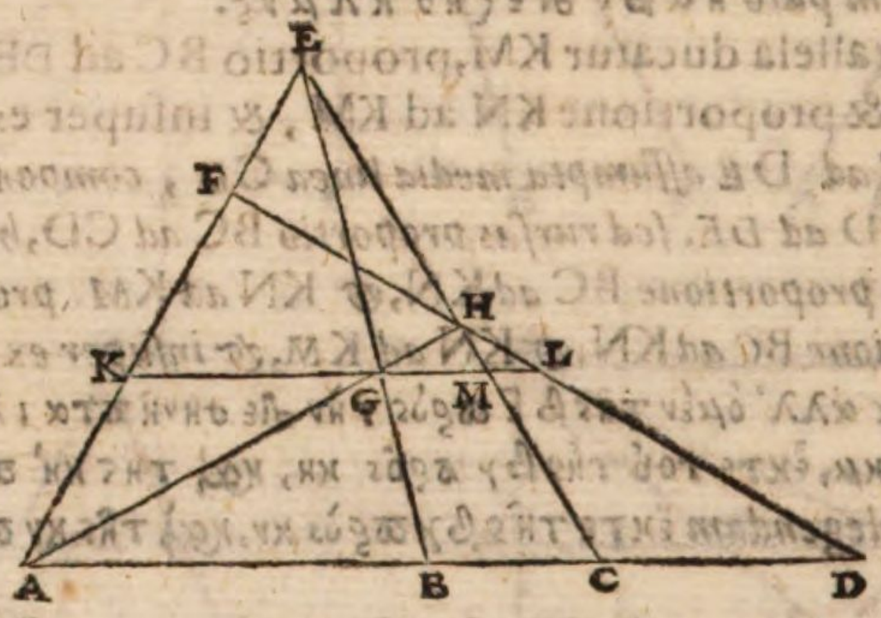
Proportio autem composita ex proportione CH ad HK, & proportione HK ad EX transmutatur in proportionem CH ad EX] *propositio enim composita ex proportione* CH *ad* HK, *& proportione* HK *ad* EX *eadem est, quæ proportio* CH *ad* EX, *nempe assumpta media* HK. K

L Et proportio CF ad FE eadem est, quæ CH ad EX] *superius enim demonstratum est proportionem* CF *ad* FE *componi ex proportione* CH *ad* HK, *& proportione* KG *ad* GE. *sed proportio* KG *ad* GE *eadem est, quæ* KH *ad* EX. *proportio igitur* CF *ad* FE *composita est ex proportionibus* CH *ad* HK, *&* HK *ad* EX. *ex quibus etiam componitur proportio* CH *ad* EX. *ergo ut* CF *ad* FE, *ita est* CH *ad* EX. *græcus codex* καὶ ὁ τῆς νζ πρὸς ζε λόγος ὁ αὐτὸς τῷ τῆς γθ πρὸς τὴν θζ *lege* πρὸς τὴν εξ.

M Hoc enim manifeste constat] *Ex nostro lemmate in* 10. *proportionem libri Archimedis de ijs, quę in aqua uehuntur.*

THEOREMA CXX. PROPOSITIO CXXXI.

LEM. V. Si sit figura ABCDEFKH, sit vt AD ad DC, ita AB ad BC. sit igitur. vt AD ad DC, ita AB ad BC. Dico rectam lineam esse, quæ per AGH transit.



Ducatur per G ipsi ad parallela KL. Itaque quoniam est ut AD ad DC, ita AB ad BC, ita KG ad GM: erit ut GL ad LM, ita KG ad GM. hoc est AD ad DC. quare permutando. ut AD ad GL, ita CD ad LM: hoc est DG ad HL. atque est GL Parallela ipsi AD. recta igitur linea est, quæ transit per AGH. hoc enim manifesto constat.

A B C D E F

COMMENTARIVS.

A Vt autem AD ad DC, ita GL ad LM] *ob similitudinem triangulorum* AHC GHL, *& triangulorum* CHD MHL. *græcus codex* α'λλ' ὡς μὲν ἡ ΑΔ πρὸς τὴν ΔΓ, οὕτως ἡ ΧΑ πρὸς τὴν ΛΜ. *sed legendum puto* οὕτως ἡ ΗΛ πρὸς τὴν ΛΜ.

Erit

Erit ut GL ad LM, ita KG ad GM.] *ex 11. quinti element. post quæ in græco codice hæc leguntur.* καὶ λοιπὴ ἡ ΗΛ πρὸς λοιπὴν τὴν ΛΜ, ἔσιν ὡς ἡ ΚΜ πρὸς τὴν ΛΜ. *Sed nos ea, vti corrupta, & superuacanea omisimus.* B

Hoc est AD ad DC] *est enim vt* KG *ad* GM, *ita* AB *ad* BC *ob similitudinem triangulorũ* KEG AEB, *& triangulorum* GEM BEC. *vt autem* AB *ad* BC, *ita ponitur esse* AD *ad* DC. *Græcus codex* τουτέσιν ὡς ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ΑΓ. *lege* πρὸς τὴν ΔΓ. C

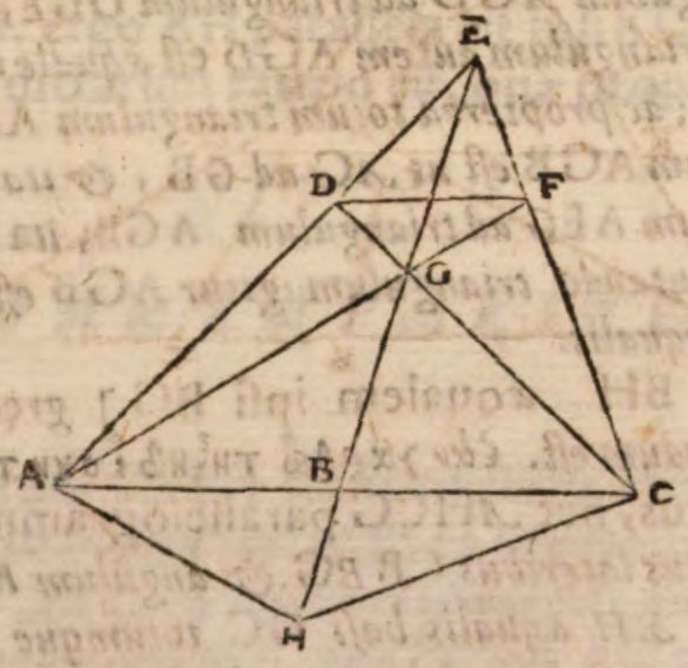
Quare permutando vt AD ad GL, ita CD ad LM] *Græcus codex* ἀναλογὸν ἔσιν ὡς ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ΗΛ, οὕτως ἡ ΓΛ πρὸς τὴν ΛΜ. *vide ne legendum sit* ἐναλλὰξ ἔσιν ὡς ἡ ΑΛ πρὸς τὴν ΗΛ οὕτως ἡ ΓΛ πρὸς τὴν ΛΜ. D

Hoc est DH ad HL] *Ex quarta sexti elementorum, quod triangula* CHD *MHL sint similia.* E

Recta igitur linea est, quæ transit per AGH. hoc enim manifesto constat] *Nam si iungatur* AH *transibit ea per* G, *alioqui secaretur pars toti æqualem esse; quod nos lemmate antedicto ostendimus.* F

THEOREMA CXXI. PROPOS. CXXXII. LEM. VI.

Rursum si sit descripta figura, & DF ipsi AC sit parallela, A
rit AB æqualis BC· Sit igitur æqualis. Dico DF ipsi AC parallelum esse.

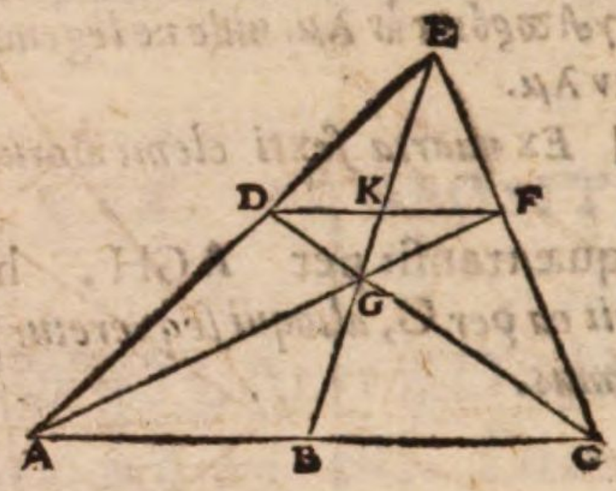


Quod quidẽ ita se hẽt. nã si ponamus BH æqualem ipsi GB, & AH HC iũgamus, fiet B C
AHCG parallelogrammũ, ac propterea ut AD ad DE, ita CF ad FE. vtraque n dicta D
rum proportionũ eadẽ est, quæ proportio HG ad GE. ergo DF ipsi AC ẽ parallela.

COMMENTARIVS.

Rursus si sit descripta figura, & DF ipsi AC sit parallela, erit AB æqualis BC.] A
Non demonstratur hoc a Pappo, sed eius conuersum· demonstrabitur autem hoc modo.

Sit triangulum AFC, & ipsi AC parallela ducatur DF, *iunganturque* AF DC *sese in puncto* G *secantes, & iuncta* CG *in* B *producatur. Dico* AB *ipsi* BC *æqualem esse.*



Triangula enim DAF DCF *interſe ſunt æqualia ex* 37. *primi elementorum, & ablato communi triangulo* DGF, *relinquetur* AGD *triangulum æquale triangulo* CGF. *vt autem* AD *ad* DE, *ita triangulum* AGD *ad tridngulum* DGE, *& ſimiliter ut* CF *ad* FE, *ita triangulum* CGF *ad triangulum* FGE. *ſed ut* AD *ad* DE, *ita* CF *ad* FE *utraque enim proportio eadem eſt, quę*
2.ſexti. BK *ad* KE. *ut igitur triangulum* AGD *ad triangulum* DGE, *ita triangulum* CGF *ad* CFE *triangulum; & permutando. triangulum autem* AGD *eſt æquale triangulo* CGF. *ergo & triangulum* DGE *triangulo* FGE; *ac propterea totum triangulum* AFG *toti* CEG *æquale. At triangulum* AEG *ad triangulum* AGB *eſt ut* AG *ad* GB, *& ita triangulum* CEG *ad triangulum* CGB. *quare ut triangulum* AEG *ad triangulum* AGB, *ita triangulum* CEG *ad triangulum*
1.ſexti. *ad ipſum* CGB: *& permutando. triangulum igitur* AGB *eſt æquale triangulo* CGB, *& ob id*
3.ſexti. *recta linea* AB *ipſi* BC *æqualis.*

B Nam ſi ponamus BH æqualem ipſi BG] *græcus codx* ἐὰν γὰρ τὴν εβ θω τὴ ηβ ἴσην τὴν βθ. *ſed legendum eſt.* ἐὰν γὰρ θῶ τὴ ηβ ἴσην τὴν βθ.

C Et AH HC iungamus, fiet AHCG parallelogrammum] *Quoniam enim duo latera* AB BF *æqualia ſunt duobus lateribus* CB BG, *& angulum* ABH *eſt æqualis angulo ad verticem* CBG. *erit & baſis* AH *æqualis baſi* GC *totumque triangulum toti triangulo & reliqui anguli reliquis angulis æquales, quibus æqualia latera ſubtenduntur. angulus igitur* AHB
29.prim. *ipſi æqualis angulo* BGC, *ideoque recta linea* AH *rectæ* CG *parallela eſt. Eodem modo demonſtrabimus* CH *parallelam eſſe ipſi* AG.

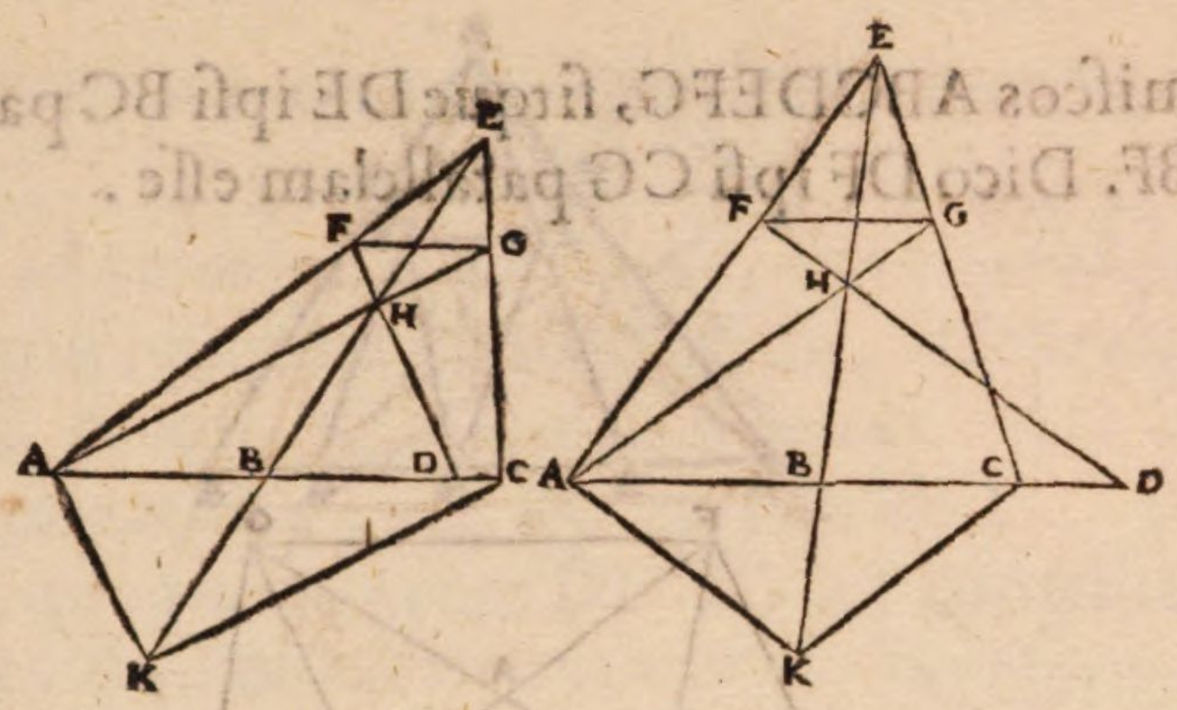
D Ac propterea vt AD ad DE, ita CF ad FE, vtraque enim dictarum proportionum eadem eſt, quæ proportio HG ad GE] *cum enim* DGC *parallela ſit ipſi* AH *erit* AD *ad*
2.ſexti. DE, *ut* HG *ad* GE. *& eadem ratione cum parallela ſit* AGF *ipſi* HC, *ut* HG *ad* GE, *ita erit*
11.quint. CF *ad* FE. *ut igitur* AD *ad* DE, *ita* FR *ad* FR. *quare ex* 2. *ſexti* DF *ipſi* AC *parallela erit.*

THEOREMA CXXII. PROPOSITIO CXXXIII.

LEM. VII. A Sit deſcripta figura, & ipſarum CB BA ſumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipſi AC parallelam eſſe.

Produca-

THEOREMA CXXIII. PROPOS. CXXXIII.



Producatur EB, & per A ipsi DF parallela ducatur AK, & KC iungatur. Itaque quoniam est ut CB ad BA, ita AB ad BD, ut autem AB ad BD, ita KB ad BH; erit & ut CB ad BA, ita KB ad BH. ergo AH parallela est ipsi KC: Rursus ut AF ad FE, ita CG ad GE, utraque enim dictarum eadem est, quæ proportio KH ad HE: quare FG ipsi est parallela. B C D E F G 2. sexti.

COMMENTARIVS.

Sit descripta figura, & ipsarum CB BA sumatur tertia proportionalis BD. Dico FG ipsi AC parallelā esse] *Sit triangulum AEC, ducaturque ad basim utcumque recta linea EB, & ut CB ad BA, ita fiat AB ad BD. postea ducatur AG, quæ secet EB in puncto H, & iuncta DH ad F producatur. iungaturque FG. Dico FG ipsi AC parallelam esse. græcus codex* ἔσο καταγραθη· κατά τῶν αβ βγ μέση ἀνάλογον ἴσο ἡ αδ. *sed legendum puto.* ἔσο κατα γραφή, καὶ τῶν γβ βα τρὶ τη ἀναλογον ἔσο ἡ αδ. A

Producatur EB, & per A ipsi DF parallela ducatur AK] *græcus codex* ἐκβληθεισα ἡ αβ, καὶ διὰ τοῦ α &c. *ego legerem* ἐκβεβλήσθω ἡ εβ. B

Vt autem AB ad BD, ita KB ad BH] *ob similitudinem triangulorum ABK DBH.* C

Erit & ut CB ad BA, ita KB ad BH] *græcus codex* καὶ ὡς ἄρα ἡ γβ πρός τὴν βλ. *lege* πρὸς τὴν βα. D

Ergo AH parallela est ipsi KC] *est enim ut CB ad BA, ita KB ad BH: & permutando, ut CB ad BK, ita AB ad BH. & sunt anguli ad B æquales. triangulum igitur CBK triangulo ABH æqui angulum est, & angulus BCK angulo BAH æqualis. quare AH ipsi KC est parallela græcus codex* παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ηθ τῇ κγ. *lege* ἡ αθ τῇ κγ. E 6. sexti, & 27. primi.

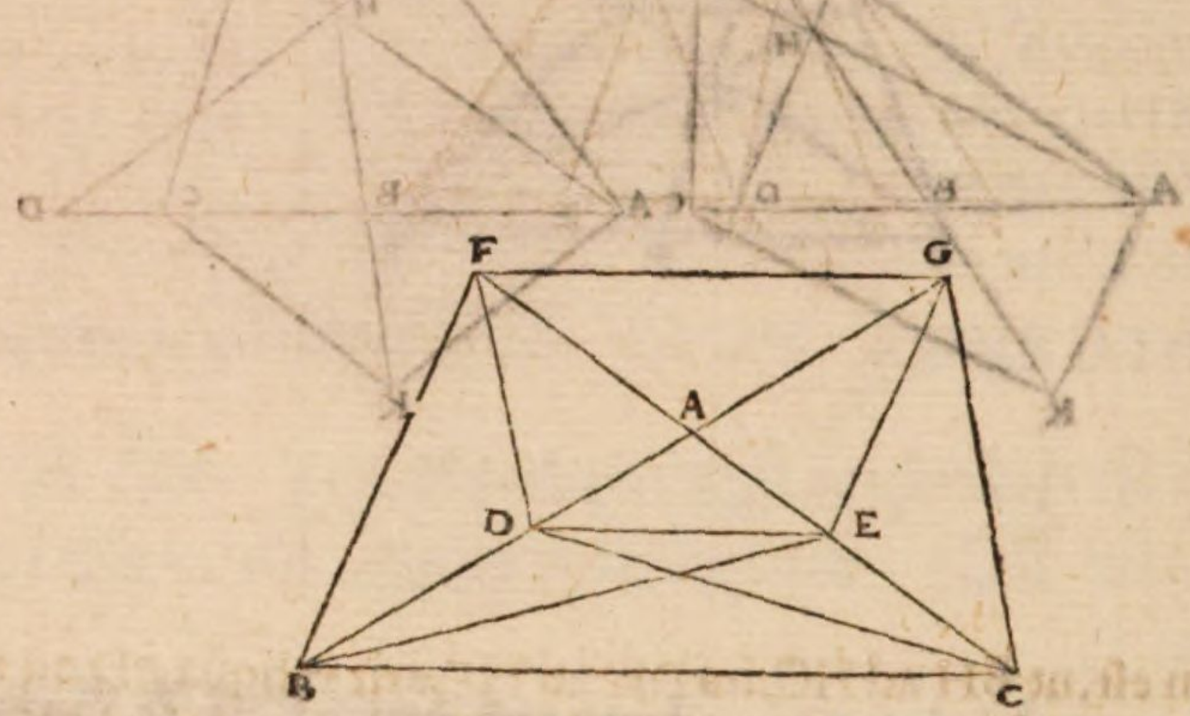
Rursus ut AF ad FE] *græcus codex.* ἐστὶν οὖν πάλιν ὡς ἡ αζ πρός τὴν ζγ. *lege* πρὸς τὴν ζε. F

Vtraque

Vtraque enim dictarum eadem est, que proportio KH ad HE] *ex 2. sexti. græcus codex pro θε habet βθ.*

THEOREMA CXXIII. PROPOS. CXXXIIII.

LEM. VIII. Sit bomiscos ABCDEFG, sitque DE ipsi BC parallela: & EG
* parallela BF. Dico DF ipsi CG parallelam esse.



Iungantur BE, DC FG. erit triangulum DBE æquale triangulo DCE, communi apponatur triangulum DAE. ergo totum ABE toti CDA est æquale. Rursus quoniam BF parallela est ipsi EG, triacgulum BFE æquale est triangulo BFG. auferatur commune ABF. reliquum igitur ABE reliquo AGF æquale erit. sed triangulũ ABE est æquale triangulo ACD. ergo & ACD ipsi AFG æquale, & communi apposito triãgulo ACG, fiet totum triangulum CDG æquale toti CFG. & est in eadem CG basi. quare CG ipsi DF est parallela.
29 prim.

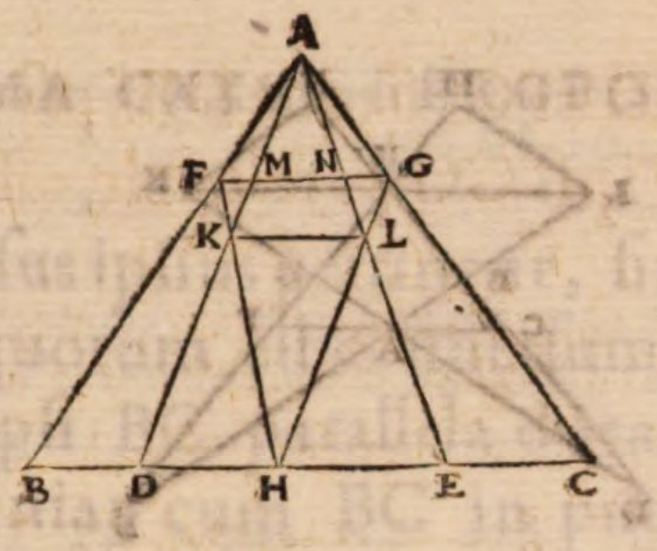
COMMENTARIVS.

* Sit bomiscos ABCDEFG] *Huiusmodi figuram idcirco βωμίσκον appellauit, quod parui alteras imaginem referat.*

THEOREMA CXXIIII. PROPOS. CXXXV.

LEM. IX. Sit triangulum ABC, in quo ducantur rectæ lineæ AD AE: ipsique BC parallela ducatur FG, & inflectatur FHG. sit autem vt BH ad HC, ita DH ad HE. Dico KL ipsi BC parallelam esse.

Quoniam



Quoniam enim est, ut BH ad HC, ita DH ad HE, erit reliqua BD ad reliquam EC, vt DH ad HE. sed ut ad BD ad EC, ita FM ad NG. vt igitur FM ad NG, ita DH ad HE. & permutando vt FM ad DH, ita NG ad HE. vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & vt NG ad HE, ita GL ad LH. ergo ut FK ad KH, ita GL ad LH, parallela igitur est KL ipsi FG, & propterea ipsi BC. B C 2. sexti. 30. prim.

COMMENTARIVS.

Et inflectatur FHG] *græcus codex* καὶ κεκλάσθω ἡ ΖΗ. *Vide ne legendum sit* καὶ κεκλάσθω ἡ ΖΘΗ. A

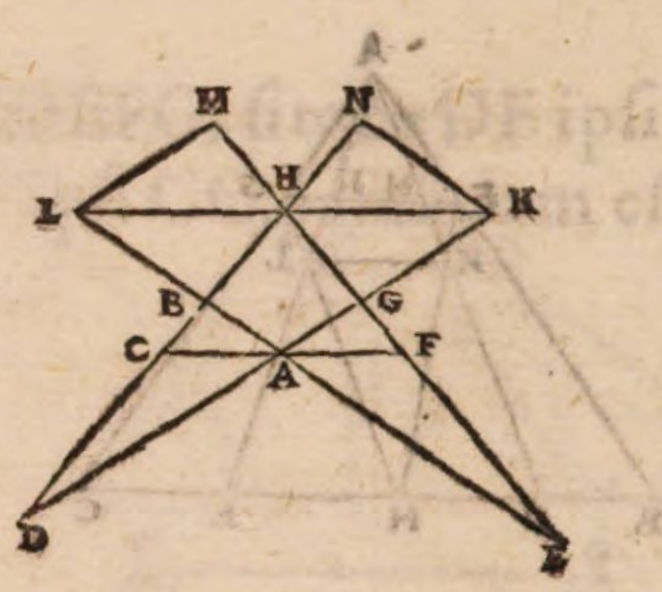
Sed vt BD ad EC, ita FM ad NG. ut igitur FM ad NG, ita DH ad HE] *græcus codex mancus est, in quo legitur* ὡς ΔΕ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΗ πρὸς ΙΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ. *legendum autem est* ὡς ΔΕ ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΕΓ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΖΜ πρὸς ΝΗ, καὶ ὡς ἄρα ἡ ΖΜ πρὸς ΝΗ, οὕτως ἐστὶν ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΕ. B

Vt autem FM ad DH, ita in lineis parallelis FK ad KH: & ut NG ad HE, ita GL ad LH] *ob similitudinem scilicet triangulorum* FKM DKH, *itemq; triangulorum* NLG HLE. C

THEOREMA CXXV. PROPOS. CXXXVI.

In duas rectas lineas BAE DAG duæ rectæ lineæ ducantur DH, HE, sitque vt rectangulum quod continetur DH BC ad contentum DC BH, ita rectangulum contentum HG FE ad contentum HE FG. Dico rectam lineam esse, quæ per CAF puncta transit. LEM. X.

Ducatur



Ducatur per H ipſi CA parallela KL, quæ cum lineis AB AD in punctis KL conueniat, & per L ipſi AD parallela agatur LM, producaturque EH ad M. deinde per K parallela ipſi AB ducatur KN, & DH ad N producatur.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas ſit vt DH ad HN, ita DC ad CB, erit rectangulum contentum DH CB æquale contento DC HN. Sed aliud aliquod rectangulum eſt, quod DC BH continetur. ergo vt rectangulum contentum DH BC ad contentum DC BH, ita contentum CD HN ad contentum DC BH, hoc eſt HN ad HB.

B C Sed vt rectangulum quidem contentum HD BC ad contentum DC BH, ita ponitur eſſe contentum HG FE ad contentum HE FG. Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL, hoc eſt in lineis parallelis GH HM, hoc eſt rectangulum contentum HG FE ad contentum HM FE. ergo ut contentum HG FE ad contentum

D HE FG, ita contentum HG FE ad contentum HM FE. rectangulum igitur contentum HE FG æquale eſt contento HM FE. quare vt MH ad HE, ita GF ad FE, componendoque & permutando, ut ME ad EG, ita HE ad EF. Sed ut ME ad EG, ita eſt LE ad EA. & ut igitur LE ad EA, ita HE ad EF. & ideo AF parallela eſt ipſi KL. Sed & CA. ergo recta linea eſt, quæ per CAF puncta tranſit, quod oportebat demonſtrare.

COMMENTARIVS.

A Itaque quoniam ob lineas parallelas ſit ut DH ad HN, ita DC ad CB] *Vt enim* DB *ad* BN, *ita* DC *ad* CB. *Vtraque enim ipſarum eadem eſt, quæ proportio* DA *ad* AK: *& permutando ut* BD *ad* DC, *ita* BN *ad* CH. *vt autem omnia ad omnia, ita vnum ad vnum ergo ut* ND *ad* DH, *ita* BD *ad* DC. *& per conuerſionem rationis, vt* DN *ad* NH, *ita* DB *ad* BC *diuidendoque ut* DH *ad* HN, *ita* DC *ad* CB.

B Vt autem NH ad HB, ita KH ad HL] *Similia enim ſunt triangula* KHN LHB.

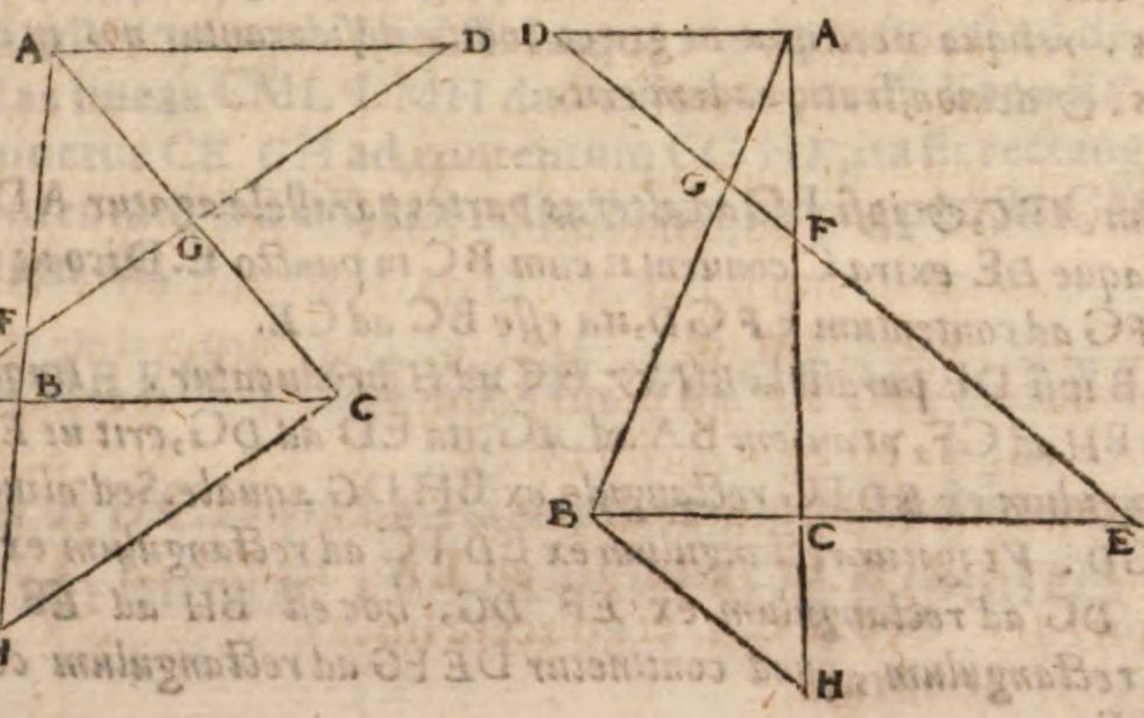
C Hoc eſt in lineis parallelis GH aũ HM] *Ob ſimilitudinem triangulorum* KGH LMH. *Græcus codex* τουτέστιν ἐν παραλλήλῳ ἡ νθ πρὸς τὴν θμ, *lege* ἡ ηθ πρὸς τὴν θμ.

Rc-

Rectangulum igitur contentum HE FG æquale est contento HMFE. quare ut D
MH ad HE, ita GF ad FE.] Ex 9. *quinti elementorum græcus codex mancus est, in quo legitur* ἴσον ἄρα ἐστὶν ὡς ἡ ΗΜ πρὸς τὴν ΗΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ. *Sed eum ita restituemus,* ἴσον ἄρα ἐστὶν τὸ ὑπὸ ΗΕ ΖΗ τῷ ὑπὸ ΗΜ ΖΕ. καὶ ὡς ἄρα ἡ ΗΜ πρὸς τὴν ΗΕ, οὕτως ἡ ΗΖ πρὸς τὴν ΖΕ.

THEOREMA CXXVI. | PROPOS. CXXXVII. LEM. VI.

Quę vero ad casus ipsius pertinent, similiter atque antedicta ostendemus, quorum est conuersum, videlicet, Sit triangulum ABC & ipsi BC parallela ducatur AD. & ducta DE conueniat cum BC in puncto E. Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita esse CB ad BE. A B



Ducatur per C ipsi DE parallela CH, & AB ad H producatur: Itaque quo- C D
niam est vt CA ad AG, ita CH ad GF, & ut CA ad AG, ita ED ad DG: erit ut ED
ad DG, ita CH ad FG, ac propterea rectangulum contentum CH DG æquale est E
contento ED FG. Sed aliud aliquod rectangulum est, quod EF GD continetur.
ergo vt rectangulum contentum DE FG ad contentum DG EF, ita contentum CH
DG ad contentum DG EF, hoc est ita CH ad EF, hoc est CB ad BE. Ex quibus sequi F
tur vt rectangulum contentum DE FG ad contentum EF GD, ita esse CB ad BE.
Eadem ratione, & si ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra G
C, uelut ad E ducatur DE, vt rectangulum quod continetur DE FG ad contentum
EF GD, ita demonstrabitur esse BC ad CE.

COMMENTARIVS.

A Quæ uero ad casus ipsius pertinent, similiter atque antedicta ostendemus, quorum est conuersum] *Græcus codex* τὰ δὲ πτωτικὰ αὐτοῦ ὁμοίως τοῖς προγεγραμμένοις, ὧν ἔστιν ἀνασκόφιον. *quibus verbis quid significetur plane intelligere non possumus, cum perismatam libris careamus.*

B Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita esse CB ad BE.] *Græcus codex* ὅτι ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΛ *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΔ.

C Itaque quoniam est vt CA ad AG, ita CH ad GF] *Ob similitudinem triangulorum* CAH GAF.

D Et vt CA ad AG, ita ED ad DG] *Ob similitudinem triangulorum* CGE AGD.

E Hoc est CB ad BE] *Similia enim sunt triangula* CBG EBF.

F Ex quibus sequitur vt rectangulum contentum DE FG ad contentum EF GL] *græcus codex* ἔστιν οὖν ὡς τὸ ὑπὸ ΔΕ ΖΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΛ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΖ ΗΔ.

G Eadem ratione, & si ad alteras partes agatur parallela AD, atque a puncto D extra C velut ad E ducatur DE, vt rectangulum, quod continetur DE FG ad contentũ EF GD, ita demonstrabitur esse BC ad CE.] *græcus codex corruptus est, & mancus, vt videtur, qui sic habet.* τὰ δ' αὐτὰ κἂν ἔξωθεν τὰ ἕτερα μέρη ἀχθῇ ἢ ΑΔ παρὰλληλος, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐκτὸς ὡς ἐπὶ τὸ Γ διὰ τὴν εὐθεῖαν. *vide ne legẽdũ sit* καὶ ἀπὸ τοῦ Δ ἐκτὸς τοῦ Γ ὡς ἔξωθεν τὸ Ε ἀχθῇ ἢ ΔΕ. *reliqua vero quæ in græco codice desiderantur nos in eam sententiam restituenda censemus. & demonstratio eadem erit.*

Sit triangulum ABC, & ipsi BC ad alteras partes parallela agatur AD, vt in subiecta figura apparet, ductaque DE extra C conueniat cum BC in puncto E. Dico ut rectangulum, quod continetur DE FG ad contentum EF GD, ita esse BC ad CE.

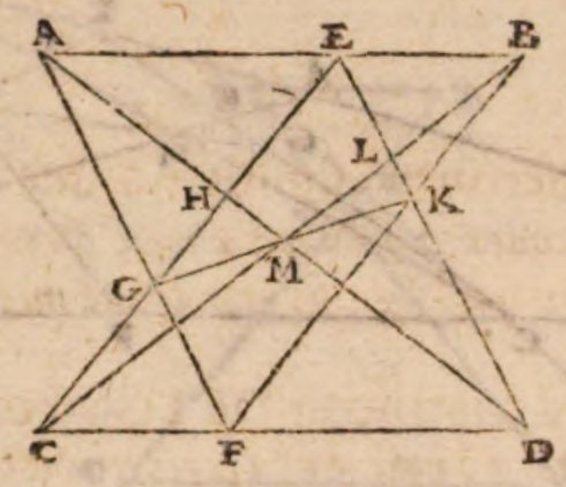
Ducatur per B ipsi DE parallela BH, & AC ad H producatur. Itaque quoniam est vt BA ad AG, ita BH ad GF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DG, erit vt ED ad DG, ita BH ad FG, & rectangulum ex ED FG rectangulo ex BH DG æquale. Sed aliud rectãgulũ est quod continetur EF GD. Vt igitur rectangulum ex ED FC ad rectangulum ex EF GD, ita rectãgulum ex BH DG ad rectangulum ex EF DG, hoc est BH ad EF, hoc est BC ad CE. ergo vt rectangulum, quod continetur DE FG ad rectangulum contentum EF GD, ita erit BC ad CE.

LEM XII.

THEOREMA CXXVII. PROPOS. CXXXVIII.

His autem demonstratis, nunc ostendendum est, si parallelæ sint AB CD, atque in ipsas incidãt quædam rectæ lineæ AD AF BC BF & ED EC iungantur, rectam lineam esse, quæ per GMK puncta transit.

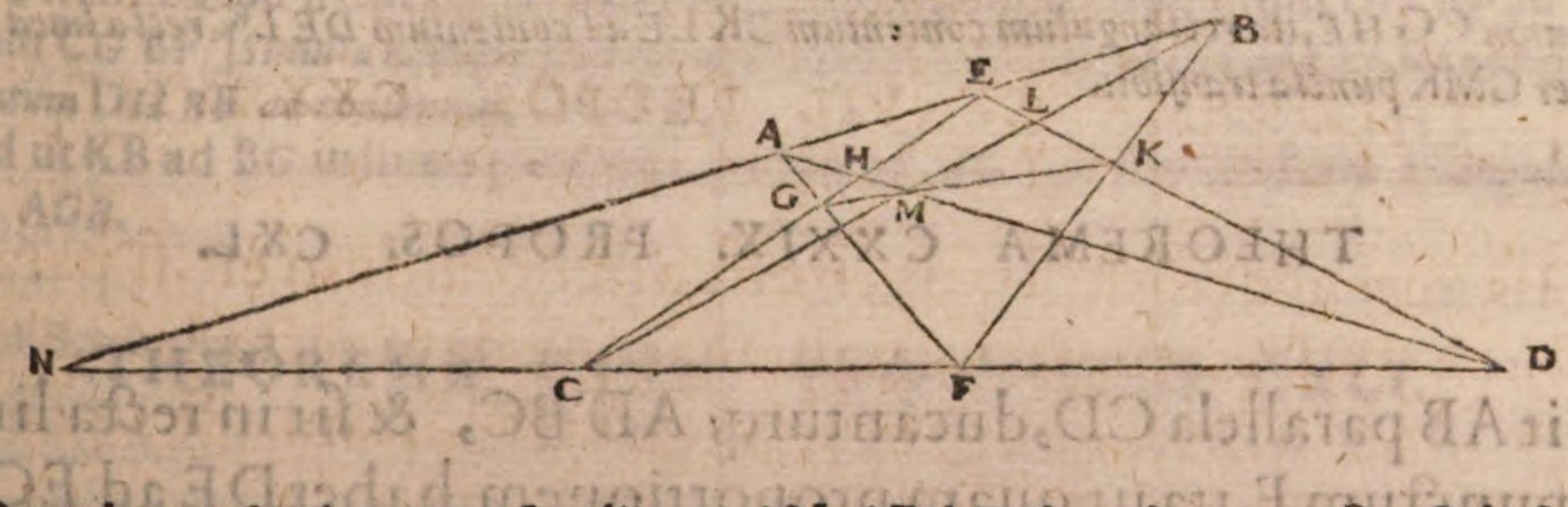
Quo-



Quoniam enim triangulum est D*AF*, ipsique DF parallela est AE, & ducta est *EC*, conueniens cum *D*F in C, erit ob antecedens lemma, vt DF ad FC ita rectangulum quod continetur CE CH ad contentum CGHE. Rursus quoniam triangulum est C*F*, & ipsi CD parallela est BE, duciturque E*D* conueniens cum CF in *D*, fiet vt CF ad FD, ita rectangulum contentum *D*E LK ad contentum *D*K LE, & conuertendo vt *D*F ad FC, ita rectangulum contentum DK L*E* ad contentum *D*E LK. sed vt DF ad F*C*, ita erat rectangulum, quod continetur C*E* GH ad contentum CGHE: vt igitur rectangulum contentum CE GH ad contentum CGH*E*, ita est rectangulum, quod continetur DK LE ad contentum DE LK. Itaque res deducta est ad decimum lemma nã cũ in duas rectas lineas CML DMH ductæ sint duę rectæ lineæ EC E*D*, & ut rectã gulum quod continetur C*E* GH ad contentum CG H*E*, ita sit rectangulum contentum *D*K LE ad contentum *D*E LK, erit recta linea, quæ per puncta GMK transit. hoc enim demonstratum est. In 10. lẽmate antecedentium.

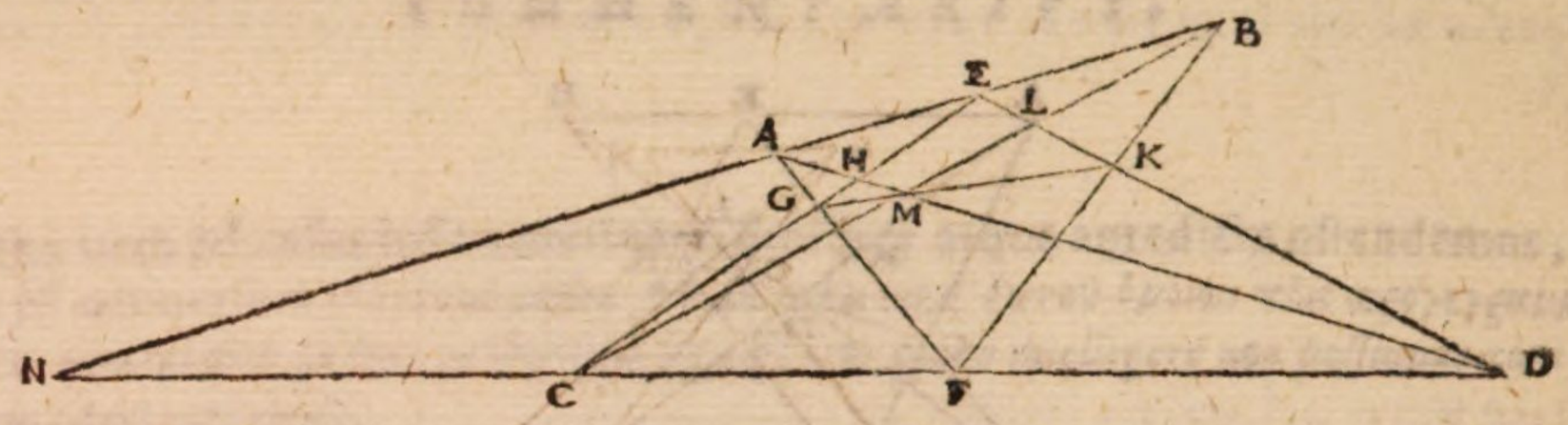
THEOREMA CXXVIII. PROPOS. CXXXIX.

Sed non sint ABCD parallelæ, & in puncto N conueniant. Dico rursus rectam lineam esse, quæ per GMK puncta transit. LEM. III.



A

Quoniam enim in tres rectas lineas AN AF A*D* ab eodem puncto C ductæ sunt duę rectæ lineæ CE CD, ut rectangulũ, quod continetur CE GH ad cõtentũ C*G*HE ita est rectangulũ cõtentũ CN F*D* ad contentũ ND CE. Rursus quoniã ab eodẽ pũcto B in tres rectas lineas BN BC BF duę rectę lineę *DE DN* ducũtur, erit vt rectangulũ B C



cõtentũ NC FD ad contentum ND FC, ita quod continetur DK EL ad contentum DE KL. Sed ut rectangulum contentum NC FD ad contentum ND FC, ita demonstratum est rectangulum contentum CE GH esse ad contentum CG HE. Vt igitur rectangulum contentum CE GH ad contentum CG HE, ita est
D quod DK EL continetur ad contentum DE KL. & res deducta est ad idem, quod in parallelis. ergo ex iam dictis recta linea est, quæ per GMK puncta transit.

COMMENTARIVS.

A Et in puncto N conueniant] *Græcus codex pro ν habet κ.*

B Quoniam enim in tres rectas lineas AN AF AD ab eodem puncto C ductæ sunt duæ rectę lineæ CE CD] *Græcus codex ἔπιπεσεῖ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΑΝ ΑΖ ΑΔ ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Κ ΔΙΧΘΩ ΔΙΗΓΜΕΝΑΙ ΕΙΣΙΝ ΑΙ ΓΕΝΔ. lege ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Γ ΔΙΧΘΩ ΔΙΗΓΜΕΝΑΙ ΕΙΣΙΝ ΑΙ ΓΕ ΓΔ.*

C Rursus quoniam ab eodem puncto B inter rectas lineas BN BC BF] *Græcus codex πάλιν ἔπιπεσεῖ ἀπὸ τοῦ σημεῖον τοῦ Δ τρεῖς εὐθείας, &c. lege ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Β εἰς τρεῖς εὐθείας.*

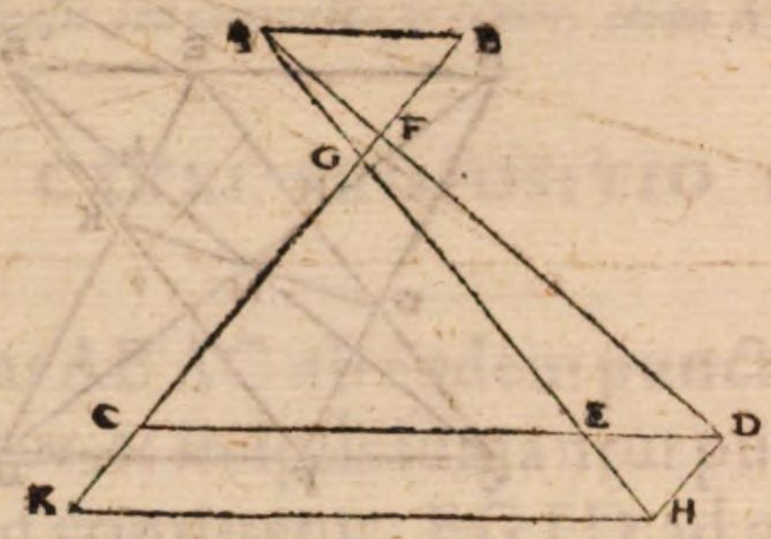
D Et res deducta est ad idem, quod & in parallelis] *Hoc est res deducta est ad decimum lemma, quemadmodum & in parallelis. Quoniam enim in duas rectas lineas CML DMH ab eodem puncto E ductæ sunt EC ED, atque est ut rectangulum, quod CE GH continetur ad contentum CG HE, ita rectangulum contentum DK LE ad contentum DE LK, recta linea erit, quæ per GMK puncta transibit.*

LEM. IIII.

THEOREMA CXXIX. PROPOS. CXL.

A Sit AB parallela CD, ducanturq; AD BC, & sit in recta linea BG punctum F, ita ut quam proportionem habet DE ad EC, eã dem habeat rectangulum contentum CB GF ad contentũ FB CG. Dico rectam lineam esse, quæ per AFD puncta transit.

Duca-



Ducatur per D quidem ipſi BC parallela DH, & producatur AE ad H, per H vero agatur HK ipſi CD parallela, & BC ad K producatur. Itaque quoniam vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB GF ad contentum FB CG, vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH BF ad contentum CG BF; erit rectangulum quod continetur CB GF æquale contento DH BF, ergo vt CB ad BF, ita DH, hoc eſt CK ad GF. & ob id tota KB ad totam BG eſt vt KC ad GF, videlicet vt DH ad FG. Sed vt KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG. quare HA ad AG eſt vt DH ad FG; & ſunt DH FG parallelæ. recta igitur linea eſt quæ per AFD puncta tranſit.

B 14. ſexti. C 9. quinti. 34. prim. D 12. quinti

COMMENTARIVS.

Et ſit in recta linea BG punctum F] græcus codex καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς ζη τὸ ζ. lege ἐπὶ τῆς βη τὸ ζ. A

Itaque quoniam vt DE ad EC, ita eſt rectangulum, quod continetur CB FG ad cõtentum FB CG] Græcus codex ἔστει οὖν ἔστιν ὡς ἡ δε πρὸς τὴν εγ, οὕτω τὸ ὑπὸ γβ ζη πρὸς τὸ ὑπὸ βγ ζη. lege πρὸς τὸ ὑπὸ ζβ γη B

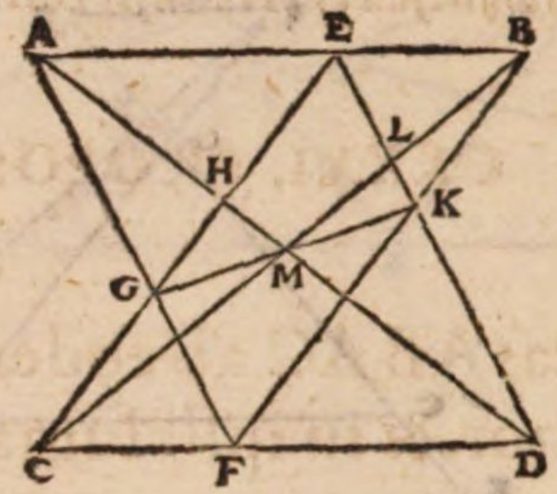
Vt autem DE ad EC, ita & DH ad CG, & rectangulum contentum DH BF ad contentum CG BF] *Similia namque ſunt triangula* DEH CEG: *& vt* DH *ad* CG, *ita rectangulũ contentum* DH BF *ad contentum* CG BF. C

Sed vt KB ad BG in lineis parallelis, ita HA ad AG] *ob ſimilitudinem triangulorum* KGH AGB. D

THEOREMA CXXX. PROPOSITIO CXLI. LEM. XV.

Hoc præmiſſo ſit AB parallela CD. & in ipſas incidant rectæ lineæ AF FB, CE ED. iungantur que BC GK. Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit.

Iunga-



C D Iungatur DM & ad H producatur. Quoniam igiturextra trjangulum BCF a ver
ticis puncto B acta eſt BE parallela ipſi CD,& ducitur ED, ut CF ad FD, ita rectan-
E gulum quod continetur DE KL ad contentum EL KD. vt autem rectangulum con-
tentum DE K L ad contentum EL KD, ita eſt rectangulum contentum CG HE, ad
contentum CE GH. etenim intres rectas lineas CL DH GK,ab eodem puncto E du-
F ctæ ſunt duæ rectæ lineę EC E D. ergo vt DF ad FE, ita eſt rectangulum, quod con-
G tinetur CE GH ad contentum CG HE. atque eſt recta linea DM. quare ex eo, quod
proxime demonſtratum eſt, recta linea erit, quę per AMD puncta tranſibit.

COMMENTARIVS.

A Iunganturque BC GK] *ſecet* CE *ipſam* AF *in* G, *&* ED *ſecet* FB *in* K, *iunctaque* BC GK *ſeſe in puncto* M *ſecent*.

B Dico rectam lineam eſſe, quæ per AMD puncta tranſit] *græcus codex* ὅτι εὐθεῖα ἐστιν ἡ διὰ τῶν η μ κ, *ſed legendum puto* ἡ διὰ τῶν α μ δ, *vt in concluſione, namque* GMK *recta ponitur*.

C Iungatur DM & ad H producatur] *græcus codex* ἐπεξεύχθω ἡ λμ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ κ. *ego legerem* ἐπεξεύχθω ἡ δμ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ θ.

D Quoniam igitur extra triangulum BCF a verticis puncto B acta eſt *BE* parallela ipſi *CD*, & ducitur *E*D, ut *C*F ad FD, ita eſt triangulum, quod continetur DE KL ad contentum *E*L KD] *Ex vndecimo lemmate præmiſſorum.*

E Vt autem rectangulum contentum DE KL ad contentum *E*L KD, ita eſt rectangulum contentum CG *HE* ad contentum CE GH, etenim in tres rectas lineas CL, DH GK ab eodem puncto E ductæ ſunt duæ rectę lineæ FC ED] *Ex tertio lemmate. græcus codex* ὡς ἀπὸ τοῦ ὑπὸ δε κλ πρὸς τὸ ὑπὸ δκ λβ. *ego legendum cenſeo*, πρὸς τὸ ὑπὸ ελ κδ.

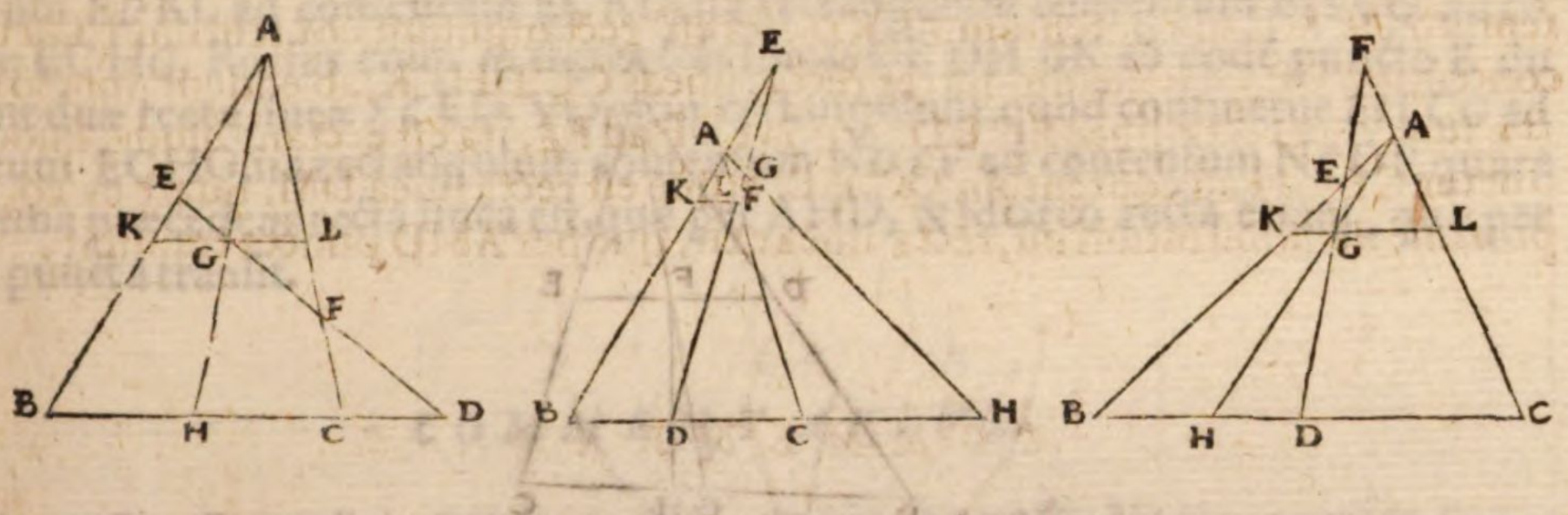
F Ergo ut DF ad FC, ita eſt rectangulum, quod continetur C*E* GH ad contentum CG HE] *Ex iam dictis ſequitur, ut* C*F ad* FD, *ita eſſe rectangulum contentum* CG HE *ad contentum*

tentum CE GH. *quare & conuertendo vt* DF *ad* FC, *ita rectangulum quod continetur* CE GH *ad contentum* CG HE.

Atque est recta linea DMH. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, recta G linea erit & quæ per AMD puncta transibit] *græcus codex* καὶ ἐστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν ΗΜΚ *vide ne legendum sit* καὶ ἐστιν εὐθεῖα ἡ διὰ τῶν ΔΜΘ, *nam quæ ex antecedenti lemmate constat rectam lineam esse, quæ* AHD *transit. sed cum recta sit* DMH, *etiam* AMD *recta erit.*

THEOREMA CXXXI. PROPOSITIO CXLII.

In duas rectas lineas AB AC ab eodem puncto D duæ rectæ lineæ DB, DE ducantur, & in ipsis sumantur puncta GH: sitq; vt rectangulum, quod continetur EG FD ad contentum DE GF, ita rectangulum contentum BH CD ad contentum BD CH. Dico rectam lineam esse, quæ per AGH puncta transit. LEM. XVI.



Ducatur per G ipsi *BD* parallela KL. *Itaque* quoniam est, ut rectangulum, quod continetur EG FD ad contentum *DE* FG, ita est rectangulum contentum BH CD ad contentum BD CH; proportio autem rectanguli contenti EG GD ad contentũ *DE* FG composita est ex proportione, quam habet G*E* ad *ED*, hoc est KG ad *BD*, & ex proportione, quam *DF* habet ad FG, hoc est CD ad GL; & proportio rectanguli contenti BH CD ad contentum BD CH composita est ex proportione, quam habet HB ad B*D*, & ex ea, quam habet *DC* ad CH: erit proportio composita ex proportione KG ad BD & proportione *CD* ad GL; eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD & proportione DC ad CH. sed proportio KG ad BD composita est ex proportione KG ad BH, & proportione HB ad BD. proportio igitur composita ex proportione KG ad BH & proportione HB ad B*D*, & insuper ex proportione CD ad GL. eadem est, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH. communis auferatur proportio H*B* ad BD. ergo reliqua proportio, quæ componi- 23. sexti. A B C

tur

tur ex proportione KG ad BH & proportione CD ad GL, eadem eſt, quę proportio DC ad CH, hoc eſt proportio compoſita ex proportione DC ad GL, & proportione GL ad CH & rurſus communis auferatur proportio DC ad GL. reliqua igitur proportio KG ad BH eadem eſt, quæ proportio GL ad CH. & permutãdo ut KG ad GL,
D ita eſt BH ad HC. ſunt autem KL BH interſe parallelæ. ergo recta linea eſt, quę per AGH puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

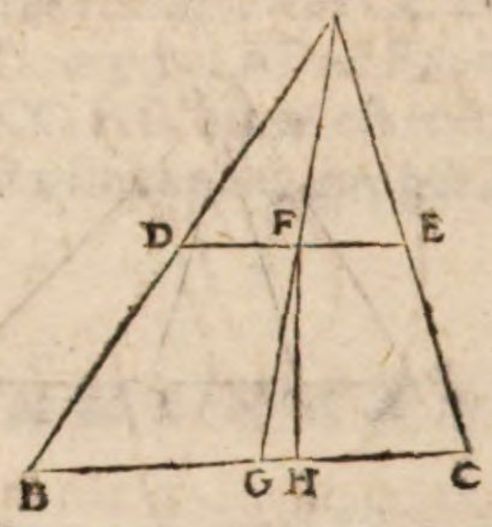
A Hoc eſt KG ad BD] *ob ſimilitudinem triangulorum* EGK EDB.

B Hoc eſt CD ad GL] *quod ſimilia ſint triangula* CFD LFG.

C Erit proportio compoſita ex proportione KG ad BD, & proportione CD ad GL, eadem, quæ componitur ex proportione HB ad BD, & proportione DC ad CH] *græcus codex* ἔκτε τοῦ τῆς βθ πρὸς θδ καὶ τοῦ τῆς αγ πρὸς γθ. *lege* ἔκτε τοῦ τῆς θβ πρὸς βδ, καὶ τοῦ τῆς δγ πρὸς Γθ.

D Ergo recta linea eſt quæ per AGH puncta tranſit] *Hoc nos ſequenti lemmate demonſtrabimus.*

Sit triangulum ABC, *ipſique* BC *parallela ducatur* DE, *& in ea ſumpto quouis puncto* F *fiat vt* DF *ad* FE, *ita* BG *ad* GC. *Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AF FG *puncta tranſit.*

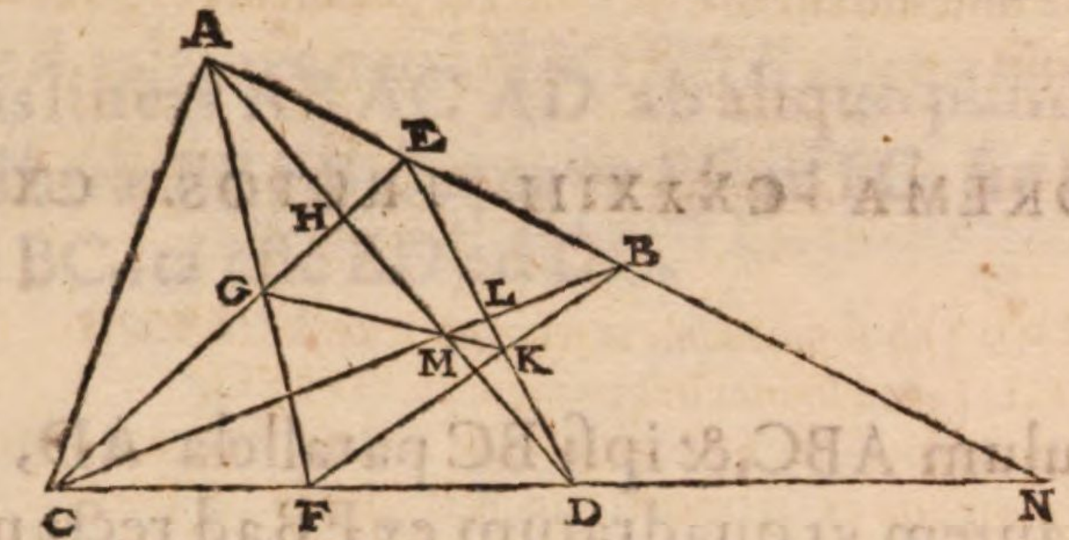


Si enim fieri poteſt, producta AF *non cadat in* G. *ſed in aliud punctum* H *inter* GC. *erit ob ſimilitudinem triangulorum* DAF BAH, *ut* DF *ad* FA, *ita* BH *ad* HA: *& rurſus ob ſimilitudinem triangulorum* FAE HAC, *ut* AF *ad* FE, *ita* AH *ad* HC. *ergo ex æquali ut* DF *ad* FE, *ita* BH *ad* HC. *ſed ut* DF *ad* FE, *ita erat* BG *ad* GC. *ut igitur* BH *ad* HC, *ita* BG *ad* GC, *& permutando ut* HB *ad* BG, *ita* HC *ad* CG. *eſt autem* HB *maior, quam* BG. *ergo & HC maior erit, quam* CG, *hoc eſt pars maior, quam totum, quod fieri non poteſt. idem ſequetur abſurdum, ſi* H *inter* BG *cadere ponatur. recta igitur linea eſt, quæ per* AFG *puncta tranſit.*

THEOREMA CXXXII. PROPOS. CXLIII.

LEM. XVII. Sed non ſit AB parallela CD, conueniant autã in puncto N.

Quoniam



Quoniam igitur ab eodem puncto D in tres rectas lineas BN; BC BF duę rectæ lineæ DE DN ductæ ſunt, vt rectangulum, quod continetur N*D* C F ad contẽtum NC *D*F, ita eſt rectãgulum contentum *E*D KL ad contentum *E*L KD. ſed ut rectangulũ cõtentum E*D* KL ad contentum EL KD, ita rectangulum contentum EH C*G* ad cõtentum EC H*G*. Rurſus enim in tres rectas lineas GL DH *G*K ab eodẽ puncto E ductæ ſunt duæ rectæ lineæ *EC* ED. Vt igitur rectangulum, quod continetur EH C*G* ad cõtentum EC HG, ita rectangulum contentum N*D* C F ad contentum N*C* D F. quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AHD, & idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta tranſit.

COMMENTARIVS.

A Sed non ſit *A*B parallela CD, conueniant autem in puncto N] Hoc *ex quintodecimo lemmate pendet, cuius veluti pars quædam eſt, ſubintelligere autem oportet, vt in ipſas* A B C D *incidant rectæ lineæ* AF FB, CE *ED*, *& ductis* BC GK, *quæ ſe in puncto* M *ſecent, iũgatur DM & ad* H *producatur. Dico rectam lineam eſſe, quæ per* AM*D puncta tranſit.*

B Quoniam igitur ab eodem pũcto D in tres rectas lineas BN BC*B*F duæ rectæ lineæ DE DN ductæ ſunt, vt rectangulũ, quod continetur ND CF ad contentũ NC DF, ita eſt rectangulum contentum *E*D KL ad contentum EL KD] *ex tertio lemmate præmiſſorum. græcus codex* ἔστωσαν οὖν ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τοῦ Δ εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΒΗ ΒΓ ΒΖ δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΔΕ ΔΝ, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΝΔΓΖ. *lege* εἰς τρεῖς εὐθείας τὰς ΒΝ ΒΓ ΒΖ, δύο εὐθεῖαι διηγμέναι εἰσὶν αἱ ΔΕ ΔΝ, ἔστιν ὡς τὸ ὑπὸ ΝΔΓΖ &c.

C Sed ut rectangulum contentum ED KL ad contentum EL K*D*, ita rectangulum contentum EH C*G* ad contentum EC, H G. rurſus enim &c.] *Ex eodem tertio lemmate Græcus codex* ὡς δὲ τὸ ὑπὸ ΕΔΚΛ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΛΚΔ, οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΕΘΓΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓΘΝ. *lege* οὕτως ἐστὶ τὸ ὑπὸ ΕΘΗΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓΘΗ.

D Vt igitur rectangulum quod continetur EH C*G* ad contentum E*C* HG, ita contentũ ND C*F* ad contẽtum AC DF] *Græcus codex* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΕΘΓΝ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓΘΝ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΝΔΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΔΓΖ· πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΓΖΔ. *sed legendum puto* καὶ ὡς ἄρα τὸ ὑπὸ ΕΘΓΗ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΓΘΗ, οὕτω τὸ ὑπὸ ΝΔΓΖ πρὸς τὸ ὑπὸ ΝΓΖΔ.

E Quare ob lemma præcedens recta linea eſt, quæ per AHD] *Namque in duas rectas lineas* AN AF *ab eodẽ pũcto* C *duæ rectæ lineæ ducũtur* CE CF, *& in ipſis ſumũtur pũcta* H D

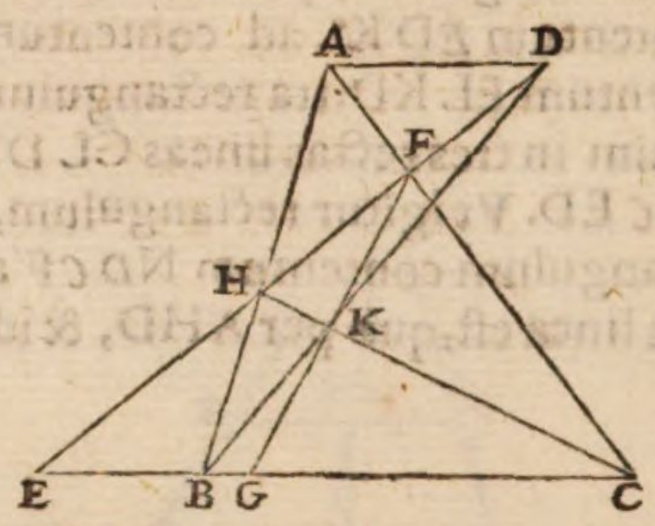
estque vt rectangulum, quod continetur EH CG ad contentum ECHG, *ita rectangulum contentum* ND CF *ad contentum* NCDF.

F *Et* idcirco recta etiam, quæ per AMD puncta transit] *Recta enim est* HMD, *quod cũ recta sit* AHD, *etiam* AMD *recta erit.*

LEM. XVIII.

THEOREMA CXXXIII. PROPOS. CXLIIII.

Sit triangulum ABC, & ipsi BC parallela AD, ducanturque DE FG. Sit autem vt quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC. Dico si iungatur BD, rectam lineam esse, quę per HKC puncta transit.



Quoniam enim est vt quadratum ex EB ad rectangulum ECB, ita BG ad GC, communis addatur proportio CE ad EB. eadem scilicet, quæ est rectanguli ECB ad EBC rectangulum. ergo ex æquali proportio quadrati ex EB ad rectangulum EBC, hoc est EB ad BC, eadem est, quæ componitur ex proportione BG ad GC, & proportione rectanguli ECB ad rectangulum EBC, hoc est CE ad EB. proportio igitur quadrati ex EB ad rectangulum EBC composita est ex proportione BG ad GC, & proportione CE ad EB, quæ eadem est, quam rectangulum contentum EC BG habet ad contentum EB CG. Vt autem EB ad BC, ita est ob præcedens lemma rectangulum, quod continetur DE FH ad contentum DF HE, ergo ut rectangulum, quod continetur CE BG ad contentum CG EB, ita est rectangulum contentum DE FH ad contẽtum DF HE. quare recta linea est, quæ per HKC puncta transit. hoc enim in iis, quæ ad conuersum casum pertinent demonstratum est.

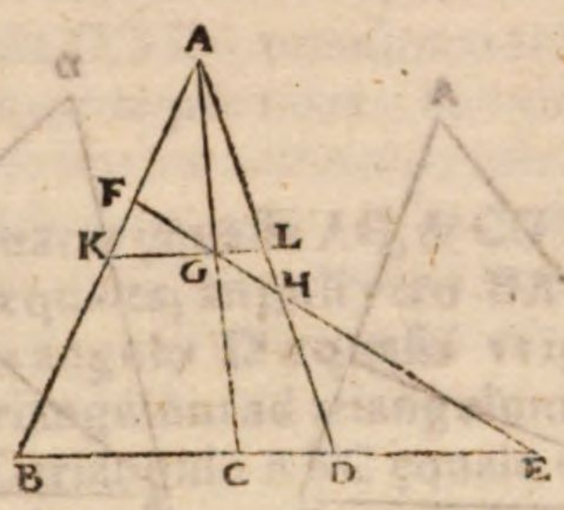
4. sexti.

THEO-

D

THEOREMA CXXXIIII. PROPOS. CXLV.

In tres rectas lineas AB AC AD ab aliquo puncto E ducantur duæ rectæ lineæ EF EB: sitque vt EF ad FG, sic EH ad HG. LEM. XIX.
Dico vt EB ad BC, ita esse ED ad DC.



Ducatur per G ipsi BE parallela KL. Itaque quoniam vt EF ad FG, sic est EH ad HG; vt autem EF ad FG, sic EB ad GK: & ut EH ad HG, sic DE ad GL: erit A vt EB ad GK, sic DE ad GL. & permutando vt BE ad ED, ita KG ad GL. sed ut B KG ad GL, ita BC ad CD: vt igitur BE ad ED, ita BC ad CD: permutandoque vt C EB ad BC, ita ED ad DC. quæ vero ad casus pertinent, similiter explicabuntur.

COMMENTARIVS.

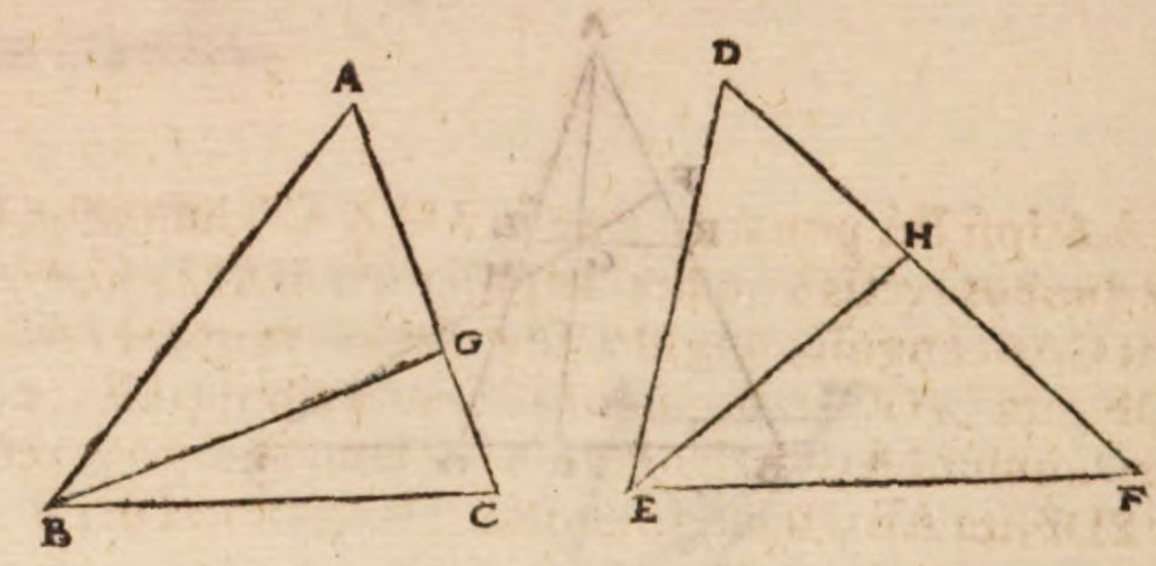
Vt autem EF ad FG, sic EB ad GK] Ob *similitudinem triangulorum* EFB A GFK.

Et vt EH ad HG, sic DE ad GL] *Similia enim sunt triangula* EHD GHL. B

Sed vt KG ad GL, ita BC ad CD] Ob *similitudinem triangulorum* BAC KAG, *itemque triangulorum* CAD GAL. C

THEOREMA CXXXV. PROPOS. CXLVI.

LEM. XX. Sint duo triangula ABC DEF, quæ æquales habeant angulos AD. Dico ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita esse ABC triangulum ad triaugulum DEF.

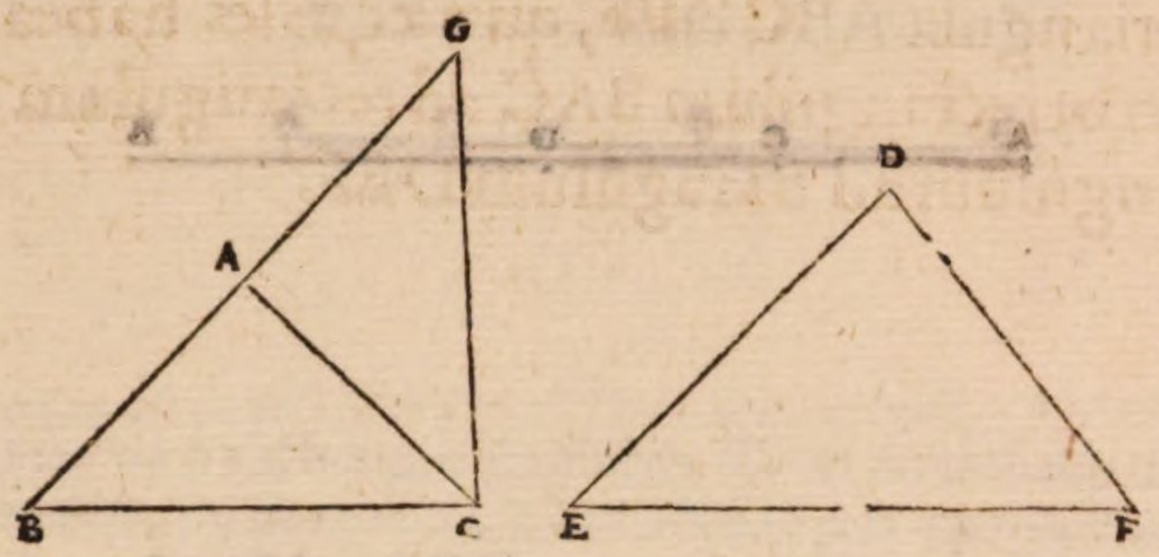


Ducantur catheti BG EH, & quoniam angulus A est æqualis angulo D, angulus autem G angulo H æqualis; erit ut AB ad BG, sic DE ad EH. Sed vt AB ad BG, sic est rectangulum BAC ad rectangulum, quod BG AC continetur. & vt DE ad EH, sic rectangulum EDF ad rectangulum contentum EH DF. ergo ut rectangulum BAC ad rectangulum contentum BG AC, ita est rectangulum EDF ad contentum EH DF. & permutando. Sed ut rectangulum quod continetur BG AC ad contentum EH DF, ita est ABC triangulum ad triangulum DEF. vtraque enim ipsarum BG EH cathetos est utriusque dictorum triangulorum, & ut igitur rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita est ABC triangulum ad triangulum DEF. 4. sexti.

THEOREMA CXXXVI. PROPOS. CXLVII.

LEM XXI. Sint anguli AD duobus rectis æquales. Dico rursus ut rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita esse triangulum ABC ad DEF triangulum.

Pro-



Producatur BA, & ipsi BA ponatur æqualis AG, & CG iungatur. Itaque quoniam anguli A D sunt duobus rectis æquales, anguli vero BAC, CAG itidem æquales duobus rectis, erit CAG. angulus angulo D æqualis vt igitur rectangulum GA ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad triangulum DEF. æqualis autem est GA ipsi AB, & triangulum AGC triangulo ABC æquale. ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad triangulum DEF. A B C

COMMENTARIVS.

Vt igitur rectangulum GAC ad rectangulum EDF, ita AGC triangulum ad trian gulum DEF] *ob præcedens lemma græcus codex* ἔστιν οὖν τὸ ΗΑΓ πρὸς τὸ ΔΑΒ ἐΛΖ. *lege* ἔστιν οὖν τὸ ΔΑΒ ΗΑΓ πρὸς τὸ ΔΑΒ ἐΛΖ. A

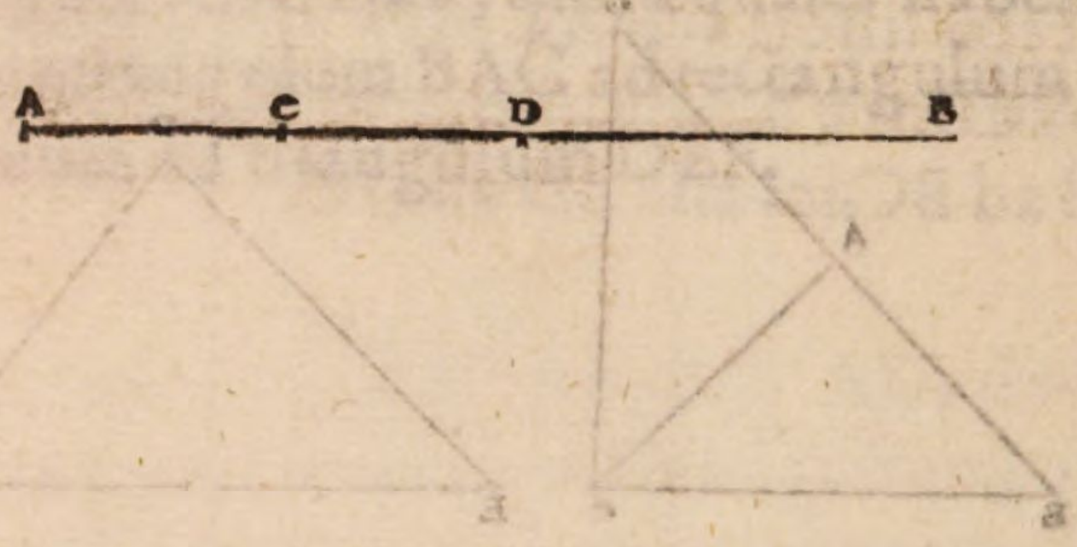
Et triangulum AGC triangulo ABC æquale] *Ex prima sexti, eandem enim altitudinem habent, & æqualem. basim græcus codex* τὸ δὲ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ *lege* τῷ ΗΒΓ τριγώνῳ. B

Ergo vt rectangulum BAC ad rectangulum EDF, ita ABC triangulum ad trian gulum DEF] *Nam* BA *est æqualis* AG, *&* BC *vtrique communis: triangulum vero* ABC *ad triangulum* DEF *eandem proportionem habet, quam* AGC *triangulum ad idem triangulum* EF, *ex 7. quinti elementorum.*

THEOREMA CXXXVII. PROPOS. CXLVIII.

Sit recta linea AB, & in ipsa sumantur duo puncta CD. Sitque quod bis AB CD continetur æquale quadrato ex CB. Dico quadratum ex AD quadratis ex AC DB æquale esse. LEM. XXII.

Quoniam



Quoniam enim, quod bis continetur AB CD eſt æquale quadrato ex *CB*, commu
A ne auferatur contentum bis B*D*C. erit reliquum, quod bis ADC continetur quadra
B ris ex C*D* DB æquale. Rurſus commune auferatur quadratum ex CD. reliquum igi
C tur, videlicet contentum bis *A*CD vna cum quadrato ex CD æquale eſt ei, quod fit ex DB quadrato commune ad datur quadratum ex AC. ergo totum, quod ex *A*D quadratum quadratis ex AC *DB* æquale rit.

COMMENTARIVS.

A Erit reliquum quod bis *A*DC continetur quadratis ex CD BD æquale] *Et enim quod bis* AB CD *continetur ex prima ſecundi elementorum eſt æquale quod bis continetur* A*D*C, *& quod bis* B*D*C *continetur. quadrato autem ex* CB *æqualia ſunt quadrata ex* CD *DB, & quod bis* B*D*C *continetur, ex quarta eiuſdem.*

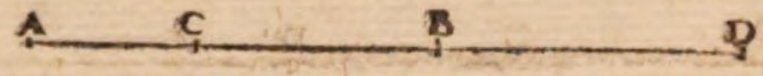
B Reliquum igitur, videlicet contentum bis ACD vna cum quadrato ex CD æquale eſt ei, quod ſit ex DB quadrato.] *Rectangulum namque* A*D*C *eſt æquale rectangulo A*C*D & quadrato ex* CD *ex 3. eiuſdem. quare ſi ab eo, quod bis* ADC *continetur, auferamus quadratum ex* C*D, reliquum erit quod bis continetur* ACD *una cum eo, quod ex* C*D quadrato.*

Ergo totum, quod ex *A*D quadratum quadratis ex AC DB æquale erit] *quod enim bis* ACD *continetur una cum quadratis ex A*C D*B quadrato ex A*D *eſt æquale, ex quarta iam dicta.*

THEOREMA CXXXVIII. PROPOSITIO CXLIX.

LEM. XXIII. Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria con
A tingere, videlicet rectangulum quidem, quod vtraque AD DC, & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum
B vero contentum vtraque A*D* DC, & C*B* æquale eſſe quadrato ex DC. & rectangulum contentum vtraque AD DC, & AB quadrato ex AD æquale.

Quoniam



Quoniam enim rectangulum ABC æquale est quadrato ex BD, erit ob proportionem & tota ad totam, & conuertendo, componendoque vt vtraque CD *DA* ad *DA*, ita *CD* ad *DB*. rectangulum igitur, quod continetur vtraque *AD DC*, & BD rectangulo ADC æquale. Rursus quoniam tota AD ad totam DC est vt *DB* ad BC, componendo, vt vtraque *AD* DC ad *DC*, ita erit DC ad *CB*. quare rectangulum contentum vtraque AD DC & CB æquale est quadrato ex DC. Rursus quoniam tota AD toram DC est ut AB ad BD, conuertendo, componendoque erit ut utraque CD *DA* ad D*A*, ita DA ad *AB*. ergo rectangulum, quod utraque *AD DC* & AB continetur æquale est quadrato ex *AD*. C 16. sexti.

COMMENTARIVS.

Rectangulum quidem, quod utraque AD DC, & B*D* continetur æquale esse rectangulo A*D*C] *græcus codex* τὸ μὲν ὑπὸ σηναμφοτέρου τῆς αδ εστ καὶ τῆς βδ ἴσον &c *lege* τὸ μὲν ὑπὸ σηναμφοτέρου τῆς αδ δγ καὶ τῆς βδ ἴσον. &c. A

Rectangulum uero contentum utraque AD DC & CB æquale esse quadrato ex, DC] *græcus codex* τὸ δὲ ὑπο σηναμφοτέρου τῆς αδ εγ καὶ βδ ἴσον &c. *lege* τὸ δὲ ὑπο σηναμφοτέρου τῆς αδ δγ, καὶ γβ ἴσον. &c.

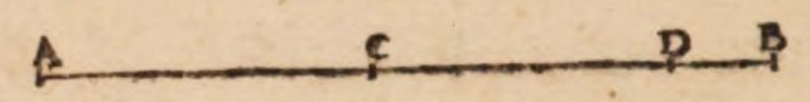
Quoniam enim rectangulum *A*BC æquale est quadrato ex BD erit ob proportionem, & tota ad totam, & conuertendo, componendoque ut utraque CD DA ad D*A*, ita CD ad DB] *Nam cum rectangulum A*B*C sit æquale quadrato ex B*D*, erit ut* AB *ad* BD, *ita* DB *ad B*C: *& ut omnia ad omnia, ita unũ ad unum, hoc est ut tota A*D *ad totam D*C, *ita* DB *ad B*C· *& conuertendo, componendoque ut utraque* CD *D*A *ad D*A, *ita* CD *ad* DB. *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ὑπὸ αβγ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ βδ, ἀνάπαλιν καὶ ὅλη πρὸς ὅλην καὶ ἀνάπαλιν. *lege* ἀνάλογον καὶ ὅλη πρὸς ὅλην, καὶ ἀνάπαλιν. C

THEOREMA CXXXIX. PROPOS. CL.

LEM. XXII.

Si recta linea AB, & duo puncta CD, sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC DB continetur. Dico & quadratum ex AB quadratis ex AD CB æqualæ esse.

Quoniam



B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC DB; erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex CD, & ei, quod bis ACD continetur. cõmune addatur quadratum ex AC. ergo contentum bis ACB una cum quadrato ex
C AC æquale eſt ei, quod ex AD quadrato. rurſus commune addatur quadratum ex
D BC: totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Sitque quadratum ex CD æquale ei, quod bis AC DB continetur. Dico & quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale eſſe] *græcus codex* καὶ ἔσω τὸ ἀπὸ γΔ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ αγ βΔ διότι καὶ τὸ &c. *ego legendum puto.* καὶ ἔσω τὸ ἀπὸ ΓΔ τετράγωνον ἴσον τῷ δὶς ὑπὸ αγ ΔΒ. ὅτι καὶ τὸ &c.

B Quoniam enim quadratum ex CD æquale eſt ei, quod bis continetur AC DB, erit contentum bis ACB æquale & quadrato ex AD, & ei quod bis ACD continetur] *Cum quadratum ex* CD *æquale ſit ei, quod bis continetur* AC DB, *addito vtrinque communi rectangulo, quod bis* ACD *continetur, erit contentum bis* AC DB *una cum contento bis* ACD, *hoc eſt contento bis* ACB *æquale quadrato ex* AD *una cum eo, quod bis* ACD *continetur. græcus codex* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ αΓ αβ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς γΔ &c. *ſed legendum arbitror.* ἐπεὶ γὰρ τὸ ἀπὸ ΓΔ ἴσον ἐστὶ τῷ δὶς ὑπὸ αγ ΔΒ τὸ ἄρα δὶς ὑπὸ αγβ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς γ Δ. &c.

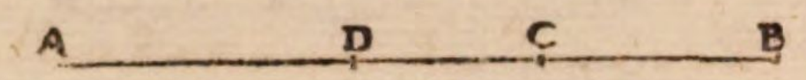
C Ergo contentum bis ACB una cum quadrato ex AC æquale eſt quadrato ex AD] *Nam quod bis continetur* ACD *una cum quadratis ex* AC CD *quadrato ex* AD *eſt æquale ex 4. ſecundi elementorum.*

D Totum igitur quadratum ex AB quadratis ex AD CB æquale erit] *Quadratum enim ex* AB *eſt æquale quadratis ex* AC CB *una cum eo, quod bis* ACB *continetur ex eadem quarta ſecundi.*

THEOREMA CXL. PROPOS. CLI.

LEM. XXV. Sit rectangulum ABC æquale quadrato ex BD. Dico tria contingere, videlicet rectangulum, quod exceſſu ipſarum AD DC
A & BD continetur æquale eſſe rectangulo ADC. rectangulum vero contentum exceſſu ipſarum AD DC, & CB æquale eſſe quadrato ex DC. & rectangulum contentum exceſſu AD DC & BA
B æquale eſſe quadrato ex AD.

Quoniam



Quoniam enim est vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diui- C
dendo vt excessus ipsarum AD DC ad DC, ita AD ad DB. rectãgulũ igitur, quod ex-
cessu AD DC & DB continetur est æquale rectangulo ADC. Rursus quoniã reliqua
AD ad reliquam DC, est ut DB ad BC, diuidendo erit ut excessus AD DC ad DC, ita D
DC ad CB. ergo rectangulum contentum excessu AD DC & CB æquale est quadrato
ex DC. Rursus quoniam est vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuiden-
doque vt excessus AD DC ad DA, ita DA ad AB. quare rectangulum, quod excessu
AD DC, & AB continetur, quadrato ex AD est æquale.

COMMENTARIVS.

Rectangulum vero contentum excessu ipsarum AD DC, & CB æquale esse quadra- A
to ex DC] Græcus codex τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΑΔ ΔΓ ὑφεροχῆς καὶ τῆς ΒΔ ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ
τετραγώνῳ. legendum autem puto. τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ ΔΓ ὑπεροχῆς καὶ τῆς ΒΓ, ἴσον
τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ τετραγώνῳ.

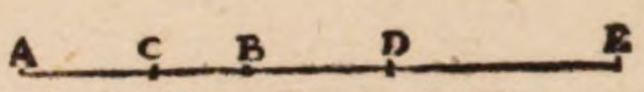
Et rectangulum contentum excessu AD DC, & BA æquale esse quadrato ex AD] B
græcus codex τὸ δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ Γ ὑπεροχῆς &c. lege τό, δὲ ὑπὸ τῆς τῶν ΑΔ Δ Γ
ὑπεροχῆς &c.

Quoniam enim est vt AB ad BD, ita DB ad BC, erit reliqua ad reliquam, & diui- C
dendo ut excessus ipsarum AD DC, ita AD ad DB] *Cum rectangulum ABC æquale sit quadrato ex BD, erit ut AB ad BD, ita DB ad BC, ergo reliqua AD ad reliquam DC est ut AB ad BD, & diuidendo ut excessus ipsarum AD DC ad DC, ita AD ad DB.* Græcus codex ἔστει γὰρ ἐστὶν ὡς ΑΒ πρὸς τὴν ΒΔ, οὕτως ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ lege πρὸς τὴν ΒΓ.

Rursus quoniam est vt AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo, diuidendoq; D
vt excessus AD DC ad DA, ita DA ad AB] *Quoniam ut AD ad DC, ita AB ad BD, erit conuertendo ut CD ad DA, ita DB ad BA, & diuidendo ut excessus ipsarum AD DC ad DC, ita AD ad DB. quare ex æquali vt excessus AD DC ad DA, ita DA ad AB.*

THEOREMA CXLI. PROPOS. CLII. LEM. XXVI.

Sit ut AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratũ ex DC.
Dico rectangulum ABC quadrato ex BD æquale esse.



A Ponatur enim ipsi CD æqualis DE. ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex CD, hoc est vna cum rectangulo CDE est æquale quadrato ex AD. Itaque quoniam est vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC, erit diuidendo
1.sexti. ut AC ad CB, uidelicet vt rectangulum EAC ad rectangulum contentum EA BC, ita
9.quint. rectangulum EAC ad rectangulum CDE. rectangulum igitur contentum EA BC
B rectangulo CDE est æquale. ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DE, hoc
16.sexti. est ad DC, ita DB ad BC, & ideo reliqua AB ad reliquam BD est vt DB ad BC. rectãgulum igitur ABC quadrato ex BD æquale erit.

COMMENTARIVS.

A Ergo rectangulum EAC vna cum quadrato ex ED, hoc est vna cum rectangulo CDE est æquale quadrato ex AD.] *Ex 6. secundi elementorum, etenim recta linea EC bifariam secatur in* D, *atque ei adiungitur CA. græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ ΕΑΓ μετὰ τοῦ ἀπὸ ΓΔ τοῦ τέσι τὸ ὑπὸ ΓΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ. *lege* του τέσι τοῦ ὑπὸ ΓΔΕ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΔ.

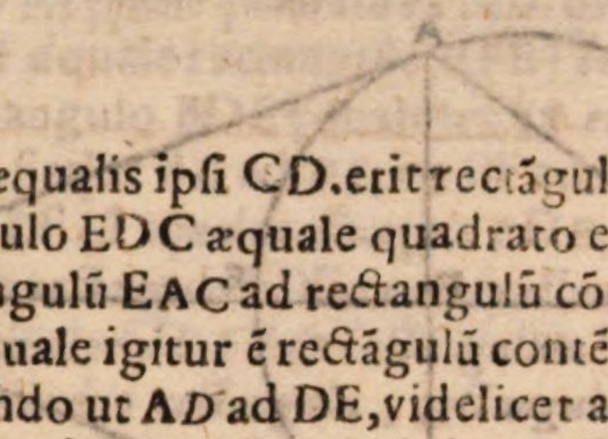
B Ergo ob proportionem & diuidendo vt AD ad DE, hoc est ad DC, ita DB ad BC.] *Quoniam enim rectangulum contentum EA BC est æquale rectangulo CDE ut AE ad ED, ita erit DC ad CB: & diuidendo ut AD ad DE, uidelicet ad DC, ita DB ad BC. græcus codex.* ἀνάπαλιν καὶ διελὸν τιέσιν ὡς ἡ ΑΔ &c. *ergo legendum arbitror.* ἀνάλογον καὶ διελὼντι. *neque enim permutata ratione ad hoc concludendum indigemus.*

C Et ideo reliqua AB ad reliquam BD est vt DB ad BC.] Ex 19. *quinti elementorum. græcus codex* καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ΑΒ πρὸς λοιπὴν τὴν ΒΔ ἐστὶν ὡς ἡ ΒΔ πρὸς τὴν ΔΓ. *sed legendum* ὡς ἡ ΑΒ πρὸς τὴν ΒΓ.

THEOREMA CXLII. PROPOS. CLIII.

LEM. VII. Sit rursus vt AB ad BC, ita quadratum ex AD ad quadratum ex DC. Dico rectangulum ABC æquale esse quadrato ex BD.

Ponatur



Ponatur.n.similiter *DE* æqualis ipsi CD.erit rectãgulũ *CAE* una cũ quadrato ex CD,hoc est vna cũ rectangulo EDC æquale quadrato ex AD. atq; erit diuidẽdo vt AC ad CB,hoc est ut rectangulũ EAC ad rectangulũ cõtẽtũ *EA* CB,ita rectangulum CA*E* ad rectãgulũ EDC.æquale igitur ẽ rectãgulũ contẽtũ A*E* CB rectãgulo *EDC*:& ob proportionẽ,& cõponendo ut A*D* ad DE,videlicet ad *DC*,ita *DB* ad BC.quare & tota *AB* ad totã BD ẽ ut *DB* ad BC.rectãgulũ igitur ABC quadrato ex *BD* ẽ æquale. A B C

COMMENTARIVS.

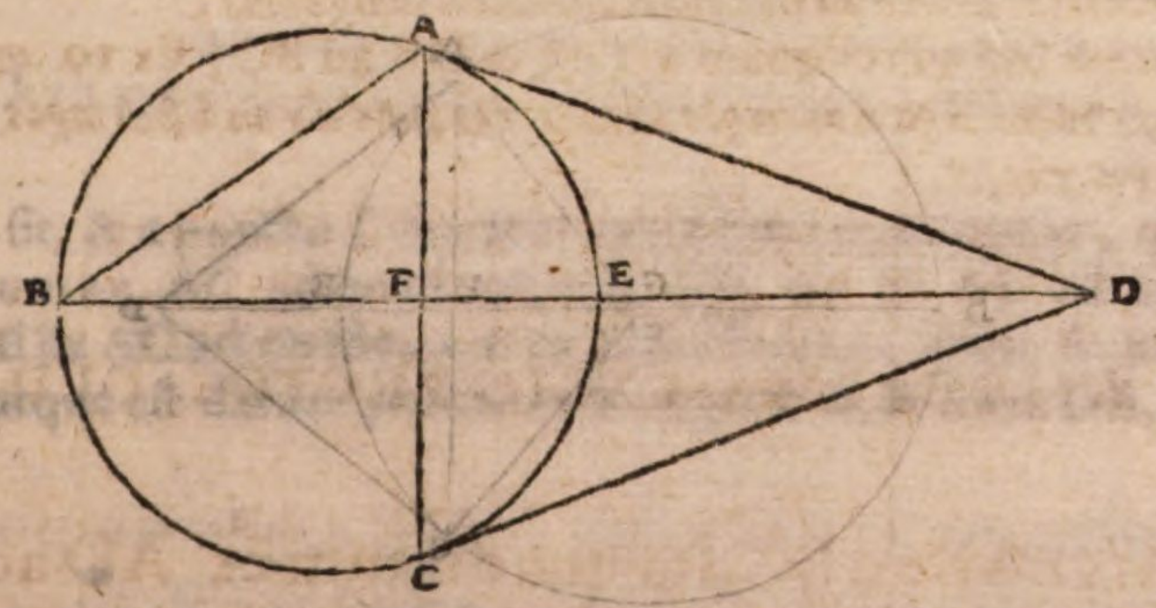
Atque erit diuidendo ut AC ad CB,hoc est vt rectangulum *EA*C ad rectãgulum contentum EA CB,ita rectangulum CAE ad rectangulum EDC] *Græcus codex mancus est,in quo legitur,* καὶ γίνεται κατὰ διαίρεσιν ὡς ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΒ τουτέστι ὡς τὸ ὑπὸ ΓΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΓ *sed ita restituendus erit.* τουτέστι ὡς τὸ ὑπὸ ΕΑΓ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΑ ΓΒ, οὕτως τὸ ὑπὸ ΓΑΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΕΔΓ. A

Et ob proportionem & componendo ut *AD* ad DE, videlicet ad *DC*, ita est DB ad BC] *Quoniã.n.rectãgulũ,quod cõtinetur* AE CB *ẽ æquale rectãgulo* EDC, *ut AE ad* ED, *ita erit* DC *ad* CB. *& cõponendo ut* AD *ad* DE *hoc est ad* DC, *ita* DB *ad* BC. *græcus codex* ἀνάπαλιν καὶ συνθὲντι ἐστὶν ὡς ΑΔ πρὸς τὴν ΔΕ *&c.ego legerem* ἀνάλογον καὶ συνθὲντι. B C

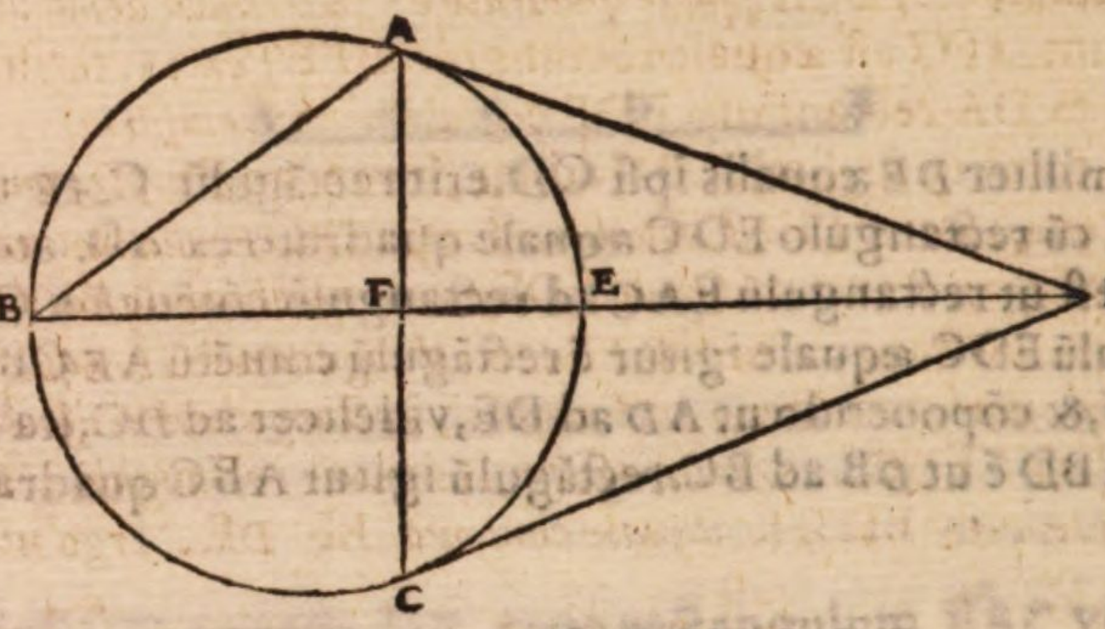
Quare & tota *AB* ad totam *BD* est ut DB ad BC] *Ex 12.quinti elementorum.*

THEOREMA CXLIII. PROPOS. CLIIII. LEM. XXVI.

Circulum ABC contingunt rectæ lineæ AD DC, & AC iungatur. Dico ut *BD* ad DE, ita esse BF ad FE. A B C



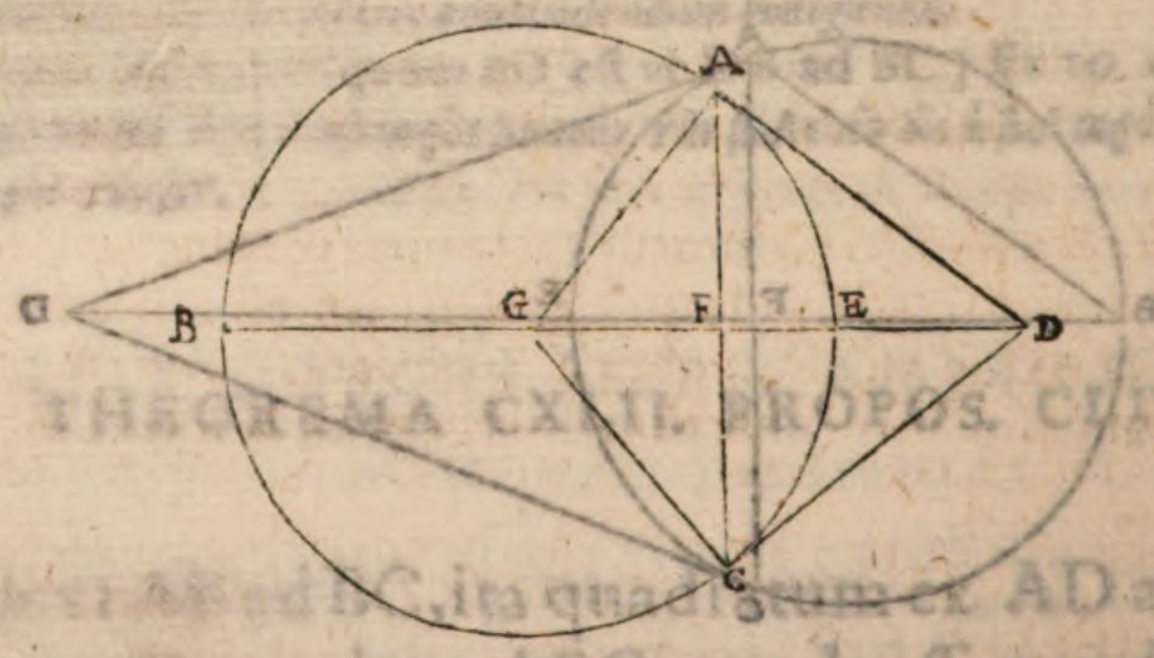
Quoniam enim *AD* est æqualis DC, erit rectangulũ *AFC* una cum quadrato ex



FB æquale quadrato ex *D*A. Sed rectangulum AFC est æquale rectangulo BF*E*: & quadratum ex D*A* rectangulo B*DE* æquale. rectangulum igitur BFE unà cũ quadrato ex *DF* est æquale rectangulo B*DE*. Quod quidem, cum ita sit, fiet vt BD ad DE, ita BF ad F*E*.

COMMENTARIVS.

Circulum *A*BC contingant rectæ lineæ AD DC] Græcus codex κύκλου τοῦ ΑΒΓ ἐφα-
A ψονται αἱ ΑΔ ΔΓ. *vide ne legendum sit* ἐφαπτέσθωσαν.
Quoniam enim AD est æqualis *D*C] *Vtrumque enim quadratum rectangulo* BD*E* *æ-*
B *quale ex* 37. *tertii elementorum.*
Erit rectangulum *A*FC una cum quadrato ex F*D* æquale quadrato ex DA]
C



Sit circuli ABC *centrum* G, *&* AG GC *jungantur, trianguli igitur* AGD *duo latera*
GA

GA AD *sunt æqualia duobus lateribus* GC CD *trianguli* CGD, *&* GD *est vtrique commune. quare & anguli angulis æquales, videlicet angulus* ADF *æqualis ipsi* FDC: *& duo latera* AD DF *æqualia duobus lateribus* CD DF. *ergo & basis* AF *basi* FC, *& angulus* AFD *angulo* DFC *æqualis, ac propterea vterque rectus. quadratum igitur ex* AF, *hoc est rectangulũ* AFC *una cum quadrato ex* FD *est æquale quadrato ex* AD. *quod demonstrare oportebat.*

Sed rectangulum AFC est æquale rectangulo BFE] *ex* 35. *tertii.*

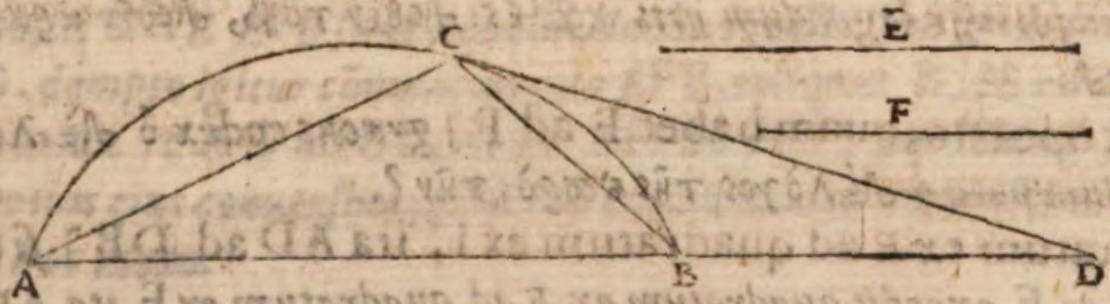
Et quadratum ex DA rectangulo BDE æquale] *ex* 35. *eiusdem.*

Quod quidem cum ita sit, fiet ut BD ad DE, ita BF ad FE] *Quoniam enim rectangulum* BFE *una cum quadrato ex* DF *est æquale rectangulo* BDE, *quadratum autem ex* DF *est æquale rectangulo* DFE *vna cum rectangulo* FDE: *erunt rectangula* BFE DFE, *&* FDE, *videlicet rectangulum, quod continetur* BD FE *& rectangulum* FDE *æqualia rectãgulo* BDE. *Sed rectangulo* BDE *sunt æqualia duo rectangula, rectangulum scilicet contentum* BF DE, *& rectangulum* FDE. *ablato igitur communi rectangulo* FDE, *relinquetur rectangulum contentum* BD FE *æquale contento* BF DE. *ergo ut* BD *ad* DE, *ita erit* BF *ad* FE.

D
E
F
2. secũdi
1. secũdi

PROBLEMA XII. PROPOS. CLV.

Circuli portione data in recta linea AB, inflectere ACB in data proportione. LEM. XXIX.



A B C D

Factum iam sit, & a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ sit ED. Vt igitur quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ita est AD ad DB. proportio autem quadrati ex AC ad quadratum ex CB est data. ergo & proportio AD ad DB data erit, atque est datum punctum B. ergo & D, & linea DB. quare & ipsa AD data.

Componetur autem problema hoc modo.

Sit portio quidem circuli ACB. data autem proportio, quam habet E ad F, & E

fiat

F fiat vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita *A*D ad DB. ducaturque contingens
G DC, & AC C*B* iungantur. Dico rectas lineas AC C*B* problema efficere.
H Quoniam enim vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita est AD ad DB, vt autem *A*D ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB, propterea quod C*D*
22. sexti. circulum contingitur: erit vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita quadratum ex *A*C ad id, quod fit ex CF quadratum. quare & ut E ad F, ita AC ad CB. ergo ACB problema efficit.

COMMENTARIVS.

A Et a puncto C ducatur recta linea contingens, quæ sit CD] *A centro circuli, cuius portio est A*CB *ducatur recta linea in* C, *atque ipsi ad rectos angulos agatur* CD, *erit* CD *circulum contingens, ex* 16. *tertii elementorum*.

B Vt igitur quadratum ex *A*C ad quadratum ex CB, ita est *A*D ad DB] *Quoniam enim* CD *circulum contingit, &* CB *secat, erit angulus* DCB *æqualis angulo* CAB *ex* 32. *tertii. sed angulus* CDB *est communis utrique triangulo* ACD CBD. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile: ut igitur A*D *ad* DC, *ita* CD *ad* DB. *& ut* AD *ad* DC, AC *ad* CB. *ideoque ex corollario* 20. *sexti prima* AD *tertiam* DB *erit, ut quadratum primæ A*D *ad quadratum secundæ* DC, *hoc est ut quadratum ipsius* AC *ad quadratum* CB.

C Proportio autem quadrati ex *A*C ad quadratum ex CB est data. ergo & proportio AD ad DB data erit. *Nam cum data sit proportio A*C *ad* CB, *dabitur etiam proportio quadrati ex AC ad quadratum ex* CB. *græcus autem codex hoc loco corruptus est, & mancus, qui sic habet* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ α γ πρὸς τὴν βδ δοθεν. *sed fortasse ita restituetur.* λόγος δὲ τοῦ ἀπὸ αΓ πρός τό ἀπὸ Γβ δοθείς. ὥσε καὶ ὁ τῆς αδ πρός τὴν δβ.

D Atque est datum punctum B. ergo & D, & linea DB. quare & ipsa AD data] *græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur.* καὶ ἔσι δύο δοθέν ἄρα καὶ τὸ δ ὥσε καὶ τό βδ, ὅθεν . . . *sed fortasse legendum erit* καὶ ἔσι δοθέν τό β, δοθέν ἄρα καὶ τὸ δ ὥσε καὶ ἡ δβ ὅθεν καὶ ἡ αδ.

E Data autem proportio, quam habet E ad F] *græcus codex* ὁ δὲ λόγος ὁ τῆς θ πρὸς τὴν ζ *ergo legendum puto* ὁ δὲ λόγος τῆς ε πρὸς τὴν ζ.

Et fiat vt quadratum ex *E* ad quadratum ex F, ita AD ad DB] *si enim fiat, ut excessus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex F ad quadratum ex* F, *ita* AB *ad* BD, *erit componendo ut excessus, quo quadratum ex* E *excedit quadratum ex F una cum quadrato ex* F, *hoc est ut quadratum ex* E *quadratum ex* F, *ita* AD *ad* DB.

F

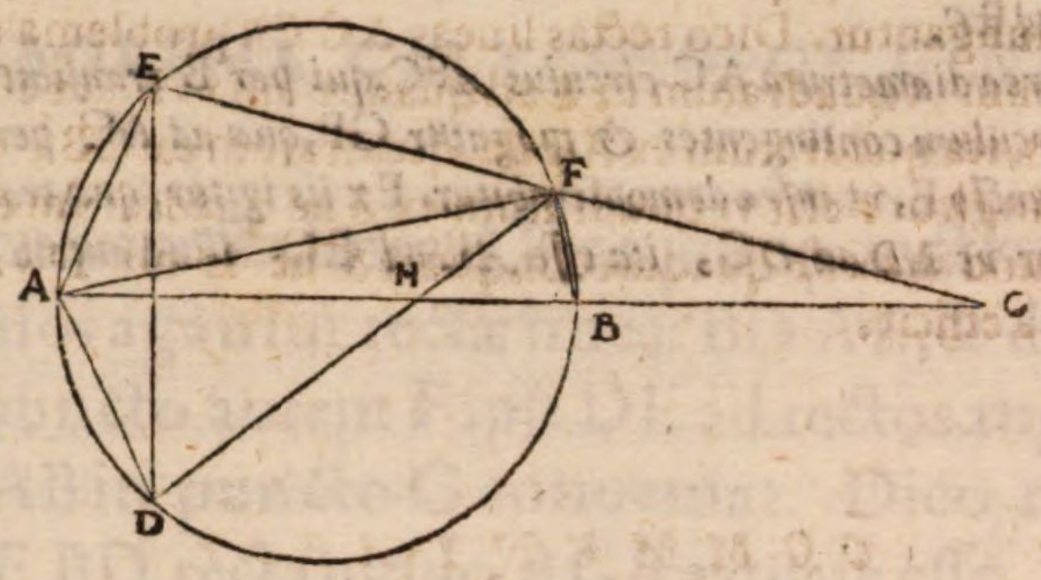
G Ducaturque contingens DC] Ex 17. *tertii elementorum.*

H Vt autem *A*D ad DB, ita quadratum ex AC ad quadratum ex CB] *Hoc superius demonstratum fuit.*

LEM. XXX. **THEOREMA CXLIIII. PROPOS. CLVI.**

Sit circulus, cuius diameter AB, & a quo uis puncto ad ipsam perpendicularis agatur DE: ducaturque DF, iuncta vero EF producatur, vt cum diametro in puncto G conueniat. Dico vt AG ad GB, ita esse AH ad HB.

Iungantur



Iungantur enim DA AE AF. & quoniam *DE* perpendicularis est ad diametrum, erit angulus *D*AB æqualis angulo BAE. sed angulus DAB æqualis est angulo HFB, qui in eadem portione consistit: & angulus BAE æqualis angulo BFG, qui est extra quadrilaterum. angulus igitur HFB angulo BFG est æqualis. atque est angulus AFB rectus. ergo ex lemmate vt AG ad GB, ita est AH ad HB. A B C D

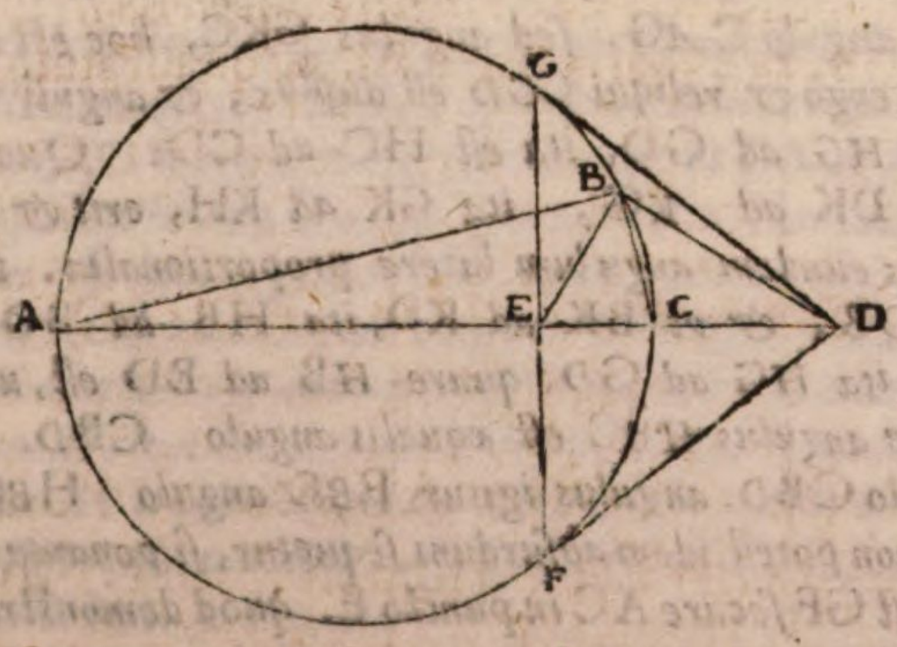
COMMENTARIVS.

Iungantur enim *DA AE AF*] *uide ne addendum sit* DB.

Et quoniam DE perpendicularis est ad diametrum, erit angulus *DA*B æqualis angulo B*AE*. sed angulus *DA*B æqualis est angulo *H*FB, qui in eadem portione consistit] *græcus codex corruptus est, ut uidetur qui sic habet* ἐστὶ οὖν ἐστὶ διαμέτρου καὶ θετος ἡ ΔΕ, ἴσηἔσιν ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τῷ τμήματι ἴσηἐσὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *sed forte restituetur in hunc modum* ἐστὶ οὖν ἐστὶ διαμέτρου καὶ θετος ἡ ΔΕ, ἴσηἐσὶν ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ ὑπὸ βχε. ἀλλ' ἡ ὑπὸ ΔΑΒ τῇ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι ἴσηἐ ὶ τῇ ὑπὸ θζβ. *angulus enim DA*B *est æqualis angulo* H*F*B, *hoc est* DFB, *quod in eadem sit portione DAE*FB *ex* 21. *tertii elementorum*. A

Et angulus BAE æqualis angulo BFG. qui est extra quadrilareum] *Anguli enim in quadrilatero oppositi* BA*E* E*F*B *sunt æquales duobus rectis. sed & duobus rectis æquales sunt anguli* E*F*B BFG. *dempto igitur cõmuni angulo* E*F*B, *reliquus* B*AE reliquo* F*B*G *est æqualis*. C

Ergo ex lemmate vt AG ad GB; ita est AH ad HB] *per lemma fortasse intelligit* 51. *sexti huius, uel potius eius conuersum, quod nos eodem in loco demonstrauimus. sed & aliter demonstrari potest hoc modo.* 22. tertii. 13. prim. D

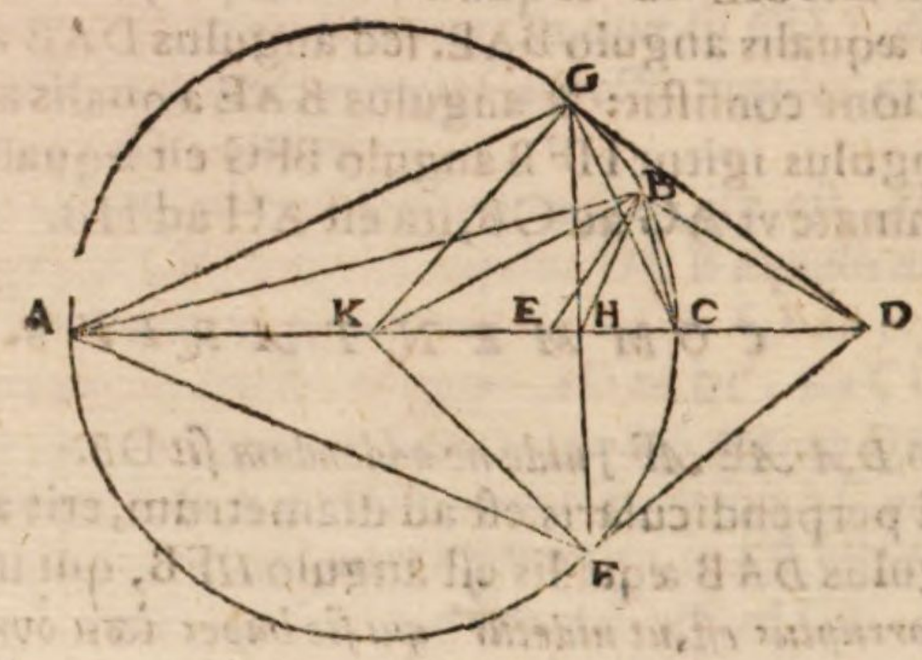


Sit triangulum orthogonium ABC, *rectum habens angulum ad* B: *& a puncto* B *ducta utcũ-*

que

que recta linea BD *extra triangulum, fiat angulo* CBD *æqualis angulus* CBE. *Dico vt* AD *ad* DC, *ita esse* AE *ad* EC.

Describatur circa diametrum AC *circulus* AFC, *qui per* B *transibit: atque a puncto* D *ducantur* DF DG *circulum contingentes. & iungatur* GF, *quæ ad* AC *perpendicularis erit, & ipsam secabit in puncto* E, *vt infra demonstrabitur. Ex iis igitur, quæ tradita sunt in lemmate* 28. *huius sequitur vt* AD *ad* DC, *ita esse* AE *ad* EC. *Illud autem, quod positum est ita ostendemus.*



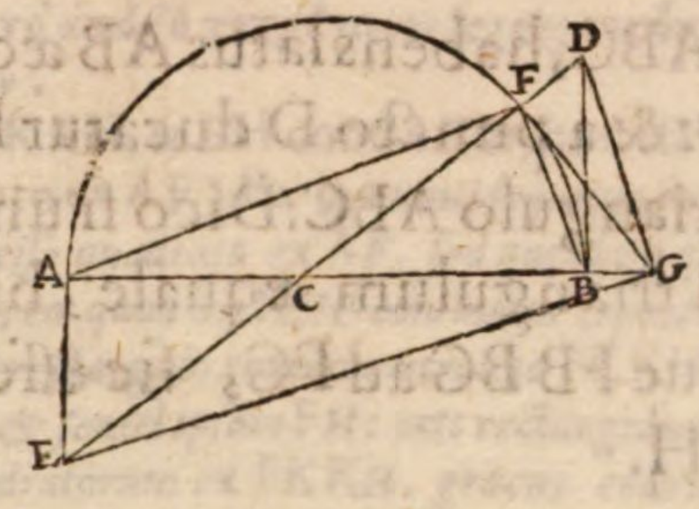
Si enim fieri potest, recta linea GF *non secet* AC *in* E, *sed in alio puncto. quod sit* H *inter* EC. *circuli centrum sit* K, *& iungantur* AF AG KF KG GC HB. *erit* KGD *angulus rectus.*

12.tertii 8.sexti. 5.prim. *& quoniam in triangulo orthogonio* KGD *ab angulo recto perpendicularis recta est* GH, *fient triangula* KHC GHD *similia toti triangulo* KGD, *& inter se; eritque angulus* HGD *angulo* GKD *æqualis. angulus autem* KFG *est æqualis angulo* KGF, *& anguli ad* H *recti. ergo & reliquus* FKC *reliquo* GKC, *circumferentiaque* FC *æqualis circumferentiæ* CG, *& angulus* CAF, *hoc est* CGH *angulo* CAG. *sed angulus* GKC, *hoc est* HGD *duplus est anguli* GAC, *hoc est* HGC. *ergo & reliqui* CGD *est duplus, & anguli* HGC. CGD *inter se*

vltima sexti. 27.tertii 21.tertii 20.tertii 86.tertii 3.sexti 8.sexti. 7.quint. 3.sexti *æquales sunt, vt igitur* HG *ad* GD, *ita est* HC *ad* CD. *Quoniam uero ob triangulorum similitudinem, vt* DK *ad* KG, *ita* GK *ad* KH, *erit & ut* DK *ad* KB, *ita* BK *ad* KH: *& sunt circa eundem angulum latera proportionalia. triangulum igitur* KBH *simile est triangulo* KDB, *& vt* BK *ad* KD, *ita* HB *ad* BD. *ut autem* BK *ad* KD, *hoc est ut* GK *ad* KD, *ita* HG *ad* GD. *quare* HB *ad* BD *est, ut* HG *ad* GD, *hoc est ut* HC *ad* CD, *ideoque angulus* HBC *est æqualis angulo* CBD. *sed & angulus* EBC *æqualis erat eidem angulo* CBD. *angulus igitur* EBC *angulo* HBC *est æqualis, uidelicet totum parti, quod fieri non potest. idem absurdum sequetur, si ponamus* H *cadere inter* E *&* K. *ex quibus perspicuum est* GF *secare* AC *in puncto* E. *quod demonstrare oportebat.*

THEOREMA CXLV. PROPOS. CLVII. LEM. XXXI.

Sit semicirculus recta linea AB, atque a punctis AB ipsi ACB ad rectos angulos agantur rectæ lineæ BD AE, & ducatur utcúque DE. a puncto autem F ipsi DE ad rectos angulos agatur FG, quæ cum AB in puncto G conueniat. Dico, rectangulum contentum AE BD rectangulo AGB æquale esse.



Erit igitur ut *EA* ad *AG*, sic GB ad BD, & circa æquales angulos latera sunt proportionalia. quare angulus AGE est æqualis angulo BDG. Sed angulus quidē *AGE* æqualis est angulo AFE, qui in eadem portione consistit: angulus vero BDG rursus æqualis ipsi *BFG*, qui est in eadem portione. ergo angulus AFE æqualis est angulo BFG. quod quidem ita se habet; cum vterque angulorum AFB EFG sit rectus. A B C D

COMMENTARIVS.

Erit igitur ut EA ad AG, sic GB ad BD.] *Ad hoc demonstrandum vtitur resolutiua methodo. Si enim ponatur illud ita esse, vt concludi oportet, videlicet rectangulum contentum AE* BD *æquale esse rectangulo* AGB *erit ex* 14. *sexti element. vt* EA *ad* AG, *sic* GB *ad* BD. A

Et circa æquales angulos latera sunt proportionalia] *Nam cum anguli ad* AB *recti ponantur, constat triangulum* AEG *triangulo* BGD *æquiangulum esse.* B

Sed angulus quidem AGE æqualis est angulo AFE, qui in eadem portione consistit, angulus vero BDG rursus æqualis ipsi BFG, qui est in eadem portione.] *Quoniã enim* EAG EFG *recti sunt, si circa diametrum EG describatur semicirculus, transibit per puncta AF, atque erit angulus AFE æqualis angulo* AGE, *qui in eadem est portione, & similiter cum anguli* GBD GFD *sint recti, circulus circa diametrum* GD *descriptus per* BF *transibit: eruntque anguli* BFG BDG *inter se æquales.* C

Quod quidem ita se habet cum uterque angulorum AFB EFG sit rectus.] *Nam cum angulus AFB rectus sit æqualis recto* EFG, *dempto ab utrisque communi angulo,* EFB *erit reliquus* AFE *reliquo* BFG *æqualis.* D

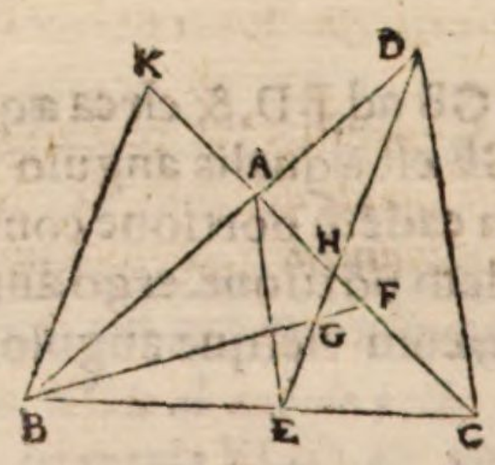
Compositio hoc modo.

Quoniam vterque angulorum AFB EFG est rectus, dempto cõmuni angulo EFB erit angulus AFE æqualis angulo BFG. sed angulo quidem AFE æqualis est angulus AGE, qui in eadem portione consistit: angulo autem BFG eadem ratione æqualis é angulus BDG. angulus igitur AGE angulo BDG est æqualis. atque est EAG rectis æqualis recto GBD. quare & reliquus æqualis reliquo, & triangulum triangulo simile erit. Vt igitur EA Ad AG, sic GB ad BD, & propterea rectangulum, quod continetur AE BD rectangulo AGB est æquale.

LEM. XXXII.

THEOREMA CXLVI. PROPOS. CLVIII.

A Sit triangulum ABC, habens latus AB æquale ipsi AC, producaturq; AB ad D: & a puncto D ducatur DE faciens triangulum BDE æquale triangulo ABC. Dico si unum ex æqualibus lateribus, quod est ad triangulum æquale, bifariam secetur, per lineam BF, vt vtraque FB BG ad FG, sic esse quadratum ex AF ad quadratum ex FH.



B C Ducatur per B ipsi DE parallela BK, & CA ad K producatur. ergo vt vtraque FK KH ad FH, hoc est vt rectangulum contentum vtraque FK KH, & FH ad quadratum
D ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH. Quod autem vtraq; FK KH & FH continetur, hoc est excessus quadratorum ex FK KH æquale est quadrato ex
E AF. excessus igitur quadratorum ex KF FN est quadratum ex KH. Sed quadratorũ
F ex KF FA excessus est rectangulum CKD. ergo rectangulum CKA quadrato ex KG
G est æquale; ac propterea vt CK ad KH, hoc est vt CB ad BE, ita HK ad KA; videlicet DB ad BA. quod quidem ita se habet. est enim AE ipsi DC parallela, quoniam DBE triangulum æquale est triangulo ABC, & communi ablato ABE, reliquum DAE reliquo ACE est æquale, & in eadem basi consistit.

COM-

COMMENTARIVS.

Sit triangulum ABC habens latus AB æquale ipsi AC] *græcus codex* τρίγωνου τὸ ΑΒΓ ἴσην ἔχον τὴν ΑΒ τῇ ΒΓ, *lege* τῇ ΑΓ. *etenim latus* AC *non* BC *bifariam secatur.* A

Ducatur per B ipsi DE parallela BK] *græcus codex corruptus est, & figura ipsa. sic enim habet* ἤχθω διὰ τοῦ Β τῇ ΔΓ παράλληλος ἡ ΒΚ. *lege* τῇ ΔΕ παράλληλος ἡ ΒΚ. B

Ergo vt vtraque FKKH ad FH, hoc est vt rectangulum contentum vtraque FK KH & FH ad quadratum ex FH, ita erit quadratum ex AF ad quadratum ex FH] C
Rursus per resolutionem hoc ostendit. si enim ponatur vt vtraque FB BG *ad* FG, *sic esse quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH, *sequetur etiam ob similitudinem triangulorum,* BK CEH *vt utraque* FK KH *ad* FH, *hoc est vt rectangulum contentum utraque* FK KH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *sic esse quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *græcus code* ὅτι ἄρα ἔστιν ὡς &c. πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΘ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΖΘ τετράγωνον *legengum* οὕτω τὸ ἀπὸ ΑΖ τετράγωνον πρὸς τὸ ἀπὸ ΖΘ τετράγωνον.

Quod autem vtraque FK KH, & FH continetur, hoc est excessus quadratorum ex FK KH æquale est quadrato ex AF] *Ex 9. quinti sequitur rectangulum contentum utraque* FK KH, *& FH æquale esse quadrato ex* AF. *sed quoniam quadratum ex* FK *est æquale quadratis ex* KH HF *una cum eo quod bis* KHF *continetur; quadratum autem ex* HF *una cum contento bis* KHF *æquale est rectangulo contento utraque* FK KH, *& FH; etenim utraque* FK KH *bis continet lineam* KH, *& semel ipsam* FH: *ertt rectangulum, quod utraque* FK KH, *&* FH *continetur, excessus quadratorum ex* FK KH. *græcus codex* τὸ ΔΕ ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΖΚΘ, καὶ τῆς ΖΘ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ συναμφοτέρου τῆς ΖΚΘ, καὶ τῆς ΖΘ. *vel aliqua desiderantur.*

Excessus igitur quadratorum ex KF FA est quadratum ex KH] *Ex ante demonstratis constat quadratum ex* KF *æquale esse quadratis ex* KH FA. *ergo quadratorum ex* KF FA *excessus est quadratum ex* KH. E

Sed quadratorum ex KF FA excessus est rectangulum CKA] *Rectangulum enim* CKA *una cum quadrato ex* AF *est æquale quadrato ex* FK, *ex 6. secundi elemntorum.* F

Videlicet DB ad BA] *ob similitudinem triangulorum* KBA HDA. G

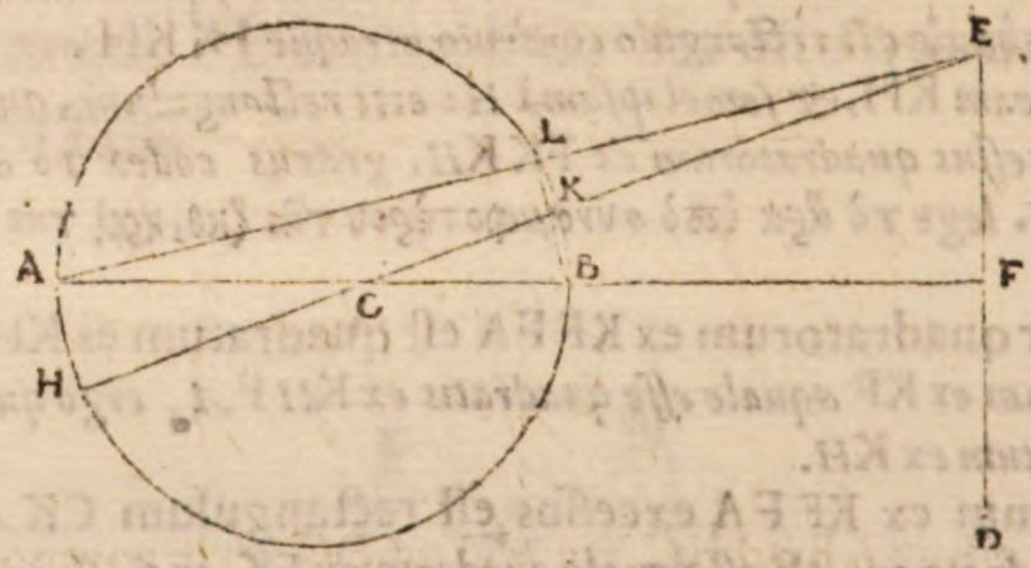
Componetur autem hoc modo.

Quoniam triangulum DBE *est æquale triangulo* ABC, *dempto communi* ABE, *erit reliquum* DAE *reliquo* ACE *æquale. ergo recta linea* AE *parallela est ipsi* DC, *ac propterea ut* CB *ad* BE, *hoc est ut* CK *ad* KH, *ita* DB *ad* BA. *hoc est* HK *ad* KA. *ut igitur* CK *ad* KH, *ita* HK *ad* KA. *quare* CKA *rectangulum quadrato ex* KH *est æquale. sed rectangulum* KA *est excessus quadratorum ex* KF FA, *ergo & quadratorum ex* KF FA *excessus est quadratum ex* KH *& ob id quadratum ex* FA *est excessus quadratorum ex* FK KH. *quadratorum autem ex* FK KH *excessus est id, quod utraque* FK KH, *&* FH *continetur quod igitur vtraque* FK KH. *&* FH *continetur æquale est quadrato ex* FA. *quare vt rectangulum contentum vtraque* FK KH *&* FH *ad quadratum ex* FH, *hoc est vt vtraque* FK KH *ad* FH, *ita est quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *sed vt vtraque* FK KH *ad* FH, *ita utraque* FB BG *ad* FG. *ergo ut utraque* FB BG *ad* FG, *ita est quadratum ex* AF *ad quadratum ex* FH. *quod demonstrare oportebat.* 29. prim. 4. sexti.

LEM. XXXIII

THEOREMA CXLVII. PROPOS. CLIX.

Sit circulus circa diametrum AB, & AB producatur: sitque ad quamlibet rectam lineam DE perpendicularis. rectangulo autem AFB æquale ponatur quadratum ex FG. Dico si quodcumque sumatur punctum, vt E, atque ab eo ad punctum G recta linea ducta producatur ad H, rectangulum etiam HEK quadrato ex EG æquale esse.



* Iungantur AE BL, erit angulus ad L rectus. Sed & rectus qui ad F. rectangulum igitur AEL est æquale & rectangulo AFB & quadrato ex FE. rectangulum autem AEL æquale est rectangulo HEK; & rectangulum AFB quadrato ex FG. ergo rectangulum HEK quadratis ex EF FG, hoc est quadrato ex FG est æquale.

COMMENTARIVS.

* Rectangulum igitur AEL est æquale & rectangulo AFB, & quadrato ex FE) *Quoniam enim angulus* ALB *rectus est æqualis recto* AFE, *& angulus ad* A *utrisque communis, erit & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile. quare cum sit ut* FA *ad* AL, *ita* EA *ad* AB, *erit rectangulum* FAB *æquale rectangulo* EAL. *quadratum autem ex* AE *est æquale duobus quadratis ex* AF FE. Sed *quadrato ex* AE *æqualia sunt*

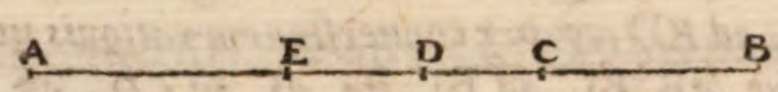
4 sexti
16. sexti.
47 primi
2. secúdi.

vira-

vtraque rectangula AEL EAL: & similiter quadrato ex AF æqualia vtraque rectangula AFB FAB. ergo rectangula AEL EAL æqualia sunt rectangulis AFB FAB & quadrato ex FE, quorum rectangulum FAB est æquale rectangulo EAL, vt demonstrauimus reliquum igitur rectangulum AEL rectangulo AFB, & quadrato ex FE æquale erit.

THEOREMA CXLVIII. PROPOS. CLX. LEM. XXXV

Sit ut AB ad BC, ita AD ad DC, & AC bifariam in puncto E secetur. Dico tria contingere. videlicet rectangulum quidem BED æquale esse quadrato ex EC: rectangulum vero BDE rectangulo ADC: & rectangulum ABC rectangulo EBD æquale esse.



Quoniam enim est ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuersionem rationis, vt BE ad EC, ita CE ad ED. rectangulum igitur BED quadrato ex EC est æquale. Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE, quod relinquitur, est æquale rectangulo ADC. Rursus cum rectangulum BED æquale sit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC æquale est rectangulo EBD.

Sed sit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo ADC: & secetur AC bifariam in E. Dico ut AB ad BC, ita esse AD ad DC.

Quoniam enim rectangulum BDE est æquale rectangulo ADC, commune apponatur quadratum ex DE, erit totum rectangulum BED quadrato ex CE æquale. ergo ob proportionem, & per conuersionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque ut AB ad BC, ita AD ad DC.

A
B
C
D
E
F

COMMENTARIVS.

Quoniam enim est ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo, & per antecedentium dimidia, & conuersionem rationis, ut BE ad EC, ita CE ad ED.] *Quoniam ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo ut utraque AB BC ad BC,*

A

ita

ita AC ad CD. & antecedentium dimidia, ut EB ad BC, ita EC ad CD, & per conuersionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED. græcus codex ὡς ἡ ΑΕ πρὸς τὴν ΕΓ, ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΕΔ. lege ὡς ἡ ΒΕ πρὸς τὴν ΕΓ, ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΕΔ.

B Rectangulum igitur BED quadrato ex EC est æquale.] *Ex 16. sexti. Græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ ΑΕΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΓ. *lege* τὸ ἄρα ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΕΓ.

C Commune auferatur quadratum ex DE. ergo rectangulum BDE quod relinquitur est æquale rectangulo ADC.] *est enim rectangulum* BED *æquale rectangulo* BDE, *& quadrato ex* DE *per tertiam secundi elementorum. rectangulum uero* ADC *una cum quadrato ex* DE *est æquale quadrato ex* EC *per quintam eiusdem græcus codex* κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ἀπὸ γε τετράγωνον *lege* τὸ ἀπὸ ΔΕ τετράγωνον.

D Rursus cum rectangulum BED æquale sit quadrato ex EC, vtraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC æquale est rectangulo CBD] *Nam rectangulum* ABC *una cum quadrato ex* CE *est æquale quadrato ex* BE *per 6. secundi elementorum. at rectangulum* EBD *una cum rectangulo* BED *æquale est eidem quod ex* BE *quadrato per secundam eiusdem. græcus codex* πάλιν τὸ ὑπὸ ΑΕΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ ΑΓ τετραγώνῳ *lege* πάλιν τό ὑπὸ ΒΕΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπό ΕΓ τετραγώνῳ *& paulo post.* λοιπόν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν ΕΒΓ. *lege* τῷ ὑπὸ τῶν ΕΒΔ.

E Sed sit nunc rectangulum BDE æquale rectangulo *ADC*] *secundæ partis conuersam demonstrat ob sequens lemma, quamquam facile sit aliarum etiam conuersas demonstrare.*

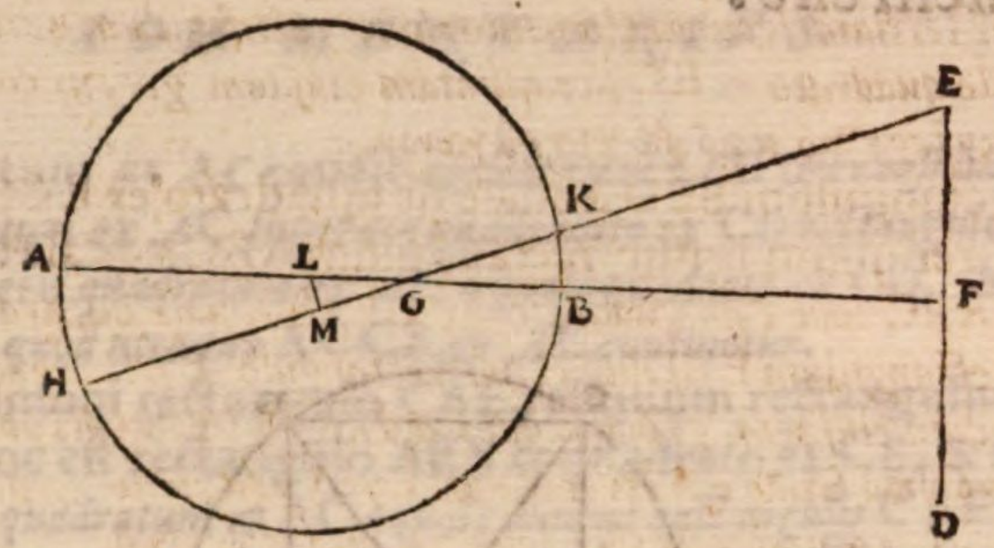
F Ergo ob proportionem, & per conuersionem rationis, & antecedentium dupla, diuidendoque vt AB ad BC ita AD ad DC] *græcus codex.* ἀναλογον καὶ διὸς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ &c. *ego legendum puto.* ἀνάλογον καὶ ἀναστρέψαντι καὶ διὸς τὰ ἡγούμενα καὶ διελόντι ἄρα ἐστὶ &c. *Quoniam enim rectangulum* BED *est æquale quadrato ex* CE, *erit ut* BE *ad* EC, *ita* CE *ad* ED, *& per conuersionem rationis ut* EB *ad* BC, *ita* EC *ad* CD; *& antecedentium dupla; ut* AB BC *ad* BC, *ita* AC *ad* CD, *& diuidendo ut* AB *ad* BC, *ita* AD *ad* DC.

LEM. XXXV.

THEOREMA CXLIX. PROPOS. CLXI.

His ita se habentibus, sit circulus circa diametrum AB, producaturque AB, vt ad quamlibet rectam lineam DE sit perpendicularis: & fiat vt AF ad FB, ita AG ad GB. Dico rursus si quodcumque punctum sumatur in recta linea ED, veluti E, & iuncta EG ad H producatur, vt HE ad EK, ita esse HG ad GK.

Sumatur



Sumatur centrum circuli, quod sit L, & ab eo ad EH perpendicularis agatur LM. erit KM æqualis MH. A

Quoniam autem rectus est vterque angulorum, qui ad *M* F, puncta, EF LM in circulo erunt. rectangulum igitur FGL æquale est rectãgulo AGB, propterea quòd vt AF ad *F*B, ita sit AG ad GB. & secta est AB bifariam in puncto L. ergo & rectangulum EGM est æquale rectangulo AGB, videlicet ipsi HGK, quod in circulo continetur, & HK bifariam secta est in M. quare ex eo, quod proxime demonstratum est, vt HE ad EK, ita erit HG ad GK. B C D 35. tertii E

COMMENTARIVS.

Erit KM æqualis MH] *ex tertii rectis elementorum, recta enim linea* EG *circulum in puncto* K *secat*. A

Quoniam autem rectus est vterque angulorum, qui ad M *F*, puncta EFLM in circulo erunt] *Nam si iuncta* EL *circa ipsam circulus describatur per* M F *puncta* 31. *tertii transibit*. B

Rectangulum igitur FGL æquale est rectangulo AGB, propterea quod vt AF ad CFB, ita sit AG ad GB, & secta est AB bifariam in puncto L] *Ex secunda parte antecedentis lemmatis*. C

Ergo & rectangulum EGM est æquale rectangulo AGB.] *Rectangulum enim* EGM *æquale est rectangulo* FGL *ex* 35. *tertii elementorum*. D

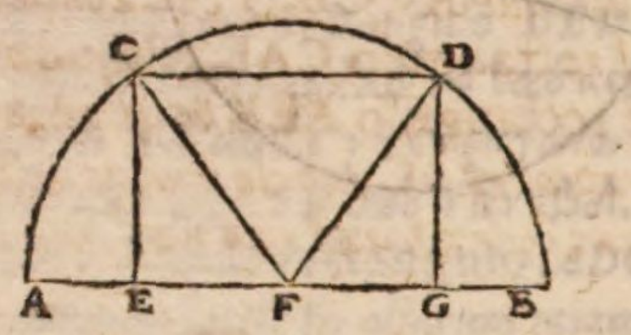
Quare ex eo, quod proxime demonstratum est, vt *H*E ad EK, ita erit HG ad GK] *Ob conuersam scilicet secundæ partis antecedentis lemmatis, quam proxime demonstrauit*.

THEO-

LEM. XXXVI

THEOREMA CL. PROPOS. CLXII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, & ipſi AB parallela ſit CD: ducanturque CE DG perpendiculares. Dico AE ipſi GB æqualem eſſe.

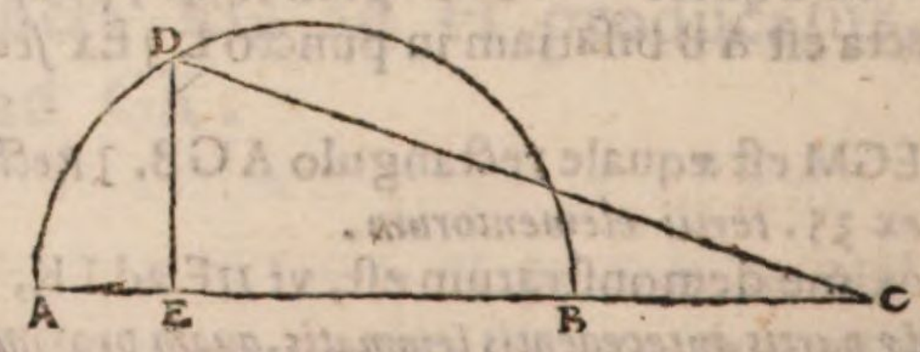


Sumatur centrum circuli, quod ſit F, & CF FD iungantur. ergo CF eſt æqualis FD ac propterea quadratum ex CF quadrato ex FD æquale erit. sed quadrato quidem ex CF æqualia ſunt quadrata ex CE EF, quadrato autem ex FD æqualia quadrata ex DG GF. ergo quadrata ex CE EF quadratis ex DG GF æqualia ſunt: quorum quadratum ex CE eſt æquale quadrato ex DG. reliquum igitur quadratũ ex EF reliquo ex FG quadrato eſt æquale. ideoque recta linea EF æqualis rectæ FG. eſt autem & tota AF æqualis totí FB. ergo & reliqua AE reliquæ GB æqualis erit. quod oportebat demonſtrare.

LEM. XXXVII.

THEOREMA CLI. PROPOS. CLXIII.

Sit ſemicirculus in recta linea AB, atque a quolibet pũcto C ducatur CD, & perpẽdicularis agatur DE. Dico quadratũ ex AC ſuperare quadratũ ex CD, eo quod vtraq. AC CB & AE cõtinetur.



A Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD, hoc eſt æquale

æquale quadratis ex DE EC, & ei, quod vtraque AC CB, & AE continetur. quare abla
to communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE est æquale quadrato ex B
DE, hoc est rectangulo AEB, & quadrato ex CE, & ei quod AE CB continetur. Rur- C
susque ablato communi quadrato ex CE, rectangulum AEC, quod relinquitur est D
æquale rectangulo AEB, & contento AE BC. quod quidem ita se habet.

COMMENTARIVS.

Erit igitur quadratum ex AC æquale quadrato ex CD] *Per resolutionem hoc ostendit.* A
Nam si ponatur quadratum ex AC superare quadratum ex CD rectangulo, quod utraque AC
CB *&* AE *continetur, erit quadratum ex* AC *æquale quadrato ex* CD, *hoc est quadratis ex*
DE EC, *& rectangulo, quod utraque* AC CB, *&* AE *continetur.*

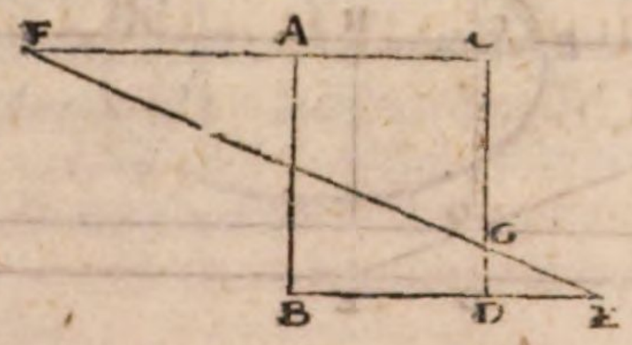
Quare ablato communi rectangulo CAE, reliquum rectangulum ACE est æqua B
le quadrato ex DE, hoc est rectangulo AEB & quadrato ex CE, & ei, quod AE CB
con tinetu r.] *Est enim quadratum ex* AC *æquale duobus rectangulis* CAE AC E *ex secunda*
secundi libri elementorum. græcus codex λοιπὸν τὸ ὑπὸ ΑΓΕ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ΑΕ. *lege* ὑπὸ
ΑΓ Ε.

Rursusque ablato communi quadrato ex CE rectangulum AEC, quod relinqui- C
tur, est æquale rectangulo AEB. & contento AE BC] Ex 3. *eiusdem.* D

Quod quidem ita se habet] *Ex prima eiusdem. quare constat uerum esse illud, quod pro-*
ponebatur. Compositio autem manifesta est.

PROBLEMA XIII. PROPOS. CLXIIII.

Parallelogrammo AD positione dato, a dato puncto E duce LEM.
re rectam lineam EF, & facere triangulum FCG parallelogram XXXVIII.
mo AD æquale.



Factum iam sit. Quoniam igitur FCG triangulum æquale est parallelogrãmo
AD, parallelogrammum uero AD duplum est trianguli ADC; & triangulum FCG A
trianguli ADC duplum erit. Sed ut triangulum ad triangulum, quod circa eundem
angulum C consistunt, ita rectangulum FCG ad rectangulum ACD. datũ autem est

rectangulum ACD. ergo & ipsum FCG datum. & a dato puncto E ad rectas lineas AC CD datas positione ducta est EF in spacii resectionem. positione igitur est ipsa EF.

Componetur autem sic.

B Sit parallelogrammum quidem AD positione, datum autem punctum E: & a pun
C cto E in FC CD positione datas ducatur recta linea EF, resecãs spacium FCG æqua
D le dato spacio, videlicet duplo ipsius ACD: & ex eisdẽ, quæ in resolutione dicta sunt, ostendemus. triangulum FCG parallelogrammo AD æquale. recta igitur linea EF problema efficit, constat autem ipsam solam hoc efficere, quoniã & illa sola est.

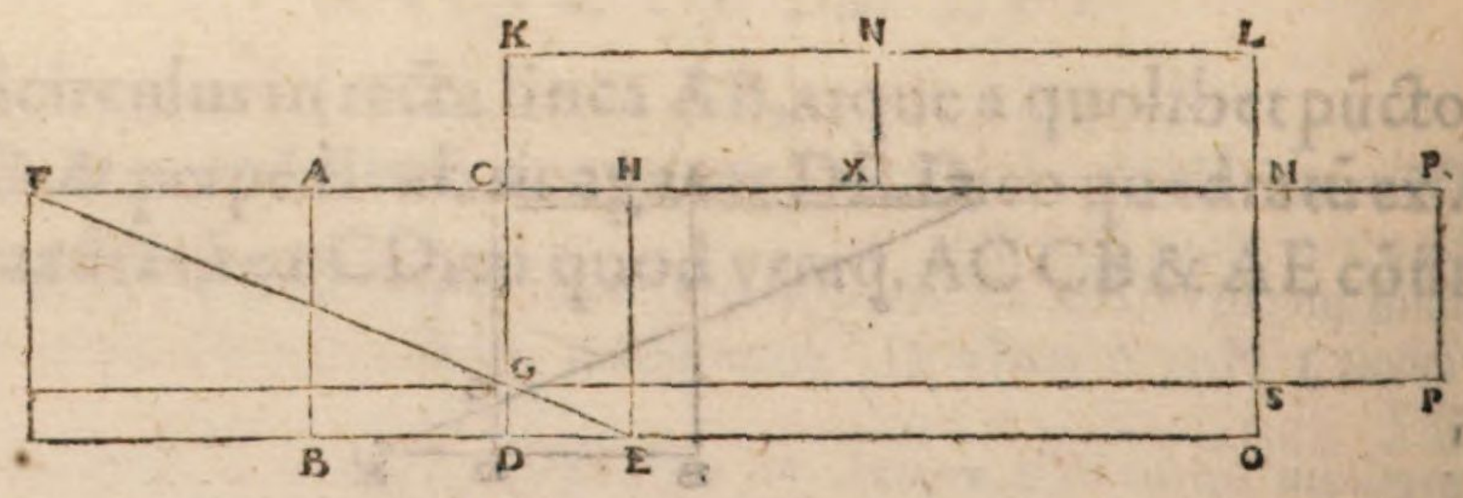
COMMENTARIVS.

A Sed vt triangulum ad triangulũ, quod circa eũdẽ angulũ C cõsistũt, ita rectãgulũ
41. prim. FCG ad rectãgulũ ACD] *ex 15. quinti element. est. n. rectangulum trianguli duplum.*

B Resecans spaciũ FCG æquale dato spacio, videlicet duplo ipsius ACD] *græc. codex* ἀποτέμνουσα χωρίον τὸ ὑπὸ ζῃ ἴσον δοθέν τινι χωρίῳ τῷ παραλλάσιον τοῦ ὑπὸ αγδ. *legendum autem est.* ἴσον δοθέντι χωρίῳ τῷ παραλλάσιονι τοῦ ὑπὸ αγδ.

C Et ex eisdem, quæ in resolutione dicta sunt, ostendemus, &c.] *Græcus codex* καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ τὴν ἀνάλυσιν. *legendum* τῇ ἀναλήσει.

D Recta igitur linea EF problema efficit] *Non docet Pappus qũo inuestigandum sit punctum G. sed verisimile est hoc apparere ex libris de spacii sectione ab Apollonio conscriptis, qui iniuria temporum ad manus nostras non peruenerunt.*



Nos igitur quo pacto illud fieri possit, demonstrare aggrediemur. Manẽt eadem, quæ dicta sunt, & a puncto E ipsi DC parallela ducatur EH, ut cum AC producta in H cõueniat. &
42. prim. *rursus producta DC fiat CK æqualis ipsi CH. atque ad rectam lineam CK applicetur parallelogrammum CKLM duplo parallelogrammi AD æquale. deinde secetur KL bifariã in N,*
29. sexti. *& ducatur NX parallela KC, completoque parallelogrammo CDOM, rursus ad rectam lineam CM applicetur parallelogrammum æquale parallelogrammo CDOM excedens figura quadrata, quod sit CGPR postremo iuncta EG ad F producatur. Dico iam factum esse, quod proponebatur, videlicet triangulũ FCG parallelogrammo AD æquale esse. Quoniam enim*

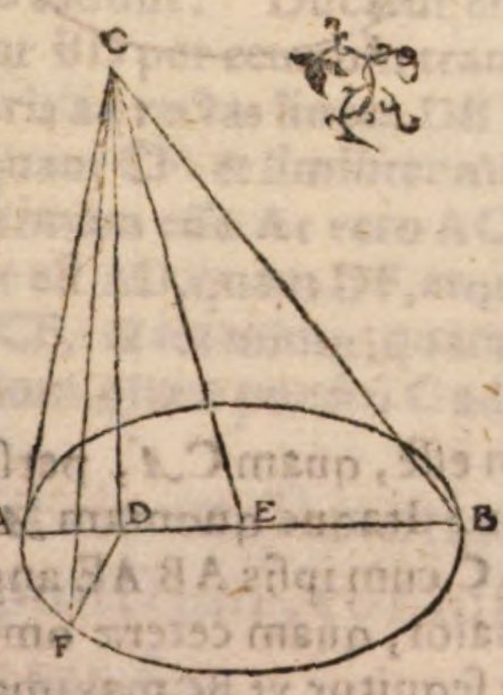
paral-

parallegrammum CP æquale est parallelogrammo CO, ablato communi parallelogrammo CS, erit reliquū parallelogrammū GO æquale quadrato MP. ergo ut CM ad MS, hoc est ad CG, ita MS ad SO, hoc est CG ad GD. vt autem CG ad GD ob similitudinem triangulorum FCG EDG, ita FC ad DE, hoc est ad CH. vt igitur MC ad CG, ita FC ad CH. ideoque parallelogrammum FCG est æquale parallelogrāmo MK, quod scilicet cōtinetur MC & CK, hoc est CH. & eorū dimidia sunt æqualia. sed triāgulum FCG parallelogrammi FCG dimidium est. & parallelogrammum CN dimidium parallelogrammi MK, ac propterea æquale parallelogrammo AD. triāgulum igitur FCG parallelogrammo AD est æquale. quod ipsum facere oportebat.

IN PRIMVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLII. PROPOSITIO CLXV. LEM. I.

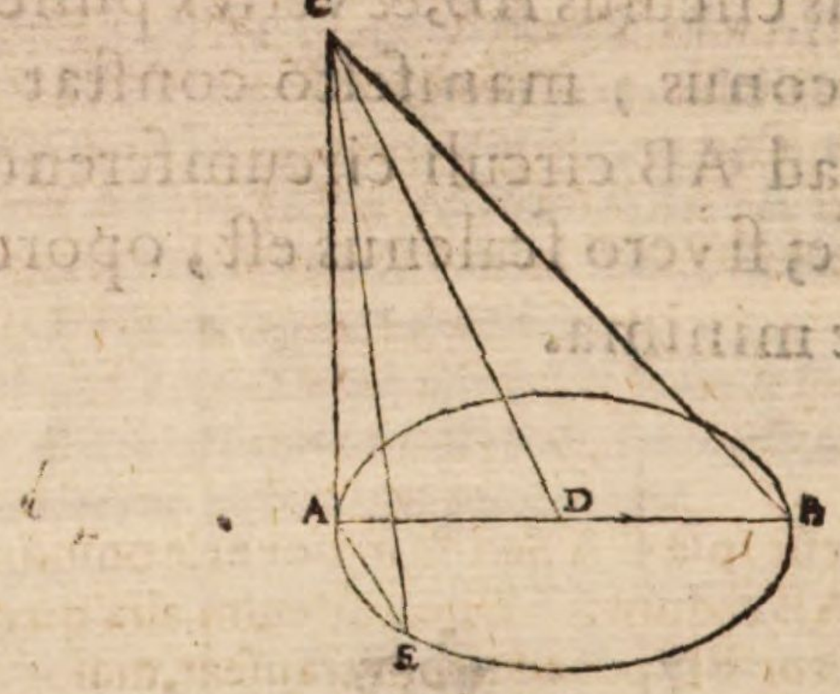
Sit conus, cuius basis circulus AB, & vertex punctum C. Si igitur æquicruris est conus, manifesto constat rectas lineas omnes, quæ ab ipso C ad AB circuli circumferentiam ducuntur, inter se æquales esse; si vero scalenus est, oporteat inuenire quæ maxima sit, & quæ minima.



Ducatur a puncto C ad planum circuli AB recta linea perpendicularis, quę primum cadat intra circulum, sitque CD, & sumatur centrum eius, quod sit E, & iuncta DE producatur in vtramque partem ad puncta AB: deinde AC CB iungantur. Dico rectam lineā BC maximam esse, & AC minimam omnium, quæ a puncto C ad circulum AB pertinent. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & FD iungatur. maior igitur est BD, quam DF, communis autem CD, & anguli, qui ad D recti. ergo maior est BC, quam CF. eodem modo & CF maior ostendetur, quam CA. ex quibus appareret rectam lineam CB omnium maximam esse, AC vero minimam. 7. tertii. 47. primi

THEOREMA CLIII. PROPOS. CLXVI.

LEM. 11. Rursus a puncto C perpendicularis ducta cadet in ipsam AB circuli circumferentiam, quæ sit CA, & cum circuli centro D copulata AD producatur in B, & BC iungatur. Dico BC maximam esse, & AC minimam.

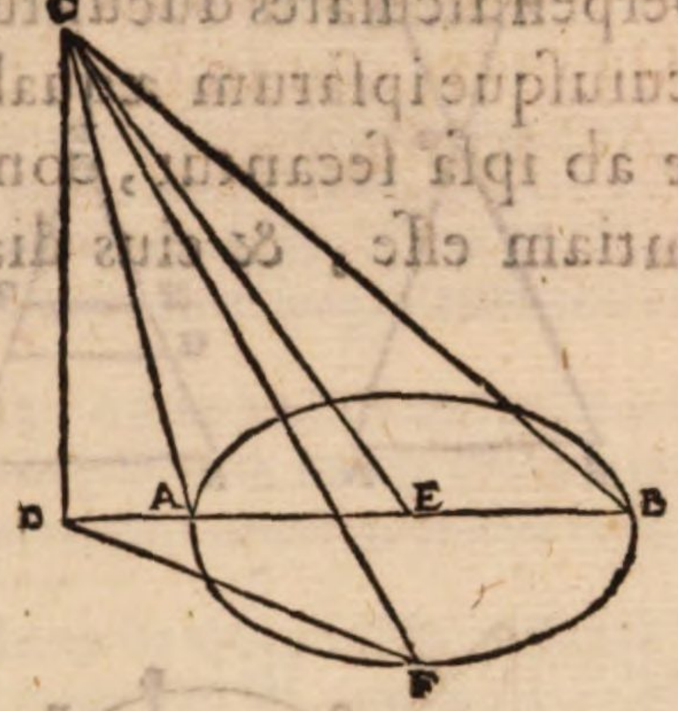


19.prim. 15. tertii Ipsam igitur CB maiorem esse, quam CA, perspicuum est. ducatur autem alia quædam CE, & AE iungatur. Itaque quoniam AB diameter est, necessario maior erit, quam AE: & continet AC cum ipsis AB AE angulum rectum. ergo BC. quam CE maior erit, & similiter maior, quam ceteræ omnes. Eodem modo & EC maior ostenderur, quam CA. quare sequitur vt BC maxima sit, AC uero minima omnium, quæ ab ipso C ad circulum AB pertinent.

THEOREMA CLIIII. PROPOS. CLXVII.

LEM. 111. Iisdem positis cadat perpendicularis CD extra circulum, & ad E circuli centrum ducta DE producatur, iungantur que AC BC. Dico BC maximam, & AC minimam esse omnium, quæ a puncto C ad AB circulum perducuntur.

Constat



Constat namq; BC maiorem esse ipsa CA. Sed & maior erit omnibus, quæ ab ipso C in circumferentiam circuli AB cadunt. Ducatur enim alia quædam recta linea CF, & DF iungatur, Cum igitur BD per centrum transeat, maior est autem, quam DF. est autem CD perpendicularis ad rectas lineas DB DF, quoniam & ad ipsum ſplanum. ergo maior erat BC, quam CF: & similiter maior, quam aliæ omnes. perpicuum est igitur ipsam CB maximam esse At vero AC minimam hoc modo ostendemus. Quoniam enim minor est AD, quam DF, atque est ad ipsas perpendicularis DC, minor erit AC, quam CF, & ita minor, quam aliæ. recta igitur linea AC minima est, & BC maxima omnium, quæ a puncto C ad AB circuli circumferẽtiam perducuntur. 8. tertii. 3. dif. undecimi.

Si ad aliquo puncto ad circumferentiam circuli, qui non sit in eodem plano, in quo punctum, coniuncta recta linea in vtramque partem producatur, &c. Diffi. pri. Apollo.

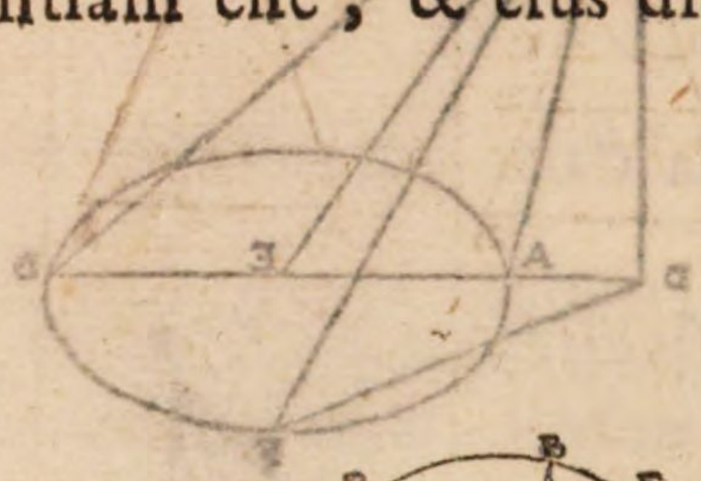
Conuenienter Apollonius addidit in vtramque partem producatur, cum uniuscuiusque coni ortum tradat. Si enim æquicruris sit conus, frustra produceretur, quod recta linea, quæ conuertitur, circumferentiam circuli perpetuo contingit, quippe cum ab ea punctum manens semper æquali distet interuallo. Sed quoniam potest & scalenus esse conus, in quo, vt iam demonstratum est, & maximum, & minimum latus inuenitur, necessario illud apposuit, ut quæ minima est recta linea usque adeo augeri intelligatur, quoad fiat maximæ æqualis, ac propterea circuli circumferentiam perpetuo contingat.

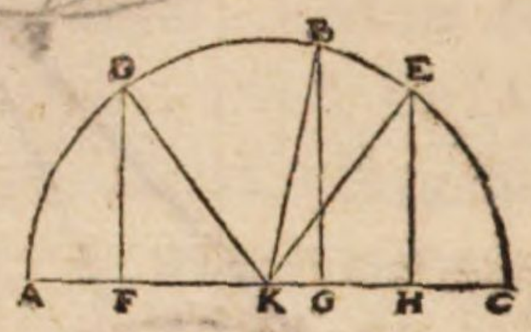
THEO-

LEM. IIII.

THEOREMA CLV. PROPOS. CLXVIII.

Sit linea ABC,& positione data AC.Omnes autem, quæ ab ipsa ABC ad AC perpendiculares ducuntur,ita se habeant, vt quadratum vniuscuiusque ipsarum æquale sit rectangulo basis partibus , quæ ab ipsa secantur, contento. Dico ABC circuli circumferentiam esse , & eius diametrum rectam lineam AC.





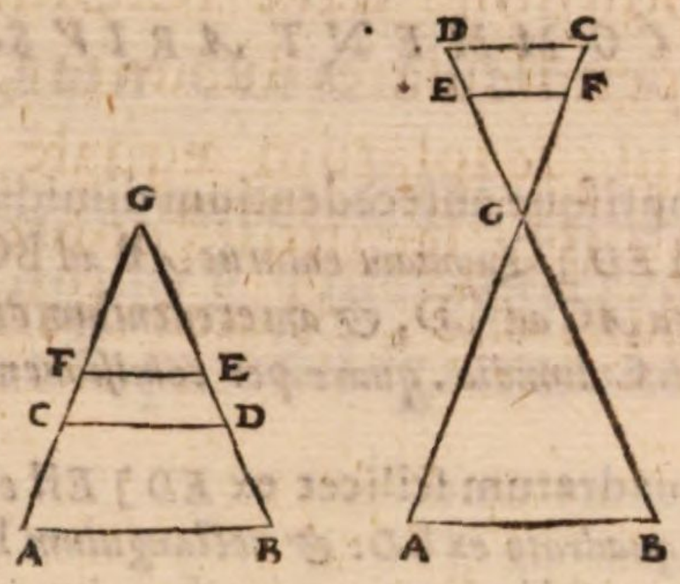
Ducantur enim a punctis DBE perpendiculares DF BG EH. ergo quadratum ex DF æquale est rectangulo AFC,& quadratum ex BG rectangulo AGC, quadratum uero ex EH rectangulo AHC est æquale. secetur AC bifariam in K,& DK KB KE iungantur. Itaque quoniam AFC rectangulum,una cum quadrato ex FK est æquale quadrato ex AK,& ipsi AFC æquale est quadratum ex DF; erit quadratum ex DF una cum quadrato ex FK,hoc est quadratum ex DK æquale ei,quod ex AK quadrato. ergo recta linea AK ipsi KD est æqualis. Similiter ostendemus, & vnamquamque ipsarum BK EK ipsi AK vel KC æqualem esse. quare ABC circuli circumferentia est circa centrum K;hoc est circa diametrum AC.

LEM. V.

THEOREMA CLVI. PROPOS. CLXIX.

Sint tres rectæ lineæ parallelæ AB CD EF,& in ipsas ducãtur duæ rectæ AGFC BGED. Dico ut rectangulum, quod fit ex AB & EF ad quadratum ex CD,ita esse rectangulum AGF ad quadratum ex GC.

Quo-

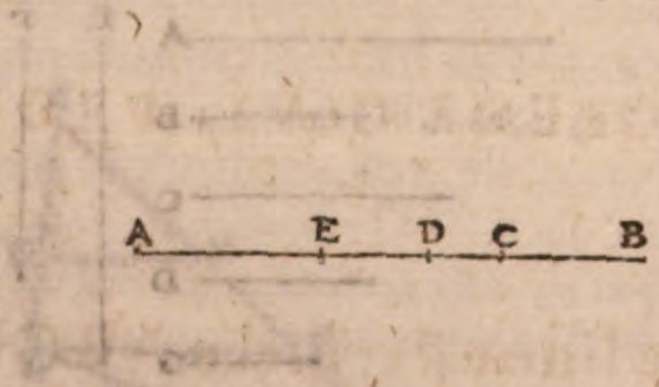


Quoniam enim vt recta linea AB ad FE, hoc eſt vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita recta linea AG ad ipſam GF, hoc eſt rectangulum AGF ad quadratum ex FG. erit vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex EF, ita rectangulum AGF ad quadratum ex FG. ſed vt quadratum ex EF ad quadratum ex CD ita quadratū ex FG ad quadratum ex GC. ex æquali igitur vt rectangulum ex AB & FE ad quadratum ex CD, ita rectangulum AGF ad quadratum ex GC. lem. 1 23 decimi 4. ſexti.

THEOREMA CLVII. PROPOS. CLXX.

LEM. VI.

Sit vt AB ad BC, ita AD ad DC, & ſecetur AC bifariam in puncto E. Dico rectangulum BED quadrato ex EC æquale eſſe: itemque rectangulvm ADC æquale rectaugulo BDE, & rectangulum ABC rectangulo EBD.



Quoniam enim vt AB ad BC, ita eſt AD ad DC, erit componendo, ſumptiſque antecedentium dimidiis, & per conuerſionem rationis, ut BE ad EC, ita CE ad ED. rectangulum A

17. sexti. ctangulum igitur BED æquale est quadrato ex CE. commune auferatur, quadratum
B scilicet ex ED. ergo quod relinquitur rectangulum ADC rectangulo BDE est æqua-
C le. Rursus quoniam rectangulum BED æquale est quadrato ex CE, utraque auferantur a quadrato ex BE. reliquum igitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale erit. quæ omnia demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

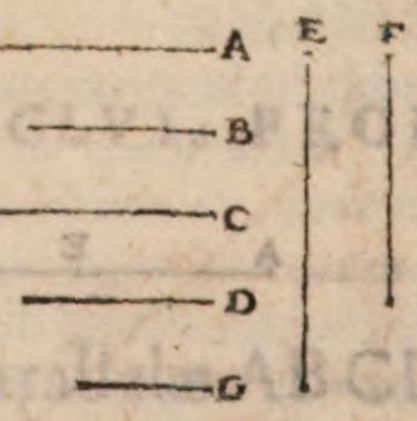
A Erit componendo, sumptisque antecedentium dimidiis, & per consionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED] *Quoniam enim ut AB ad BC, ita AD ad DC, erit componendo ut AB BC ad CB, ita AC ad CD, & antecedentium dimidia ut EB ad BC, ita EC ad CD; est enim AE ipsius AC dimidia. quare per comisionem rationis ut BE ad EC, ita CE ad ED.*

B Commune anferatur quadratum scilicet ex ED] *Est enim quadratum ex CE æquale rectangulo ADC una cum quadrato ex ED: & rectangulum BED æquale rectangulo BDE* 6. secūdi 2. *una cum quadrato ex ED. quare sublato communi, relinquitur rectangulum ADC rectangulo BDE æquale.*

C Rursus quoniam rectangulum BED æquale est quadrato ex EC, utraque auferantur a quadrato ex BE] *Nam cum secetur AC bifariam in E, atque ipsi adiiciatur CB, rectangulum ABC, una cum quadrato ex CE æquale est quadrato ex EB. rursus quadrato ex EB æqualia sunt utraque rectangula EBD, BED. si igitur a quadrato ex BE æquali auferantur, ui delicet rectangulum BED & quadratum ex CE, relinquitur rectangulum ABC rectangulo EBD æquale esse.*

THEOREMA CLVIII. PROPOS. CLXXI.

LEM. VII. Habeat A ad B proportionem compositam ex proportione C ad D & ex proportione E ad F. Dico C ad D proportionem compositam habere ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

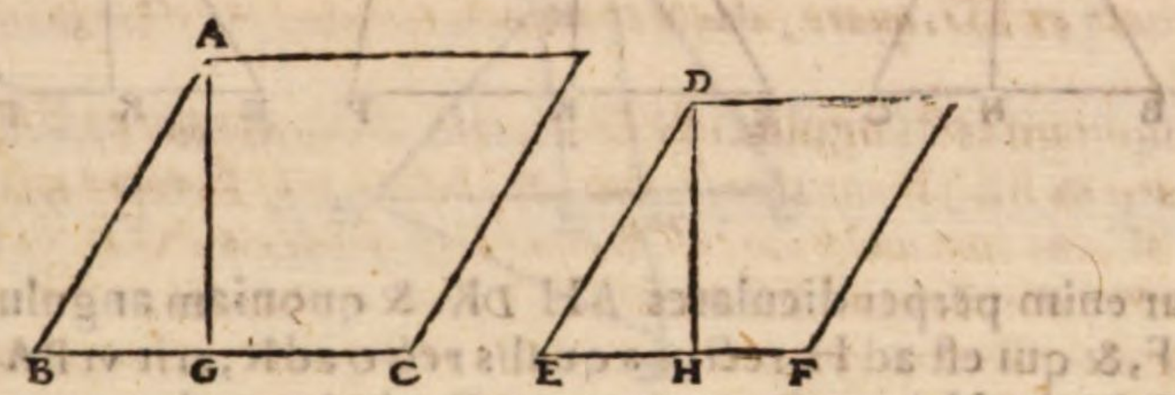


Fiat enim proportio D ad G eadem, quæ est E ad F. & quoniam proportio A ad B com-

B composita est ex proportione C ad D, & proportione *E* ad F, hoc est D ad G; proportio autem compolita ex proportione C ad D, & D ad G est eadem, quæ C ad G: erit ut A ad B, ita C ad G. Rursus quoniam C ad D proportionem habet compositã ex proportione C ad G, & proportione C ad D; sed proportio C ad G demonstrata est eadem, quæ A ad B, & conuertendo proportio *G* ad *D* eadem est, quæ F ad E: habebit C ad D proportionem cõpositam ex proportione A ad B, & proportione F ad E.

THEOREMA CLIX. PROPOS. CLXXII.

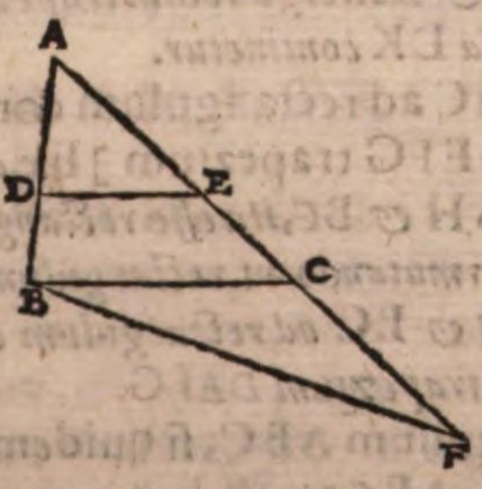
Sint duo parallelogramma AC DF æquiangula, quorum angulus B sit æqualis angulo E. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum DEF, ita esse parallelogrammum AC ad DF parallelogrammum. LEM. VIII.



Si enim anguli *BE* recti sint, illud perspicue constat, sin minus, demittantur perpendiculares AG DH, & quoniam angulus *B* æqualis est angulo *E*, & angulus ad G rectus æqualis recto ad H; erit triangulum ABG triangulo *D*EH æquiangulum. quare ut B*A* ad AG, ita ED ad DH. sed vt B A ad A*G*, ita restangulum ABC ad rectangulum, quod *A*G BC continetur, & vt E*D* ad *D*H, ita DEF rectangulum ad rectangulum contentum *D*H EF. ergo permutando vt rectangulum *A*BC ad rectangulum *D*EF, ita rectangulum quod continetur A*G* BC, hoc est parallelogrammum AC ad rectangulum contentum *DH EF*, hoc est ad parallelogrammum *D*F. 4 sexti. 1 sexti. 36. prim.

TEOREMA CLX. PROPOS. CLXXIII.

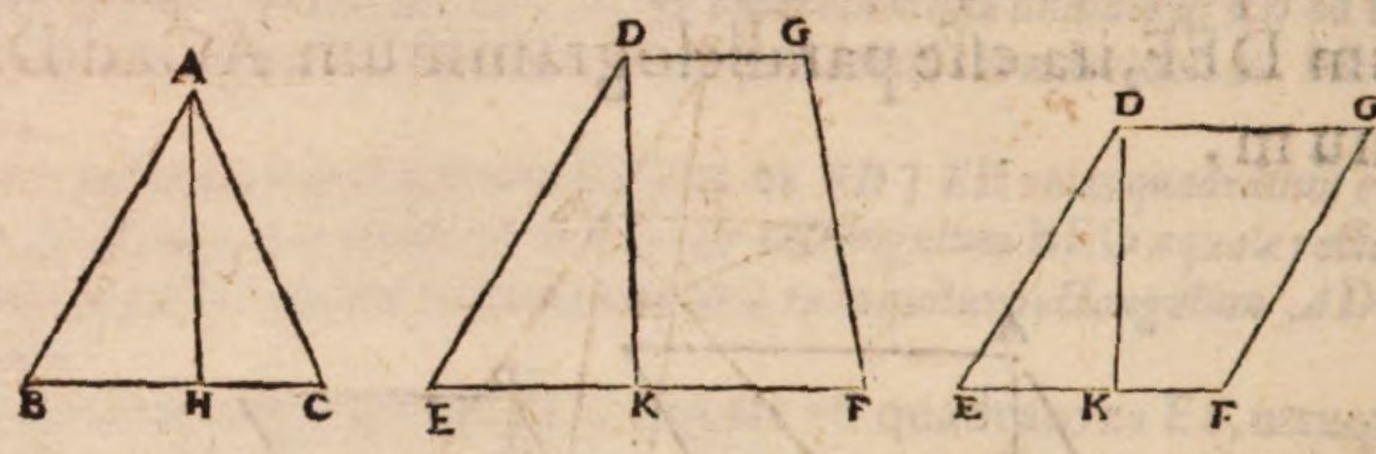
Sit triangulum ABC, sitque BC parallela ipsi DE: & quadratum, quod sit ex CA æquale sit rectangulo FAE. Dico iam si iungantur DC BF rectam lineam BF ipsi DC parallelam esse. LEM. IX.



Hoc uero manifeste patet. Quoniã enim ut FA ad AC, ita est CA ad AE; & ut C*A* ad AE, ita BA ad AD: erit ut F*A* ad AC, ita B*A* ad AD. ergo DC BF interse parallelæ sunt. 17 4 sexti.

THEOREMA CLXI. PROPOS. CLXXIIII.

LEMX. Sit triangulum ABC, trapezium vero DEFG, ita vt ABC angulus angulo DEF sit æqualis. Dico vt rectangulum ABC ad rectangulum, quod continetur vtraque ipsarum CLG EF & DE, sic esse triangulum ABC ad trapezium DEFG.



Ducantur enim perpendiculares AH DK. & quoniam angulus ABC æqualis est angulo DEF, & qui est ad H rectus æqualis recto ad K; erit vt BA ad AH, ita ED ad DK. sed ut BA ad AH, ita rectangulum ABC ad id, quod continetur AH BC. & ut ED ad DK, ita rectangulum, quod continetur DG EF & DE ad contentum utraque DG EF & LK. est autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH BC: & trapezium DEFG dimidium eius quod continetur utraque DG EF & DK. ergo ut rectangulum ABC ad rectangulum contentum utraque DG EF & DE, ita est triangulum ABC ad DEFG trapezium. quod si ABC triangulum sit, & EF parallelogrammum, eadem ratione fiet, ut ABC triangulum ad DF parallelogrammum, ita esse rectangulum ABC ad duplum rectanguli DEF.

4 sexti. 1

A

B

C Ex quibus constat, rectangulum ABC siquidem DF parallelogrammum sit, æquale esse duplo rectanguli DEF; si uero sit trapezium æquale ei, quod utraque DG, EF & ipsa DA continetur.

COMMENTARIVS.

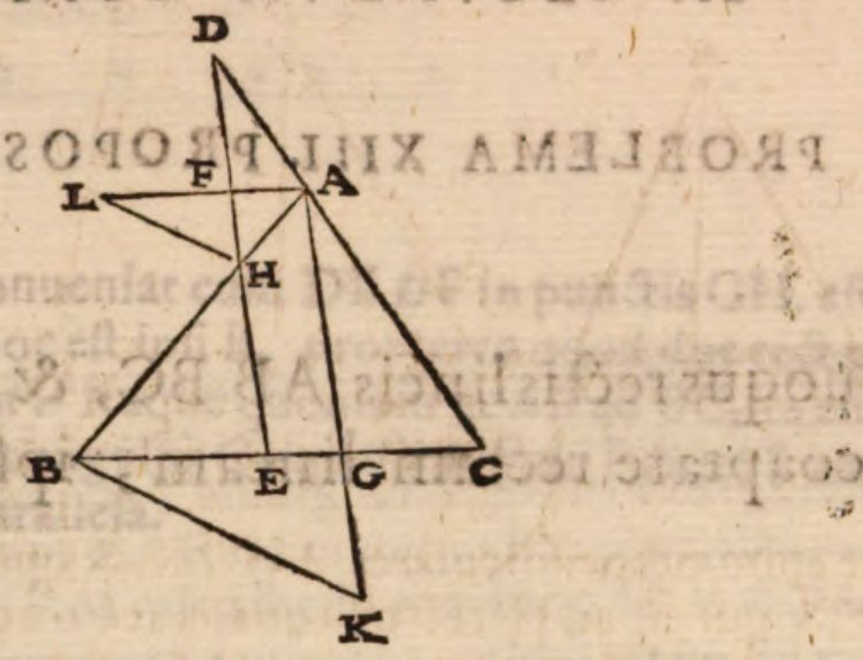
A Est autem triangulum ABC dimidium rectanguli contenti AH BC, & trapezium DEFG dimidium eius, quod vtraque DG EF & DK continetur] *Iuncta enim DF erit triangulum EDF dimidium rectanguli contenti EF & DK, & triangulum DFG itidem dimidium eius, quod continetur DG & DK. ergo totum trapezium DEFG dimidium est rectanguli, quod vtraque EF DG & ipsa DK continetur.*

B Ergo vt rectangulum ABC ad rectangulum contentum vtraque DG, EF & DE, ita est triangulum ABC ad DEFG trapezium] Ex *antedictis enim colligitur, vt rectangulum ABC ad rectangulum ex AH & BC, ita esse rectangulum ex DG EF, & DE ad rectangulum ex DG EF & DK. quare permutando vt rectangulum ABC ad rectangulum ex DG EF & DE, ita rectangulum ex AH & EC ad rectangulum ex DG EF & DK; & ita eorũ dimidia, hoc est triangulum ABC ad trapezium DEFG.*

C Ex quibus constat rectangulum ABC, si quidem DF parallelogrammum sit .] *Sequitur hoc quando triangulum ABC parallelogrammo, vel trapezio DEFG sit æquale. quod etiam ab Eutocio demonstratur in commentariis in 49. primi libri Apollonii. quare verisimile est in Pappi verbis hoc loco nonnulla desiderari.*

PROBLEMA CLXII. PROPOS. CLXXV.

Sit triangulum ABC, & producta CA ad D ducatur, vt cõtineat recta linea DHE, cui quidem parallela ducatur AG; ipsi vero BC parallela AF. Dico vt quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita esse rectangulum DFH ad quadratum ex FA. LEM. XI.



Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL, & iungantur BKHL. Quoniam igitur angulus ad C æqualis est angulo BKG, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL; erit & angulus GKB angulo FHL æqualis. ergo vt BG ad GK, ita LF ad FH. est autem vt AG ad GB, ita HE ad EB, & vt HE ad EB, ita HF ad FA. ut igitur AG ad GB, ita HF ad FA. sed ut BG ad GK, ita alia quæpiam recta linea LF ad antecedentem FH. quare ex æquali in perturbata analogia ut AG ad GK, ita LF ad FA. ut uero AG ad GK, ita quadratum ex AG ad rectangulum AGK, hoc est ad rectangulum BGC, & ut LF ad FA, ita rectangulum LFA, hoc est DFH ad quadratum ex FA. ergo ut quadratum ex AG ad rectangulum BGC, ita rectangulum DFH ad quadratum ex FA. Sed licet illud idem etiam per compositionem proportionum demonstrare. Quoniam enim proportio AG ad GB est eadem, quæ HE ad EB, hoc est HF ad FA; proportio autem AG ad GC eadem, quæ DE ad EC, hoc est DF ad FA: erit proportio composita ex proportione AG ad GB & ex proportione AG ad GC, quæ quidem est quadrati ex AG ad rectangulum BGC, eadem, quæ componitur ex proportione HF ad FA, & ex proportione DF ad FA, hæc autem est proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA. A B C D lem. 23 decimi. E

COMMENTARIVS.

Ponatur rectangulo BGC æquale rectangulum AGK, & rectangulo DFH æquale rectangulum AFL.] *græcus codex* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βκγ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ *sed legendum, vt puto.* κείσθω τῷ μὲν ὑπὸ βκγ ἴσον τὸ ὑπὸ ακκ, τῷ δὲ ὑπὸ λζθ ἴσον τὸ ὑπὸ αζλ. *Illud vero ita intelligendum est, vt producatur* AG *ad* K, *& fiat rectangulum* AGK *rectangulo* BGC *æquale, & rursus producta* AF *ad* L, *fiat rectangulum* AFL *æquale rectangulo* DFH. A

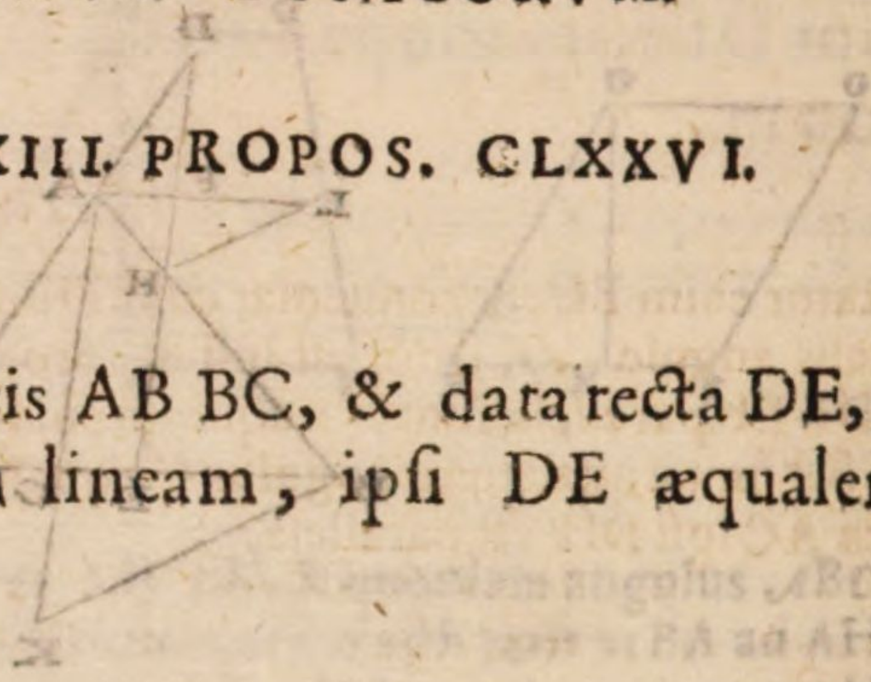
Quoniam igitur angulus ad C æqualis est angulo BKG, & angulus DAL in circulo æqualis angulo FHL.] Ex 21. *tertii elementorum sunt enim puncta* ABKC *in circumferentia eiusdem circuli, cum rectangulum* AGK *æquale sit rectangulo* BGC *ex conuersa* 35. *eiusdem. & eadem ratione puncta* ADLH *cadent in circumferentia alterius circuli.* B

C Erit & angulus GKB angulo FHL æqualis] *Namque angulus ad* C *angulo* DAL *eſt*
29.prim. *æqualis, quod* BCFA *parallelæ ſint.*

D Ergo vt BG ad GK, ita LF ad FH] *ſequitur enim ex iam dictis triangulum* LFH *triangulo* BGK *ſimile eſſe, quoniam angulus ad* K *angulo* FHL *eſt æqualis; vt demonſtratum fuit: & angulus* CFH *æqualis angulo* LAG, *hoc eſt ipſi* BGK, *ergo & reliquus reliquo æqualis erit.*

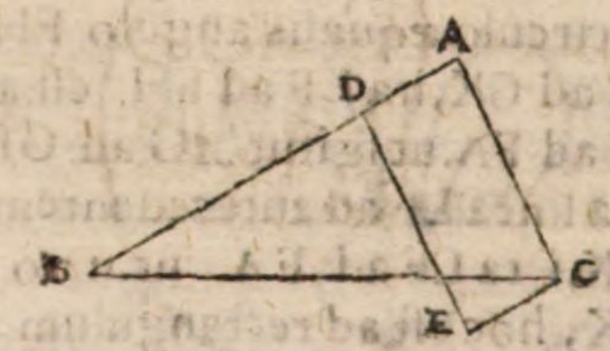
E Hæc autem eſt proportio rectanguli DFH ad quadratum ex FA] *Ex quibus ſit vt rectangulum* DFH *ad quadratum ex* FA *eandem habeat proportionem, quam quadratum ex* AG *ad rectangulum* BGC. *quod quidem demonſtrare oportebat.*

IN SECVNDVM CONICORVM.



PROBLEMA XIII. PROPOS. CLXXVI.

LEM. 12. Datis duoqus rectis lineis AB BC, & data recta DE, in ipſas AB BC coaptare rectam lineam, ipſi DE æqualem, parallelam.

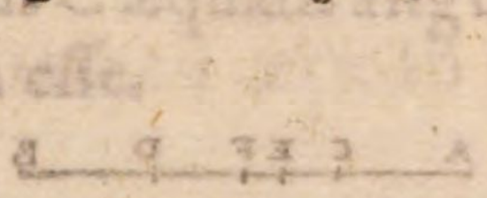


Hoc autem manifeſtum eſt. nam ſi per *E* ducatur *EC* parallela *AB*, & per *C* ipſi *DE* parallela ducatur *CA*; erit AC *ED* parallalogrammum, & propterea *AC* ipſi DE
34.prim. & æqualis & parallela. quæ quidem in datas rectas lineas AB BC coaptata erit.

THEOREMA CLXIII. PROPOS. CLXXII.

LEM. 11. Sint duo triangula ABC DEF: ſitque vt AB ad BC, ita DE ad EF: & AB quidem ſit parallela DE; BC vero ipſi EF. Dico & AC ipſi DF parallelam eſſe.

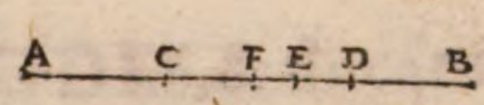
Producatur



Producatur enim BC, & conueniat cum DE DF in punctis GH. est igitur angulus E æqualis angulo G, hoc est ipsi B, propterea quod duæ rectæ lineæ AB BC duabus DE EF parallelæ sunt. Itaque quoniam ut AB ad BC, ita est DE ad EF, & anguli ad BE sunt æqualer; erit angulus C æqualis angulo F, hoc est angulo H. ergo recta linea AC ipsi DH est parallela.

THEOREMA CLXIIII. PROPOS. CLXXVIII. LEM. III.

Sit recta linea AB, & æquales sint AC DB, & inter CD sumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum ADB una cũ rectã gulo CED æquale esse rectangulo AEB.



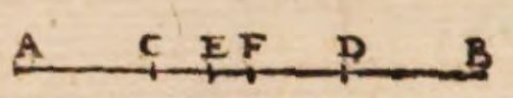
Secetur enim CD bifariam in F, quomodocunque se habeat ad E punctum. & qnoniam rectangulum ADB una cum quadrato ex FD æquale est quadrato ex FB; quadrato autem ex FD rectangulum CED una cum quadrato ex FE est æquale, & quadrato ex FB æquale rectangulum AEB una cum quadrato ex FE: erit rectangulum ADB vna cum rectangulo CED, & quadrato ex FE, & æquale rectãgulo AEB, & ei, quod fit ex FE quadrato. commune auferatur quadratum ex FE. reliquũ igitur ADB rectangulum vna cum rectangulo CED æquale est rectangulo AEB.

THEO-

THEOREMA CLXV. PROPOS. CLXXIX.

LE.IIII

Sit recta linea AB, & æquales sint AC DB: & inter CD quoduis punctum E sumatur. Dico rectangulum AEB æquale esse rectangulo CED, & rectangulo DAC.

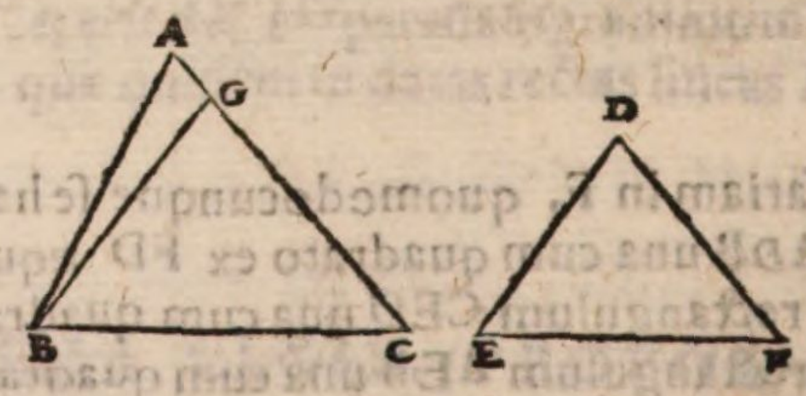


Secetur enim CD in F bifariam, quomodocunque se habeat ad punctum E. quare tota AF ipsi FB est æqualis. rectangulum igitur AEB una cum quadrato ex EF æquale est quadrato ex FA. Sed rectangulum DAC una cum quadrato ex CF, quadrato ex FA est æquale, ergo rectangulum AEB vna cum quadrato ex EF æquale est rectangulo DAC & ex CF quadrato. quadratum autẽ ex CF est æquale rectãgulo CED & quadrato ex EF. quare sublato communi, nempe quadrato ex EF, erit quod relinquitur rectangulum AEB æquale rectangulo CED, & rectangulo DAC.

THEOREMA CLXVI. PROPOS. CLXXX.

L.EV.

Sint duo triangula ABC DEF, & sit angulus quidem C æqualis angulo F, angulus uero B angulo E maior. Dico rectam lineam BC ad CA minorem proportionem habere, quàm EF ad FD.

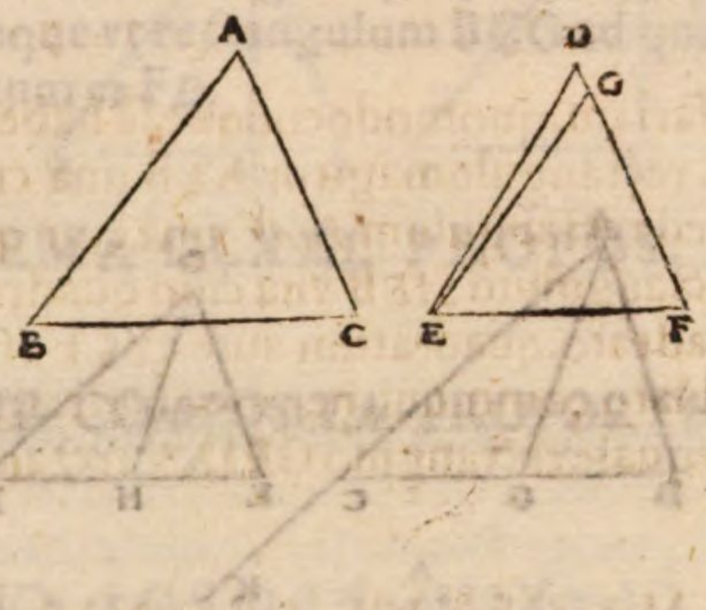


Constituatur enim angulus CBG æqualis ângulo E, & angulus C est æqualis angu-

angulo F. ergo BC ad CG, ita *EF* ad *FD*. Sed BC ad CA minorem proportionem habet, quam *BC* ad CG. quare ex BC ad CA minorem habebit proportionem, quam *EF* ad FD.

THEOREMA CLXVII. PROPOS. CLXXXI. LEM. VI.

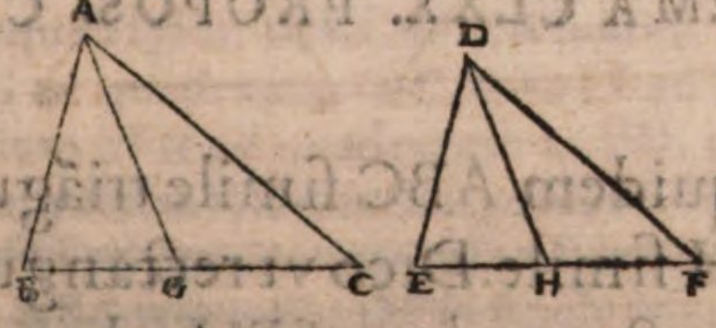
Habeat rursus BC ad CA maiorem proportionem, quam EF ad FD: & sit angulus C æqualis angulo F. Dico angulum B angulo E minorem esse.



Quoniã. n. BC ad CA minorẽ proportionẽ habet, quam *EF* ad FD, si fiat ut BC ad *CA*, ita EF ad aliam quadam; erit ea minor, quam FD. Itaque sit FG, & *AG* iungatur. Cum igitur circa æquales angulos latera proportionalia sint, angulus *B* est æqualis angulo FEG, & propterea angulo E minor erit.

THEOREMA CLXVIII. PROPOS. CLXXXII. LEM. VII.

Sint triãgula similia ABC DEF, & ducãtur AG DH, ita ut sit rectãgulũ BCG ad quadratũ ex CA, sicut rectangulũ EFH ad quadratũ ex FD. Dico triãgulũ AGC triangulo DHF simile esse.



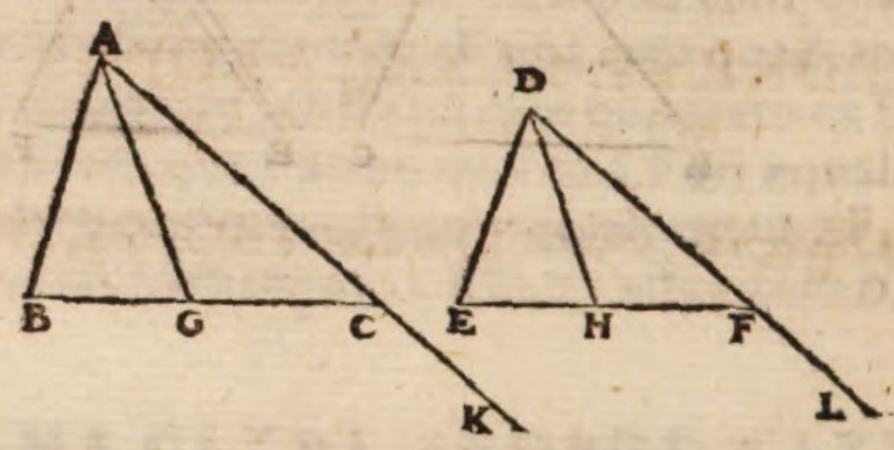
Quoniam enim est, ut rectangulum BCG ad quadratum ex *CA*, ita rectangulum

lum EFH ad quadratum ex FD, & proportio rectanguli BCG ad quadratum ex CA composita est ex proportione BC ad CA, & proportione GC ad CA; proportio autem rectanguli EFH ad quadratum ex FD componitur ex proportione EF ad FD, & proportione HF ad FD, quarum quidem proportio BC ad CA eadem est, quæ EF ad FD propter similitudinem triangulorum: erit reliqua GC ad CA eadem, quæ HF ad FD. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia. ergo triangulum ACG triangulo DFH simile erit. Hoc igitur ex composita proportione in eum, quem dixi mus, modum, demonstratur. Sed licet etiam aliter demonstrare absque composita proportione.

LE. VIII

THEOREMA CLXIX. PROPOS. CLXXXIII.

ALITER.



Ponatur enim rectangulo BCG æquale rectangulum ACK. ergo ut BC ad CK, ita AC ad CG. Rursus ponatur rectangulo EFH æquale rectangulum DFL, erit ut EF ad FL, ita DF ad FH. Sed positum est vt rectangulum BCG, hoc est rectangulum ACK ad quadratum ex AC, videlicet vt AK ad CK, ita rectangulum EFH, hoc est DFL ad quadratum ex DF, videlicet ut DF ad FL. Vt autem BC ad CA, ita EF ad FD ob similitudinem triangulorum. ergo ut BC ad CK, ita EF ad FL. sed ut BC ad CK, ita AC ad CG, quod demonstratum est. itemque ut EF ad FL, ita DF ad FH. quare ut AC ad CG, ita erit DF ad FH. & sunt circa æquales angulos. triangulum igitur ACG simile est triangulo DFH. & eadem ratione triangulum AGB triangulo DHE, quod & ABC triangulum ipsi DEF simile sit.

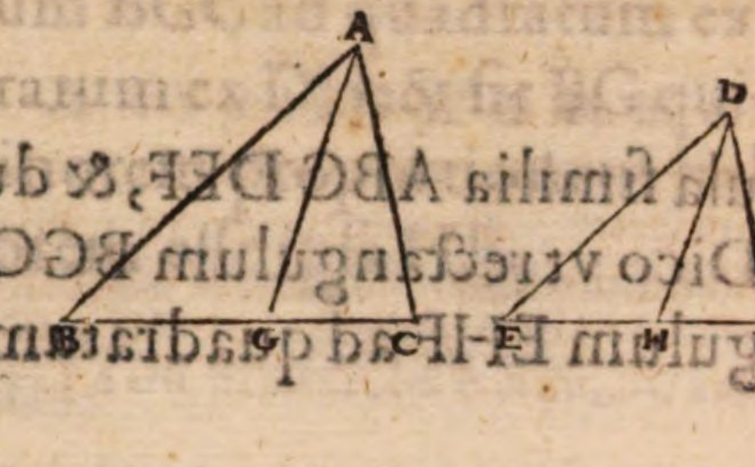
lemm. in 23. deci.

LE. IX.

THEOREMA CLXX. PROPOS. CLXXXIIII.

Sit triangulum quidem ABC simile triãgulo DEF, triangulũ vero ABG ipsi DEH simile. Dico vt rectangulũ BCG ad quadratum ex CA, ita esse rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

Quo-

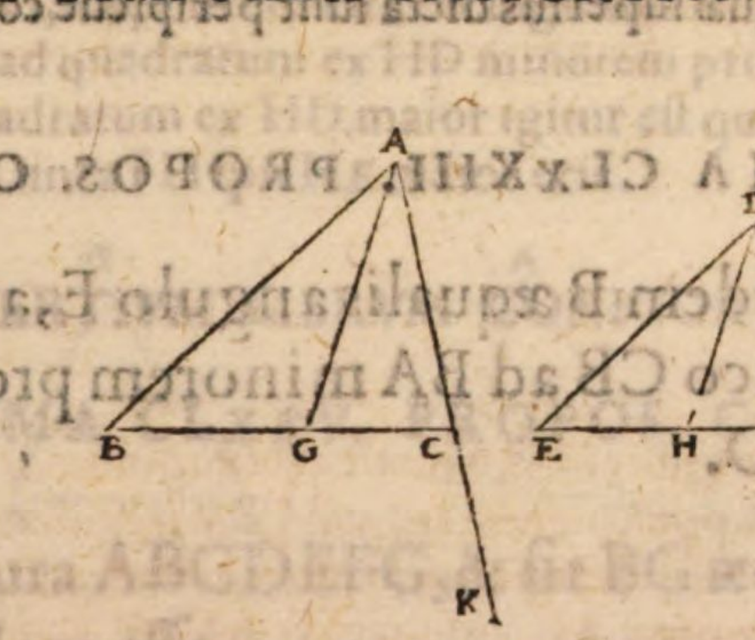


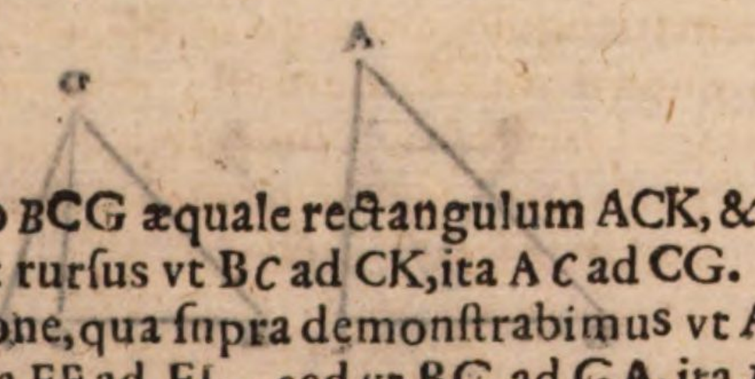
Quoniam.n.propter ſimilitudinem triangulorũm totus angulus A toti D eſt æqualis;angulus autem BAG æqualis ẽ angulo EDH:erit reliquus GAC reliquo HDF æqualis.ſed & angulus C ẽ æqualis angulo F.eſt igitur ut GC ad CA, ita HF ad FD. vt autem BC ad CA,ita EF ad FD.ergo & proportio compoſita compoſitæ proportioni eadem erit.idcircoque vt rectangulum BCG ad quadratum ex CA, ita rectangulum EFH ad quadratum ex FD.

THEOREMA CLXXI. PROPOS. CLXXXV.

LEM. X.

ALITER ABSQVE COMPOSITA PROPORTIONE.



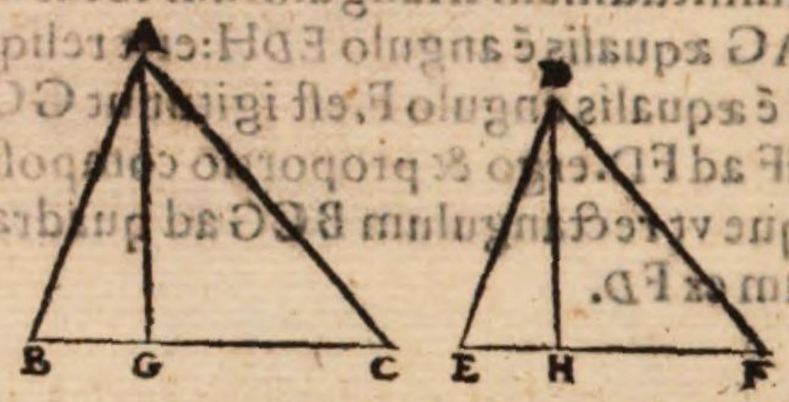


Pouatur rectangulo BCG æquale rectangulum ACK, & rectangulo EFH æquale rectangulum DFL; erit rurſus vt BC ad CK,ita AC ad CG. Vt autem EF ad FL, ita DF ad FH. & eadem ratione,qua ſupra demonſtrabimus vt AC ad CG, ita eſſe DF ad FH.ergo vt BC ad CK,ita EF ad FL. ſed vt BC ad CA,ita EF ad FD ob triangulorum ſimilitudinem. ex æquali igitur ut KC ad CA hoc eſt vt rectangulum KCA, hoc eſt rectangulum BCG ad quadratum ex CA,ita LF ad FD, hoc eſt rectangulum LFD, hoc eſt rectangulum EFH ad quadratum ex FD. quod demonſtrare oportebat. Similiter demonſtrabimus,ſint rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita fuerit rectangulum EFH ad quadratum ex FD.& triangulum ABC ſimile triangulo DEF;& triangulum ABG triangulo DEH ſimile eſſe.

LEM. XI

TEOREMA CLXXII. PROPOS. CLXXXVI.

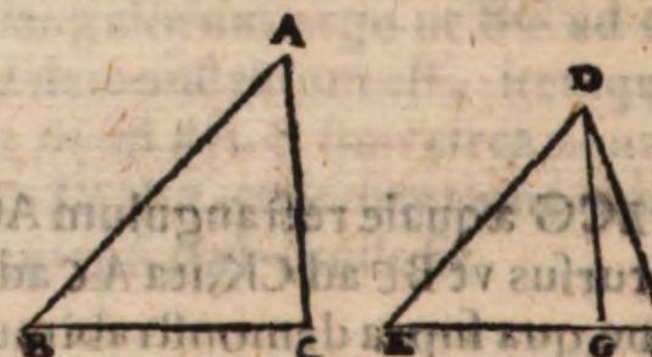
Sint duo triangula similia ABC DEF, & ducantur perpendiculares AG DH. Dico vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita esse rectangulum EHF ad quadratum ex DH.



Hoc autem ex iis, quæ superius dicta sunt perspicue constat.

THEOREMA CLXXIII. PROPOS. CLXXXVII.

LE. XII Sit angulus quidem B æqualis angulo E, angulus uero A angulo D minor. Dico CB ad BA minorem proportionem habere, quam FE ad ED.

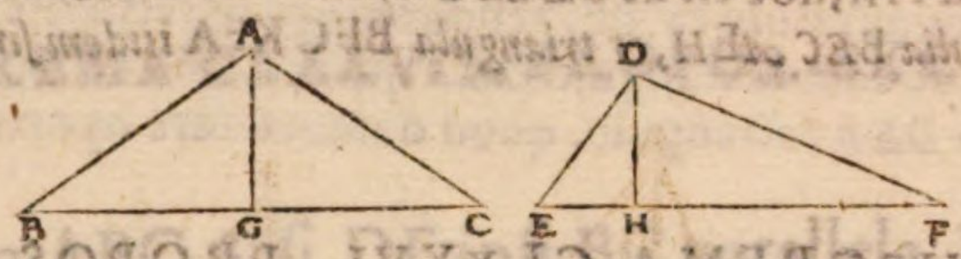


Quoniam, n. angulus A minor est angulo D, constituatur angulo A æqualis angulus EDG. est igitur vt CB ad BA, ita GE ad ED. Sed GE ad ED minorē habet proportionem, quam FE ad ED. ergo & CB ad BA minorem proportionem habebit quam FE ad ED. similiter & omnia alia eiusmodi ostendemus.

THEO.

THEOREMA CLXXIV. PROPOS. CLXXXVIII. LEM. VIII.

Sit vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & sit BG quidem æqualis GC, CG vero ad GA minorem proportionem habeat, quam FH ad HD. Dico FH maiorem esse ipsa HE.



Quoniam.n. quadratum ex CG ad quadratum ex GA minorē proportionē habet, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD, quadratum autem ex CG æquale est rectangulo BGC. habebit BGC rectangulum ad quadratum ex AG minorem proportionem, quam quadratum ex FH ad quadratum ex HD. sed vt BGC rectāgulum ad quadratum ex AG, ita positum est rectangulum EHF ad quadratū ex HD. ergo rectangulum EHF ad quadratum ex HD minorem proportionem habet, quā quadratum ex FH ad quadratum ex HD. maior igitur est quadratum ex FH rectangulo EHF. quare & recta linea FH ipsi HE maior erit.

IN TERTIVM LIBRVM CONICORVM.

THEOREMA CLXXV. PROPOS. CLXXXIX. LEM. I.

Sit descripta figura ABCDEFG, & sit BG æqualis GC. Dico EF ipsi BC parallelam esse.

Ducatur. n. per A recta linea HK parallela BC, & BF CE ad puncta K H produca-

A tur. Itaque quoniam BG est æqualis GC, erit & HA ipsi AK æqualis. ergo ut BC ad
B HA, hoc est ut BE ad EA, ita BC ad KA, hoc est CF ad FA. quare EF ipsi BC est parallela.

COMMENTARIVS.

A Erit & HA ipsi AK æqualis.] *Ob similitudinem triangulorum BDG KDA, itemque triangulorum* CDG HDA. *est enim ut* BG *ad* GD, *ita* KA *ad* AD, *& ut* DG *ad* GC, *ita* DA *ad* AH. *ex æquali igitur ut* BG *ad* GC, *ita* KA *ad* AH. *Sed* BG *est æqualis* GC. *ergo & KA ipsi* AH *æqualis erit.*

B Ergo ut BC ad HA, hoc est ut BE ad EA, ita BC ad KA, hoc est CF ad FA.] *Sunt enim triangula similia* BEC AEH, *& triangula* BFC KFA *itidem similia.*

LEM. 11

THEOREMA CLXXVI. PROPOS. CXC.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant, & sit rectangulum BAC æquale rectangulo EDF. Dico triangulum triangulo æquale esse.

* Ductis enim perpendicularibus BG EH. erit ut GB ad BA, ita HE ad ED. ergo ut rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF. & permutando vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum ex EH & DF, ita rectangulum BAC ad rectangulum EDF. est autem rectangulum BAC rectangulo EDF æquale. ergo & rectangulum ex BG & AC est æquale rectangulo ex EH & DF. Sed rectanguli ex BG & AC dimidium est ABC triangulum. & rectanguli ex EH & DF dimidium est triangulum DEF. triangulum igitur ABC triangulo DEF æquale erit. perspicuum autem est, & parallelogramma ipsorum dupla inter se æqualia esse.

COM-

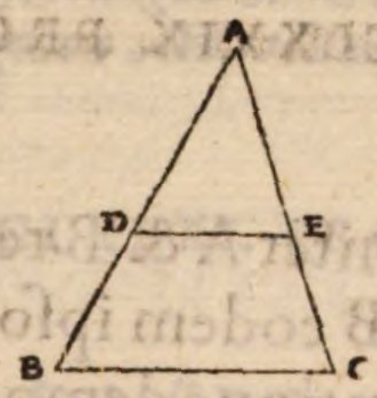
COMMENTARIVS.

Ergo vt rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, ita rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF] *Ex prima sexti est enim rectangulum ex BG & AC ad rectangulum BAC, vt GB ad BA, quod eandem altitudinem habeant. videlicet rectam lineã AC. & similiter rectangulum ex EH & DF ad rectangulum EDF, vt HE ad ED. quare ex vndecima quinti sequitur propositum.*

THEOREMA CLXXVII. PROPOS. CXCI.

LEM. III.

Sit triangulum ABC, & si DE ipsi BC parallela. Dico vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita esse triangulum ABC ad triangulum ADE.



LE V.

Quoniam enim triangulum ABC simile est triangulo ADE, habebit ABC triangulum ad triangulum ADE duplam proportionem eius, quam BA habet ad AD. sed & quadratum ex AB ad quadratum ex AD duplam proportionem habet eius, quam habet BA ad AD. ergo vt quadratum ex AB ad quadratum ex AD, ita erit ABC triangulum ad triangulum ADE. 19.sextis 20.sexti. 11.quiti.

THEOREMA CLXXVIII. PROPOS. CXCII.

Sint rectæ lineæ AB CD inter se æquales, & sumatur quoduis punctum E. Dico rectangulum CEB superare rectangulum CAB rectangulo DEA. LEM. IV.

Secetur

Σ A B F C D

Secetur enim BE bifariam in F. ergo punctum F ipſam quoque AD bifariam ſecat, & quoniam rectangulum CEB vna cum quadrato ex BF æquale eſt quadrato ex FE; rectangulum autem DEA vna cum quadrato ex AF æquale eſt quadrato ex FE; atque eſt quadratum ex AF æquale rectangulo CAB vna cum quadrato ex BF: commune auferatur quadratum ex BF. reliquam igitur rectangulum CEB æquale eſt rectangulo CAB una cum rectangulo DEA quare CEB rectangulum ſuperat rectangulum CAB ipſo DEA rectangulo. quod demonſtrare oportebat. 6. ſecũdi

COMMENTARIVS.

Commune auferatur quadratum ex BF] *ſequitur enim ex iam dictis rectangulum* CEB *una cum quadrato ex* BF *æquale eſſe rectangulis* DEA CAB *una cum eo, quod ex* BF *quadrato.*

THEOREMA CLXXIX. PROPOS. CXCIII.

LE. V. Si vero punctum E ſit inter A & B rectangulum CEB minus eſt, quã rectangulum CAB eodem ipſo ſpatio, videlicet rectangulo DEA, quod ſimili ratione demonſtrabitur.

A E B F C D

COMMENTARIVS.

Quod ſimili ratione demonſtrabitur] *eſt enim rectangulum* CAB *una cum quadrato ex* BF *æquale quadrato ex* FA, *& rectangulum* DEA *una cum quadrato ex* EF *æquale eſt quadrato ex* FA: *quadratum uero ex* EF *eſt æquale rectangulo* CEB *una cum quadrato ex* BF. *ergo rectangulum* CAB *una cum quadrato ex* BF *æquale eſt rectangulis* DEA CEB *una cũ quadrato ex* BF *& dempto communi quadrato ex* BF, *relinquitur rectangulum* CAB *æquale rectãgulis* DEA CEB. *rectangulum igitur* CEB *minus eſt, quam rectangulum* CAB, *rectangulo* DEA.

THEO-

THEOREMA CLXXX. PROPOS. CXCIIII.

Quod si E punctum sit inter B & C, eadem ratione rectangu lum CEB minus est, quam rectangulũ AED rectangulo ABD. LEM. VI.

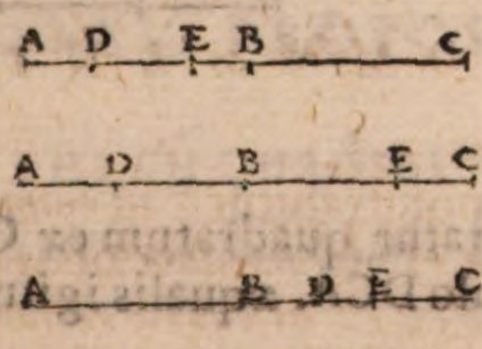
A b F E C D

COMMENTARIVS.

Nam cum rectangulum AED vna cum quadrato ex EF æquale sit quadrato ex FA, rectangulum vero ABD una cum quadrato ex BF eidem quadrato ex FA sit æquale, & quadratum ex BF æquale rectangulo CEB una cum quadrato ex EF; dempto communi quadrato ex EF, sequitur rectangulum AED æquale esse rectãgulo ABD una cum CEB rectangulo. ergo CEB rectangulum minus est quam rectangulum AED rectangulo ABD, id quod demonstrandum proponebatur.

THEOREMA CLXXXI. PROPOS. CXCV.

Sit recta linea AB æqualis ipsi BC: & duo puncta DE sumantur. Dico quadratum ex AB quater sumptum æquale esse rectãgulo ADC bis, vna cum rectangulo AEC bis, & quadratis ex DB BE bis sumptis. LEM. VII.

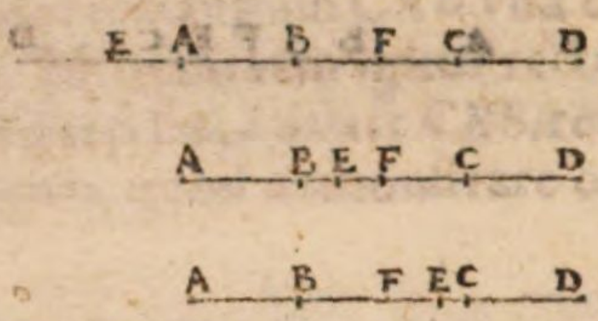


Hoc autem perspicuum est. quadratum enim ex AB bis sumptum propter bipartitas sectiones æquale est rectangulo ADC bis, & quadrato ex DB bis: itemque quadratum ex AB bis est æquale rectangulo AEC bis & bis ei, quod fit ex EB quadrato. 5. secũdi.

THEO.

THEOREMA CLXXXII. PROPOS. CXCVI.

LEM. VIII. Sit recta linea AB æqualis ipsi CD: & sumatur punctum E. Dico quadrata ex AE ED æqualia esse quadratis ex BE EC, & rectangulo ACD bis sumpto.



Secetur BC bifariam in F. & quoniam quadratum ex DF bis sumptum æquale est rectangulo AC*D* bis, & bis quadrato ex CF; appositio communi quadrato ex EF bis, erit rectangulum ACD bis una cum quadratis ex CF FA bis, æquale quadratis ex DF FE bis sumptis. 9. & 10. secundi. sed quadratis ex DF FE bis sumptis æqualia sunt quadrata ex *A*E ED: quadratis autem ex CF F*E* bis sumptis æqualia sunt ex BE *EC* quadrata: quadrata igitur ex *A*E E*D* æqualia sunt quadratis ex B*E* *E*C & rectangulo ACD bis sumpto.

THEOREMA CLXXXIII. PROPOS. CXCVII.

LE. IX. Sit rectangulum BAC vna cum quadrato ex CD æquale quadrato ex AD. Dico CD ipsi DB æqualem esse.

Commune enim auferatur quadratum ex C*D*. erit reliquum quod continetur *A*C DB æquale rectangulo DCA. æqualis igitur est DC ipsi DB.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma est ueluti conuersum sextæ propositionis secundi libri elementorum, in cuius demonstratione cum non nulla desiderari uideantur, nos planius, & apertius explicare tentabimus, hoc modo.

Commune

Commune auferatur quadratum ex CD. *erit reliquum rectangulum* BAC *æquale rectangulo* DAC *vna cum rectangulo* DC*A. est enim ex secunda proportione secundi elementorum quadratum ex* AD *æquale rectangulo* BAC *vna cum rectangulo* ADC, *hoc est una cum rectã gulo* DC*A, & quadrato ex* CD *per tertiam eiusdem sed per primam rectangulum* BAC *æquale est rectangulo* DAC *una cum eo, quod* BD, *&* AC *continetur. quare rursus ablato communi rectangulo* DAC *relinquitur rectangulum contentum* BD, *&* AC *æquale rectangulo* DCA *æqualis igitur est recta linea* CD *ipsi* DB.

THOREMA CLXXXIIII. PROPOS. CXCVIII. LEM. X.

Sit rectangulum ACB una cum quadrato ex CD æquale quadrato ex DB. Dico rectam lineam AD æqualem esse ipsi DB.

A C D E B

Ponatur ipsi CD æqualis *DE*. ergo rectangulum CBE *una cũ* quadrato ex D*E*, hoc quadrato ex CD æquale est quadrato ex DB, hoc est rectangulo *AC*B vna cum quadrato ex CD. quare rectangulũ C*BE* est æquale rectangulo ACB, & propterea recta linea AC æqualis ipsi EB. sed & C*D* æqualis ipsi *DE*. tota igitur AD toti *DB* est æqualis.

COMMENTARIVS.

Hoc lemma conuersum est quintæ propositionis secundi elementorum.

Quare rectangulum CBE est æquale rectangulo ACB] *Nempe ablato communi, videlicet quadrato ex* CD. *

THEOREMA CLxXXV. PROPOS. CXCIX. LEM. XI.

Sit rursus rectangulũ BAC vna cũ quadrato ex DB æquale quadrato ex AD. Dico rectam lineam CD ipsi DB esse æqualem.

E A C D B

Ponatur.n. ipsi DB æqualis A*E*. & quoniam rectangulũ B*A*C vna cum qua-

drato ex DB, hoc est cum quadrato ex EA æquale est quadrato ex AD, commune au
feratur rectangulum DAC. ergo reliquum, quod BD & AC continetur, videlicet re
B ctangulum EAC vna cũ quadrato ex EA, quod est rectangulũ CEA æquale est ipsi
C ADC rectangulo. quare recta linea EA, hoc est BD ipsi DC est æqualis.

COMMENTARIVS.

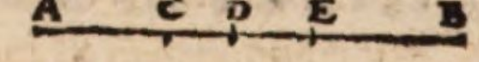
A Commune auferatur rectangulum DAC] *est enim rectangulum BAC æquale rectan gulo DAC una cum eo, quod BD & AC continetur. quadratum uero ex AD æquale est rectangulo DAC una cum ADC rectangulo.*

B Quod est rectangulum CEA] *ex tertia secundi elementorum.*

C Quare recta linea EA, hoc est BD ipsi DC est æqualis.] *Quoniam enim rectangulum CEA æquale est rectangulo ADE, erit ut EC ad CD ita DA ad EE, & componendo ut ED ad DC, ita DE ad EA. ergo EA ipsi DC est æqualis.*

THEOREMA CLXXXVI. PROPOS. CC.

Sit recta linea AB, in qua sumantur tria puncta CDE, ita ut BE sit æqualis EC, & rectangulum AED, quadrato ex CE æqua le. Dico ut BA ad AC, ita esse BD ad DC.



A Quoniam n. rectangulum AED æquale est quadrato ex CE, erit ut AE ad EC,
B ita CE ad ED. quare per conuersionem rationis, antecedentibusque bis sumptis, & diuidendo ut BA ad AC, ita erit BD ad DC.

COMMENTARIVS.

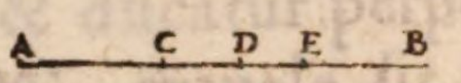
Hoc lemma, & quod sequitur in græcis codicibus corruptissima sunt, quæ nos restituimus.

A Erit vt AE ad EC, ita CE ad ED] *Hæc nos addidimus perspicuitatis caussa, in græco enim codice tantum legitur ἀνάλογον*

B Quare per conuersionem rationis, antecedentibusque bis sumptis, & diuidendo vt BA ad AC, ita erit BD ad DC.] *Quoniam enim ut AE ad EC, ita CE ad ED, erit per conuersionem rationis ut EA ad AC, ita EC ad CD; & antecedentium dupla ut BA, AC ad CA, ita BC ad CD: est enim BC ipsius CE dupla. ergo diuidendo ut BA ad AC, ita est BD ad DC.*

THEOREMA CLXXXVII. PROPOS. CCII.

Sit rursus rectangulum BCD æquale quadrato ex CE, & AC ipsi CE æqualis. Dico rectangulum ABE, rectanhulo CBD æquale esse. LEM. XIII.



Quoniam enim rectangulum BCD quadrato ex CE est æquale vt BC ad CE, hoc est ad CA, ita erit CE, hoc est AC ad CD. & tota ad totam, & per conuersionem rationis, & spacium spacio æquale. ergo rectangulum ABE æquale est CBD rectangulo. sed illud etiam constat, rectangulum scilicet ADE ipsi BDC æquale esse. Si enim a quadrato CE, & a rectangulo BCD anferatur commune quadratum ex CD, quæ relinquentur æqualia erunt. A B

COMMENTARIVS.

Et tota ad totam, & per conuersionem rationis, & spatium spatio æquale] *Quoniã enim est ut* BC *ad* CA, *ita* AC *ad* CD, *erit componendo ut tota* BA *ad* AC, *hoc est ad totam* EC, *ita pars* AD *ad partem* DC. *ergo reliqua* BD *ad reliquam* DE, *ut* BA *ad* AC: *& per conuersionem rationis* DB *ad* BE, *ut* AB *ad* BC. *rectangulum igitur* ABE *rectangulo* CBA *est æquale.* A 19. quīti 16. sexti.

Sed hoc etiam aliter demonstrare possimus] *Nam cum recta linea* AE *bifariam secetur in* C, *atque ipsi addatur* EB, *erit rectangulum* ABE *una cum quadrato ex* EC *æquale quadrato &* CB. *sed eidem quadrato ex* CB *æqualia sunt utraque rectangula* CBD, BCD. *rectangulum igitur* ABE *una cum quadrato ex* EC *æquale est rectangulo* CBD *una cum rectangulo* BCD. *quare ablato quadrato ex* EC *ab altera parte, & ab altera rectangulo* BCD, *quæ inter se æqualia sunt, sequitur rectangulum* ABE *rectangulo* CBD *æquale esse.* 6. secūdi 2. secī di

Sed illud etiam constat, rectangulum scilicet ADE ipsi BDC æquale esse.] *Nam cum* AC *sit æqualis* CE, *rectangulum* ADE *una cum quadrato ex* CD *æquale est quadrato ex* CE. *sed rectangulum* BDC *una cum quadrata ex* CD *est æquale rectangulo* BCD, *hoc est quadrato ex* CE. *quare sublata communi quadrato ex* CD, *relinquitur rectangulum* ADE *rectangulo* BDC *æquale.* B 5 secu, 3 16. sexti

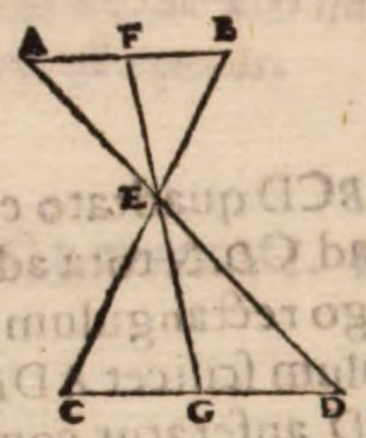
ALITER quoque idem demonstrari potest, hoc pacto.

Quoniam ut tota BA ad EC, ita est pars AD ad DC, erit & reliqua BD ad DE, ut AD ad DC; & propterea rectangulum ADE æquale est rectangulo BDC.

THEOREMA CLXXXVIII. PROPOS. CCII.

LEM. XIIII.

In duas parallelas ABCD per idem punctum E tres rectæ lineæ AED BEC, FEG ducantur. Dico ut rectangulũ AEB ad rectangulum AFB, ita esse rectangulum CED ad CGD rectangulum.



Hoc per compositam proportionem manifestum est. vt enim AE ad ED, ita est AF ad DG: & ut BE ad EC, ita FB ad GC. & componuntur ex his proportionibus spatia. Constat igitur propositum.

Sed licet etiam aliter demonstrare absque composita proportione, hoc pacto.

Quoniam enim ut AE ad EB, ita est DE ad EC, erit rectangulum AEB ad quadratum ex EB, vt rectangulum DEC ad quadratum ex EC, vt autem quadratum ex EB ad quadratum ex BF, ita quadratum ex EC ad quadratum ex CG. quare ex æquali ut rectangulum AEB ad quadratum ex BF, ita rectangulum DEC ad quadratum ex CG. sed vt quadratum ex BF ad rectangulum BFA, ita quadratum ex CG ad rectangulum CGD. ex æquali igitur ut rectangulum AEB ad rectangulum AFB, ita rectangulum CED ad rectangulum CGD.

COMMENTARIVS.

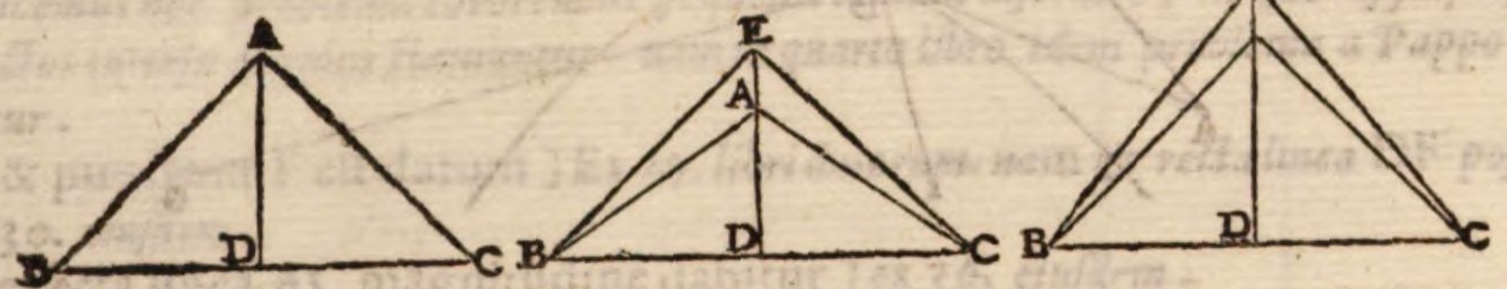
✻ Hoc per compositam proportionem manifestum est] *Cum enim rectæ lineæ* AB CD *inter se parallelæ sint, erit* AEF *triangulum simile triangulo* DEG, *& triangulo* FEB *simile ipsi* GEC. *quare vt* EA *ad* AF, *ita* ED *ad* DG: *& vt* EB *ad* BF, *ita* EC *ad* CG. *proportio autem rectanguli* AEB *ad rectangulum* AFB *componitur ex proportione* EA *ad* AF, *& proportione* EB *ad* BF: *& proportio rectanguli* CED *ad rectangulum* CGD *componitur ex proportione* ED *ad* DG, *& proportione* EC *ad* CG. *quare cum proportio rec-*

tiones, ex quibus componuntur, eadem sint, sequitur rectangulum AEB *ad* AFB *rectangulum, ita esse, vt rectangulum* CED *ad rectangulum* CGD.

IN QVINTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CLXXXIX. PROPOS. CCIII. LEM. I.

Sit triangulum ABC, & ducatur perpendicularis AD. Dico si rectangulum BDC æquale sit quadrato ex AD, angulum ad A rectum esse, si maius obtusum, si vero minus acutum.



Sit primum æquale. ergo ut *B*D ad D*A*, ita est *A*D ad DC. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia. angulus igitur ad A æqualis est angulo ad *D*, ac propterea angulus ad *A* rectus erit. Sed sit maius. ponaturque ipsi æquale quadratum ex D*E*, & BE EC iungantur. erit angulus B*E*C rectus. & ipso maior est angulus ad A. ergo angulus ad A est obtusus. Sit denique minus, & ipsi æquale ponatur quadratum ex D*F*, iunganturque BF *F*C. erit B*F*C angulus rectus, atque eo minor est angulus ad A. angulus igitur ad *A* acutus erit.

COMMENTARIVS.

Ergo vt BD ad DA, ita est AD ad DC. & sunt circa æquales angulos latera proportionalia] Ex 14. *sexti elementorum.* Hæc autem nos ita vertimus perspicuitatis causſa, nã in græco codice legitur. ἀνάλογον ἄρα καὶ περὶ τὰς γωνίας.

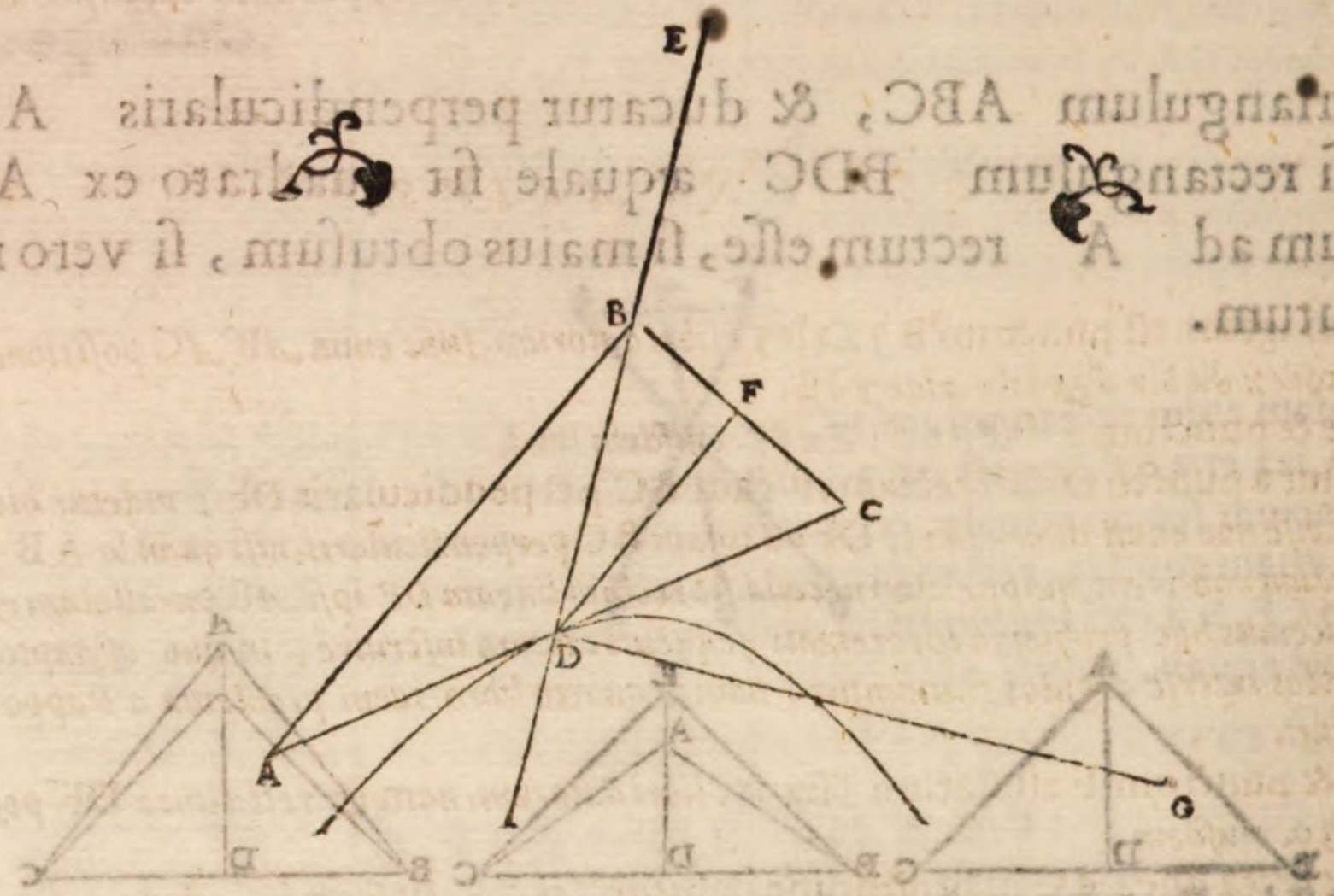
Angulus igitur ad A æqualis est angulo ad D, ac propterea angulus ad A rectus erit.] *Quoniam enim rectangulum BD*C *æquale est quadrato ex* AD, *vt* BD *ad* DA, *ita est* AD *ad* DC. *suntque circa æquales angulos, videlicet rectos, qui sunt ad* D *latera proportionalia. triangulum igitur* ABD *triangulo* ADC *æquiangulum est, & angulus* ABD *angulo* DAC *æqualis. Sed duo anguli* ABD BAD *sunt æquales uni recto, quare & ipsi* BAD DAC *hoc est angulus* BAC. *angulus igitur ad* A *est rectus.*

PRO-

PROBLEMA XV. PROPOS. CCIIII.

LEM. II.

Duabus rectis lineis AB BC positione datis, & dato puncto D, per D circa asymptotos AB BC hyperbolen describere.



A B C D

Factum iam sit ergo B est ipsius centrum iungatur *DB*, & producatur; quæ diameter erit, ponaturque ipsi DB æqualis BE. datum igitur est punctum B. quare & punctum E dabitur, & diametri terminus. ducatur a puncto D ad rectam lineam BC perpendicularis *DF*. ergo & punctum F est datum. Rursus ponatur ipsi BF æqualis F*C*. erit & C datum, & iuncta CD producatur ad G, quæ positione data erit. sed & positione est data AB. ergo & ipsum *A*. est autem & C datum. quare recta linea *AC* magnitudine dabitur. & erit A*D* æqualis *DC*, propterea quod BF est æqualis F*C*. Itaque figuræ, quę ad diametrum ED constituitur, sit DG rectum latus. vtraque igitur ipsarum AD *DC* potestate quarta pars erit rectanguli EDG. sed & quarta pars est quadrati ex AC. rectangulum igitur EDG quadrato ex AC est æquale. datum autem est, quod fit ex AC quadratum. ergo & datum rectangulum EDG, & data est ED. quare & ipsa DG, & punctum G datur. Quoniam igitur positione datis duabus rectis lineis in plano, E*D* DG, quæ ad rectos angulos interse constituuntur; & a dato puncto *D* facta est sectio hyperbole, cuius diameter quidem est ED, vertex autem D punctum & a sectione ad diametrum ductæ in dato angulo *A*DB applicantur, & possunt specia adiacentia ipsi DG, latitudinemque habentia, lineas ex diametro abscissas, quæ inter ipsas, & punctum *D* interijciuntur, & ex sedentia figura simili ei, quę rectis lineis EDG continetur; erit ipsa sectio positione data.

27. datorum.

25. datorum.

E F G H K LM N

Componetur autem problema in hunc modum.

Sint

Sint duæ rectæ lineæ AB BC positione date, & datum iunctum D, cùnctaque DB producatur ad E, vt sit BE ipsi DB æqualis. & ducatur perpendicularis DF, ponatur que ipsi BF æqualis FE; & iuncta CD ad A producatur. atque ipsi ED apretur ad rectos angulos DG, ita vt quadrato ex AC æquale sit rectangulum EDG: & circa diametrum DE hyperbole discribatur. vt in resolutione ductum est. Dico eam problema efficere. Quoniam enim BF est æqualis FG, erit & AD ipsi DC æqualis. ergo vtraque ipsarum AD DC potestate quarta pars est quadrati ex AC. hoc est rectanguli EDG, hoc est figuræ quæ ad diametrum ED constituitur demonstratum etenim est in secundo libro conicorum, rectas lineas AB BC ipsius hyperbolæ asymptotos esse. O P Q

COMMENTARIVS.

Datum igitur est punctum B] Ex 25. *libri datorum. sunt enim AB AC positione datæ.* A
Græcus codex ὁ δὲν ἄρα ἐστὶν *adde* τὸ β.

Quare & punctum E dabitur] *Ex 27. eiusdem libri.* B

Ducatur a puncto D ad rectam lineam BC perpendicularis DF] *videtur hic locus corruptus. esse non enim ducenda est DF ad ipsam BC perpendicularis, nisi quando AB BC rectum angulum continent, quippe cum necesse sit rectam lineam DF ipsi AB parallelam esse. sed fortasse dicemus hoc problema theoremati sequenti tantum inscruire, in quo asymptoti BA NG ad rectos interse angulos statuuntur. nam in quarto libro idem problema a Pappo aliter conscribitur.* C

Ergo & punctum F est datum] Ex 25. *libri datorum. nam & recta linea DF positione datur ex 30. eiusdem.* D

Quare recta linea AC magnitudine dabitur] *ex 26. eiusdem.* E

Vtraque igitur ipsarum AD DC potestate quarta pars erit rectanguli EDG.] *Desideratur in græco codice* τὸ τέταρτον *vel* Δ. F

Quare & ipsa DG, & punctum G datur] *est enim ex 14. vel 77. sexti elementorum, ut* ED *ad* AC, *ita* AC *ad* DG: *& data est* AC. *ergo & ipsa* DG. *estque datum punctum* D: *quare & ipsum* G *dabitur ex 27. datorum græcus codex* ἔστω δοθὲν τὸ Η. *ego legendum puto* καὶ ἐστὶ δοθὲν τὸ Η. G

Quoniam igitur positione datis duabus rectis lineis in plano ED DG] *græcus codex* ἐπεὶ οὖν θέσει δεδομένων δύο εὐθειῶν ἐπιπέδων. *sed legendum ut opinor* δύο εὐθειῶν ἐν ἐπιπέδῳ. H

Et a dato puncto D facta est sectio hyperbole.] *græcus codex mendosus est, in quo legitur.* καὶ ἀπὸ δοθέντος τῆς ὑπὸ αδθγε γίνεται ὑπερβολὴς διάμετρος μὲν ἡ ΕΔ *&c. forte legendum est* καὶ ἀπὸ δοθέντος τοῦ Δ γίνεται ὑπερβολή, ἧς διάμετρος μὲν ἡ ΕΔ. K

Et possunt spatia adiarentia ipsi DG] *in græco codice mendose legitur* δα. L

Latitudinesque habentia lineas ex diametro abscissas &c.] *græcus codex* πλάτη ἔχοντα αὗται ἀφαιροῦσιν. *legendum* πλάτη ἔχοντα, οὗ αὗται ἀφαιροῦσιν. M

Et ex cedentia figura simili es, quæ lineis EDG continetur] *græcus codex* ὑπερβάλλοντα εἴδει ὁμοίῳ τῷ ὑπὸ ΕΔΗ, *lege* τῷ ὑπὸ ΕΔΗ. N

Et ducatur perpendicularis DF] *vide quæ supra scripsimus in C.* O

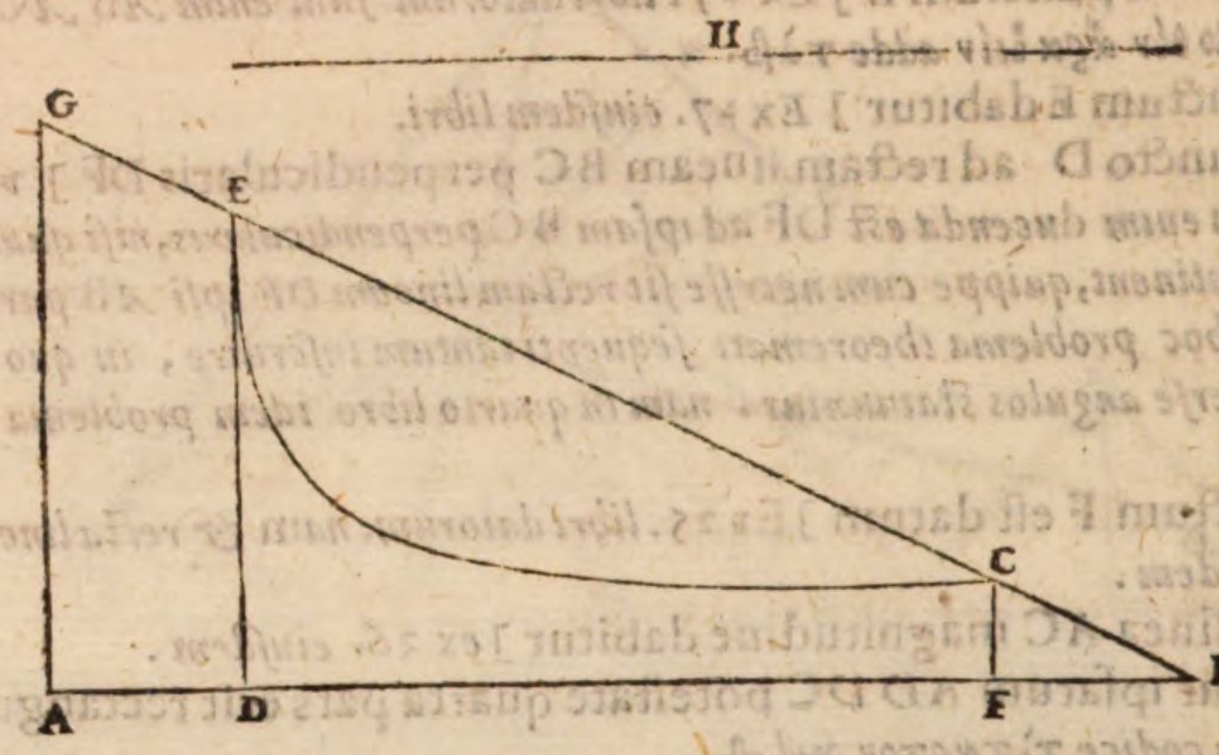
Et circa diametrum DE hyperbole describatur.] *Ex 53. primi conicorum.* P

Hoc est figuræ, quæ ad diametrum ED constituitur] *græcus codex* τουτέστι τοῦ πρὸς τῇ ΕΔ διαμέτρου εἶδει ἧς δυνάμει. *ego legerem,* τουτέστι τοῦ πρὸς τῇ ΔΕ διαμέτρῳ εἴδους. Q

THEOREMA CXC. PROPOS. CCV.

LEM. III.

A Sit recta linea AB positione data,& datum punctum C: ducaturque BC,& ponatur BD data, cui ad rectos angulos erigatur DE. Dico punctum E positione tangere coni sertionem hyperbolen,quæ per punctum C transit.



B Ducatur perpendicularis CF: atque ipsi B*D* æqualis ponatur F*A*: ergo punctum
C *A* est datum. erigatur ipsi B*A* ad rectos angulos A*G*,quæ positione data erit, &re-
D ctæ lineæ B*C* productæ occurrat in G. Itaque duabus rectis lineis B*A* *A*G positione
E datis, & dato puncto C, hyperbole circa asymptotos G*A* A*B* describatur. transibit
F igitur & per punctum E,propterea quod B*C* est æqualis E*G*: est enim tota *BD* toti
G F*A*,hoc est tota B*E* toti C*G* æqualis.

Componetur autem hoc modo.

H Sit recta linea A*B* data positione,datumque punctum *C*: & ducatur B*C*:recta ve
O ro linea, in qua H sit data, cui æqualis ponatur F*A*;ducta scilicet C*F* perpendiculari:
K erigaturque A*G* ad rectos angulos,quæ ipsi B*C* in puncto *G* occurrat.& circa asym
ptotos G*A* A*B* per punctum *C* intra datum hyperbole describatur. Dico eam problema efficere,hoc est si perpendicularis ducatur E*D*,rectam lineam B*D* ipsi H æqualem esse. Illud vero perspicuum est propter asymptotos,cum E*G* sit æqualis C*B*.ergo & A*D* ipsi F*B*,& tota A*F*,hoc est H ipsi B*D* æqualis erit.

COM-

COMMENTARIVS.

Sit recta linea AB positione data, & datum punctum C] *græcus codex.* θέσει εὐθεια ἡ αβ λοθεισα τὸ γ *sed puto legendum* θέσει εὐθεια ἡ αβ λοθεισα τὸ λέ λοθὲν τὸ γ. A

Atque ipsi BD æqualis ponatur FA] *Hoc nos addidimus quæ in græco codice desiderari videbantur. quare legendum erit* ἡ χθω καὶ θετος ἡ γζ, καὶ τῇ βλ ἴση ἐστω ἡ ζα. B

Ergo punctũ A est datum] *Ex 27. datorum græcus autẽ codex habet* λοθὲν ἄρα καὶ τὸ λ. C

Quæ positione data erit] *Ex 30 datorum.* D

Hyperbole circa asymptotos GA AB describatur] *Ex antecedente in græco autem codice deest verbum* γεγράφθω. E

Transibit igitur & per punctum E propterea quod BC sit æqualis EG] *Ex 8 secundi libri conicorum.* F

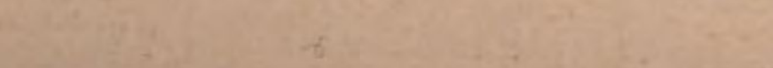
Est enim tota BD toti FA, hoc est tota BE toti CG æqualis] *Quoniam enim datæ rectæ lineæ BD æqualis ponitur FA, & inter se parallelæ sint CF DE AG, erit ex 2. sexti elementorum, vt DF ad FB, ita EC ad CB, & componendo vt DB ad BF, ita EB ad BC, vt autem BF ad FA, ita BC ad CG. quare ex æquali vt BD ad FA, ita BE ad CG. atque est BD æqualis FA ergo & BE æqualis CG, & dempta vtrinque communi CE, erit reliqua BC reliquæ EG æqualis. In græco codice non nulla deesse videntur, qui sic habet,* ἐπὶ καὶ ὅλη, καὶ ἔσαι διὰ τὸ προγεγραμμένον. G

Et ducatur BC] *In græco codice mendose, vt opinor, legitur* ἡ λ διὰμετρος ἡ βγ. *non enim BC est hyperbole diameter. Sed fortasse legendum erit* καὶ διήχθω ἡ βγ. H

Et circa asymptotos GA AB per punctum C intra datum hyperbole describatur.] *Ex antecedente. secet autem dicta hyperbole rectam lineam BG in E puncto.* K

THEOREMA CXCI. PROPOS. CCVI.

Sit vt BA ad AC, ita quadratum ex BD ad quadratum ex DC. Dico ipsarum BA AC mediam proportionalem esse AD. LEM. IV.



Ponatur ipsi CD æqualis DE. ergo diuidendo vt BC ad CA, hoc est vt rectangulum CBE ad rectangulum, quod AC BE continetur, ita rectangulum CBE ad quadratum ex ED. rectangulum igitur contentum AC BE quadrato ex ED, hoc est rectangulo CDE est æquale. ergo ob proportionem, & componendo, vt BD ad DE, hoc est ad DC, ita DA ad AC quare & tota ad totam videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC. ipsarum igitur BA AC media proportionalis est AD. 1. senti. A 9. quinti. B C

COMMENTARIVS.

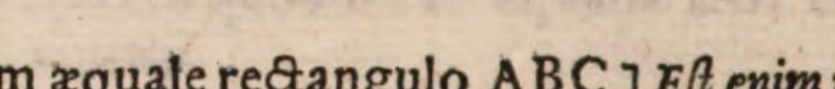
A Ita rectangulum CBE ad quadratum ex ED] *Quadratum enim ex* BD *superat quadratum ex* DC, *hoc est ex* DE, *rectangulo* CBE *ex 6. secundi elementorum, cum recta linea* CA *bifariam secetur in* D, *atque ei adiungatur* EB.

B Ergo ob proportionem & componendo, vt BD ad DE, hoc est ad DC, ita DA ad
14.sexto. AC] *Quoniam enim rectangulum contentum* AC BE *rectangulo* CDE *est æquale, vt* BE *ad* ED, *ita* DC *ad* CA, *& componendo vt* BD *ad de, hoc est ad* DC, *ita* DA *ad* AC.

C Quare & tota ad totum, videlicet vt BA ad AD, ita DA ad AC] *sequitur namque ex duodecima quinti elementorũ, vt* BD DA *ad* DC, CA, *hoc est vt* BA *ad* AD, *ita* DA *ad* AC.

THEOREMA CXCII. PROPOS. CCVII.

LEM. V. Sit rectangulum ABC æquale duplo quadrati ex AC. Dico rectam lineam AC ipsi CB æqualem esse.



A Ponatur ipsi AC æqualis AD. erit rectangulum CDA æquale rectangulo ABC, &
B sunt ad eandem rectam lineam. ergo DA hoc est AC ipsi CB est æqualis.

COMMENTARIVS.

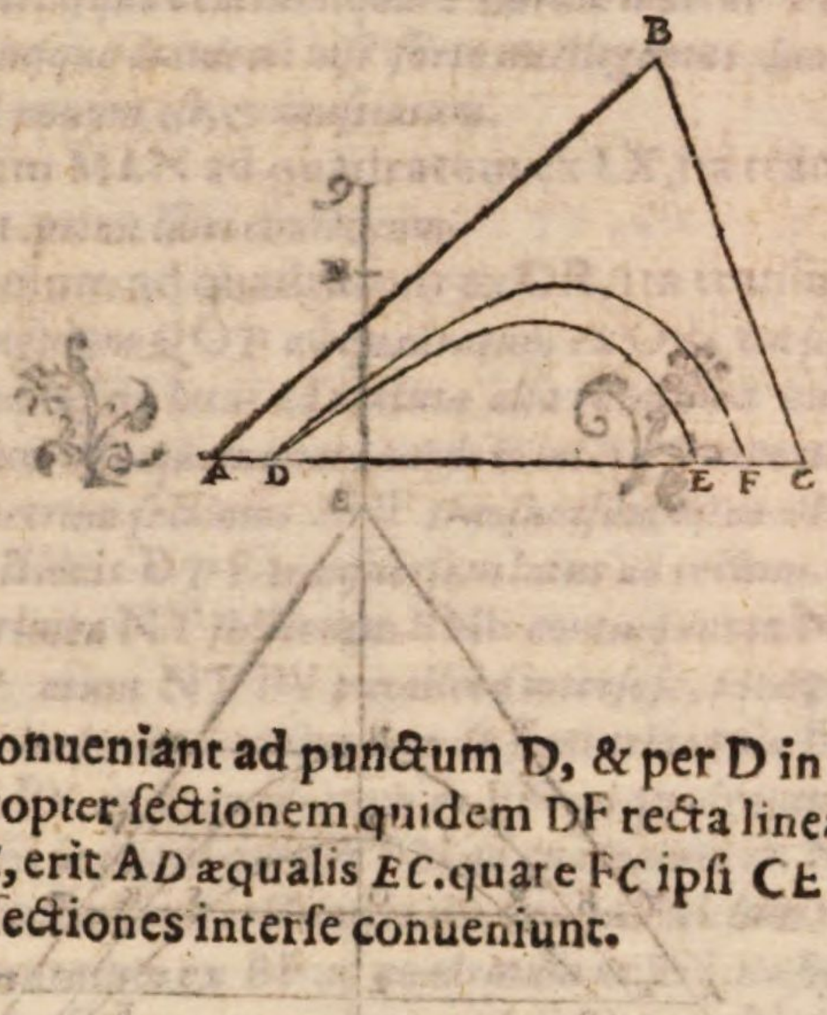
A Erit CD BA rectangulum æquale rectangulo ABC] *Est enim rectangulum* CDA *ad*
1. sexti. *quadratum ex* AC, *vt* DC *ad* CA *uidelicet duplum, ac propterea rectangulum* ADC *duplo quadrati ex* AC, *hoc est rectangulo* ABC *est æquale.*

B Et sunt ad eandem rectam lineam] *namque ex* 14. *sexti elementorum ut* DC *ad* CB,
9.quinti. *ita est* BA *ad* AD: *& componendo ut* DB *ad* BC, *ita* BD *ad* DA. *quare sequitur* DA, *hoc est* AC *ipsi* CB *æqualem esse.*

THEOREMA CXCIII. PROPOS. CCVIII.

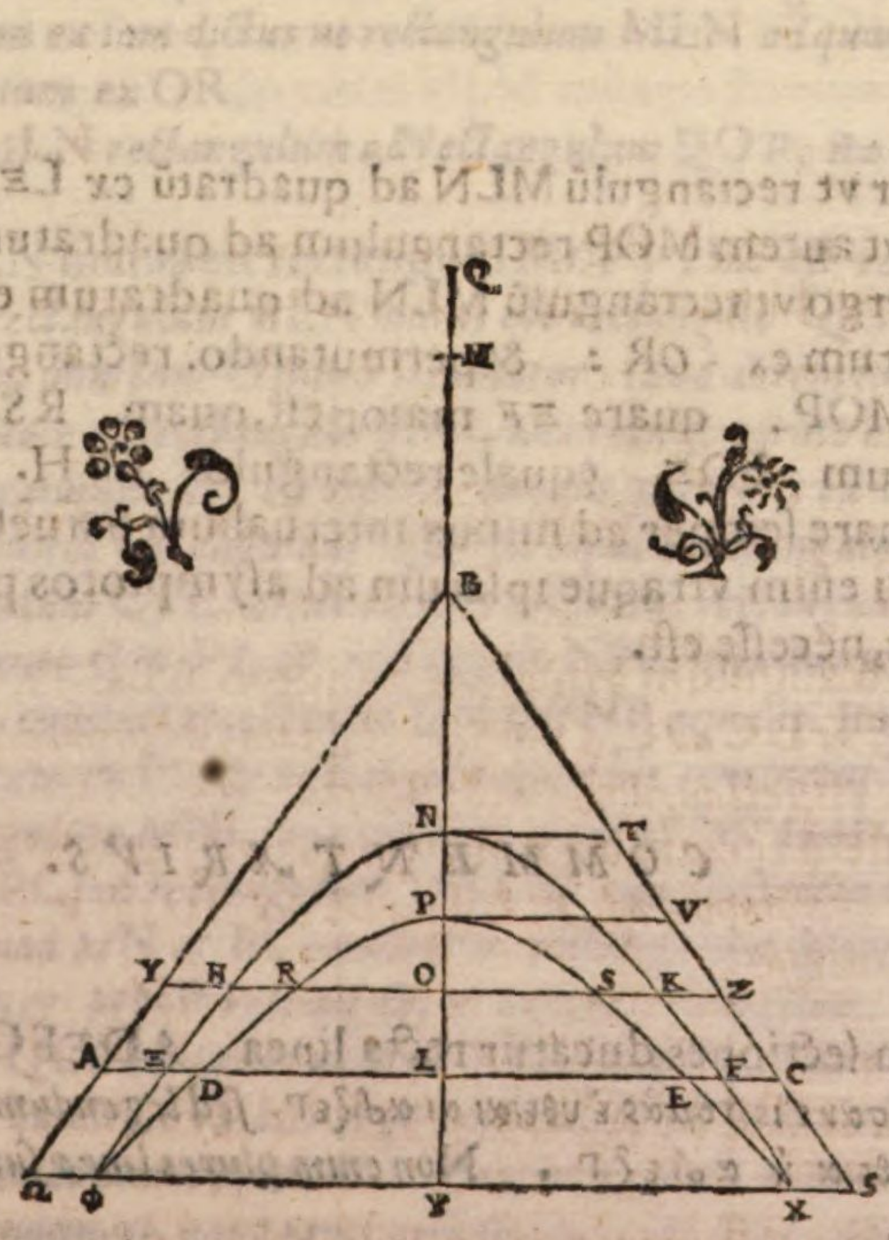
LEM. V. Circa easdem asymptotos AB BC, hyperbole DE DF describantur. Dico eas interse non conuenire.

Si enim

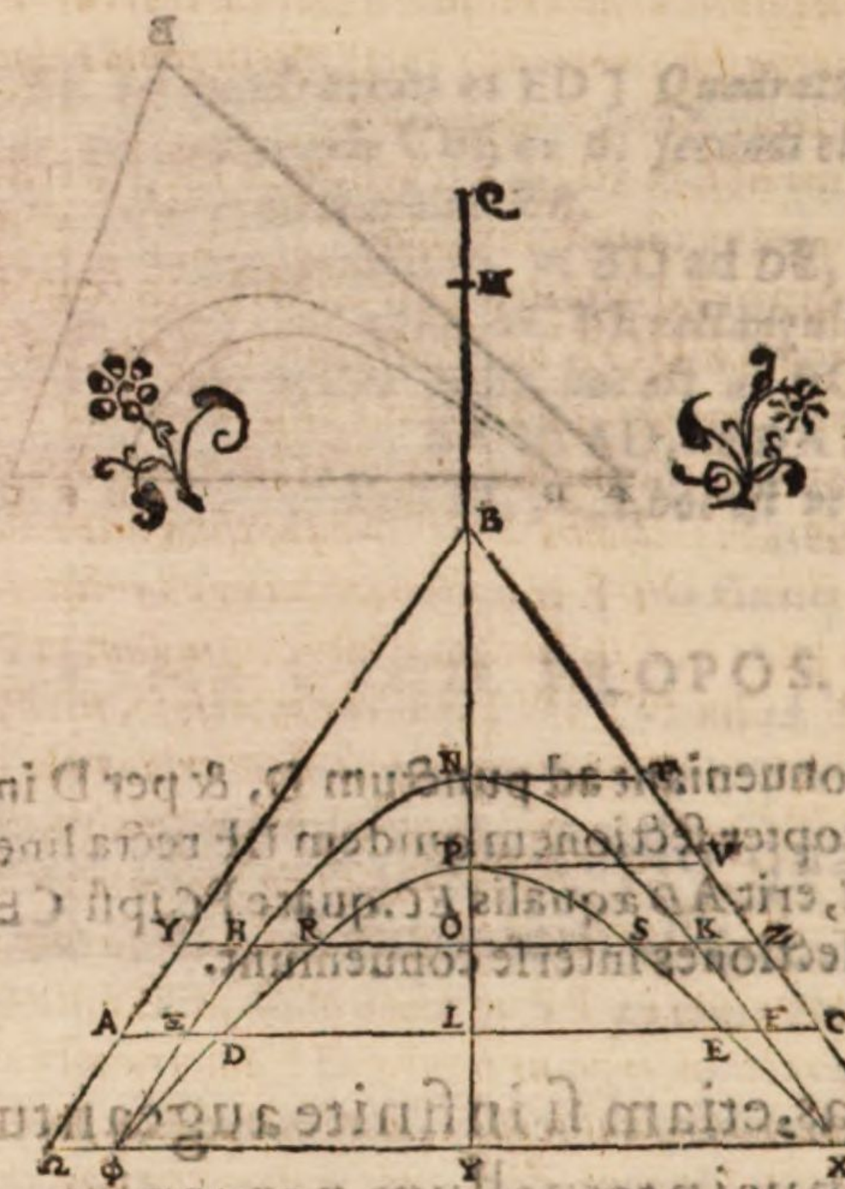


Si enim fieri poteſt, conueniant ad punctum D, & per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC. erit propter ſectionem quidem DF recta linea AD æqualis FC, propter ſectionem uero DE, erit AD æqualis EC. quare FC ipſi CE eſt æqualis. quod fieri non poteſt. non igitur ſectiones interſe conueniunt. A

Dico preterea eas, etiam ſi infinite augeantur ad ſeſe propius accedere, & ad minus interuallum peruenire.



Ducatur enim alia recta linea HK. & ſit diameter, cuius terminus pum C B



ctum M. erit igitur vt rectangulũ MLN ad quadratũ ex LΞ, ita tranſuerſum figuræ latus ad rectum. vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita tranſuersũ latus ad rectum. ergo vt rectangulũ MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR: & permutando. rectangulum vero MLN maius eſt rectangulo MOP. quare ΞF maior eſt, quam RS. atque eſt propter ſectiones rectangulum FDΞ æquale rectangulo KRH. minor igitur eſt XD, quam HR. quare ſemper ad minus interuallum perueniunt. Sed & illud facile conſtare poteſt. *Si enim vtraque ipſarum ad aſymptotos propius accedit, & ad ſeſe propius accedant, neceſſe eſt.*

COMMENTARIVS.

A Et per D in ſectiones ducatur recta linea ADEFC] Græcus codex, καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διήχθωσαν εἰς τομὰς εὐθεῖαι αἱ ΔΛΖΕΓ. *ſed legendum puto,* καὶ ἀπὸ τοῦ Δ διή-
B χθω εἰς τομὰς εὐθεια ἡ ΔΛΕΖΓ. *Non enim plures lineæ ſunt, ſed vna tantum in pluribus punctis ſecta.*

Dncatur .n. alia recta linea HK] *Sint duæ hyperbolæ* ΞHNKF DR PSE *circa eaſdẽ aſymtos* AB BC *deſcriptæ, ut docetur in quarta propoſitione ſecundi libri conicorum, uel in* xxxiii. *quarti libri huius, uel in* cciiii. *huius, & intelligantur rectæ lineæ* AΞDLEFC, HROSK *ad earum diametrum* BL *ordinatim applicatæ, quæ inter ſe parallelæ erunt. vtraque enim paral-*
C *lela eſt rectæ lineæ in punctο* P, *uel* N *ſectionem contingenti ex* 5. *ſecundi libri conicorum.*

Et

Et sit diameter, cuius terminus punctum M] *Non potest idem terminus esse diametri utriusque sectionis. producatur enim* LPNB *diameter in puncta* M Q *ita ut* MB *sit æqualis* BN *&* GB *æqualis* BP. *erit punctum* M *terminus diametri sectionis* ΞNF: *&* Q *terminus diametri sectionis* DPE, *quod* B *sit utriusque centrum. quare mirum uidetur Pappum uno eodemque puncto* M *uti pro termino utriusque diametri nisi forte intelligamus duo puncta quę termini sunt, eadem littera notati, quod nouum est, & inusitatum.* C

Erit igitur vt rectangulum MLN ad quadratum ex LX, ita transuersum figuræ latus ad latus rectum.] *Ex* 21. *primi libri conicorum.* D

Vt autem MOP rectangulum ad quadratum ex OR, ita transuersum figuræ latus ad rectum] *Hoc est ut rectangulum* QOP *ad quadratum ex* OR, *ita figuræ, quæ fit ad* TQ *diametrum sectionis* DPE *tranuersum latus ad rectum. alia enim sunt huius figuræ latera, atque ea de quibus proxime dictum est, quamquam eandem interse proportionem habeant. nam ut figuræ, quæ fit ad* NM *diametrum sectionis* ΞNF *transuersum latus ad rectum, ita est figuræ, quæ fit ad diametrum* PQ *sectionis* DPE *transuersum latus ad rectum. quod facile demonstrabitur hoc modo. Ducatur recta linea* NT *sectionem* ΞNF *contingens in* N. *& ducatur* PV, *quę sectionem* DPE *contingat in* P. *erunt* NT PV *parallelæ interse se, utraque enim parallela est rectæ lineæ* AC, *uel* HK *ex quinta secundi conicorum, & fient triangula* BNT BPV *similia. ergo ut* BN *ad* NT, *ita* BP *ad* PV *& ut quadratum ex* BN *ad quadratum ex* NT, *ita quadratũ ex* BP *ad quadratum ex* PV. *sed ut quadratum ex* BN *ad quadratum ex* NT, *ita figuræ quæ fit ad diametrum* NM *transuersum latus ad rectum; ex ijs, quæ tradita sunt in prima secundi conicorum. & eadem ratione ut quadratum ex* BP *ad quadratum ex* PV, *ita figuræ, quæ fit ad diametrum* PQ *transuersum latus ad rectum. ergo ut figuræ ad diametrum* NM *transuersum latus ad rectum, ita figuræ ad* PQ *diametrum transuersum latus ad rectum. ex quibus constat hyperbolas* ΞNF DPE *interse similes esse, itemque alias, quæcumque circa easdem asymptotos hoc pacto describuntur.* E 5. secũdi. conicorũ 4. 21. 22 sexti

Ergo vt rectangulum MLN ad quadratum ex LΞ, ita rectangulum MOP ad quadratum ex OR] *sequitur enim ex iam dictus ut rectangulum* MLN *ad quadratum ex* LΞ. *ita rectangulum* QOP *ad quadratum ex* OR. F

Quare & permutando ut MLN *rectangulum ad rectangulum* QOP, *ita quadratum ex* LΞ *ad quadratum ex* OR.

Rectangulum vero MLN maius est rectangulo MOP] Hoc *est rectangulum* MLN *maius rectangulo* QOP, *nam rectangulum* MLN *maius est rectangulo* QLP. *quare rectangulo* QOP *multo maius erit, quod punctum* O *supra* L *sumatur. Illud autem ita demonstrabimus. Rectangulum enim* MLN *æquale est rectangulo* MNL *una cum quadrato ex* NL *per* 3. *secundi elementorum, quorum quadratum ex* NL *est æquale duobus quadratis ex* NP PL *una cum eo quod bis* NPL *continetur. similiter rectangulum* QLP *est æquale rectangulo* QPL *una cũ quadrato ex* PL, *quorum rectangulum* QPL *rursus æquale est tribus rectangulis, rectangulo scilicet contento* MN PL, *& contento* QM PL, *& rectangulo* NPL, *quæ duo postrema rectangula æqualia sunt ei, quod bis* NPL *continetur, est enim* QM *ipsi* NP *æqualis. Itaque sublatis vtrinque communibus nempe quadrato ex* PL, *& rectangulo, quod bis continetur* NPL, *relinquitur ex altera quidem parte rectangulum* MNL *una cum eo, quod ex* NP *quadrato. ex altera uero rectangulum contentum* MN PL. *sed rectangulum* MNL *est æquale duobus rectangulis. videlicet rectangulo* MNP, *& ei, quod* MN *&* PL *continetur. rectangulum igitur* MLN *maius est, quam* QLP, *quadrato ex* NP. *&* MNP *rectangulo vt autem rectangulum* MLN *ad quadratum ex* LΞ, *ita rectangulum* QLP *ad quadratum ex* LD, *& permutando. ex quibus sequitur quadratum ex* ΞL *maius esse quadrato ex* LD. *ergo recta linea* ΞL *maior est, quam* LD, *& tota* ΣF, *quam* DE *maior, & multo maior, quam* RS. *Hæc eo spectare videtur, ut ostendat sectionem* DPE *intra ipsam* ΞNF *contineri. quod tamen absque his, ex alijs, quæ in principio dicta sunt, satis constat si enim punctum* P, *per quod sectio* DPE *transit, infra* N *sumitur, & sectiones inter se conuenire non possunt, superuacaneum quodammodo fuit in his tantopere immorari. sed vereor ne locus corruptus sit, ut Pappus aliud quidpiam potius, quam hoc ostendere noluerit. non enim ex dictis apparet rectam lineam* RK *minorem esse, quam* DF, *quod ad propositum concludendum præmonstrasse oportebat.* G 4. secũdi 1. secũdi

Atque

H Atque est propter sectiones rectangulum FDΞ æquale rectangulo KRH] *Hæc nos ita restituimus, nam græcus codex habet,* καὶ ἐστὶ διὰ τομὰς ἴσον τὸ ὑπὸ ΖΔΞ τῷ ὑπὸ σϱθ, *& mendose vt videtur, rectangulum enim* FDΞ *est æquale rectangulo* KRH *vt demonstrabimus, & ob id maius rectangulo* SRH. *Producatur* KH *ex vtreque parte adeo vt secet asymptoson* AB *in* Y *&* BC *in* Z. *Quoniam igitur vt* YB *ad* BA, *ita* YZ *ad* AC, *atque est* YB *minor, quã* BA, *erit &* YZ *quam* AC *minor. Sed ex ijs, quæ in 4. secundi conicorum demonstrata sunt* AD *minor est; quam* YR. *&* FE *minor, quam* KZ. *asymptosi enim & sectio productæ ad seip-*
14. quĩt i *sas proprius accedunt. quare si ex* YZ *demantur* YR, KZ, *& ex* AC *demantur* AD FC, *relinquitur* RK *multo minor, quam* DF. *Itaque propter sectionem* DPE *rectangulum* YRZ *æquale est rectangulo* ADC; *vtraque enim sunt æqualia quadrato ex* PV *per* 10 *secundi libri conicorum. & propter sectionem* ΞNF *rectangulum* YHZ *est æquale rectangulo* AΞC, *quod vtraque sint æqualia quadrato ex* NT. *rectangulum vero* YHZ *vna cum rectangulo* HRK *est æquale rectangulo* YRZ. *& rectangulum* AΞC *vna cum rectangulo* ΞDF *æquale rectangulo* ADC *quod Pappus demonstrauit in huius ergo si a rectangulo* YRZ *auferatur rectangulum* YHZ *relinquetur rectangulum* HRK. *& si a rectangulo* ADC *auferatur rectangulum* AΞC, *reliquũ erit rectangulum* ΞDF, *ac propterea rectangulum* HRK *rectangulo* ΞDF *est æquale. ut igitur* RK *ad* DF, *ita est* ΞD *ad* HR. *sed* RK *minor ostensa est, quam* DF. *ergo &* ΞD, *quam* HR *minor erit.*

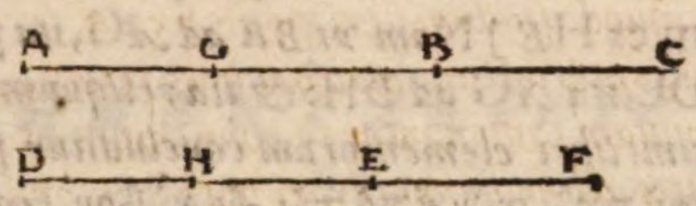
K Quare semper ad minus interuallum perueniunt.] *Non solum ad minus interuallũ perueniunt, sed ad interuallum quolibet dato interuallo minus. producantur enim sectiones una cum asymptosis. quousque interuallum, quod interijcitur inter asymptosos & sectionem* DPE *sit dato interuallo minus. quod quidem fieri posse, ex 14. secundi conicorum apparet: erit tunc interuallum inter sectiones interiectum multo minus interuallo dato. & quamquam hæ sectiones infinite producantur, nunquam tamen inter se conueniunt ut a Pappo superius est demonstratum, & ex proxime traditis aliter demonstrari potest in hunc modum. si enim fieri potest, conueniant in punctis* ΦX, *& ducatur recta linea* ΦX *diametrum secans in* ↓, *quæ primum parallela sit rectis lineis* AC YZ, *uidelicet ad diametrum* B↓ *ordinatim applicata: Eodem modo, quo supra demonstrabimus rectangulum* M↓N *maius esse rectangulo* Q↓P, *& ut rectangulũ* M↓N *ad quadratum ex* ↓Φ, *ita rectangulum* Q↓P *ad idem quadratum ex* ↓Φ, *& permutando rectangulum* M↓N *ad rectangulum* Q↓P, *ita quadratum ex* ↓Φ *ad seipsum. ergo rectangulum* M↓N *rectangulo* Q↓P *est æquale. sed & maius, quod est absurdum.*

ALITER. Si sectiones interse conueniunt in ΦX producatur recta linea ΦX usque ad asymptotos in puncta ΩS. erit rectangulum ΩΦS propter sectionem ΞNF æquale quadrato ex NT, & propter sectionem DPE æquale quadrato ex PV. ergo quadratum ex NT quadrato ex PV æquale erit Itaque quoniam vt quadratum ex NT ad quadratum ex PV, ita est quadratum ex NB ad quadratum ex BP, erit & quadratum ex NB æquale quadrato ex BP, & ideo recta linea NB rectæ BP æqualis, quod itidem est absurdum. non igitur hæ sectiones interse conueniunt. Quod si recta linea ΦX non sit parallela ipsis AC YZ diuidatur bifariam in puncto ↓ & iũcta ↓ B producatur ad M Q, secet autem hyperbolas DPE ΞNF in punctis PN, & ab ipsis ducantur PV NT sectiones contingentes, quæ ipsis AC YZ parallelę erunt ex 5. secundi conicorum, fiatque BM æqualis BN, & BQ æqualis BP. erit NM sectionis Ξ NF, & PQ sectionis DPE diameter transuersa quare similiter vt supra demonstrabimus nullo modo fieri posse, vt hæ sectiones inter se conueniant.

Sed & illud facile constare potest, si enim vtraque ipsarum ad asymptotos pro-
L pius accedit, & ad sese propius accedant necesse est] *uide quomodo hæc ratio necessitatem habeat. posset enim quis dicere, utramque sectionem accedere quidem propius ad asymptotos, sed tamen pari interuallo, ita ut semper ipse sese parallele sint.*

THEOREMA CXCIV. PROPOS. CCIX.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF, vt autem BA ad AG, ita ED ad DH. Dico vt solidum basim quidem habens quadratum ex CA, altitudinem vero AB ad solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita esse cubum ex AG vna cum eo, quod ad cubum ex GB proportionem eandem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH vna cum eo, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FE quadratum. LEM. VII.



Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE, erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE. sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita solidum basim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB ad cubum, qui fit ex AB, ut autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita solidum basim habens quadratum ex FD & altitudinem DE ad eum, qui fit ex DR cubũ Hæc igitur eandem inter se proportionem habent. quare & permutando est autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita & cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE. sed vt cubus ex GB ad cubum ex hæ. ita solidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad solidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE. vt igitur vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia. quare ut solidum basim habens quadratum ex CA, & altitudinem AB, ad solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ita cubus ex AG una cum solido, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad cubum ex DH una cum solido, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad id, quod fit ex FF quadratum. B C D E F G H K

COMMENTARIVS.

Quoniam enim vt CA ad AB, ita FD ad DE] *Est enim vt* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF.

quare

quare & componendo vt AC *ad* CB, *ita* DF *ad* FE: *& per conuersionem rationis vt* CA *ad* AB, *ita* FD *ad* DE.

B Erit vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita quadratum ex FD ad quadratum ex DE] *in græco codice emendose legitur* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΒ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΖΔΘ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΘ, *cum legendum sit hoc modo,* καὶ ὡς ἄρα τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ.

C Sed vt quadratum ex CA ad quadratum ex AB, ita solidum basim habens quadratum ex CA & altitudinem AB, ad cubum qui fit ex AB] *græcus codex* ἀλλ' ὡς μὲν τὸ ἀπὸ ΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒ, κύβου ὕψος ἡ ΑΒ, οὕτω τὸ στερεὸν &c. *sed verba illa* κύβου ὕψος ἡ ΑΒ, *superuanea videntur, ideo a nobis omissa sunt.*

D Vt autem quadratum ex FD ad quadratum ex DE, ita solidum basim habens quadratum ex FD, & altitudinem DE, ad eum, qui fit ex DE cubum] *græcus codex* ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ΖΔ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕ, κοινὸν ὕψος ἡ ΔΕ, οὕτω τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον &c. *& hoc loco verba illa* κοινὸν ὕψος ἡ ΔΕ *tamquam superuacanea omisimus.*

E Hæc igitur eandem inter se proportionem habeãt. quare & permutando] *græcus codex* ταῦτα ἄρα ἀνάλογον, καὶ ἐναλλὰξ ἐσιν. *sed nos perspicuitatis caussa, ita vertendum duximus. sequitur enim ex iam dictis, solidum, cuius basis est quadratum ex* CA, *& altitudo* AB *ad cubum ex* AB, *eandem proportionem habere, quam solidum, cuius basis est quadratum ex* FD, *& altitudo* DE, *ad cubum ex* DE: *& permutando, solidum, cuius basis quadratum ex* CA *& altitudo* AB *ad solidum, cuius basis quadratum ex* FD, *& altitudo* DE, *eandem habere proportionem, quam cubus ex* AB *ad eum, qui fit ex* DE *cubum.*

F Est autem vt cubus ex AB ad cubum ex DE, ita cubus ex AG ad cubum ex DH, & cubus ex GB ad cubum ex HE] *Nam vt* BA *ad* AG, *ita posuimus esse* ED *ad* DH. *ergo & permutando, vt* AB *ad* DE, *ita* AG *ad* DH: *& ita reliquum ad reliquum, hoc est* GB *ad* HE. *ex quibus per 37. vndecimi libri elementorum concluditur propositum græcus codex.* ἐσὶ δὲ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ τῆς ΑΒ καὶ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΕ κύβον. *sed legendum est.* ἐσὶ δὲ καὶ ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΑΒ πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΔΕ κύβον.

G Sed vt cubus ex GB ad cubum ex HE] *Hæc nos addidimus, quæ in græco codice non erãt, vt ita legendum sit* ἀλλ' ὡς ὁ ἀπὸ τῆς ΗΒ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς ΘΕ κύβον.

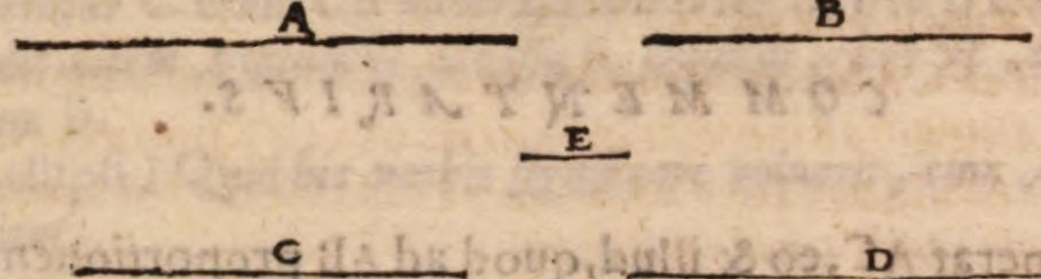
H Ita solidum, quod ad cubum ex GB eandem proportionem habet, quam quadratum ex AC ad quadratum ex CB, ad solidum, quod ad cubum ex HE eandem habet proportionem, quam quadratum ex DF ad quadratum ex FE] *sit solidum* K *quod ad cubum ex* GB *eandem proportionem habet, quam quadratum ex* AC *ad quadratum ex* CB: *&*
22. sexti. *sit* L *solidum quod ad cubum ex* HE *eandem habet proportionem, quam quadratum ex* DF *ad quadratum ex* FE. *Quoniam igitur vt* AC *ad* CB, *ita est* DF *ad* FE, *erit & vt quadratum ex* AC *ad quadratum ex* CB, *ita quadratum ex* DF *ad quadratum ex* FE. *ergo solidum* K *ad cubum ex* GB *eandem habet proportionem, quam solidum* L *ad cubum ex* HE, *& permutando solidum* K *ad solidum* L *eandem habet, quam cubus ex* GB *ad eum, qui ex* HE *cubum.*

K Vt igitur vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita omnia antecedentia ad omnia consequentia] *ex 12. quinti elementorum.*

THEOREMA CXCV. PROPOS. CCX.

Sit A vna cum B æquale ipsi C vna cum D. Dico quo A superat C, eodem D superare ipsum B.

Sit



Sit enim E illud, quo A ſuperat C, ergo A ipſis CE eſt æqualis. commune appona tur B, erunt AB æqualia ipſis CEB. ſed AB ipſis CD æqualia ponuntur: quare & CD æqualia ſunt ipſis CEB. commune auferatur C. reliquum igitur D reliquis BE eſt æquale. ac propterea D ſuperat B ipſo E. Quo igitur A ſuperat C, eodem & D ſuperat B. ſimiliter demonſtrabimus ſi quo A ſuperat C eodem D ipſum B ſuperet, AB ipſis CD æqualia eſſe. ✣

COMMENTARIVS.

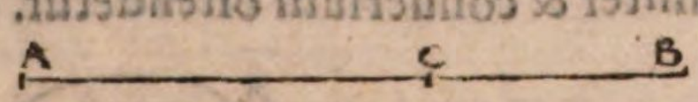
Similiter demonſtrabimus, ſi quo A ſuperat C, eodem D ipſum B ſuperet, AB ipſis CD æqualia eſſe] *Hæc eſt conuerſa præcedentis.*

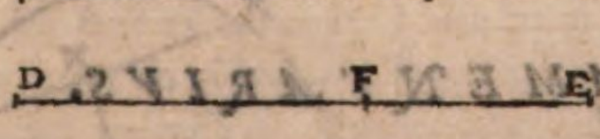
Sit enim E quo A *ſuperat* C, *& quo* D *ſuperat B. ergo* A *ipſis* CE *eſt æquale ; & communi appoſito B, erunt AB æqualia ipſis* CEB. *Rurſus cum D ſuperet* B *ipſo E, ſequitur vt D ſit æquale ipſis EB, quare appoſito* C *vtrinque communi, fient* CD *ipſis* CEB *æqualia. ſed eiſdem* CEB *æqualia erant AB. ergo* AB *ipſis* CD *æqualia ſint neceſſe eſt.* ✣

THEOREMA CXCVI. PROPOS. CCXI.

LEM. IX. A.

Sint duæ magnitudines AB BG. Dico quo BA ſuperat AC, eo & illud, quod ad AB proportionem habet, ſuperare id, quod ad AC eandem habet proportionem, ſimiliter ad CB eandem proportionem habente.





Sit enim DE quidem, quod ad AB proportionem aliquam habet: DF vero, B

quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eandem pro-
19. quīti. portionem habebit. atque est *EF id*, quo *DE* superat DF, hoc est, quo proportionem habens ad *AB* superat illud, quod ad AC proportionem habet eandem.

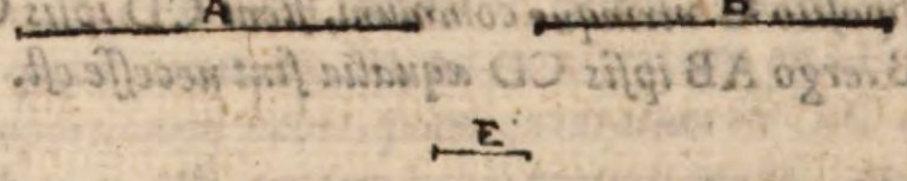
COMMENTARIVS.

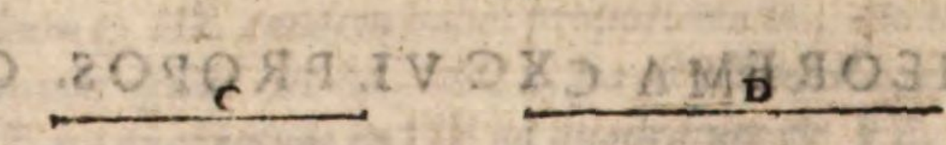
A Dico quo BA superat AC, eo & illud, quod ad AB proportionem habet, superate id, quod ad *AC* eandem habet proportionem] *græcus codex* τὸν τῳ ὑπερέχει καὶ τὸ λόγον ἔχον πρός τὸ ἀπὸ αβ, τῦ λόγον ἔχοντος πρὸς τὸν αΓ. *lege* τὸν τῳ ὑπερέχει καὶ τὸ λογον ἔχον πρὸς τὸ αβ τῦ λόγον ἔχοντος πρὸς το αΓ.

B DF vero, quod ad AC proportionem habet eandem. reliquum igitur EF ad BC eã dem proportionem habebit] *græcus codex.* τὸ δὲ πρὸς τὸ αΓ τοῦ αυτὸν λόγον ἔχον τῳ δΖ λοιπὸν ἄρα τὸ εζ λόγον ἔχει τοῦ αὐτόν. *sed legendum* τὸ δὲ πρὸς τὸ αΓ τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τὸ δΖ. λοιπὸν ἄρα τὸ εζ πρὸς τὸ βΓ λόγον ἔχει τὸν αὐτόν.

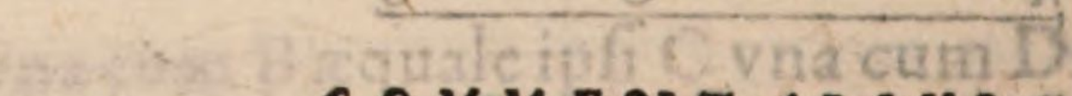
THEOREMA CXCVII. PROPOS. CCXII.

LEM. X. Excedat E ipsum C minori excessu, quam quo D excedit B. Dico AB ipsis CD minora esse.





A Sit enim E excessus, quo *A* excedit C. ergo *AB* æqualia sunt ipsis CEB. Quoniam autem A excedit C minori excessu, quam quo D ipsum B, & *A* excedit C ipso g. erit E minus excessu ipsorum DB. quare EB minora sunt, quam D. commune apponatur C. erunt CEB minora, quam *CD*. sed *CEB* ostensa sunt æqualia ipsis *AB*. ergo *AB*, quam *CD* minora erunt. similiter & conuersum ostendetur, & quæ sunt in ellipsi:



COMMENTARIVS.

A Ergo AB æqualia sunt ipsis CE*B*] *sequitur enim ex iam dictis* A *æquale esse ipsis* EC. *quare addito vtrique communi* B; *erunt AB ipsis CEB æqualia.*

similiter

Similiter & conuersum ostendetur] *Hoc est, si* AB *minora sint, quam* CD, *excedet* A B *ipsum* C *minori excessu, quam quo* D *excedit* B.

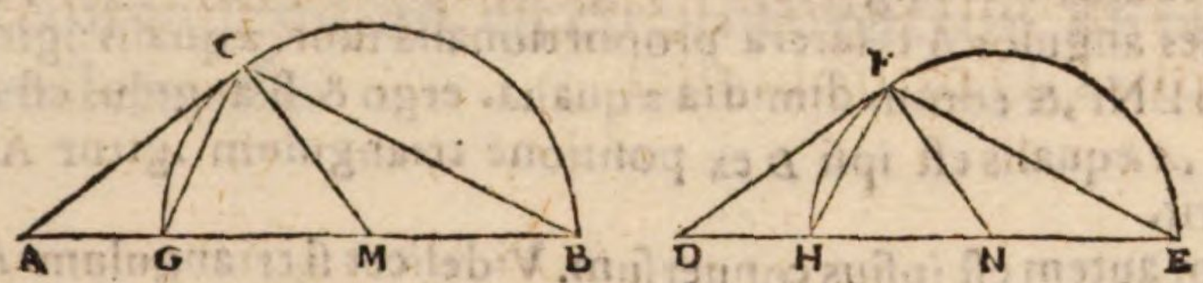
Sit enim E *excessus, quo* A *excedit* C. *ergo* A *ipsis* CE *est æquale: & addito communi* B, *erunt* AB *æqualia ipsis* CEB. *See* AB *minora sunt, quam* CD. *ergo &* CEB *quam* CD *sunt minora: commune auferatur* C. *erunt* CB *minora, quam* D, *& idcirco* D *excedet* B *minori excessu, quam sit* E. *excedit autem* A *ipsum* C *excessu* E. *sequitur igitur vt* A *minori excessu excedat* C, *quam* D *ipsum* B. C

Et quæ sunt in ellipsi] *Quid his verbis significare voluerit, cum Apollonii libris careamus, diuinare non licet.*

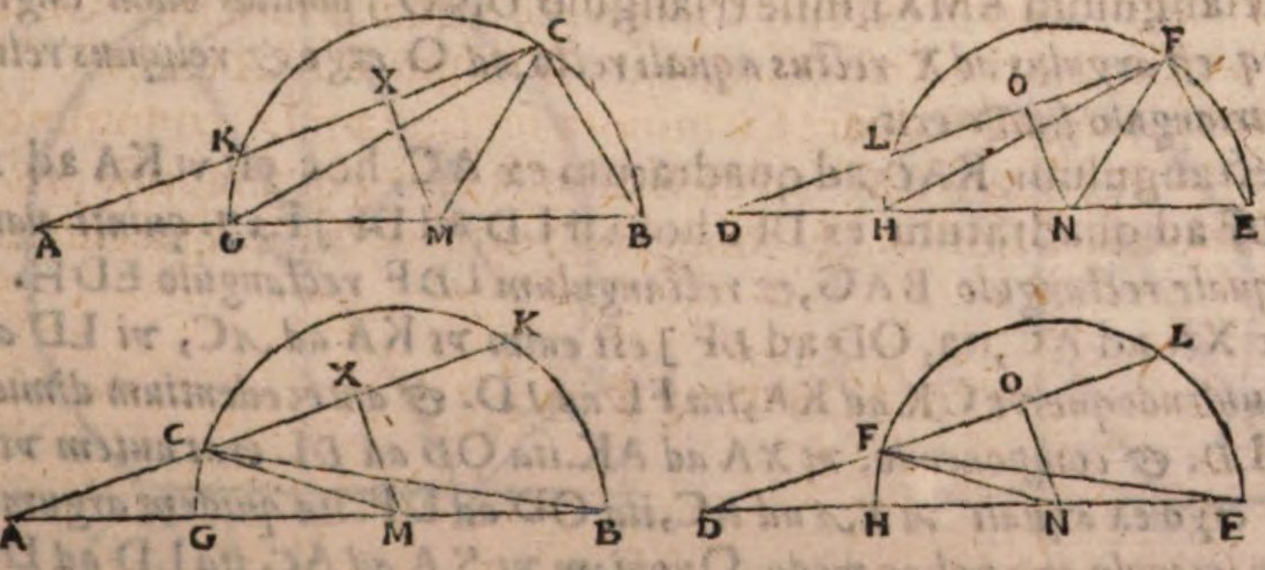
IN SEXTVM LIBRVM CONICORVM LEMMATA.

THEOREMA CXCIIX. PROPOS. CCXIII.

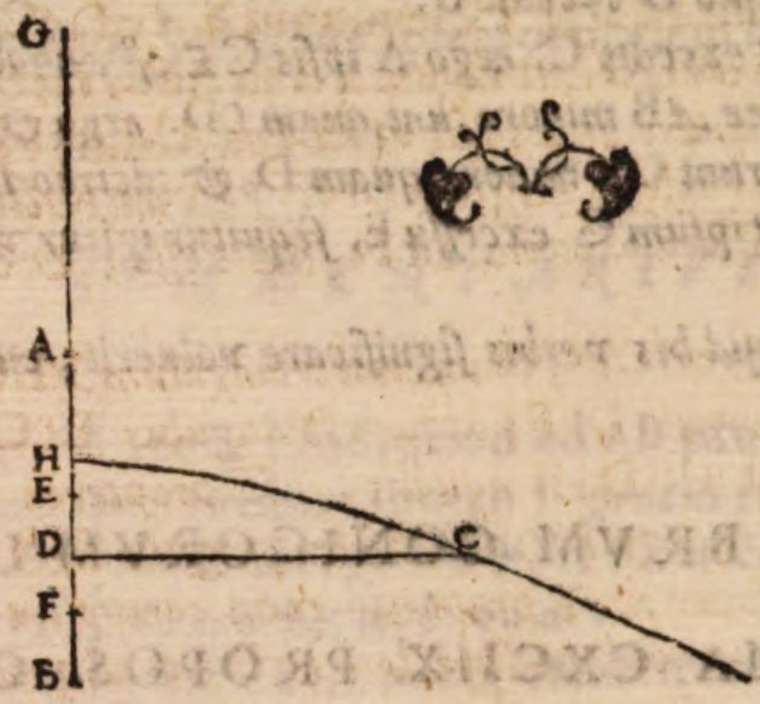
Sint duo triangula ambligonia ABC DEF, quæ obtusos angulos habeant CF, & æquales acutos AD. ducantur autem rectę lineę CG FH ipsis CB FE perpendiculares: & sit vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EDH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse. LEM. I.



Describantur enim in rectis GB HE semicirculi, qui etiam per CF transibunt: sint autem GCB HFE. vel igitur AC DF semicirculos contingunt, vel non contingunt. & si quidem contingunt, perspicuum est triangula ABC DEF esse similia. etenim sumptis MN semicirculorum centris, iunctisque MC NF, erunt anguli MCA NFD recti. & sunt anguli ad A interse æquales. ergo angulus AMC est æqualis angulo DNF, itemque æquales eorum dimidii videlicet angulus B æqualis angulo E. sed & angulus A ipsi D æqualis: triangula igitur ABC DEF interse sunt similia. 31. tertii 18. tertii 32 primi A



Si vero AC DF semicirculos non contingunt, sed secant in punctis K L, ducan-



3.sexti. tur ad AC DF rectæ lineę perpendiculares MX NO erit KX æqualis XC, & LO æqua-
B lis OF. est autem triangulum AMX simile triangulo DNO: quare vt XA ad AM,
4.sexti. ita OD ad DN. Sed quoniam vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita est re-
C ctangulum EDH ad quadratum ex DF, erit & vt rectangulum KAC ad quadratum
1.sexti. ex AC. hoc est vt KA ad AC, ita rectangulum LDF ad quadratum ex DF, hoc est
DE LD ad DF. quare & vt XA ad AC, ita OD ad DF. Sed & vt XA ad AM, ita OD ad DN
propter similitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt CA ad AM, ita FD ad DN.
F & circa æquales angulos A D latera proportionalia sunt. æqualis igitur est angulus
AMC angulo DNF, & eorum dimidia æqualia. ergo & B angulus est æqualis angu-
lo E. Sed & A æqualis est ipsi D ex positione triangulum igitur ABC triangulo
DEF simile erit.

Manifestum autem est ipsius conuersum. Videlicet si triangulum ABC simile sit triangulo DEF, & anguli BCGEFH recti, esse vt rectangulum BAG ad quadratum ex AC, ita rectangulum ODH ad quadratum ex DF, nam propter similitudinem
4.sexti. triangulorum, vt BA ad AC, ita est ED ad DF. & ut GA ad AC, ita HD ad DF. quare
GH & composita proportio.

COMMENTARIVS.

A Itemque æquales eorum dimidij] *angulus enim AMC duobus interioribus, & oppositis est æqualis, videlicet angulis* MBC BCM, *qui etiam inter se æquales sunt quare angulus* MBC *anguli* AMC *est dimidius, & eadem ratione angulus* NEF *dimidius ipsius* DNF.

B Est autem triangulum AMX simile triangulo DNO] *ponitur enim angulus A angulo* D *æqualis, atq. est angulus ad X rectus æquali recto ad* O *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo simile erit.*

C Erit & vt rectangulum KAC ad quadratum ex AC, hoc est vt KA ad AC, ita re-
36.sexti. ctangulum LDF ad quadratum ex DF. hoc est LD ad DF] Ex 7. *quinti nam rectangulum* KAC *est æquale rectangulo* BAG, *& rectangulum* LDF *rectangulo* EDH.

D Quare & vt XA ad AC, ita, OD ad DF] *est enim vt* KA *ad* AC, *vi* LD *ad* DF. *quare conuertendo, diuidendoque vt* CK *ad* KA, *ita* FL *ad* LD. *& antecedentium dimidia vt* XK *ad* KA, *ita* OL *ad* LD: *& componendo, vt* XA *ad* AK, *ita* OD *ad* DL. *erat autem vt* KA *ad* AC, *ita* LD *ad* DF. *ergo ex æquali vt* XA *ad* AC, *ita* OD *ad* DF. *ita quidem argumentabimur in prima figura. in secunda autem hoc modo. Quoniam vt* KA *ad* AC, *ita* LD *ad* DF, *erit diuidendo vt* KC *ed* CA, *ita* LF *ad* FD, *& antecedentium dimidia vt* XC *ad* CA, *ita* OF *ad* FD, *componendoque vt* XA *ad* AC, *ita* OD *ad* DF.

Sed

Sed vt X A ad AM, ita OD ad DN propter ſimilitudinem triangulorum. ergo ex æquali vt CA ad AM, ita FD ad DN] *Quoniam ut XA ad AC, ita OD ad DF, erit conuertendo ut CA ad AX, ita FD ad DO, ut autem XA ad AM, ita OD ad DN ob ſimilitudinem triangulorum AMX DNO. quare ex æquali ut CA ad AM, ita FD ad DN.* E

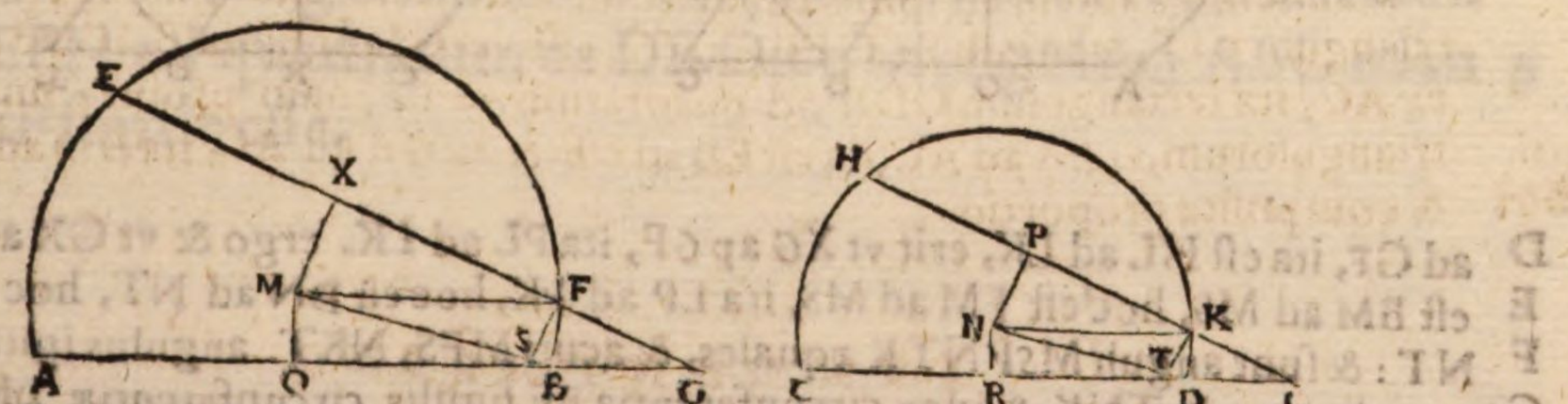
Aequalis igitur angulus AMC angulo DNF] *Ex antedictis & 6. ſexti libri elementorum, ſequitur triangulum ACM triangulo DFN ſimile eſſe; & ob id angulum AMC angulo DNF æqualem.* F

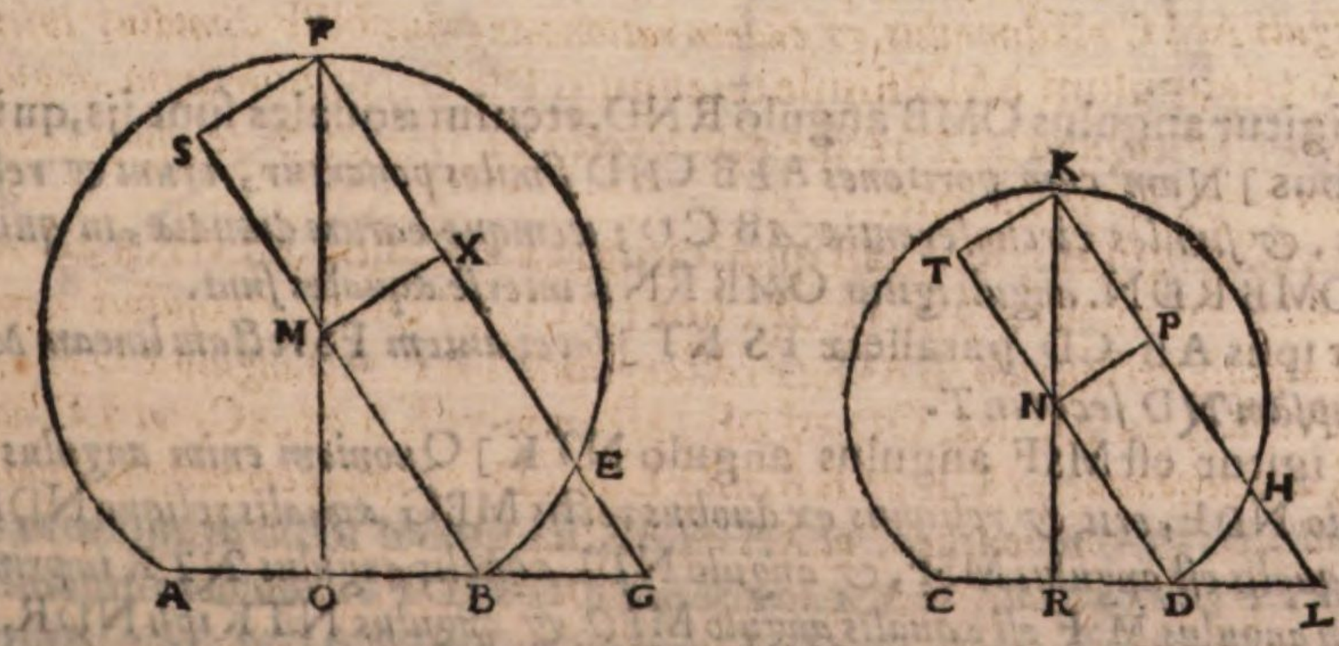
Et vt GA ad AC, ita HD ad DF] *Nam cum triangulum ABC ſimile ſit triangulo DEF, erit angulus ACB æqualis angulo DFE: atque eſt angulus BCG rectus æqualis recto EFH. reliquus igitur GCA reliquo HFD eſt æqualis, AC propterea AGC angulus æqualis ipſi DHF, triangulumque ACG triangulo DFH ſimile. ut igitur GA ad AC, ita HD ad DF.* G 4. ſexti.

Quare & compoſita proportio] *proportio enim compoſita ex proportione BA ad AC, & proportione GA ad AC, quæ quidem eſt rectanguli BAG ad quadratum ex AC, erit eadem quæ componitur ex proportione ED ad DF & proportione HD ad DF, uidelicet, quæ eſt rectanguli EDH ad quadratum ex DF.* H

THEOREMA CXCIX. PROPOS. CCXIIII.

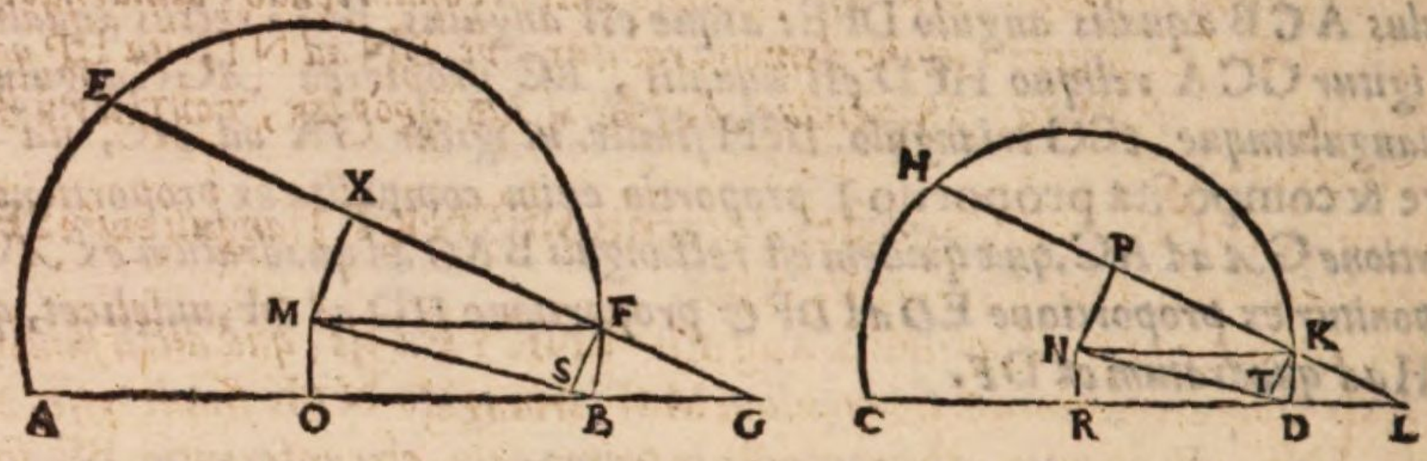
Sint duæ portiones ſimiles in rectis lineis ABCD ſemicirculo maiores, & ducantur EFG HKL, ſit autem vt EG ad GF, ita HL ad LK. oſtendendum eſt circunferentiam BF circumferentiæ DK ſimilem eſſe. LEM. II.

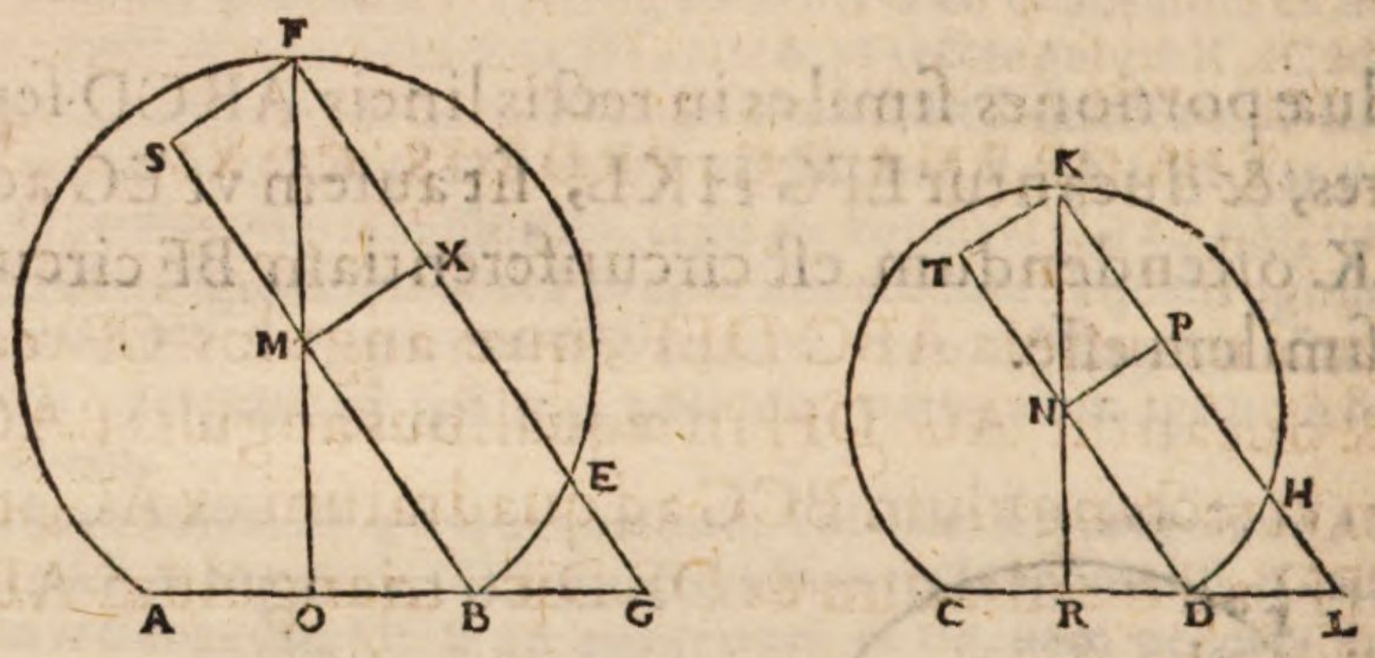




Sumantur circulorum contra *M N*, ducanturque perpendiculares MX MO NP NR, &

A NR, & MB ND iungantur. æqualis igitur est angulus OMB angulo RND, etenim
æquales sunt ijs, qui in singulis portionibus. & sunt anguli ad O R recti: ergo & an-
B gulus MBO angulo NDR est æqualis. Ducantur ipsis A B C D parallelæ FSKT, & t MF
C NK iungantur. æqualis igitur est MSF angulus angulo NTK. Itaque quoniã vt EG.





D ad GF, ita est HL ad LK, erit vt XG ap GF, ita PL ad IK. ergo & vt GX ad XF, hoc
E est BM ad MS, hoc est FM ad MS, ita LP ad PK, hoc est DN ad NT, hoc est KN ad
F NT: & sunt anguli MSF NTK æquales, & acuti MFS, NKT. angulus igitur SMF est
G æqualis angulo TNK. & ideo circunferentia BF similis circunferentiæ DK.

COMMENTARIV

A Angulis igitur angulus OMB angulo RND. etenim æquales sunt ijs, qui in singulis portionibus] *Nam cum portiones AEB CHD similes ponantur, erunt & reliquæ portiones similes, & similes circunferentiæ AB CD; itemque earum dimidiæ, in quibus consistunt anguli* OMB RDN. *anguli igitur* OMB RND *inter se æquales sunt.*

B Ducantur ipsis AB CD parallelæ FS KT] *secet autem* FS *rectam lineam MB in puncto* S, *&* KT *ipsam* ND *secet in* T.

C Aequalis igitur est MSF angulus angulo NTK] *Quoniam enim angulus* MBO *est*
29. primi *æquales angulo* NDE, *erit & reliquus ex duobus rectis* MBG *æqualis reliquo* NDL. *Sed angulo* MBG *æqualis est angulus* MSF, *& angulo* NDL *æqualis angulus* NTK *in primo casu, in secundo autem angulus* MSF *est æqualis angulo* MBO. *& angulus* NTK *ipsi* NDR.

D Erit ut ad GF, ita PL ad LK] *est enim vt* EG *ad* GF, *ita* HL *ad* LK. *quare dividendo vt* EF *ad* FG, *ita* HK *ad* KL: *& antecedentium dimidia vt* XF *ad* FG, *ita* PK *ad* KL, *componendoque vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK. *in secundo autem casu ita, dicemus. Quoniam ut* EG *ad*

GF, *ita*

GF, *ita* HL *ad* LK *erit conuertendo. diuidendoque ut* XG *ad* GE, *ita* PL *ad* LH, *vt autem* EG *ad* GX, *ita* HL *ad* LK. *ergo ex æquali vt* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK.

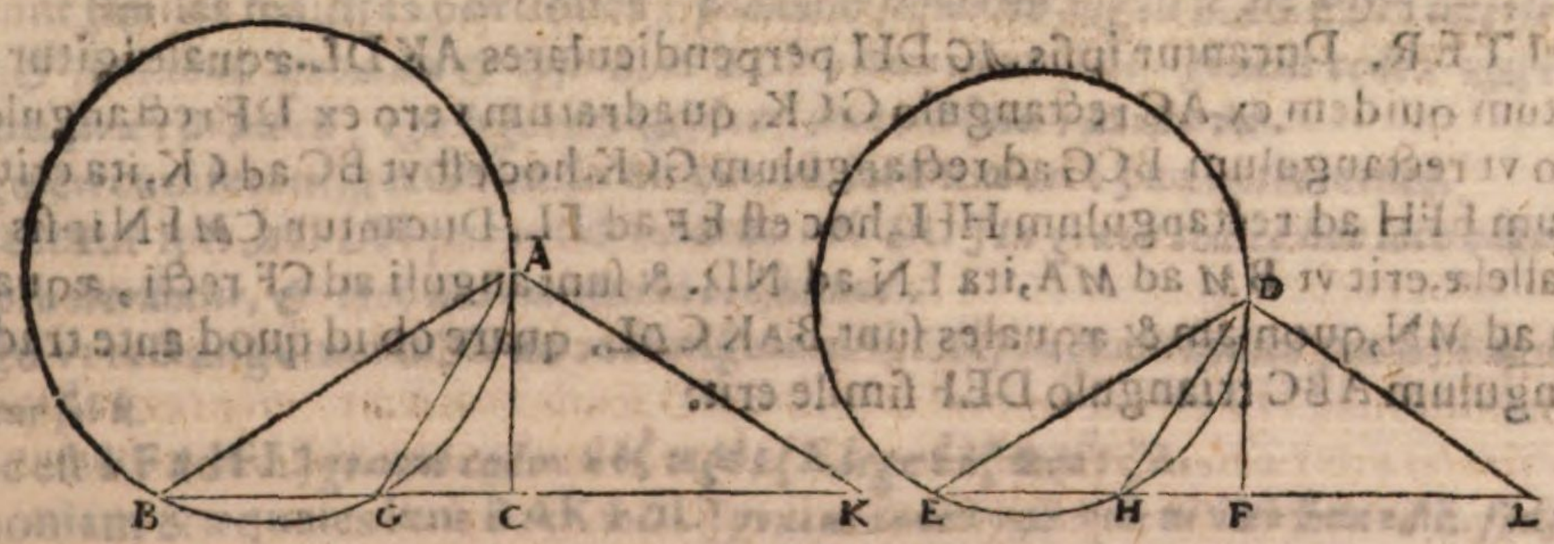
Ergo & vt GX ad XF, hoc est vt BM ad MS, hoc est FM ad MS, ita LP ad PK. hoc E
est DN ad NT, hoc est KN ad NT.] *Quoniam ut* XG *ad* GF, *ita* PL *ad* LK, *erit in primo casu per conuersionem rationis, in secundo autem casu conuertendo, diuidendoque & rursus conuertendo, vt* GX *ad* XF, *ita* LP *ad* PK. *Sed vt* GX *ad* XF, *ita* BM *ad* MS. *Si enim* MB XG *produci intelligantur, quousque interse coeant in puncto* Y, *erit vt* MB *ad* BY, *ita* XG *ad* 2. sexti.
GY, *vt autem* YB *ad* BS, *ita* YG *ad* GF. *ergo ex æquali vt* MB *ad* BS, *ita* XG *ad* GS, *& per conuersionem rationis in primo casu, in secundo autem conuertendo, diuidendoque ut* BM *ad* MS, *ita* GX *ad* XF. *& eadem ratione demonstrabitur, vt* DN *ad* NT, *ita* LP *ad* PK. *græcus autem codex mancus est & ita restituendus.* ὅυτως ἡ ΛΜ πρὸς ΜΚ, τουτέσιν ἡ ΔΝ πρὸς ΝΤ, τουτέσιν ἡ ΚΝ πρὸς ΝΤ.

Et sunt anguli MSF, NTK æquales, & acuti MFS NKT] *anguli enim* SFX TKP *sunt* F
recti. quare MFS NKT *necessario acuti erunt.*

Angulus igitur SMF est æqualis angulo TNK] Ex *ijs, quæ dicta sunt, sequitur per* G
septimam sexti libri elementorum triangulum MSF *triangulo* NTK *simile esse. ergo angulus* SMF *angulo* TNK *est æqualis, ac propterea in primo casu circunferentia* BF *similis est circumferentiæ* DK. *in secundo autem casu angulus* FMB *reliquus ex duobus rectis est æqualis angulo* KND. *quare & circumferentia* BEF *circumferenniæ* DHK *similis esse concludetur.*

THEOREMA CC. PROPOS. CCXV.

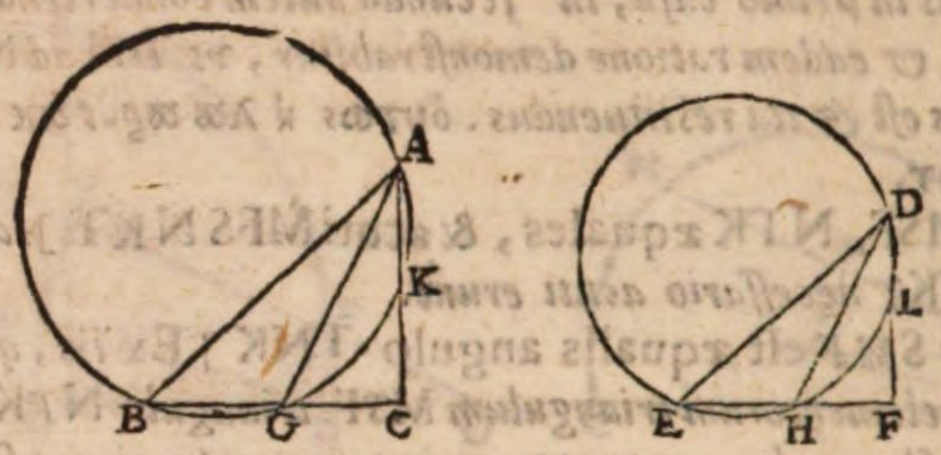
Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos CF rectos ha- LEM. III.
beant, & ducantur AG DH in æqualibus angulis BAG EDH. A
Sit autem vt rectangulum BCG ad quadratum ex AC, ita rectangulum EFH ad quadratum ex DF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse. B



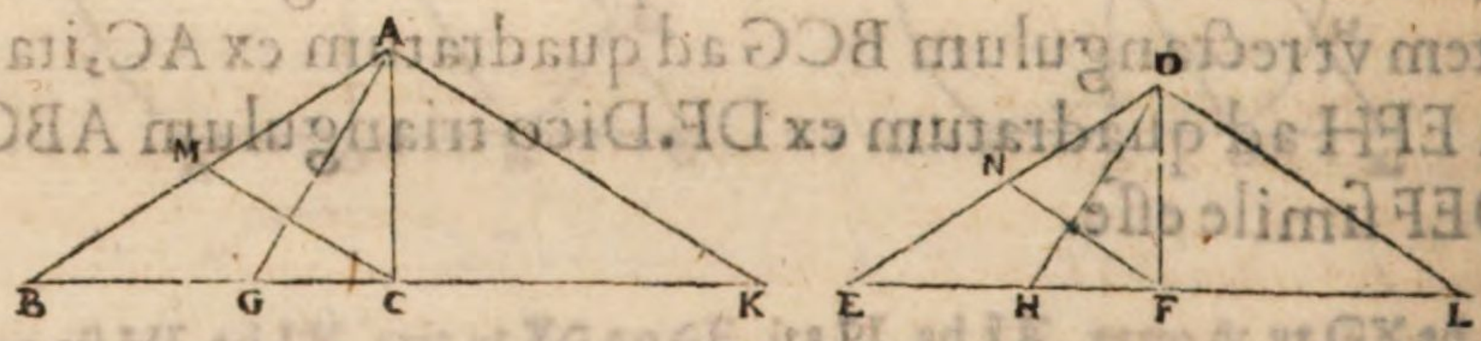
Describantur enim circa triangula ABG DEH circulorum portiones BAG EDH, C
quæ interse similes erunt. Vel igitur AC DF portiones contingunt, vel non. contin- D E
gent primum. ergo rectangulum quidem BCG æquale est quadrato ex AC, hoc est F
rectangulo GCK, si ipsi AG ad rectos angulos ducatur AK. rectangulum vero EFH G
æquale est quadrato ex DF, hoc est rectangulo HFL. si ducatur DL ad rectos an-

gulos

KH gulos ipſi DH. quare BC eſt æqualis CK, & EF ipſi FL. At perpẽdiculares ſunt AC DF. angulus igitur BAK duplus eſt anguli BAC, & angulus EDL duplus an-
L guli EDF. æquales autem ſunt BAK EDL, etenim BAG angulus æqualis eſt angulo EDH, & rectus GAK recto HDL. quare & anguli BACEDF æquales erunt; & ſunt recti anguli CF. ſimile igitur eſt triangulum ABC triangulo DEF. Non contingant



autem AC DF, ſed in punctis KL ſecent. eſt igitur vt rectangulum KCA ad quadra-
M tum ex CA, hoc eſt vt KC ad CA, ita rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc eſt
NO ita LF ad FD: & ſunt ſimiles maiores portiones BAG EDH. ergo circumferentia AG ſimilis eſt circumferentiæ DH, ac propterea angulus B angulo H eſt æqualis. triangulum igitur ABC triangulo DEF ſimile erit.



P ALITER. Ducantur ipſis AG DH perpendieulares AK DL. æquale igitur eſt qua-
8. & 17. ſexti dratum quidem ex AC rectangulo GCK. quadratum vero ex DF rectangulo HFL. ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK, hoc eſt vt BC ad CK, ita erit rectan-
Q gulum EFH ad rectangulum HFL, hoc eſt EF ad FL. Ducantur CM FN ipſis AK DL
K parallelæ, erit vt BM ad MA, ita FN ad ND. & ſunt anguli ad CF recti, æquales au-
ST tem ad MN, quoniam & æquales ſunt BAK CDL. quare ob id quod ante traditũ eſt, triangulum ABC triangulo DEF ſimile erit.

COMMENTARIVS.

A Et ducantur AG DH in æqualibus angulis BAG EDH] *Hoc eſt ducantur AG DH ita vt æquales angulos contineant; cum* BAED, *hoc eſt vt anguli* BAG EDH *ſint æquales.*

B Dico triangulum ABG triangulo EAF ſimile eſſe] *græcus codex corruptus eſt, & mancus, qui ſic habet.* ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ. *legendum autem eſt* ὅτι ὅμοιον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Deſcriban-

Describantur enim circa triangula ABG DEH circulorum portiones BAG C
EPH] *In græco codice desideratur* ε ʃ θ.

Quæ inter se similes erunt] *Ex diffinitione similium portionum. angulus enim* BAG D
angulo EDH *æqualis ponitur.*

Vel igitur AC DF portiones, contingunt se, vel non] *græcus codex* ἤτοι ἐφάπτον- E. VI.
ται αἱ αι ΑΖ. *sed legendum puto.* ἤτοι δὴ ἐφάπτονται αἱ αΓ ΔΖ.

Ergo rectangulum BCG æquale est quadrato ex AC] *Ex 36. tertij libri elemen-* F
torum.

Hoc est rectangulo GCK, si ipsi AG ad rectos angulos ducatur AK &c.] *Ducta* G
namque AK *ad rectos angulos ipsi* AG, *erit rectangulum* GCK *æquale quadrato ex* AC. *er-* 8. & 15.
go rectangulum BCG *rectangulo* GCK *est æquale. & ob eandem caussam rectangulum* EFH sexti.
rectangulo HFL *æquale ostendetur. græcus codex mendosus est, sic enim habet* τουτέστιν ἐὰν
πρὸς ὀρθὰς ἀγάγωμεν τὴν ΑΗ τὴν ΑΚ, τὸ ὑπὸ τῶν ΗΓ. τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΖΘ τῷ ἀπὸ ΔΖ. τουτέ-
στιν ἐὰν ὀρθὴν ἀγάγωμεν τὴν ΔΛ τῇ ΔΘ τῷ ὑπὸ ΖΔ. *quare legendum erit* τουτέστιν ἐὰν πρὸς ὀρ-
θὰς ἀγάγωμεν τὴν ΑΗ τὴν ΑΚ τῷ ὑπὸ τῶν ΗΓΚ, τὸ δὲ ὑπὸ τῶν ΕΖΘ τῷ ἀπὸ ΔΖ, τουτέστιν ἐὰν ὀρ-
θὴν ἀγάγωμεν τὴν ΔΛ τῇ ΔΘ τῷ ὑπὸ ΘΖΛ.

Quare BC est æqualis CK] *cum enim rectangulum* BCG *sit æquale rectangulo* GCK, H
vt BC *ad* CG, *ita erit* CK *ad* CG. *est igitur* BC *ipsi* CK *æqualis. & eadem ratione* EF *æqua-* 14. sexti.
lis FL. 9. quinti.

Et EF ipsi FL] *græcus codex* ἡ δὲ ΚΖ τῇ ΖΛ *lege* ἡ δὲ ΕΖ τῇ ΖΛ. K

At perpendiculares sunt AC DF. angulus igitur BAK duplus est anguli BAC, L
& angulus EDL duplus anguli EDF] *Quoniam* BC *est æqualis* CK, *&* EF *ipsi* FL, *sintque* AC DF *perpendiculares: erunt trianguli* ABC *duo latera* AC CB *æqualia duobus lateribus* AC CK *trianguli* AKC, *& sunt anguli ad* C *æquales, nempe recti: basis igitur* BA *est æqualis basi* AK, *& reliqui anguli reliquis angulis æquales. angulus igitur* BAC *æqualis est angulo* KAC, *& ideo totus angulus* BAK *duplus anguli* BAC. *eodem modo demonstrabimus angulum* EDL *anguli* EDF *duplum esse.*

Est igitur vt rectangulum KCA ad quadratum ex CA, hoc est vt KC ad CA, ita M
rectangulum LFD ad quadratum ex FD, hoc est ita LF ad FD] *Erat enim vt rectan-*
gulum BCG *ad quadratum ex* CA, *ita rectangulum* EFH *ad quadratum ex* FD. *sed rectan-*
gulo BCG *æquale est rectangulum* KCA, *& rectangulo* EFH *æquale rectangulum* LFD. *er-*
go vt rectangulum KCA *ad quadratum ex* CA, *hoc est vt* KC *ad* CA, *ita rectangulum* LFD
ad quadratum ex FD, *hoc est* LF *ad* FD. *græcus codex corruptus est, qui sic habet* ἔστιν ὡς ἡ
ΚΓ πρὸς ΓΑ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΔΖΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΖ. *ego sic legendum puto:* ἔστιν οὖν ὡς τὸ
ὑπὸ τῶν ΚΓΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΓΑ, τουτέστιν ὡς ἡ ΚΓ πρὸς ΓΑ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΛΖΔ πρὸς
τὸ ἀπὸ ΔΖ.

Et sunt similes maiores portiones] *ponuntur siquidem anguli* BAG EDH *inter se æ-* N
quales; & sunt acuti, quoniam & ipsi BAC EDF *etiam acuti sunt. græcus codex* καὶ ἔστιν
ὅμοιον μείζονα τμήματα. *ego legerem* καὶ ἔστιν ὅμοια μείζονα τμήματα.

Ergo circumferentia AG similis est circumferentiæ DH] *Ex antecedente.* O

Ducantur ipsi AG DH perpendiculares AK DL] *In græco codice hoc loco eadem,* P
quæ supra iterantur, & ideo nos omittenda censuimus.

Ergo vt rectangulum BCG ad rectangulum GCK] *In græco codice pro* βγ *mendo* Q
se legitur βΓκ.

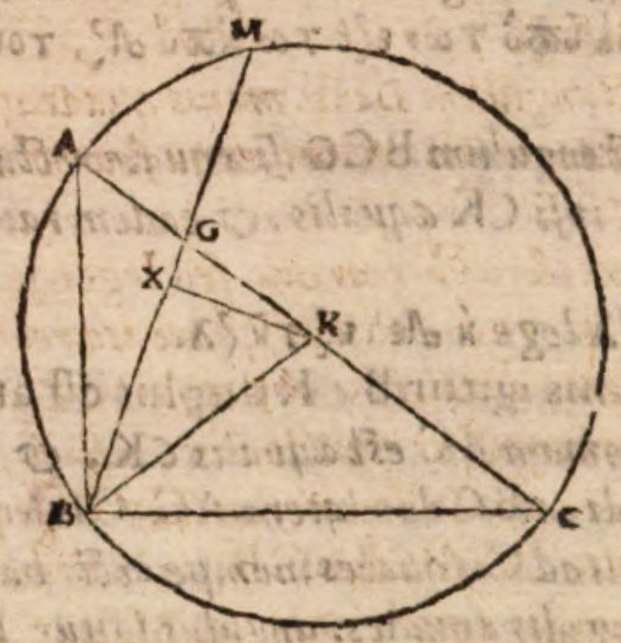
Hoc est EF ad FL] *græcus codex* ἡ θζ πρὸς ζλ. *lege* ἡ εζ πρὸς ζλ. R

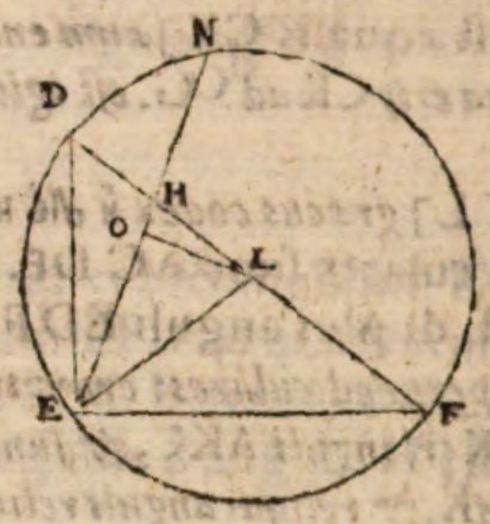
Quoniam & æquales sunt BAK EDL] *græcus codex* καὶ τῶν αἱ ὑπὸ βακ εδλ. *sed for-* S
tasse legendum erit. καὶ γὰρ αἱ ὑπὸ βακ εδλ. *vel* ἐπεὶ καὶ αἱ ὑπὸ βακ εδλ.

Quare ob id, quod ante traditum, triangulum ABC triangulo DEF simile erit.] T

THEOREMA CCI. PROPOS. CCXVI.

LE. IV. Sint duo triangula, quæ rectos angulos habeant ad puncta BE, & ducantur BG EH in æqualibus angulis AGB DHE. sit autem vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE. ostendendum est triá gulum ABC triangulo DEF simile esse.





Describantur circa triangula circuli, & ipsorum centra sumantur KL. perspicue constat ea esse ad easdem partes punctorum GH. nam si fieri, potest, sit K quidem
A inter CG puncta, L vero inter DH, producanturque BG EH ad puncta MN, & a puncto K ad MB perpendicularis ducatur KX, quæ inter GB cadet, eritque angulus
B AGB obtusus, est autem æqualis angulo DHE, quare & DHE obtusus erit, & acu-
C tus DHN. perpêdicularis igitur a puncto L ad EN ducta cadit inter HN. cadat, &
D sit LO. erit NO æqualis OE. ergo NO, quã HE maior est: & NH multo maior, quã
E HE, & rectangulum NHE, hoc est DHF mains quadrato ex HE. est autem vt rectan-
F gulum DHF ad quadratum ex HE, ita rectangulum AGC ad quadratum ex GB.
gr. tertii quod est absurdum. est enim & minus, quoniam MG minor est, quam GB, & rectã
1. sexti. gulum MGB minus quadrato ex GB. non igitur centro K inter GC existente, erit
G L inter DH. sit inter HF. & ad easdem partes ducatur perpendicularis LO. Itaque
H quoniam vt rectangulum AGC, hoc est MGB ad quadratum ex GB, hoc est vt MG
K ad GB, ita rectangulum DHF, hoc est NHE ad quadratum ex HE, hoc est NH ad
L HE, & secantur MB NE bifariam in punctis XO; erit vt BX ad XG, ita EO ad OH.
M sed & vt GX ad XK, ita HO ad OL; recti enim sunt anguli ad XO, & æquales qui ad GH. ergo ex æquali vt BX ad XK, ita EO ad OL. & sunt circa æquales angulos. quare angulus BKX est æqualis angulo ELO. est autem & XKG angulus æqualis angulo OLH. totus igitur BKG toti ELH æqualis erit, & eorum dimidia æqualia. ergo & an
T gulus ACB æqualis ipsi DFE. suntque recti ad BE. simile igitur est triangulum ABC triangulo DEF.

Manifestum autem est & huius conuersum, videlicet si triangulum ABC simile
N sit triangulo DEF, & triangulum GBC triangulo HEF, esse vt rectangulum AGC ad quadratum ex GB, ita rectangulum DHF ad quadratum ex HE.

COM-

COMMENTARIVS.

Quæ inter GB cadet, eritque angulus AGB obtusus] *Angulus enim* BGC *est acutus, & propterea* CGM *obtusus. si enim caderet inter* GM, *essent trianguli duo anguli duobus rectis maiores. quod est absurdum. At si angulus* BGC *obtusus sit vt in alia figura, perpendicularis* KX *inter* GM *cadat necesse est.* A

Cadat, & sit LO] *in græco codice mendose legitur* λθ. B

Erit NO æqualis OE] *Ex 3. tertii libri elementorum græcus codex. pro* νο *habebat* νθ, *& ita in ijs, quæ proxime subsequuntur.* C

Hoc est DHF maius quadrato ex HE] *Ex 35. tertii libri elementorum græcus codex.* τοῦ τὲσι τοῦ ΔΕΖ. *sed legendum* τοὺτέσι τὸ ΔΕΖ. D

Quod est absurdum] *Nam cum sit rectangulum* DHF *maius quadrato ex* HE, *vt demonstratum est, & rectangulum* AGC *quadrato ex* GB *maius, erit. sed & minus quod fieri non potest.* E

Erit L inter DH] *græcus codex* τὸ λ ἔξαι μεταξὺ τῶν ΔΕ. *sed legendum* μεταξὺ τῶν ΔΘ. F

Hoc est NH ad HE] *Desiderantur hæc in græco codice, quare ita restituendus erit.* οὕτω τὸ ὑπὸ ΔΘΖ, τουτέσι τὸ ὑπὸ νθε πρὸς τὸ ἀπὸ θε, τουτέσι ἡ νθ πρὸς θε. G

Erit vt BX ad XG, ita EO ad O H] *secetur* BX *in puncto* P *ita vt* XP *sit æqualis* XG, *& similiter secetur* EO *in* R *vt* OR *sit æqualis* OH. *erit* PG *excessus, quo* BG *excedit* GM. *&* RH *excessus, quo* EH *excedit* HN. *Quoniam igitur vt* MG *ad* GB, *ita* NH *ad* HE, *erit conuertendo vt* BG *ad* GM *ita* EH *ad* HN: *& per conuersionem rationis, vt* BG *ad* GP, *ita* EH *ad* HR: *& consequentium dimidia, vt* BC *ad* GX, *ita* EH *ad* HO: *& denique diuidendo vt* BX *ad* XG, *ita* EO *ad* OH. H

Sed & vt GX ad XK, ita HO ad OL] *ob similitudinem scilicet triangulorum* KGX LHO. *sunt enim anguli recti ad* XO, *& æquales ad* GH, *quoniam* AGB DHE *æquales ponebantur. ergo & reliqui reliquis sunt æquales.* K

Et sunt circa æquales angulos] *sequitur enim ex 6. sexti elementorum triangula* BXK EOL *similia esse.* L

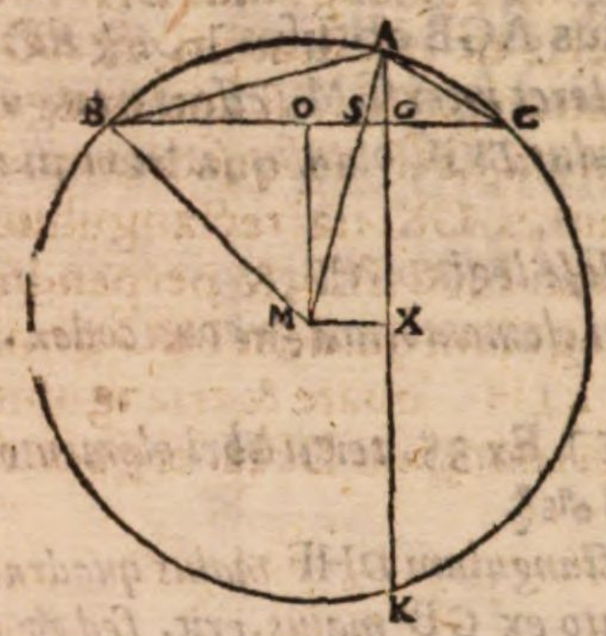
Ergo & angulus ACB æqualis ipsi DFE] *ex 20 tertii elementorum.* M

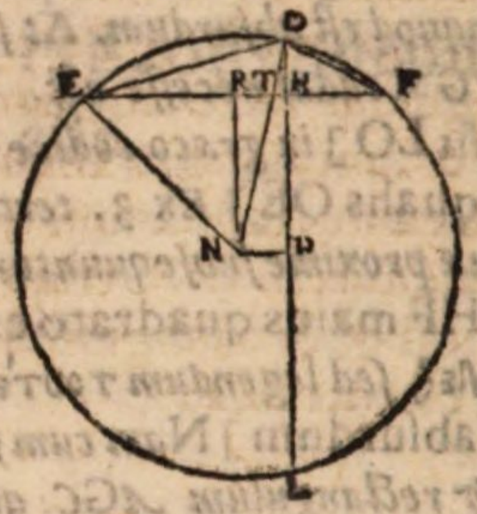
Manifestum autem est & huius conuersum, videlicet si triangulum ABC simile sit triangulo DEF] *si enim triangulum* ABC *simile sit triangulo* DEF, *& triangulum* GBC *triangulo* HEF, *erit etiam triangulum* ABG *triangulo* DEH *simile. ergo vt* AG *ad* GB, *ita* DH *ad* HE, *& vt* CG *ad* GB, *ita* FH *ad* HE. *proportio igitur composita ex proportione* AG *ad* GB *& proportione* CG *ad* GB, *quæ quidem est proportio rectanguli* AGC *ad quadratum ex* GB, *eadem erit, quæ componitur ex proportione* DH *ad* HE, *& proportione* FH *ad* HE, *quæ est rectanguli* DHF *ad quadratum ex* HE. *ergo vt rectangulum* AGC *ad quadratum ex* GB, *ita rectangulum* DHF *ad quadratum ex* HE. N 4. sexti.

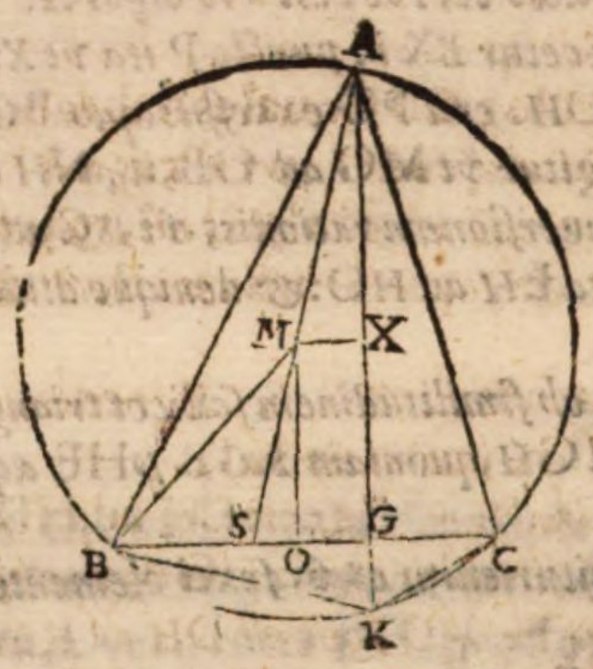
THEOREMA CCII. PROPOS. CCXVII.

LEM. V.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos A D æquales habeant; non autem rectos, & perpendiculares ducantur AG DH: sitque vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH: & rectarum linearum BC EF maiores portiones sint BG EH. Dico triangulum ABG triangulo DEH, & reliquum reliquo simile esse. A B







Circumſcribantur circuli, & producantur AG DH ad puncta KL. Sumantur autẽ
C MN circulorum centra, atque ab ipſis ad rectas lineas AK BC DL EF perpendicula-
D res ducantur MX MO NP NR. Ex ijs igitur, quæ ante dicta ſunt, vt KG ad GA, ita erit LH ad HD. quare & vt AX ad XG, ita DP ad PH. Jungantur AM DN ſed vt AX
2. ſexti. quidem ad XG, ita AM ad MH: vt vero DP ad PH, ita DN ad NT. ergo & vt AM ad MS, ita DN ad NT. Jungantur præterea BM EN. Itaque quoniam portio BAC ſimilis
E eſt portioni EDF, erit & reliqua BKC reliquæ ELF ſimilis: & ideo anguli in ipſis æqua-
F les, & eorum ſinguli æquales ſingulis. anguli igitur BMO ENR æquales ſunt in pri-
G mo caſu, in ſecundo autem caſu ex appoſitis conſtat angulum BMO æqualem eſſe
H angulo ENR, quoniam & anguli, qui in portionibus BAC EDF. eſt igitur vt BM ad
I K L MO, hoc eſt vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc eſt DN ad NR. eſt autem ut AM ad
M MS. ita DN ad NT. quare ex æquali ut OM ad MS, ita RN ad NT. ſuntque anguli, qui
N ad OR recti; acuti autem qui ad ST. æqualis igitur eſt angulus OMS angulo RNT ſed
O & angulus BMO angulo ENT eſt æqualis. ergo & æqualis BMS ipſi ENT, ac propterea angulus C angulo F æqualis. triangula igitur inter ſe omnino ſimilia erunt.

Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum, ſiue acutorum præmiſſa demonſtratione & reliquum oſtendi hoc modo. Ponatur enim primum demonſtratum iã

eſſe

esse in angulis obtasis æqualibus, ut dictum est, & oporteat in æqualibus angulis acutis BAC EDF demonstrare triangula similia esse. Rursusque circumscribãtur circuli, & productis AG DH ad puncta K L, iungantur BK KC EL LF. æquales igitur sunt & anguli BKC ELF obtusi. Et quoniam est vt rectangulum BGC, hoc est AGK ad quadratum ex AG, videlicet vt KG ad GE, ita rectangulum EHF, hoc est DHL ad quadratum ex DH, videlicet LH ad HD: erit ut quadratum ex AG ad quadratum ex GK, ita quadratum ex DH ad quadratum & HL. est autem & vt rectangulum BGC ad quadratum ex AG, ita rectangulum EHF ad quadratum ex DH. ergo ex æquali vt rectangulum BGC ad quadratum ex GK, ita rectangulum EHF ad quadratum ex HL: & sunt æquales anguli obtusi BKC ELF, & perpendiculares KG LH. ex ijs igitur, quæ ante tradita sunt, triangulum quidem BKG simile est triangulo ELH, triangulum vero CKG triangulo FLH. quare & triangulum ABG triangulo DEH est simile: & triangulum ACG triangulo DFH. ergo & totum triangulum ABC simile est toti DEF.

COMMENTARIVS.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD æquales habeant, non autem rectos] græcus codex ἔστω δύο τρίγωνα τὰ ΑΒΓ ΔΕΖ ἴσας ἔχοντα τὰς πρὸς τοῖς Α Δ γωνίας μὴ ὀρθὴν τε καὶ κάθετος ἤχθωσαν αἱ ΑΓ ΔΘ. fortasse aũt legendũ est μὴ ὀρθὰς δὲ, καὶ κάθετοι ἤχθωσαν αἱ ΑΓ ΔΘ. de ijs enim, quæ rectos angulos habent, & superius dictum est, & infertus paulo post dicetur. A

Sitque ut rectangulum BGC ad quadratum ex AG. &c.] græcus codex ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΓ &c. Sed legendum arbitror ἔστω τε ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΓ. B

Ex ijs igitur, quę ante dicta sunt ut KG ad GA, ita erit LH ad HD] est enim ut rectangulum BGC, hoc est rectangulum KGA ad quadratum ex GA, hoc est KG ad GA, ita rectangulum EHF, hoc est LHD ad quadratum ex HD, hoc est DH ad HD. C

Quare & ut AX ad XG, ita DP ad PH.] Quoniam enim ut KG ad GA, ita LH ad HD, erit per conuersionem rationis ut KG ad excessum, quo KG superat GA, hoc est ad duplum ipsius GX, ita LH ad duplum ipsius HP & consequentium dimidia ut KG ad GX, ita BH ad HP, & diuidendo ut KX, hoc est AX ad XG, ita LP, hoc est DP ad PH. D

Et ideo anguli in ipsis æquales, & eorum singuli æquales singulis. anguli igitur BMO ENR æquales sunt in primo casu. in secundo autem casu &c.] Cum portio BKC similis sit portioni ELF. anguli in ipsis æquales sunt; Sed angulo qui in portione BKC æqualis est angulus BMO, ut proxime explicauimus. angulo autem qui in portione ELF est æqualis angulus ONR. ergo anguli BMO ENR inter se sunt æquales. atque hoc in primo casu nam in secundo illud per se se costat, ponitur enim angulus BAC æqualis angulo EDF quare & BMO ipsi ENR æqualis erit in græco codice pro βμο mendose legitur βμθ, & ita in ijs, quę sequuntur, ponitur θ loco ipsius. E

Est igitur vt BM ad MO, hoc est vt AM ad MO, ita EN ad NR, hoc est DN ad NR] Quoniã n. angulus BMO est æqualis angulo ENR, anguliq; ad ND O R, & reliquus reliquo æqualis erit, & triangulum BMO triangulo ERN simile. ergo vt BM, hoc est AM ad MO, ita EN, hoc est DN ad NR, & conuertendo vt OM ad MA, ita RN ad ND. F

Suntque anguli, qui ad O K recti, acuti autem, qui ad S T] Ex iis sequitur per septimam sexti elementorum triangulum MOS simile esse triangulo NRT, & angulum OMS angulo RNT æqualem. G

Sed & angulus BMO angulo ENR est æquales.] quod ante demonstratum fuit græcus codex. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν ΒΜΓ τῇ ὑπὸ ΕΝΖ ἐστιν ἴση. sed arbitror legendum. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βμο τῇ ὑπὸ ΕΝΡ ἐστιν ἴση. H

Ergo

K Ergo & æqualis BMS ipſi ENT] *In primo caſu erit totus angulus* BMS *ex duobus æqualibus conſtans æqualis toti* ENT· *in ſecundo autem caſu, erit reliquus* BMC *reliquo* ENT *æqualis.*

L Ac propterea angulus C angulo F æqualis] *Quoniam enim angulus* BMS, *hoc eſt* BMA *in primo caſu eſt æqualis angulo* ENT, *hoc eſt* END, *erit circumfeeentia BA ſimilis circumferentiæ* ED. *& ideo angulus* C *angulo* F *æqualis. in ſecundo autem caſu, quoniam angulus* BMS *eſt angulis augulo* ENT, *reliquus ex duobus rectis* BMA *reliquo* END *æqualis erit; circumferentiaque BA circumferentiæ* KD *ſimilis, & angulus* C *angulo* F *æqualis.*

M Triangula igitur interſe omnino ſimilia erunt.] *ponitur enim angulus* BAC *æqualis angulo* EDF *ergo & reliquus B reliquo* O *æqualis, & triangulum ABC triangulo* DEF *ſimile. Sed & vtrique anguli, qui ad* G H *recti. ſunt quare & reliquus* BAG *reliquo* EDH, *reliquuſque* CAG *reliquo* FDH *æqualis. triangulum igitur* ABG *triangulo* DEH; *& triangulum* ACG *triangulo* DFH *ſimile erit.*

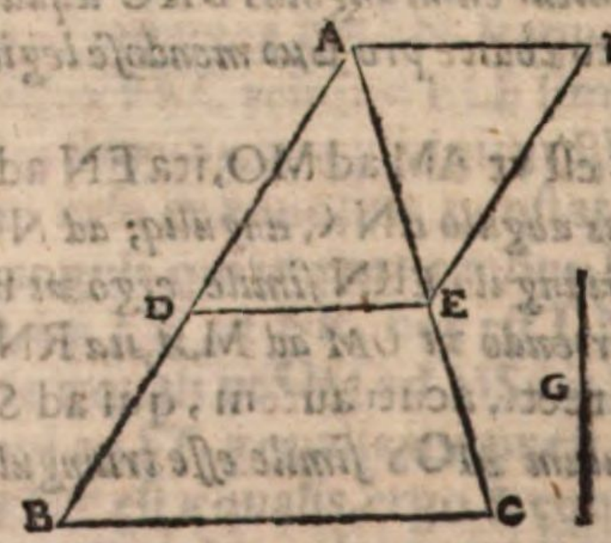
N Poteſt autem vnius angulorum ſiue obtuſorum. ſiue acutorum præmiſſa demonſtratione & reliquum oſtendi] *græcus codex.* δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ ὀξείας προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀποδοῦναι οὕτως. *Sed legendum arbitror.* δύναται δὲ καὶ τῆς μιᾶς γωνίας ἢ τῶν ἀμβλειῶν ἢ τῶν ὀξειῶν προγεγραμμένης τῆς δείξεως τὸ λοιπὸν ἀποδυῦναι οὕτως.

O Et oporteat in æqualibus angulis acutis BAC EDF demonſtrare triangula ſimilia eſſe] *græcus codex pro* βα γ ελζ *habebat* αβγ ελζ *& mendoſe, ut arbitror.*

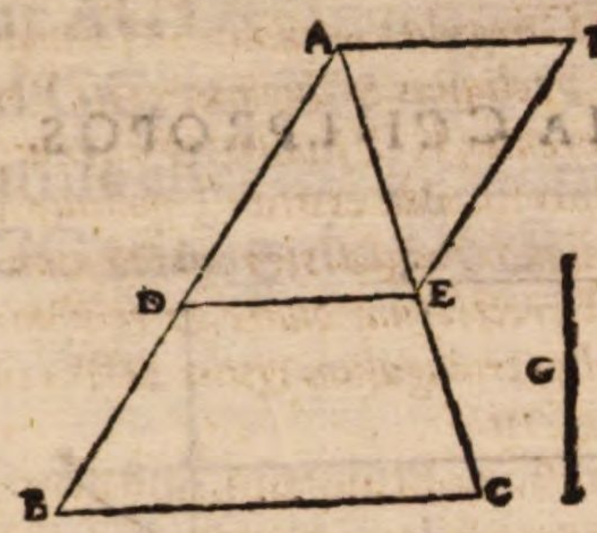
P Quare & triangulum ABG triangulo CEH eſt ſimile & triangulum ACG triangulo DFH] *Quoniam enim triangulum* BGK *ſimile eſt triangulo* EHL, *erit angulus* BKG *hoc eſt* BKA *æqualis angulo* ELD, *& ideo circumferentia BA ſimilis circumferentiæ ED, angulusque* BCA *angulo* EDF *æqualis. Rurſus quoniam triangulum* CGK *ſimile eſt triangulo* FHL, *angulus* CKA *æqualis erit angulo* FLD. *circumferentiaque* AC *circumferentiæ* DF *ſimilis, & angulus* ABC *angulo* DEF *æqualis. ſunt autem anguli ad* GH *recti. reliqui igitur anguli reliquis æquales erunt; & triangulum* ABG *ſimile triangulo* DEH, *& triangulum* ACG *triangulo DFH: & denique totum triangulum* ABC *ſimile toti* DEF. *græcus codex.* ὥσε καὶ τὸ μὲν ΑΒΗ τρίγωνον τῷ ΔΕΘ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον. *Sed legendum* ἐστὶν ὅμοιον

PROBLEMA XVI. PROPOS. CCXVIII.

A LEM. VI. Rectis lineis AB AC poſitione datis ducere DE parallelam rectæ lineæ poſitione datæ: & facere ipſam DE datam.



Factum iam ſit, & per A ipſi DE parallela ducatur AF. ergo AF parallela eſt rectæ



eſt rectæ lineæ poſitione datæ atque eſt datum punctum A, poſitione igitur eſt AF. Ducatur per *E* linea *EF* parallela ipſi AB. ergo AF eſt æqualis DE. data autem eſt DE. quare & AF data. ſed & poſitione. & datum punctum A: datum igitur & *F*. Itaque per datum punctum *F* ducta eſt FE parallela ipſi AB poſitione data. poſitione igitur eſt FE. ſed & poſitione AC. ergo & punctum E eſt datum. & per ipſum ducta eſt DE lineæ poſitione datæ parallela. quare & DE poſitione data eſt.

B
34 prim.
C
D
28. datorum.
E
28. datorum.

Componetur autem problema hoc modo.

Sint duæ rectæ lineæ AB AC poſitione datæ: data autem magnitudine ſit recta linea in qua G, cui autem parallelæ ducantur ſit AF. & ponatur AF ipſi G æqualis, & per F quidem ducatur FE parallela AB. per E vero ducatur ED parallela EF. Dico ipſam DE problema efficere.

Quoniam enim DE æqualis eſt ipſi AF, & AF æqualis ipſi G, videlicet lineæ datæ erit & DE datæ lineæ G æqualis. ergo DE problema efficit. manifeſtum autem eſt ipſam ſolam hoc efficere. nam quæ propinquior eſt ipſi A, ſemper remotiore eſt minor.

COMMENTARIVS.

Et facere ipſam DE datam] *hoc eſt datum magnitudine, uel rectælineæ magnitudini datæ æqualem.* A

Poſitione

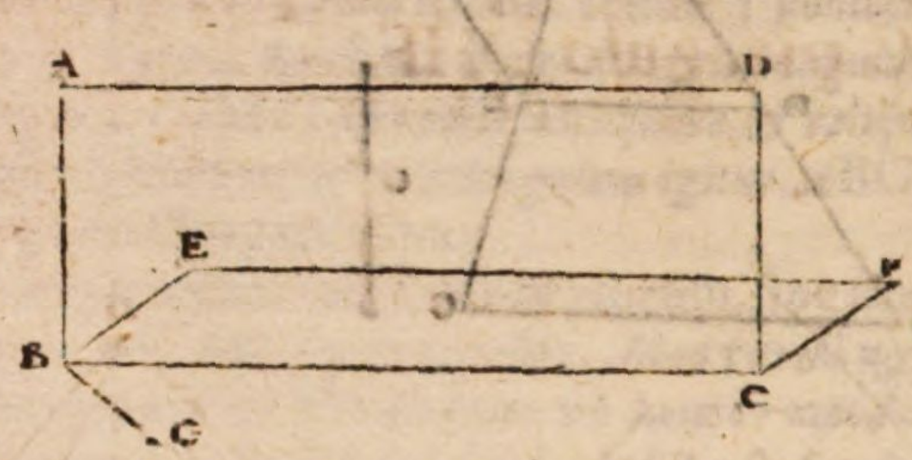
B Positione igitur est AF] Ex 28. *libri datorum.*

C Data autem est DE. quare & AF data] *magnitudine scilicet. græcus codex* δοθεῖσα γάρ ἐστιν ἡ ΔΕ. *sed legendum puto.* δοθεῖσα δὲ ἐστιν ἡ ΔΕ, *in resolutione enim ponitur* DE *data*

D Datum igitur & F.] *Ex 27. libri datorum.*

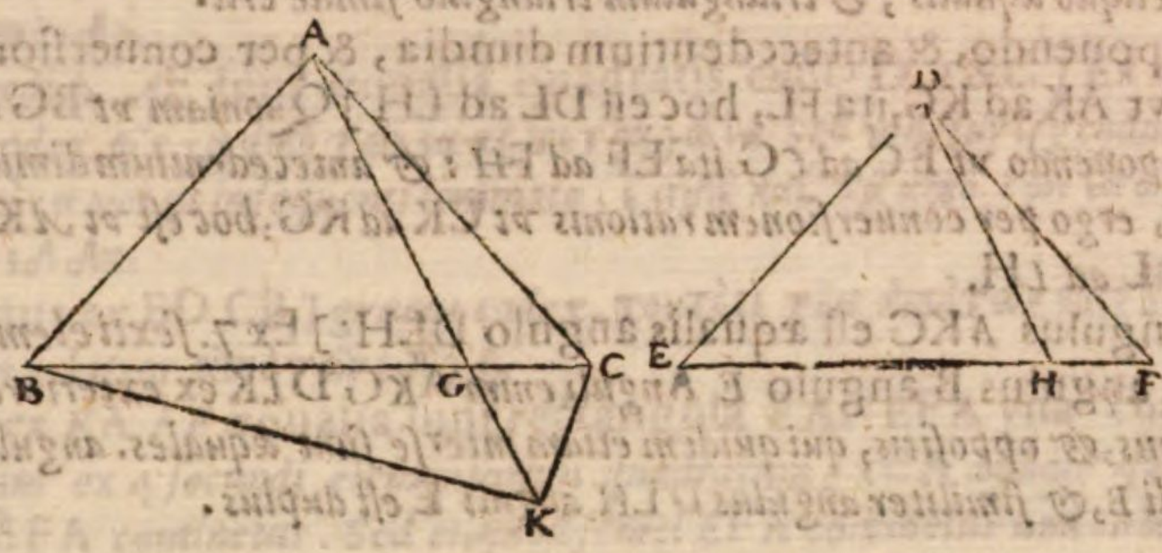
E Ergo & punctum E est datum] *Ex 25. eiusdem.*

THEOREMA CCIII. PROPOS. CCXIX.

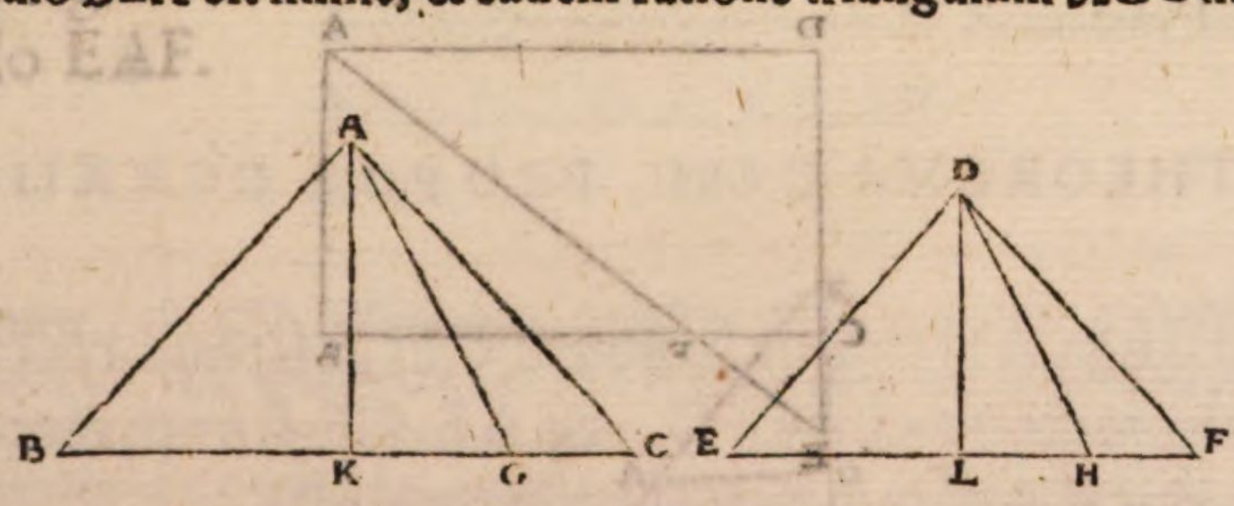


THEOREMA CCIV. PROPOS. CCXX.

Sint duo triangula ABC DEF, quæ angulos AD rectos habeant, & ducantur AG DH in æqualibus angulis AGB DHE, sit autem vt BG ad GC, ita EH ad HF. Dico triangulum ABC triangulo DEF simile esse; triangulumque AGB triãgulo DHE & triangulum AGC triangulo DHF. LEM. VIII.



Producatur AG, & fiat vt DH ad HE, ita CG ad GK, & BK KC iungantur. æqualis igitur angulus est DEH angulo CKG. & quoniam vt BG quidem ad GC, ita EH ad HF, vt autem CG ad GK, ita DH ad HE. ergo ex æquali in perturbata analogia vt BG ad GK, ita DH ad HF. & sunt circa æquales angulos. æqualis igitur est angulus BKG angulo F. ostensum autem est angulum quoque CKG angulo E æqualem esse. & sunt anguli EF recto æquales. ergo angulus BKG rectus est. sed & rectus BAC ex positione. in circulo igitur sunt puncta ABCK, & ob id AKC angulus, hoc est DEH æqualis ipsi ABC. sed & angulus AGB positus est æqualis angulo DHE. triangulum igitur ABG triangulo DEH est simile; & eadem ratione triangulum AGC simile est triangulo DHF. A B C D E F 4. sexti.



ALITER ET MELIVS. Secentur BC EF bifariam in punctis KL: & iungãtur AK DL. Quoniam igitur vt BG ad GC, ita EH ad HF; erit componendo, & antecedentium dimidia, & per conuersionem rationis, vt CK, hoc est vt AK ad KG, ita FL, hoc est DL ad LH: & sunt anguli quidem ad GH puncta æquales anguli vero KAG LDH vtrique simul acuti. ergo & angulus AKG est æqualis angulo DLH, & eorum dimidij, videlicet angulus B angulo E, sed & angulus G angulo H est æqualis. simile igitur est triangulum ABG triangulo DEH, & eadem ratione triangulum AGC triangulo DHF simile. E F G

COMMENTARIVS.

A AEqualis igitur est angulus DEH angulo CKG] *Quoniam enim ut* DH *ad* HE, *ita* CG
6. sexti. *ad* KG, *atque est angulus* CGK *æqualis angulo* ACB, *hoc est ipsi* DHE; *erit triangulũ* CGK *triãgulo* DHE *simile. & idcirco angulus* CKG *angulo* DEH *æqualis.*

B Et sunt anguli EF recto æquales] *est enim angulus* EDF *rectus græcus codex.* καὶ ἴσαι αἱ ΕΖ ὀρθαὶ ἴσαι. *legendum* ὀρθῇ ἴσαι.

C Et ob id AKC angulus, hoc est DEH æqualis ipsi ABC] *ex* 21 *tertij elementorum. græcus codex* τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΖΘ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ. *sed legendũ est* τουτέστιν ἡ ὑπὸ ΔΕΘ τῇ ὑπὸ ΑΒΓ.

D Et eadem ratione triangulum AGC simile triangulo DHF] *Namque angulus* AKB,
21. tertij *hoc est* DHF *est æqualis angulo* ACB, *& angulus* AGC *ponitur æqualis angulo* DHF *ergo & reliquus reliquo æqualis; & triangulum triangulo simile erit.*

E Erit componendo, & antecedentium dimdia, & per conuersionem Cationis, vt CK, hoc est vt AK ad KG, ita FL, hoc est DL ad LH] *Quoniam vt* BG *ad* G , *ita* EH *ad* HF, *erit componendo vt* BC *ad* CG *ita* EF *ad* FH: *& antecedentium dimidia, vt* KC *ad* CG. *ita* LF *ad* FH, *ergo per conuersionem rationis vt* CK *ad* KG, *hoc est vt* AK *ad* KG, *ita* FL *ad* LH, *hoc est* DL *ad* LH.

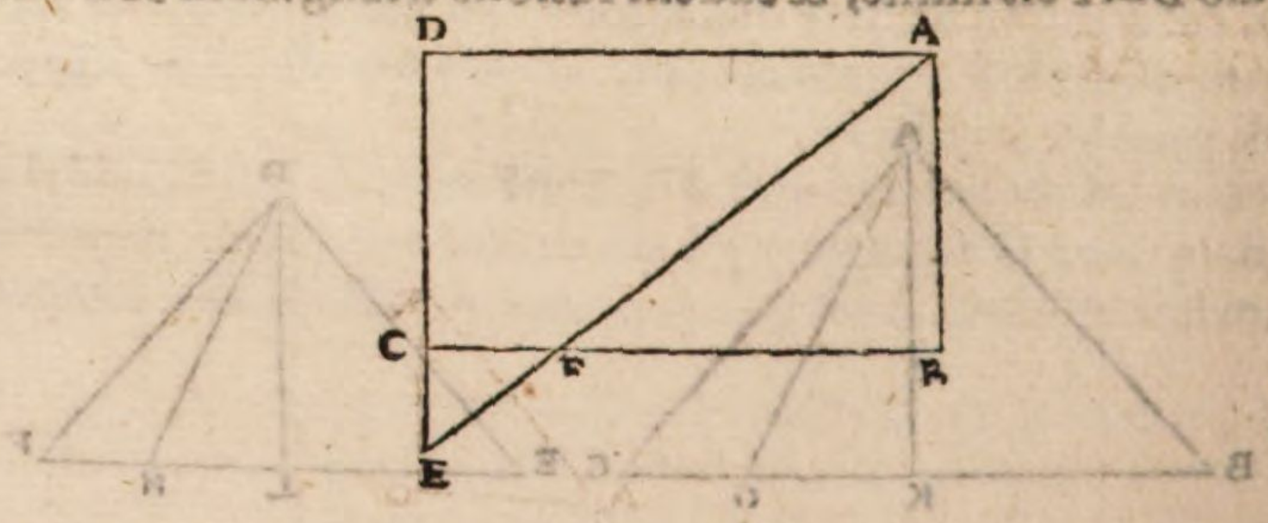
F Ergo & angulus AKG est æqualis angulo DLH] Ex 7. *sexti elementorum.*

G Videlicet angulus B angulo E *Anguli enim* AKG DLK *ex exteriores æquales sunt duobus interioribus, & oppositis, qui quidem etiam inter se sunt æquales. angulus igitur* AKG *duplus est anguli* B, *& similiter angulus* DLH *anguli* E *est duplus.*

IN SEPT. ET OCTAVVM LIBRVM CONICORVM LEM.

THEOREMA CCV. PROPOS. CCXXI.

LEM. I. AB Sit parallelogramum rectangulum AC, & ducatur EFA. Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & triangulo CBF æquale esse.



C Quoniam enim quadratum ex EF æquale est quadratis ex EC CF, & quadrata &
D EA AF sunt æqualia quadratis ex ED DA, hoc est quadratis ex ED CB, & quadratis,
E ex AB BF, hoc est ex CD BF. sed quadratis ex EA AF æqualia sunt rectangula EAF
F EFA vna cum quadratis ex EF FA, quorum rectangulum EFA vna cum quadrato ex FA est æquale rectangulo EAF; quadratis autem ex ED DC eadem ratione æquale est quod bis EDC continetur vna cũ quadrato x CE, & similiter quadratis ex CB BF æquale est contentum bis CBF vna cum quadrato ex CF: erit quod bis cõtinetur

EAF

EAF vna cum quadrato ex EF æquale ei, quod bis ADG continetur vna cum quadrato ex CE, & ei, quod bis continetur CBF vna cum quadrato ex CF. at quadrato ex EF æqualia sunt quadrata ex EGCF, vt dictum est. reliquum igitur, videlicet quod bis continetur EAF æquale est ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis CBF continetur. & ideo rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF est æquale, quod demonstrare oportebat.

COMMENTARIVS.

Et ducetur EFA] *græcus codex.* καὶ ἀνὰ χθω ἡ εζ. *ego legendum puto* εζα. A

Dico rectangulum EAF rectangulo EDC, & rectangulo CBF æquale esse] *græcus codex.* ὅτι τὸ ὑπὸ εαζ ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ ζΓβ καὶ τῷ ὑπὸ εΓΔ. *sed legendum est* τῷ τε ὑπὸ ζβΓ, καὶ τῷ ὑπὸ εΔγ. B

Et quadrata ex EA AF sunt æqualia quadratis ex ED DA &c.] *Ex 47 primi elementorum græcus codex.* ὧν τὰ ἀπὸ τῶν εαζ τετράγωνα *Sed videtur legendum* καὶ τὰ ἀπὸ τῶν εαζ τετράγωνα *vel ut in sequenti lemmate.* ἐστὶ δὲ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν εαζ τετράγωνα ἴσα τοῖς ἀπὸ τῶν εΔ ΔΑ. C

Hoc est quadratis ex ED CB] *græcus codex.* τουτέστι τοῖς ἀπὸ τῶν εΔγ *Sed ex ijs, quæ sequuntur legendum arbitror* ἀπὸ τῶν εΔ γΔ. D

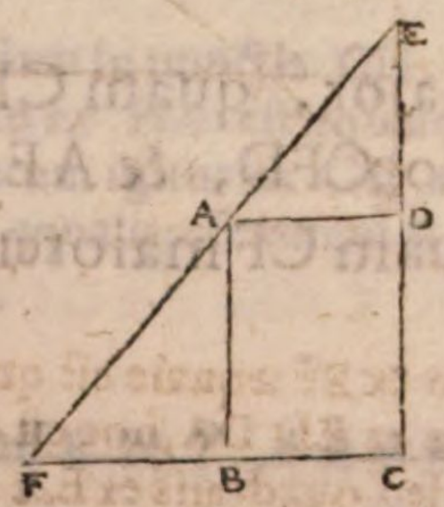
Sed quadratis ex EA AF æqualia sunt rectangula EAF EFA vna cum quadratis ex EF FA] *est enim ex 4 secundi elementorum quadratum ex* EA *æquale quadratis ex* EF FA *& ei, quod bis* EFA *continetur. Sed ei, quod semel* EFA *continetur una cum quadrato ex* FA *æquale est rectangulum* EAF *ex tertia eiusdem. Hæc autem omnia nos addidimus usque ad eum locum. Reliquum igitur &c. nam in græco codice multa in eandem sententiam desiderari uidebantur.* E

Quorum rectãgulum EFA vna cum quadrato ex FA est æquale rectangulo EAF] *Ex tertia secundi libri elementorum. erit igitur quadratis ex* EA AF *æquale quod bis* EAF *continetur una cum quadrato ex* EF. F

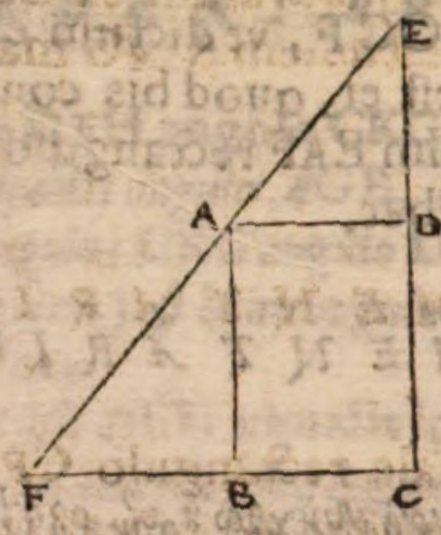
THEOREMA CCVI. PROPOS. CCXXII.

LEM. II.

Sit parallelogramum rectangulum AC, & ducatur EAF.
Dico rectangulum EDC vna cum rectangulo CBF æquale esse rectangulo EAF.



Quoniã. n. quadratũ ex EF æquale est quadratis ex EC CF, & sunt quadrata ex EA 47 primi



AF æqualia quadratis ex ED DC CB BF; erit & quod bis EAF continetur
C æquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod bis continetur CBF. rectangulum igitur EAF rectangulo EDC vna cum rectangulo CBF est æquale.

COMMENTARIVS.

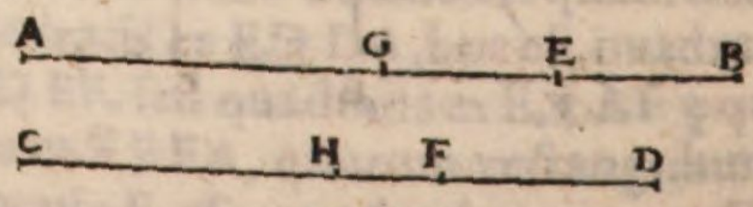
A Aequale esse rectangulo EAF] *in græco codice mendose legebatur* ε∧ζ.

B Et sunt quadrata ex EA AF æqualia quadratis ex ED DC CB BF] *Est enim quadratũ ex* EA *æquale quadratis ex* ED D*A*, *hoc est quadratis ex* ED CB, *& quadratum ex* A*F æquale quadratis ex* A*B* B*F*, *hoc est* DC BF *græcus codex* ε∧ *αγ habebat* ε∧ ∧ζ.

C Erit & quod bis EAF continetur æquale ei, quod bis continetur EDC, & ei, quod
47. prim. bis continetur CBF.] *Quadratum namque ex* EF *æquale est quadratis ex* EC CF. *Sed quad-*
4. secũdi *rato ex* EC *æqualia sunt quadrata ex* ED DC *vna cum eo, quod bis continetur* EDC. *& quadrato ex* CF *pariter æqualia sunt quadrata ex* CB BF *vna cum eo, quod bis* CBF *continetur. Rursus quadratum ex* EF *æquale est quadratus ex* EA A*F*, *& ei, quod bis continetur* EA*F. quadratis autem ex* EA A*F sunt æqualia quadrata ex* ED DC, CB BF. *Quadrata igitur ex*
47. prim. ED DC CB BF *vna cum eo, quod bis continetur* EDC *& eo, quod bis* CBF *continetur æqualia sunt quadratis ex* ED DC CB BF, *& ei, quod bis* EAF *continetur quare ablatis communibus quadratis, erit reliquum, quod bis continetur* EA*F æquale ei, quod bis continetur* EDC *& ei, quod bis* CBF *continetur.*

THEOREMA CCVII. PROPOS. CCXXIII.

LEM. III. Sit recta linea AB maior, quam CD, sitque rectangulum
A AEB æquale rectangulo CFD, & AE CF sint maiores earum portiones. Dico AE, quam CF maiorem esse.



B Secentur totæ lineæ AB CD bifariam in punctis GH. maior igitur est GB, quam HD, &

HD, & ideo quadratum ex *GB* quadrato ex HD eſt maius. ſed rectangulum AEB æ- C
quale eſt rectangulo CFD. ergo & quadratum ex GE maius eſt quadrato ex HF, & D
recta linea GE quam *HF* maior. eſt autem & *A*G maior, quam *C*H. tota igitur *A*E, quam tota *C*F maior erit.

COMMENTARIVS.

Sitque rectangulum *AEB* æquale rectangulo CFD] *græcus codex* καὶ ἴσον ἦ ὑπὸ αεβ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ γζλ. *ſed legendum puto.* καὶ ἴσον τὸ ὑπὸ αεβ τῷ ὑπὸ γζλ. A

Maior igitur eſt GB, quam HD] *Ex 14 & 15. quinti elementorum græcus codex.* μειζων ἄρα ἐστιν ἡ ηβ τῆς δε. *ſed legendum* τῆς δθ. B

Et ideo quadratum ex GB quadrato ex HD eſt maius] *græcus codex* ὥσε καὶ τὰ ἀπὸ ηε μειζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγώνου. *lege* ὥ"σε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ μειζον τοῦ ἀπὸ δθ τετραγωνου. C

Ergo & quadratum ex *GE* maius quadrato ex FH] *eſt enim quadratum ex GB maius quadrato ex* HD. *ſed quadratum ex* GB *æquale eſt rectangulo AEB vna cum quadrato ex* GE, *& quadratum ex* HD *æquale eſt rectangulo* CFD *vna cum quadrato ex* HF. *ergo rectangulum AEB vna cum quadrato ex* G*A maius eſt rectangulo* CF*D vna cum quadrato ex* HF. *rectangulum autem AEB ponitur æquale rectangulo* CF*D quadratum igitur ex AE quadrato ex FD eſt maius.* D

TEOREMA CCIIX. PROPOS. CCXXIV.

LEM. IV.

Sit rectangulum AEB æquale rectangulo CFD æqualibus exiſtentibus AB CD. Dico maiores portiones AE CF inter ſe æquales eſſe. A

Secentur enim *A*B CD bifariam in punctis GH. erit GB æquales HD. quare & quadratum ex GB quadrato ex *HD* eſt æquale. ſed & rectangulum *AEB* eſt æquale rectangulo CF*D*. quadratum igitur ex GE æquale eſt quadrato ex HF ac propterea recta linea *GE* ipſi HF æqualis; eſt autem & AG æqualis CH. ergo tota AE toti CF æqualis erit. B D

COMMENTARIVS.

Dico maiores portiones AE CF inter ſe æquales eſſe.] *græcus codex* ὅτι τὰ μειζονα τμήματα τὰ αε γζ ἐστὶ τὸ λεφης *ſed vt puto legendum eſt* ὅτι τα μειζονα τμήματα τὰ αε γζ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴ"σα. A

Secetur

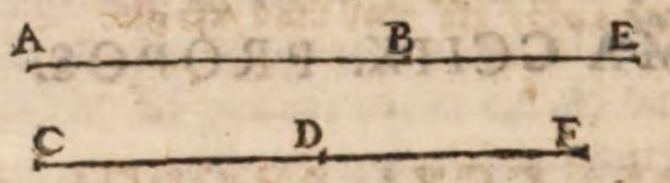
B Secetur enim AB. CD bifariam in punctis GH] *græcus codex* τμηματα γὰρ τὰ αβ γδ δι᾽ ἑκατέρων ηθ. *Sed legendum erit* τετμήσθωσαν γὰρ αἱ αβ γδ *&c.*

C Erit GB æqualis HD] *Hæc omnia vsque ad finem nos addidimus, quod in græco codice multa in eandem sententiam desiderari videbantur.* ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηβ τῇ θδ. ὥστε καὶ τὸ ἀπὸ ηβ ἴσον τῷ ἀπὸ θδ τετραγώνῳ. ἐστὶ δὲ καὶ τὸ ὑπὸ αεβ ἴσον τῷ ὑπὸ γζδ. καὶ τὸ ἀπὸ ηε ἄρα ἴσον τῷ ἀπὸ θζ. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ηε τῇ θζ. ἐστὶ δὲ καὶ ἡ αη ἴση τῇ ιθ. ὅλη ἄρα ἡ αε ὅλῃ τῇ γζ ἐστὶν ἴση.

D Quadratum igitur ex GE æquale est quadrato ex HF] *Est enim rectangulum* AEB *vna cum quadrato ex* GE *æquale quadrato ex* GB, *& rectangulum* CFD *vna cum quadrato ex* HF *similiter æquale quadrato ex* HD. *demptis igitur æqualibus rectangulis* AEB CFD, *reliqua interse æqualia erunt.*

THEOREMA CCIX. PROPOS. CCXXV.

LEM. V. Sit AB quidem maior, quam CD, BE vero minor, quam DF, maiori existente AB, quam BE: & CD maiori, quam DF. Dico excessum ipsarum AB BE excessu BD DF maiorem esse.



* Quoniam enim AB maior est, quam CD, erit ipsarum AB BE excessus maior excessu CD BE. sed excessus CD BE maior est excessu CD DE, quod EB minor sit, quam DF. excessus igitur ipsarum AB BE excessu CD DF multo maior erit.

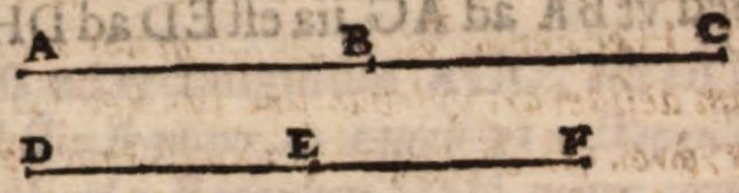
COMMENTARIVS.

* Quoniam enim AB maior est, quam CD, erit ipsarum AB BE excessus maior excessu CD BE] *græcus codex.* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς. *Sed fortasse legendum erit.* ἐπεὶ γὰρ μείζων ἐστὶν ἡ αβ τῆς γδ, μείζων ἄρα ἡ τῶν αβ βε ὑπεροχὴ τῆς τῶν γδ εβ ὑπεροχῆς.

PROBLEMA CCX. PROPOS. CCXXVI.

LEM. VI. Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF. Dico rectangulum contentum AC DF quadruplum esse rectanguli, quod AB DE continetur.

Quoniam



Quoniam enim CA dupla eſt ipſius AB, ſumpta DE communi altitudine, erit rectangulum ex CA *DE* duplum rectanguli ex AB *DE*. Rurſus quoniam FD dupla eſt DE, ſumpta communi altitudine AC rectangalum ex AC DF duplum erit rectanguli ex AC *DE*. ſed rectangulum ex AC *DE* duplum eſt rectanguli ex AB *DE*. rectangulum igitur ex AC *DF* rectanguli ex AB *DE* quadruplum erit. A B

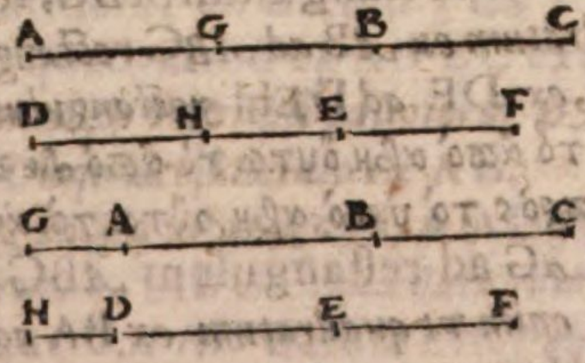
COMMENTARIVS.

Sed rectangulum ex *AC* DE duplum eſt rectanguli ex AB DE] *græcus codex* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ α Γ ΔΖ τοῦ ὑπὸ α Γ ΔΕ. *ſed legendum puto* ἀλλὰ τὸ ὑπὸ α Γ ΔΕ τοῦ ὑπὸ αβ ΔΕ. A

Rectangulum igitur ex *AC* DF rectanguli ex AB DE quadruplum erit] *Hæc nos addidimus perſpicuitatis cauſſa, quæ fortaſſe in græco codice deſiderantur, vt ita legendum ſit.* τὸ ἄρα ὑπὸ α Γ ΔΖ τετραπλάσιον ἐστὶ τοῦ ὑπὸ αβ ΔΕ. B

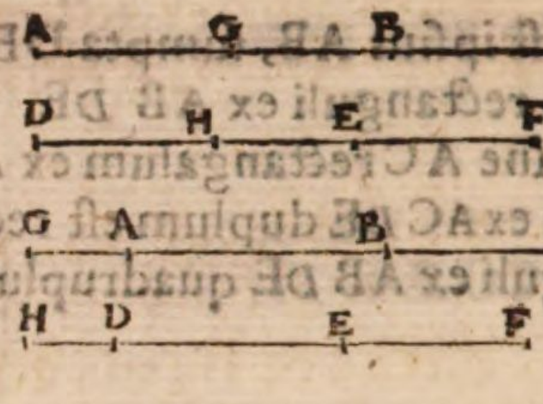
TEOREMA CCXI. PROPOS. CCXXVII.

Sit vt AB ad BC, ita DE ad EF: vt autem AB ad BG, ita DE ad EH. Dico vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita eſſe rectangulum DEH ad DHF rectangulum. LEM. VII. A



Quoniam enim vt *AB* ad BG, ita DE ad EH, erit per conuerſionem rationis vt BA ad AG, ita *ED* ad DH. ergo vt quadratum ex BA ad quadratum ex AG, ita quadratum ex ED ad quadratum ex *DH*. ſed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad *DEH* rectangulum. vt igitur quadratum ex *AG* ad rectangulum 22. ſexti. B C

rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH. quoniam autem vt AB ad BC, ita ponitur DE ad EF O erit conuertendo, componendoque vt CA ad AB, ita FD ad DE. Sed vt BA ad AG, ita est ED ad DH. ex æquali igitur vt CA ad



DE AG, ita FD ad DH. ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD. ac propterea vt rectangulum CGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD. vt autem
B quadratum ex AG ad. rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum
F DEH. ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DEH rectangulum ad rectangulum DHF.

COMMENTARIVS.

A *Dico* vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita esse rectangulum DEH ad DHF rectangulum] *græcus codex* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΓ οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΖ. *Sed ut puto legendum erit.* ὅτι γίνεται ὡς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΒΗ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΑΗΓ, οὕτω τὸ ὑπὸ τῶν ΔΕΘ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΔΘΖ. *quod ex iis, quæ sequuntur manifesto apparet.*

B Sed & vt quadratum ex AB ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DE ad DEH rectangulum] *Est enim quadratum ex AB ad ABG rectangulum, ut* AB *ad* BG *ex primæ sexti elementorum: & quadratum, ex* DE *ad* DEH *rectangulum, ut* DE *ad* EH. *græcus codex.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ἀπὸ ΑΒΗ οὕτω τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ἀπὸ ΔΕΘ. *sed legendum est.* ἀλλὰ καὶ ὡς τὸ ἀπὸ ΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΑΒΗ, οὕτω τὸ ἀπὸ ΔΕ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΘ.

C Vt igitur quadratum ex AG ad rectangulum ABG, ita quadratum ex DH ad rectangulum DEH] *Quoniam enim vt quadratum ex* BA *ad quadratum ex* AG, *ita quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DH, *conuertendo, vt quadratum ex* GA *ad quadratum ex* AB, *ita erit quadratum ex* HD *ad quadratum ex* DE. *Sed vt quadratum ex* AB *ad rectangulum* ABG, *ita quadratum ex* DE *ad* DEH *rectangulum ergo ex æquali vt quadratum ex* AG *ad rectangulum* ABG, *ita quadratum ex* DH *ad* DEB *rectangulum. græcus codex.* οὕτω τὸ ἀπὸ ΔΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΖ. *lege* πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΕΘ.

D Ergo vt CG ad GA, ita FH ad HD] *Dividendo scilicet.*

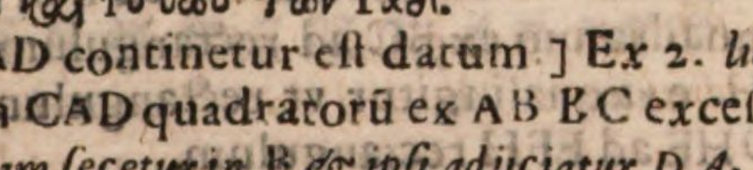
E Ac propterea vt rectangulum EGA ad quadratum ex GA, ita rectangulum FHD ad quadratum ex HD] *Ex prima sexti elementorum græcus codex.* καὶ ὡς τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ

κ'ωσ' τοῦ πρὸς τὸ ἀπο. *vel igitur legendum est* καὶ ὡς τὸ ἴσον πρὸς τὸ ἀπὸ οὕτω τὸ ὑπὸ πρὸς τὸ ἀπὸ. *vel quod magis placet* καὶ ὡς τὸ ἴσον ΗΑ πρὸς τὸ ἀπὸ ΗΑ οὕτω τὸ ὑπὸ ΗΘΛ πρὸς τὸ ἀπὸ ΘΛ.

Ergo vt rectangulum ABG ad rectangulum AGC, ita DFH rectangulum ad rectangulum DHF] Ex *antedictis sequitur ex æquali vt rectangulum* AGC *ad rectangulum* ABG, *ita rectangulum* DHF *ad rectangulum* DEH. *quare conuertendo vt rectangulum* ABG *ad rectangulum* AGC, *ita rectangulum* DEH *ad rectangulum* DHF. *græcus codex.* οὕτω τὸ ὑπὸ ΔΕΘ πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘΖ. *Sed videtur legendum* πρὸς τὸ ὑπὸ ΔΘΖ. *quam quam iisdem positis sequatur, vt rectangulum* ABG *ad rectangulum* ABC, *ita esse* DEH *rectangulum ad rectangulum* DEF *& vt rectangulum* AGB *ad rectangulum* ABC, *ita rectangulum* DHE *ad* DEF *rectangulum, quę quidem omnia ex his per facile, & nullo negotio demostrabuntur.*

THEOREMA CCXII. PROPOS. CCXXVIII.

Sint quadrata ex AB BC data, & datus eorum excessus. Dico vtramque ipsarum AB BC datam esse.



Ponatur ipsi CB æqualis BD, datum igitur est & rectangulum CAD. quare & quod bis CAD continetur est datum; est enim rectangulum CAD quadratorum ex AB BC excessus. ergo datum est vtrumque quadratorũ ex CA AD: & ob id quadratum vtriusque CA AD datum erit. Sed BA ipsius CA AD dimidia est data igitur est BA. quare & BC est data. A B C D E F G H K

COMMENTARIVS.

Sint quadra ex AB BC data] *Intellige vtraque quadrata simul sumpta data esse, videlicet compositum ex ipsis, nam si ea seorsum data sint, frustra illud, quod datum esset, quæreretur.* A

Datum igitur est & rectangulum CAD] *græcus codex.* δοθὲν ὅτι ἄρα ἐστὶ καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ΓΑ ΔΑ. *lege* δοθέν ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΑΔ. B

Quare & quod bis CAD continetur est datum] Ex 2. *libri datorum.* C

Est enim rectangulum CAD quadratorũ ex AB BC excessus.] Ex 6. *secundi elementorum. nam cum CD bifariam secetur in* B *& ipsi adiiciatur* DA, *erit rectangulum* CAD *vna cum quadrato dimidiæ videlicet* BC *æquale quadrato ex* AB. D

Ergo datum est vtrumque quadratorum ex CA AD] Ex 2. *datorum, sunt enim quadrata ex* CA AD *dupla quadratorum ex* AB BC. *quæ data sunt per* 1. *secundi elementorum.* E

Et ob id quadratum vtriusque CA AD datum erit] *videlicet quadratum ipsarum* CA AD *ac si vna linea essent. Quoniam enim quadrata ex* CA AD *data sunt, & datum est, quod bis* CAD *continetur, & quadratum rectæ lineæ, quæ ex ipsis* CA AD *constat datum erit ex* 4. *secundi elementorum & ob id datum eius latus nempe recta linea ex* CA AD. F

Sed BA ipsius CA AD dimidia est] *græcus codex.* καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ΒΑ. *lege* καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ βα. G

Data igitur est BA] Ex 2. *libri datorum.*

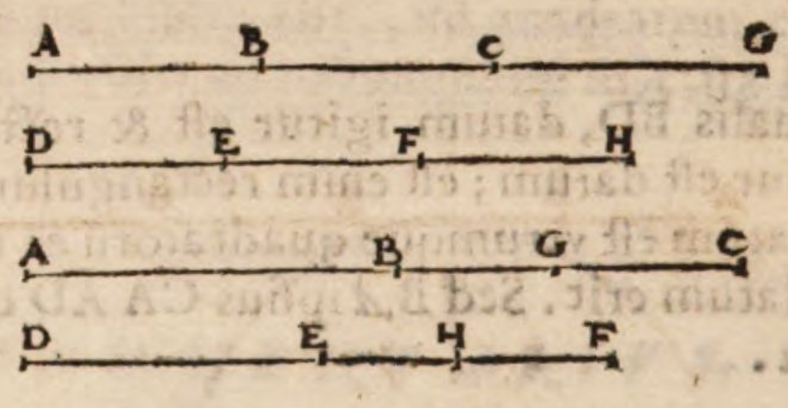
Quare & BC est data] *Nam cum data sit* AB, *& eius quadratum dabitur. sum autem vtraque quadrata ex* AB BC *data; ergo & quadratum, ex* BC, *& ipsa* BC *detur necesse est.* H K

sed & eliter idem demonstrare possumus hoc modo.

Ponatur ipsi CB *æqualis* BD. *datum igitur est rectangulum* CAD, *est enim dictorum quadratorum excessus. ergo rectangulum* CAD *una cum quadrato ex* BC *est æquale duobus quadratis ex* AB BC *dempto ab ipsis quadrato ex* BC. *addatur utrisque quadratum ex* BC. *ergo rectangulum* CAD *una cum duobus quadratis ex* BC *est æquale quadratis ex* AB BC. *Itaque de quadratis ex* AB BC *dematur rectangulum* CAD, *erit quod relinquitur datum, cum utraque data sint, atque erit æquale duobus quadratis ex* BC. *quare & duo quadrata ex* BC *erunt data, & unum ipsorum. recta igitur linea* BC, *& idcirco ipsa* AB *data erit.*

THEOREMA CCXIII. PROPOS. CCXXIX.

AB Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, sitque vt CB ad BG, ita FE ad EH. Dico vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita esse rectangulum DHE ad rectangulum EFH.



CDEF Quoniam enim vt CB ad BA, ita FE ad ED, vt autem CB ad BG, ita FE ad EH; erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE. sed ut quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF: & vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH. ex æquali igitur vt rectangulum AGB ad rectangulum BCG, ita rectangulum DHE ad EFH rectangulum.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *græcus codex* ἐστω ἴση ἡ μὲν αβ τῇ γδ. *lege* τῇ γβ.

B Ita FE ad EH] *græcus codex* οὕτως ἡ θε πρὸς εζ. *lege* οὕτως ἡ ζε πρὸς εθ.

C Quoniam enim ut CB ad BA, ita FE ad ED] *Ego potius legendum censeo. Quoniam ut* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF; *& ita in græco codice corrigendum.*

D Erit & vt quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE] *Quoniam enim ut* AB *ad* BC, *ita* DE *ad* EF, *& ut* CB *ad* BG, *ita* FE *ad* EH; *erit ex*

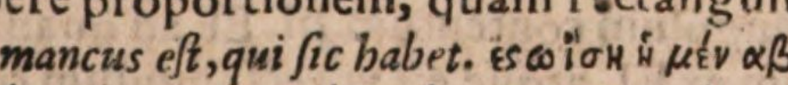
erit ex æquali ut AB ad BG, ita DE ad EH: & cõponendo ut AG ad GB, ita DH ad HE. sed ut AG ad GB, ita quadratum ex AG ad rectangulum AGB: ut autem DH ad HE, ita quadratum ex DH ad DHE rectangulum. ergo & ut quadratum ex AG ad rectangulum AGB, ita quadratum ex DH ad rectangulum DHE.

Sed vt quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF.] *Erat enim ut AG ad GB, ita DH ad HE; & ut GB ad BC, ita HE ad EF. quare rursus ex æquali ut AG ad BC, ita DH ad EF, & ideo ut quadratum ex AG ad quadratum ex BC, ita quadratum ex DH ad quadratum ex EF.* E 22. sexti.

Et vt quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad rectangulum EFH] *Namque ut CB ad BG, ita erat FE ad EH. quare conuertendo, ut GB ad BC, ita HE ad EF, diuidendoque, & rursus conuertendo, ut BC ad CG, ita EF ad FH. ergo ut quadratum ex BC ad rectangulum BCG, ita quadratum ex EF ad EFH rectangulum.* F lem. 23. decimi.

THEOREMA CCXIV. PROPOS. CCXXX.

Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. LEM. X. A



Quoniam enim AB est æqualis BC, & BD minor, quam BE; erit CD maior, quam AE. ergo & CE maior, quam AD. rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CEB: & rectangulum BCD rectangulo BAE maius. quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. B C D E

COMMENTARIVS.

Sit AB æqualis BC, & BD minor, quam BE. Dico rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem habere proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE.] *græcus codex mancus est, qui sic habet.* ἐσωίσθω ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΔ τῆς τῶν ΒΓΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ. *restituendus autem erit in hunc modum* ἐσωίσθω ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΒΓ, ἐλάσσων δὲ ἡ ΒΔ τῆς ΒΕ ὅτι τὸ ὑπὸ τῶν ΑΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΓΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἥπερ τὸ ὑπὸ τῶν ΓΕΒ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ΒΑΕ. A B

Erit CD major, quam AE. ergo & CE maior, quam AD] *Nam cum sint æquales AB BC, sitque BD minor, quam BE, erit reliqua DC maior quam reliqua AE. quare addita vtrisque communi ED, fiet CE maior, quam AD.* C

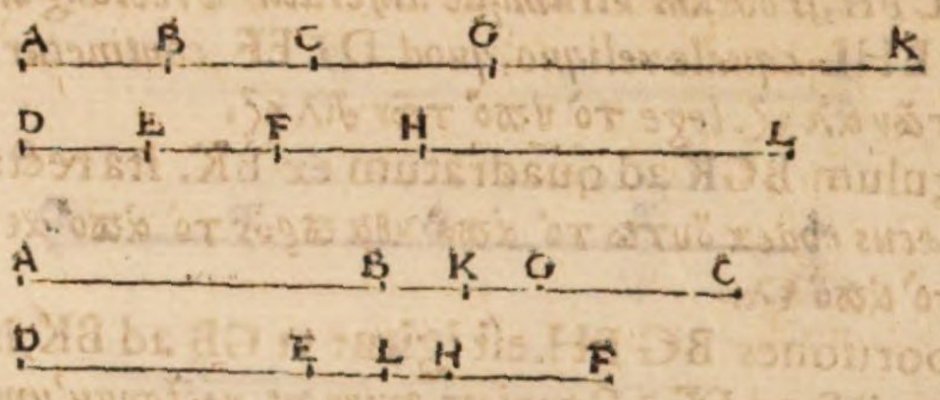
Rectangulum igitur ADB minus est rectangulo CEB] *Est enim AD minor, quam CE, & DB minor, quam BE.* D

Et rectangulum BCD rectangulo BAE maius] *nam CB est æqualis BA, & CD maior quam AE.*

E Quare rectangulum ADB ad rectangulum BCD minorem proportionem habet, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE] *Rectangulum enim ADB ad rectan-*
8. quinti. *gulum BCD minorem proportionem habet, quam ad rectangulũ BAE. sed rectangulum ADB ad rectangulum BAE ad huc minorem habet proportionem, quam rectangulum CEB ad rectangulum BAE. rectangulum igitur ADB ad rectangulum BCD multo minorem proportionem habebit, quam CEB rectangulum ad rectangulum BAE. græcus codex* τὸ ἀρα ὑπὸ ΔΑΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΔ. *legendum autem* τὸ ἀρα ὑπὸ ΑΔΒ πρὸς τὸ ὑπὸ ΒΓΔ.

THEOREMA CCXV. PROPOS. CCXXXI.

LEM. XI. Ostendendum nunc sit præcedentis conuersum. Sit enim AB æqualis BC, & DE ipsi EF: sitque vt rectangulum AGB ad
A rectangulum BCG, ita rectangulũ DHE ad rectangulum EFH. Dico vt CB ad BG, ita esse FE ad EH.



Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CC AK, rectã
B gulo autem DHE æquale id, quod FH DL continetur. est igitur vt rectangulum con
tentum AK CG ad rectangulum BCG, hoc est vt AK ad BC, ita rectangulum conten
C tum DL FH ad rectangulum EFH, hoc est ita DL ad EF. sed & vt CB ad BA, ita FE
D ad ED. ergo AB BC CK respondent ipsis DE EF FL in eadem proportione, hoc est vt
KC ad CB, ita LF ad FE. quoniam autem rectangulum AGB æquale est ei, quod AK
CG continetur; vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK BG. reliquũ
igitur rectangulum BGK est æquale contento AK BC. ergo vt rectangulum conten-
5. quinti. tum AK BC ad quadratum ex BK, ita est rectangulum BGK ad quadratum ex BK. &
F eadem ratione vt rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ita rectangu
lum EHL ad quadratum ex EL. atque est vt rectangulum contentum AK BC ad qua
dratum ex FK, ita rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ob analogiã
G similium portionum. ergo & vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita rectan-
H gulum EHL ad quadratum ex EL. & sunt eędem portiones BG EH. est igitur vt GB
ad BK, ita HE ad EL; ac propterea vt GB ad BC, ita HE ad EF.

COMMENTARIVS.

A Ostendendum nunc sit præcedentis conuersum] *videlicet conuersum noni lemmatis.*

Ponatur

Ponatur rectangulo quidem AGB æquale rectangulum contentum CG AK] græ B
cus codex κειϲθω τὸ μὲν ὑπὸ αηβ ἴϲον τῷ ὑπὸ γη ακ. ego potius legerem. κειϲθω τῷ μὲν ὑπὸ αηβ ἴϲον τὸ ὑπὸ γη ακ. propter ea, quæ sequuntur.

Hoc est vt KC ad CB, ita LF ad FE] Quoniam enim est vt CB ad BA, ita FE ad ED, erit C
componendo, conuertendoque vt BA ad AC, ita ED ad DF. Rursus quoniam vt AK ad BC, ita DL ad EF; & vt CB ad BA, ita FE ad ED: ex æquali vt KA ad AB, ita erit LD ad DE. sed vt BA ad AC, ita ED ad DF. ergo rursus ex æquali, vt CA ad AC, ita LD ad DF: dividendoque vt KC ad CA, ita LF ad FD: & consequentium dimidia, vt KC ad CB, ita LF ad FE.

Vtrumque eorum auferatur a rectangulo contento AK KG] græcus codex ἀμφο- D
τέρων ἀφηρῆϲθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακβ. sed puto legendum ἀμφοτέρου ἀφηρῆϲθω ἀπὸ τοῦ ὑπὸ τῶν ακβη.

Reliquum igitur rectangulum BGK est æquale contento AK BC] Est enim rectan- E
gulum AGB vna cum rectangulo BGK æquale rectangulo contento AKCG ex prima secundi elementorum. & ob eandem causſam rectangulum contentum AK CG vna cum eo, quod AK BC continetur est æquale eidem rectangulo contento AK BG. quare si a rectangulo contento AK BG auferãtur æqualia rectangula, videlicet AGB, & contentum AK CG, relinquentur rectangula BGK, & contentum AK BC, quæ etiam interse æqualia erunt. græcus codex. λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βα ηκ ἴϲον ἐϲὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ βΓ. sed legendum, vt opinor, λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ τῶν βη ηκ ἴϲον ἐϲὶ τῷ ὑπὸ τῶν ακ βΓ.

Et eadem ratione vt rectangulum contentum DL EF ad quadratum ex EL, ita re- F
ctangulum EHL ad quadratum ex EL] Nam cum rectangulum DHE ponatur æquale rectangulo contento DL FH, si eorum vtrumque auferatur a rectangulo contento DL EH, erit reliquum rectangulum EHL æquale reliquo, quod DL EF continetur græcus codex διὰ ταῦτα διὴ καὶ ὡς τὸ ὑπὸ τῶν αλ εζ. lege τὸ ὑπὸ τῶν δλ εζ.

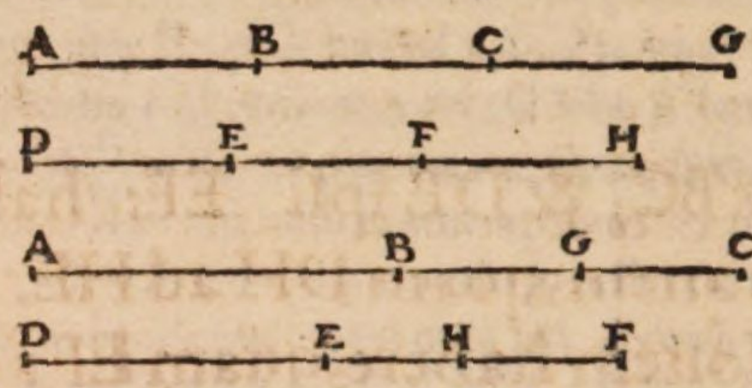
Ergo vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK. ita rectangulum EHL ad qua- G
dratum ex EL] græcus codex οὕτω τὸ ἀπὸ ηθα πρὸϲ τὸ ἀπὸ αε sed legendum puto οὕτω τὸ ὑπὸ εθλ πρὸϲ τὸ ἀπὸ ελ.

Et sunt eædem portiones BG EH. est igitur vt GB ad BK, ita HE ad EL, ac propte H
rea vt GB ad BC, ita HE ad EF] Quoniam enim vt rectangulum BGK ad quadratum ex BK, ita est rectangulum EHL ad quadratum ex EL, & proportio quidem rectanguli BGK ad quadratum ex BK componetur ex proportione CB ad BK, & proportione GK ad KB; proportio autem rectanguli EHL ad quadratum ex EL componitur ex proportione HE ad EL, & proportione HL ad LE; suntque eædem portiones BG EH, & GK HL, & BK EL: erit vt GB ad BK, ita HE ad EL. sed superius demonstratum est, vt KC ad CB, ita esse LF ad FE. quare componendo vt KB ad BC, ita est LE ad EF. erat autem vt GB ad BK, ita HE ad EL. ex æquali igitur vt GB ad BC, ita HE ad EF, & conuertendo vt CB ad BG, itæ FE ad EH. quod demonstrandum proponebatur græcus codex ἔϲιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸϲ βα, οὕτως ἡ λε πρὸϲ εθ. legendum autem est. ἔϲιν ἄρα ὡς ἡ ηβ πρὸϲ βκ, οὕτως ἡ θε πρὸϲ ελ.

TEOREMA CCXVI. PROPOS. CCXXXII.

Sit AB æqualis BC, & DE æqualis EF, habeatque BC ad CG maiorem proportionem, quam EF ad FH. Dico in primo quidem casu & AG ad BC, maiorem proportionem habere, quam DH ad EF: in secundo autem casu minorem. LEM. XII. A B C

Quoniam



CDEFG

Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH, habebit in primo casu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH: in secundo autem casu maiorem. quare & AB ad BG in primo casu minorem proportionē habet, quam DE ad EH. sed in secundo casu maiorem. ergo GA ad AB in primo casu maiorem habet proportionem, quam HD ad DE, & in secundo casu minorem. est autem vt AB ad BC, ita DE ad EF. *ex æquali* igitur in primo casu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF: & in secundo casu minorem.

COMMENTARIVS.

A Sit AB æqualis BC] *græcus codex* ἔσω ἡ μὲν αβ τῇ βγ. *ego legendum puto.* ἔσω ἴσον ἡ μὲν αβ τῇ βγ.

Dico in primo quidem casu & AG ad BC maiorem proportionem habet, quam DH ad EF] *græcus codex* ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως καὶ ἡ αη πρὸς τὴν ηγ. *lege* πρὸς τὴν βγ.

C Quoniam enim BC ad CG maiorem proportionem habet, quam EF ad FH] *græcus codex* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς ἴη μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων. *quo in loco multa desiderari videntur; vt ita legendum sit.* ἐπεὶ γὰρ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς ζθ, ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἡ γβ πρὸς βη ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ζε πρὸς εθ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζονα.

D Habebit in primo casu CB ad BG minorem proportionem, quam FE ad EH, in secundo autem casu maiorem] *videlicet per conuersionem rationis per* 30. *quinti libri elementorum ex editione nostra.*

E Quare & AB ad BG in primo casu minorem proportionem habet, quam DE ad EH. sed in secundo casu maiorem] *Quoniam enim* AB *ad* BC *est vt* DE *ad* EF, *&* CB *ad* BG *minorem habet proportionem, quam* FE *ad* EH; *habebit ex æquali* AB *ad* BG *proportionem minorem, quam* DE *ad* EH, *quod a nobis demonstratum est in commentariis, in* 52. *quinti libri huius. & eodem modo in secundo casu,* AB *ad* BG *maiorem habebit proportionem, quam* DE *ad* EH.

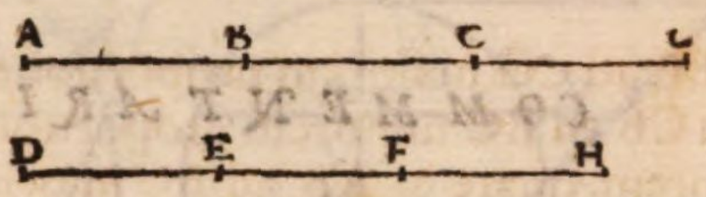
F Ergo GA ad AB in primo casu maiorem habet proportionem quam HD ad DE] *Cum* AB *ad* BG *in primo casu minorem proportionem habeat, quam* DE *ad* EH, *& componendo per* 28. *quinti elementorum ex editione nostra,* AG *ad* GB *minorem habebit proportionem, quam* DH *ad* HE. *quare & per conuersionem rationis per* 30. *eiusdem* GA *ad* AB *habebit maiorem proportionem, quam* HD *ad* DE. *& ita in secundo casu minorem habere demonstrabitur.*

G Ex æquali igitur in primo casu AG ad BC maiorem proportionem habebit, quam DH ad EF, & in secundo casu minorem] Ex *demonstratis a nobis in* 52. *quinti libri huius, vt dictum est.*

THEO-

THEOREMA CCXVII. PROPOS. CCXXXIII.

Sit rursus AB æqualis BC, & DE ipsi EF: habeatque AG ad GB minorem proportionem, quam DH ad HE. Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH. LEM. XIII. A



Quoniam enim per conuersionem rationis, & diuidendo GB ad BA, hoc est ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc est ad EF, habebit per conuersionem rationis, & diuidendo BC ad CG minorem proportionem, quam EF ad FH. B

COMMENTARIVS.

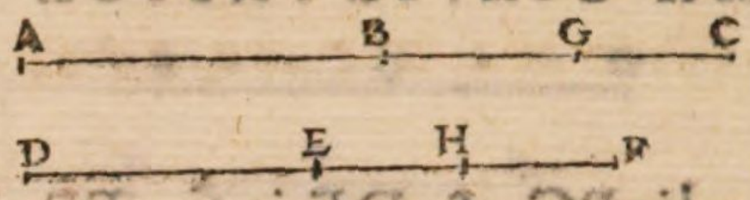
Dico & BC ad CG minorem proportionem habere, quam EF ad FH] *græcus codex* ὅτι καὶ ἡ βγ πρὸς γη μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εζ πρὸς τὴν ζθ. *sed mendose, ut opinor, nam uidetur legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. A

Quoniam enim per conuersionem rationis & diuidendo, GB ad BA, hoc est ad BC maiorem proportionem habet, quam HE ad ED, hoc est ad EF] *Quoniam* AG *ad* GB *minorem proportionem habet, quam* DH *ad* HE, *habebit per conuersionem rationis* GA *ad* AB *maiorem proportionem, quam* HD *ad* DE, *& diuidendo per* 29. *quinti ex editione nostra* GB *ad* BA, *uidelicet ad* BC *maiorem, quam* HC *ad* ED, *hoc est ad* EF. *Rursusque per conuersionem rationis* BG *ad* GC *minorem habebit proportionem quam* EH *ad* HF, *& rursus diuidendo* BC *ad* CG *minorem, quam* EF *ad* FH. *græcus codex etiam hoc loco corruptus est, in quo legitur* μείζονα λόγον ἔχει *cum legendum sit* ἐλάσσονα λόγον ἔχει. B 30. quīti

THEOREMA CCXIIX. PROPOS. CCXXXIV.

Sit AB æqualis BC, & DE ipsi EF, habeatque AG ad GB maiorem proportionem, quam DH ad HE. Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF. LEM. XIV.

Quoniam B



B 80. quici. Quoniam enim diuidendo AB. hoc est CB ad BG maiorem proportionem habet, quam DE, hoc est FE ad EH, habebit per conuersionem rationis, ac diuidendo BG ad GC minorem proportionem, quam EH ad HF.

COMMENTARIVS.

A Dico BG ad GC minorem proportionem habere, quam EH ad HF] *græcus codex* ὅτι ἡ βη πρὸς ηΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ εβ πρὸς τὴν θζ, *legendum* ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ εθ πρὸς τὴν θζ.

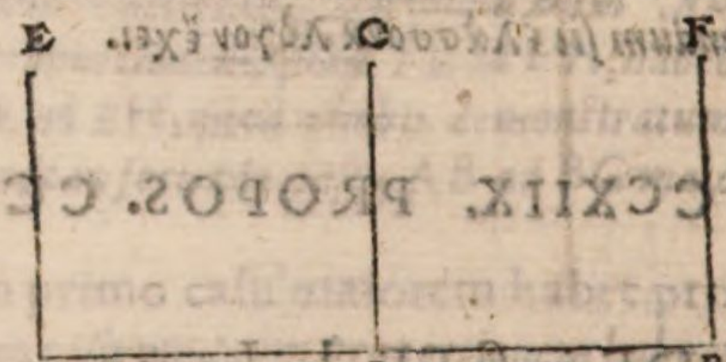
C Quoniam enim diuidendo AB hoc est CB ad BG maiorem proportionem haber, quam DE, hoc est FE ad EH] *græcus codex* ἐπεὶ πάλιν κατὰ διαίρεσιν ἡ αβ τουτέστιν ἡ βΓ πρὸς τὴν Γη. *sed legendum* τουτέστιν ἡ Γβ πρὸς τὴν βη.

IN LOCO AD SVPERFICIEM.

TEOREMA CCXIX. PROPOS. CCXXXV.

A

LEM. I. A Si sit recta linea AB, & CD rectæ lineę positione datæ parallela sitque proportio rectanguli ADB ad quadratum ex DC data; punctum C conicam lineam continget.

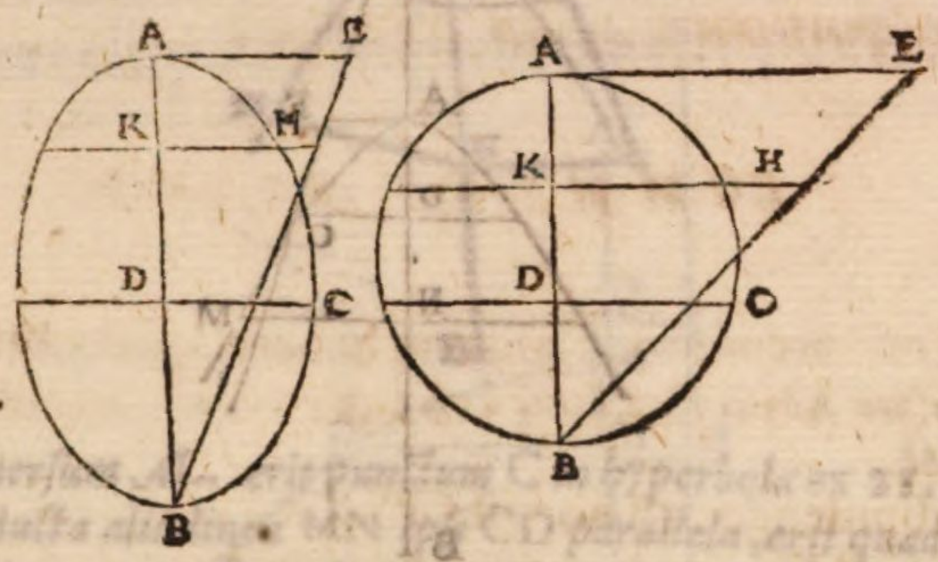


B Si igitur recta linea AB positione priuetur; & puncta AB data non sint, fiat autem

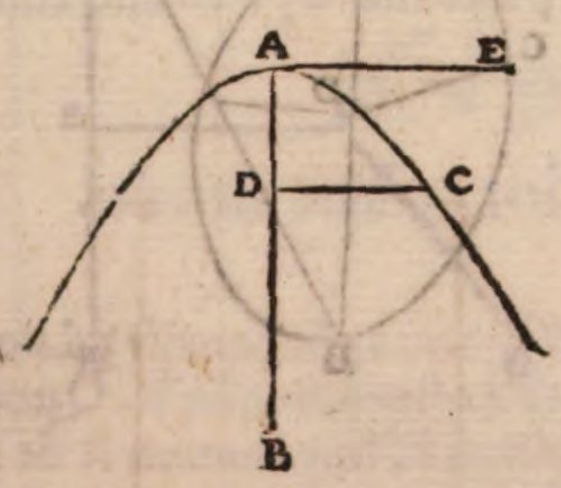
tem recta linea ad rectas lineas AE FB positione datas, punctum C in sublime eleuatum, erit ad superficiem positione datum; hoc autem ostensum est.

COMMENTARIVS.

Punctum C conicam lineam continget] *Sit recta linea* DC *ipsi* AE *parallela, vel igitur angulus* ADC *est rectus, vel non rectus, & quadratum ex* DC *vel est æquale rectangulo* ADB, *vel inæquale. Sit primum* ADC *angulus rectus & quadratum ex* DC *inæquale rectangulo* ADB, *erit punctum* CD *in ellipsi. Fiat enim vt quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB, *ita* A

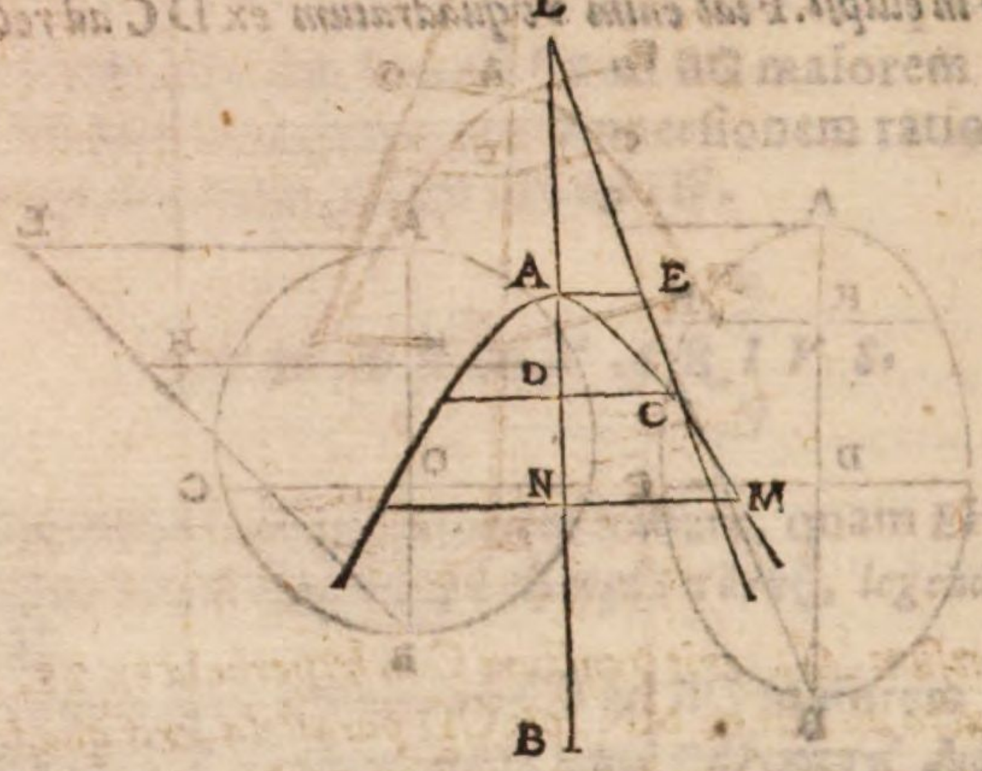


recta linea AE *ad ipsam* AB. *Itaque datis duabus rectis lineis terminatis* BA AE *inueniatur ex* 54. *primi libri conicorum circa diametrum* AB *coni sectio, quæ ellipsis appellatur in eodem plano, in quo sunt dictæ lineæ, ita vt vertex sit punctum A & rectũ figurę latus* AE: *ductæ vero a sectione ad diametrum* AB *in angulo recto applicentur, & possint spacia adiacentia ipsi* AE, *quæ latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipsas, & punctum A, deficiantque figura simili, & similiter posita ei, quæ rectis lineis* BA AE *contin etur Quoniam igitur quadratum ex* DC *ad rectangulum* ADB *est vt rectum figuræ latus* EA *ad transuersum* AB, *erit ex* 21. *primi libri conicorum punctum* C *in ellipsi: & similiter ductis alijs lineis a sectione ad* AB, *quæ ipsi* CD *sint parallelæ vt* HK, *habebit quadratum ex* HK *ad rectangulum* AKB *proportionem datam, videlicet eam, quam habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB. *quare ellipsis* AHCB *locum efficiet. Si vero angulus* ADC *sit rectus, & quadratum ex* DC *æqua-*

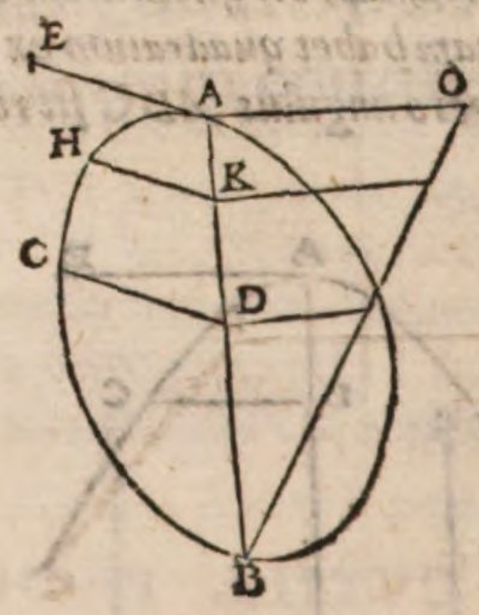


le rectangulo ADB, *punctum* C *in circulo circumferentia erit. est enim* CD *media proportionalis inter* AD DB: *& similiter a circumferentia circuli ad diametrum ductis alijs lineis ipsi* DC *parallelis, velut* HK, *idem plane continget, vt scilicet quadratum e* HK *ad rectangulum* AKB *eandem proportionem habeat, quam quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADB. *& circumferentia* AHCB *locum efficiet. Sed fieri etiam potest, vt punctum* C *sit in parabola, si ex* 52. *primi conicorum in ipsa* AD *inueniatur coni sectio, quæ parabole appellatur, ita vt eius*

vertex sit punctum A, & quis a sectione ad diametrum applicantur, parallelæ ipsi DE, possint rectangulum contentum recta linea, quæ est inter ipsum, & punctum A, & altera quædam data linea, quæ sit æqualis DB. Sit præterea AD minor quam DB, vt in alia figura, productaque DA ad L, sit DL ipsi DB æqualis. & vt quadratum ex CD ad rectangulum ADB, hoc est ad rectangulum ADL, ita fiat recta linea AE ad AL. Datis igit ur duabus rectis lineis terminatis LA AE ex 53. primi libri conicorum inueniatur hyperbole, ita vt eius diameter sit LAD, vertex punctum A, & rectum figuræ latus AE, quæ uero a sectione ad diametrum in recto angulo



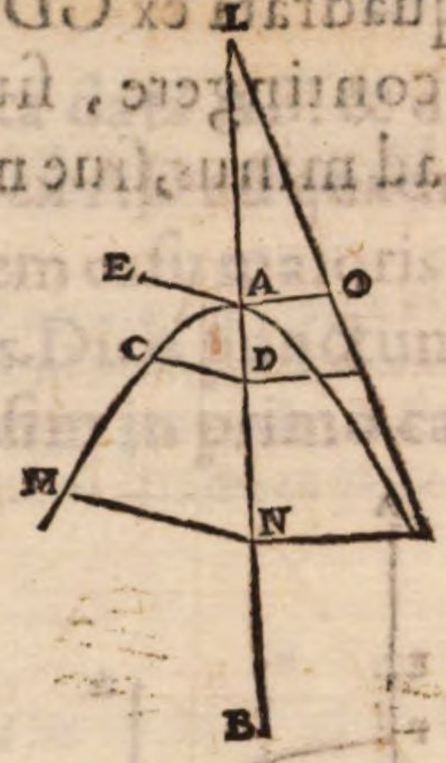
applicantur, possint rectangula adiacentia ipsi AE, & latitudines habeant rectas lineas interiectas inter ipsas & punctum A, excedantque figura simili, & similiter posita ei, quæ LA AE continetur. Itaque quoniam quadratum ex CD ad rectangulum ADL est vt figuræ rectum latus EA ad transuersum AL, erit punctum C in hyperbola ex 21. primi conicorum: & a sectione ad diametrum ductis alijs lineis, quæ parallelæ sint ipsi CD, ut MN, habebit quadratum ex MN ad rectangulum ANL eandem proportionem, quam quadratum ex CD ad rectangulum ADL, & li-



nea ACM locum efficiet. Quod si angulus ADC non sit rectus, siue quadratum ex CD sit æquale rectangulo ADB siue inæquale, fiat ut quadratum ex CD ad rectangulum ADB ita recta linea quædam OA ad AB, quæ cum ipsa AB rectos angulos continent: & ex 54. primi conicorum inueniatur ellipsis, cuius diameter AB, & rectum figuræ latus AO. erit eadem ratione punctum C in ellipsi, & ducta alia linea a sectione ad diametrũ, quæ ipsi CD sit parallela habebit quadratum ex HK ad rectangulum AKB eandem proportionem, quam quadratũ ex CD

ad rectan-

ad rectangulum ADB, *& linea* AHC *locum efficiet. Si vero* AD *ſit minor, quam* DB *producta* DA *ad* L, *ita vt ſit* DL *ipſi* DB *æqualis, & quam proportionem habet quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *habeat recta linea* OA *ad* AL, *quæ cum* AL *rectos contineat angulos. & rurſus ex* 53. *primi conicorum inueniatur hyperbole, cuius vertex punctum* A, *rectumque ſi-*



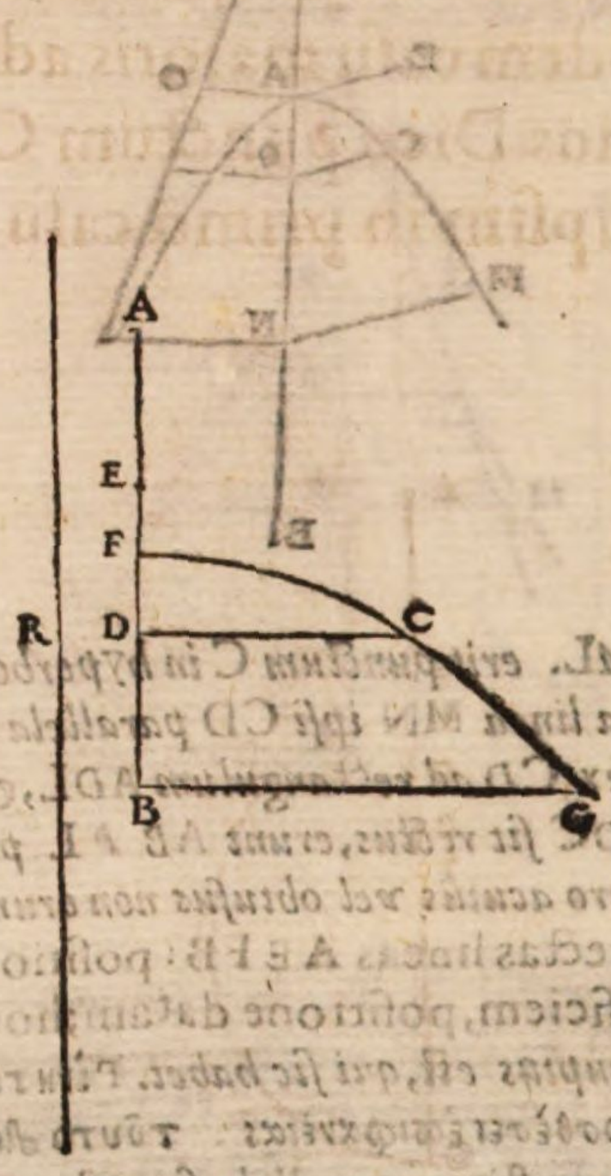
guræ latus OA *& tranſuerſum* AL. *erit punctum* C *in hyperbola ex* 21. *primi conicorum, & a ſectione ad diametrum ducta alia linea* MN *ipſi* CD *parallela, erit quadratum ex* MN *ad rectangulum* ANL *vt quadratum ex* CD *ad rectangulum* ADL, *& linea* ACM *locum efficiat neceſſe eſt, & ſi quidem angulus* ADC *ſit rectus, erunt* AB *&* AL *principales diametri ſectionum, nempe ellipſis & hyderbole, ſi vero acutus vel obtuſus non erunt principales.*

Fiat autem recta linea ad rectas lineas AE FB poſitione datas, punctum C in ſublime eleuatum erit ad ſuperficiem, poſitione datam; hoc autem oſtenſum eſt.] *græcus codex hoc loco, vt opinor corruptus eſt, qui ſic habet.* Γένηται δὲ προσθέσει εὐθεῖα τὰις αε εβ, τὸ Γ μετεωρισθὲν γίνεται προσθέσει ἐπιφανείας. τοῦτο δὲ ἐλλειχθη. *fortaſſe autem hoc dicit Si recta linea* DC *in ſublimi conſtituta parallela ſit ipſis* AE BF *poſitione datis, erit punctum* C *ad ſuperficiem poſitione datam, videlicet ad eam, in qua ſunt* EA AB BF, *& loci qui ſunt a ſectionibus, niſi fallor, erunt ij, qui ad ſuperficiem dicuntur.* B

Si ſit recta linea AB *poſitione data, datumque punctum* C *in eodem plano, & ducatur* CC *& præterea ducatur* DE *parallela rectæ lineæ poſitione datæ; ſit autem data proportio ipſius* CD *ad* DE. *Dico punctum* D *poſitione contingere conicam ſectionem. oſtendetur autem ſit, præmeſſo huiuſmodi loco.* C

THEOREMA CCXX. PROPOS. CCXXXVI.

LEM. III. Datis duobus punctis AB, & perpendiculari DC, sit proportio quadrati ex AD ad quadrata ex GD DB data. Dico punctũ C conicam sectionem contingere, siue sit proportio æqualis ad æquale, siue maioris ad minus, siue minoris ad maius.



A Sit enim primum proportio æqualis ad æquale. & quoniam quadratum ex AD
est æquale quadratis ex CD DB, si ponatur ipsi BD æqualis DE, erit rectangulum
BAE æquale quadrato ex DC. secetur AB bifariam in F. punctum igitur F est datũ.
B atque est AE dupla ipsius FD. quare rectangulum BAE est quod bis AB FD conti-
CD netur. est autem dupla ipsius AB data. quod igitur data linea, & FD continetur qua
E drato ex DC est æquale. & ideo punctum C positione contingit parabolen, quæ per
punctum F transit.

Componetur autem locus hoc modo.

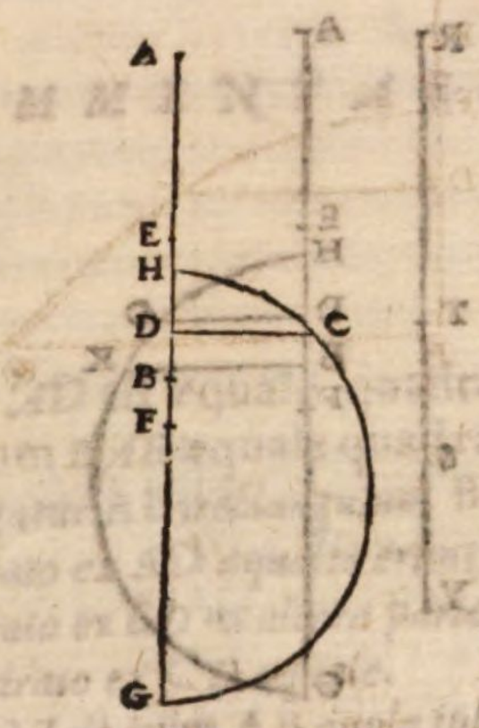
Sint data puncta AB: proportio autem sit æqualis ad æquale. seceturque AB bifariam in F, & ipsius AB sit dupla recta linea, in qua R. Quod cum linea FB positione data sit, quæ terminatur ad punctum F, linea autem R sit magnitudine data, circa
F axem FB describatur parabole FG, ita vt sumpto in ipsa quouis puncto, veluti C, & ab eo ducta perpendiculari CD, rectangulum contẽtum recta linea R, & FD æqua le sit quadrato ex DC; & ducatur perpendicularis BG. Dico lineam CG ipsius para-
G boiæ partem esse. Ducatur enim perpendicularis CD, & ipsi BD æqualis ponatur DE. Quoniam igitur AB quidem dupla est ipsius BF, & EB dupla BD, erit & AE ipsius FD dupla: & rectangulum BAE æquale ei, quod bis AB FD continetur, hoc est

quadrato

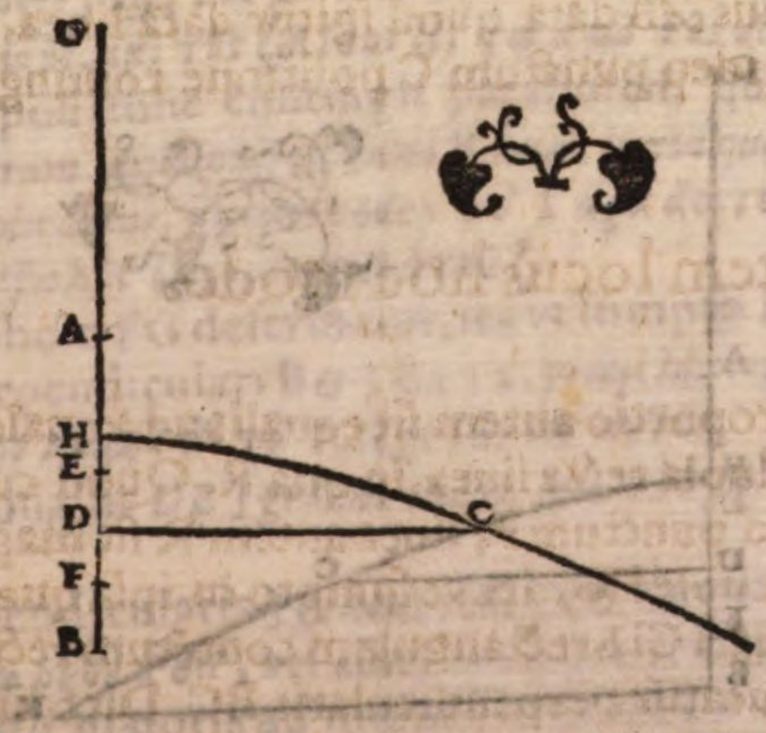
quadrato ex DC. commune apponatur quadratum ex ED, quod est æquale quadrato ex DB. totum igitur quadratum ex AD æquale est quadratis ex CD DB, & propterea linea FCG locum efficit.

THEOREMA CCXXI. PROPOS. CCXXXVII.

Sint rursus duo puncta data AB: & ducatur DC perpendicularis: sit autem quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB proportio data; in primo quidem casu maioris ad minus, in secundo autem minoris ad maius. Dico punctum C contingere coni sectionem, videlicet ellipsim in primo casu, in secundo autem hyperbolen. LEM. IV.



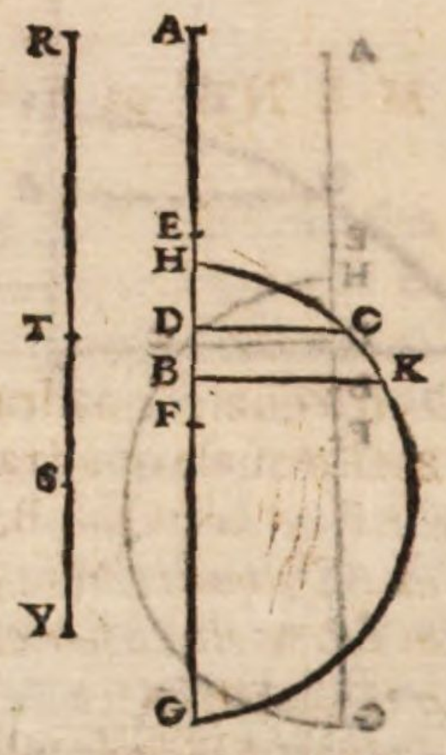
Quoniam enim proportio quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB est data, fiat ipsi eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB. erit ED in primo casu maior quam DB, in secundo autem minor. Ponatur ipsi ED æqualis DF. & quoniam data est proportio quadrati ex AD ad quadrata ex CD DB, atque est eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB, erit reliqua rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio data. Quod cum data sit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD



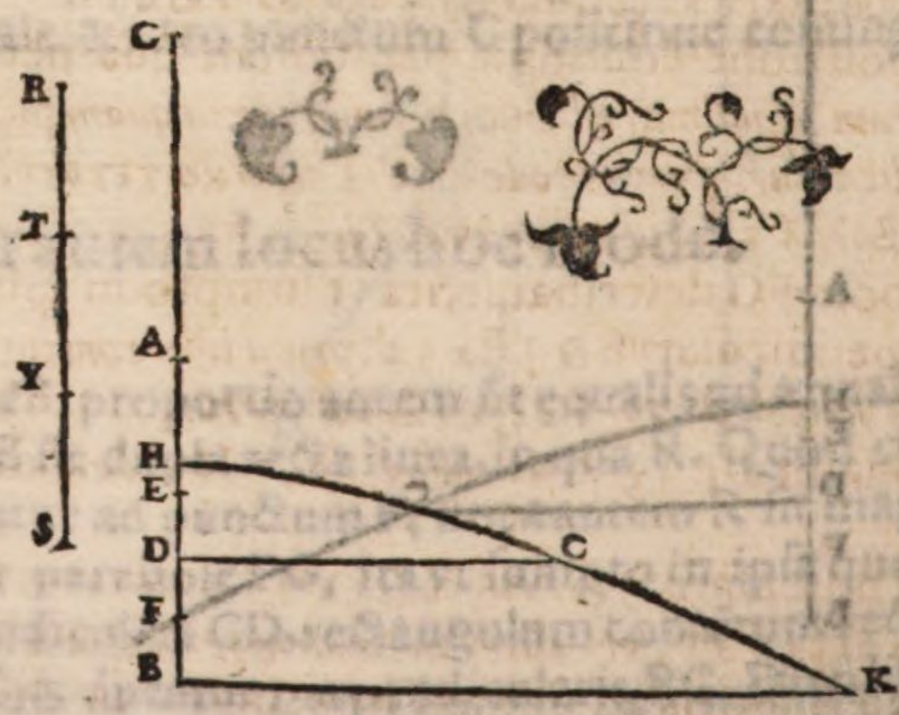
P ad BD dabitur. cui eadem fiat proportio AB ad BG. ergo & totius AF ad DG pro
Q portio data erit. Rursus quoniam data est proportio ED ad DB, eadem fiat propor
R tio AH ad HB. quare & AB ad BH proportio data est, & datum punctum H. reliqua
S igitur AE ad HD proportio erit data & data proportio rectanguli FAE ad rectan-
T gulum HDG: rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio est data. quare
V X & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC. suntque duo puncta data
Y Z HG. ergo in primo casu punctum C ellipsim, in secundo autem hyperbolen contingit.

Componetur autem locus hoc pacto.

α Sint duo puncta data AB. data autem proportio sit quadrati ex RT ad quadratū
β ex TS, in primo quidem casu maioris ad minus; in secundo autem minoris ad ma-
γ ius. & ipsi RT æqualis ponatur TY, fiatque vt YS ad SI, ita AB ad BG: vt autem
δ RT ad TS, ita fiat AH ad HB. & circa axem HG describatur in primo casu ellipsis, in



ε secūdo autem hyperbole, ita vt sumpto in ipsa quouis puncto, veluti C, & ducta perpendiculari CD, sit proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC, composita ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR, & ex data proportione, quæ est quadrati ex RT ad quadratū ex TS: & ducatur perpēdicularis BK.



ζ Dico lineam HK facere id, quod præcipitur. Agatur enim perpendicularis CD, &
η fiat vt AB quidem ad BG, ita FB ad BD, vt autem AH ad HB, ita ED ad DB, quare pro-

portio

portio quidem DG ad AF eadem erit, quæ proportio GB ad BA, hoc eſt TS ad SY. proportio autem HD ad AE eadem, quæ TS ad SR. illud enim in reſolutione demõſtratum eſt. ergo rectanguli HDG ad rectangulum FAE proportio compoſita eſt ex proportione, quam habet TS ad SY, & ex ea, quam habet TS ad SR. ſed rectangulum HDG ad quadratum ex DC proportionem habet compoſitam ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR, & ex data proportione, quæ quidem eſt quadrati ex RT ad quadratum ex TS. rectangulum autem HDG ad quadratum ex DC rurſus proportionem habet compoſitam ex proportione rectanguli HDG ad rectangulum FAE, & proportione rectanguli FAE ad quadratum ex CD. atque eſt proportio rectanguli HDG ad rectangulum FAE eadem, quæ componitur ex proportione TS ad SY, & ex proportione TS ad SR. reliqua igitur rectãguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem eſt, quæ proportio quadrati ex RT ad quadratum ex TS, hoc eſt quadrati ex ED ad quadratum ex DB: & omnia ad omnia. ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS; hoc eſt proportio data. quare HK pars ſectionis locum efficit. θ κ λ μ ν

COMMENTARIVS.

Et quoniam quadratum ex AD eſt æquale quadratis ex CB DB, ſi ponatur ipſi BD æqualis DE, erit rectangulum BAE æquale quadrato ex DC] *Cum enim CB bifariam ſecetur in D, atque ei adiungatur AE; rectangulum BAE vna cum quadrato ex ED eſt æquale quadrato ex AD. ſed quadrato ex AD æqualia erunt quadrata ex CD DB. ergo ablato vtrinque æquali, videlicet quadrato ex ED ex altera parte, ex altera autem quadrato ex DB, relinquitur rectangulum BAE quadrato ex CD æquale.* A 3. ſecũdi.

Atque eſt AE dupla ipſius FD] *eſt enim AB dupla ipſius BF, & EB dupla BD. ergo & reliqua AE reliquæ FD dupla erit.* B 19. quinti

Eſt autem dupla ipſius AB data] *Ex 2. libri datorum.* C

Quod igitur data linea, & FD contenetur quadrato ex DC eſt æquale] *Ponatur recta linea in qua R dupla ipſius AB ergo vt recta linea R ad AB, ita eſt AE ad FD. rectangulum igitur contentum ipſa R & FD eſt æquale rectangulo BAE, hoc eſt quadrato ex DC. græcus codex* τὸ ἄρα ὑπὸ λοθὲν, καὶ τῆς βΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. *legendum autem eſt, vt opinor* τὸ ἄρα ὑπὸ λοθ' ἴσης, καὶ τῆς ζΔ ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΔΓ. D 16. quinti

Et ideo punctum C poſitione contingit parabolen, quæ per punctum F tranſit] *Ex 11. primi libri conicorum Apollonij eſt enim R linea iuxta quam poſſunt, quæ a ſectione ad diametrum ordinatim applicantur. græcus codex* τὸ Γ ἄρα ἅπτεται θέσει παραβολὴ ἐχομὲ νη διὰ τοῦ ζ. *lege* παραβολῆς ἐχομένης διὰ τοῦ ζ. E

Circa axem FB parabole FG deſcribatur, ita vt ſumpto in ipſa quouis puncto, velut C, & ab eo ducta perpendiculari BD] *Ex 52. primi libri conicorum. græcus codex* ὅσε ὁῖον ἐὰν ἀπ' αὐτῆς σημεῖον ληφθῆ ὡς τὸ Γ. *lege* ἐὰν ἐπ' αὐτῆς. F

Et ipſi BD æquale ponatur DE] *græcus codex* καὶ τῇ ΓΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ. *lege* καὶ τῇ βΔ ἴση κείσθω ἡ ΔΕ. G

Et ducatur DC perpendicularis] *græcus codex* καὶ ἐφάπτεται ἡ ΔΓ καὶ ὀρθή. *ego legendum puto* καὶ κατήχθω ὀρθὴ ἡ ΔΓ, *vel aliter in eandem ſententiam.* H

In primo quidem caſu maioris ad minus, in ſecundo autem minoris ad maius] *græcus codex* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων K

μεὶζων πρὸς ἐλάσσονα, *sed mendose, vt opinor, legendum enim est* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης στάσεως μεὶζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μεὶζονα *nisi forte per proportionem datam intelligamus eius conuersam, videlicet, quæ est quadratorum ex* CD DB *ad quadratum ex* AD, *quemadmodum inferius in ea, quæ sequitur.*

L Fiat ipsi eadem proportio quadrati ex ED ad quadratum ex DB. erit ED in primo casu maior, quam DB, in secundo autem minor] *Iungatur* CB, *& vt* AD *ad* CB, *ita fiet* ED *ad* DB *ex* 2. *huius. erit igitur vt quadratum ex* AD *ad quadratum ex* CB, *hoc est*
22. sexti. *ad quadrata ex* CD DB, *ita quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DB *græcus codex* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ΑΔ πρὸς τὸ ΑΔ. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης στάσεως ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΔΕ. ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μεὶζων ἐστὶν ἡ ΒΑ τῆς ΔΕ. *sed legendum est.* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τοῦ ΑΔ πρὸς τὸ ΑΔ. ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρώτης στάσεως μεὶζων ἐστὶν ἡ ΕΔ τῆς ΔΒ, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων ἐστὶν ἡ ΕΔ τῆς ΔΒ.

M Ponatur ipsi ED æqualis DF] *græcus codex* κείσθω ὅτι τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΔΖ. *lege* κείσθω τῇ ΕΔ ἴση ἡ ΔΖ.

N Erit reliqua rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio data] *Est enim rectangulum FAE vna cum quadrato ex* ED *æquale ei, quod fit ex* AD *quadrato. ergo rectangu-*
5. lecũdi. *lum* FAE *ad quadratum ex* DC *est vt quadratum* AD *ad quadrata ex* CD DB, *vel vt quadratum ex* ED *ad quadratum ex* DB. *græcus codex* καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ ὑπὸ ΖΑΕ *&c. lege* καὶ λοιπὸς ἄρα τοῦ ὑπὸ ΖΑΕ πρὸς τὸ ΑΔ λόγος ἐστὶ δοθείς.

O Quod cum data sit proportio ED ad DB, & proportio FB ad BD dabitur] *Quoniam enim* ED *ad* DB, *hoc est* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & ad reliquam* BF *da-*
5. datorũ *tam proportionem habebit ex* 5. *libri datorum. quare ex* 8. *eiusdem* FB *ad* BD *datam proportionem habeat necesse est, ita quidem argumentabimur in primo casu, in secundo autem hoc modo. Quoniam* FD *ad* DB *datam habet proportionem, & reliqua* FB *ad* BD *proportionem datam habebit græcus codex.* ἐπεὶ δὲ λόγος ἐστὶ τῆς ΕΔ πρός ΔΒ, καὶ τῆς ΖΔ πρὸς ΔΒ. *ego legendum puto* καὶ τῆς ΖΒ πρὸς ΒΔ.

P Cui eadem fiat proportio AB ad BG] *In secundo casu sumatur punctum* G *ad partes* A, *alioqui quæ deinceps dicuntur vera non essent.*

Q Ergo & totius AF ad DG proportio data erit] *Quoniam enim est vt* FB *ad* BD, *ita* AB *ad* BG, *erit in primo casu ex* 12. *quinti elementorum tota* AF *ad totam* DG, *vt* AB *ad* BG. *sed in secundo casu hoc modo. Quoniam tota* AB *ad totam* BG *est, vt pars* FB *ad partem* BD, *erit reliqua* AF *ad reliquam* DG, *vt* AB *ad* BG. *proportio igitur* AF *ad* DG *est data. ex quibus manifeste constat in secundo casu punctum* G *ad partes* A *sumi oportere. si enim ad alteras, partes nullo modo sequeretur* AF *ad* DG *ita esse, vt* AB *ad* BG. *quod quidem in compositione concludetur, vt apparebit, namque* AF *minor est, quam* AB. *sed* DG *multo maior esset, quam* BG.

R Rursus quoniam data est proportio AD ad DB, eadem fiat proportio AH ad HB] *Diuidatur* AB *in datam proportionem, quæ est* ED *ad* DB *ex* 10. *sexti elementorum græcus codex* πάλιν ἐπεὶ λόγος ἐστὶ δοθείς, ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς ΑΒ πρὸς ΒΘ. *Nos autem perspicuitatis caussa addidimus* ED *ad* DB. *sed quæ sequuntur ita legenda censemus.* ὁ αὐτὸς αὐτῷ γεγονέτω ὁ τῆς ΑΘ πρὸς ΘΒ.

S Quare & AB ad BH proportio data est, & datum punctum H.] *Vtraque enim ipsarum* AH HB *est data ex* 7. *libri datorum. ergo & earum proportio, & proportio totius* AB *ad* BH *dabitur ex prima & sexta eiusdem libri.*

T Reliqua igitur AE ad HD proportio erit data] *Namque vt* AH *ad* HB, *ita est* ED *ad* DB: *& componendo vt* AB *ad* BH, *ita* EB *ad* BD. *quare & reliqua* AE *ad reliquam* HD *est vt* AB *ad* BH. *data igitur erit proportio* AE *ad* HD. *græcus codex* καὶ λοιπὸς τῆς ΑΕ πρὸς ΕΔ *sed legendum* καὶ λοιπὸς τῆς ΑΕ πρὸς ΘΔ.

V Et data proportio rectanguli FAE ad rectangulum HDG] *Rectangulum enim* FAE *ad rectangulum* HDG *proportionem habet compositam ex datis proportionibus, videlicet ex proportione* AF *ad* DG *& proportione* AE *ad* HD.

X Rectanguli vero FAE ad quadratum ex CD proportio est data] *Ex antecedentibus.*

Quare

Quare & data proportio rectanguli HDG ad quadratum ex DC] *Ex 8. libri datorum.* Y

Ergo in primo casu punctum C ellipsim, in secundo autem hyperbolen contingit] *Est enim in primo casu.* HG *ellipsis diameter: in secundo autẽ casu* GH *est diameter hyperbolæ. quæ ex ipsa sumitur.* Z

Data autem proportio sit quadrati ex RT ad quadratum ex TS] *græcus codex.* ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τῆς ΓΤ πρὸς τσ. *sed videne legendum sit* ὁ δὲ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ΑΔ πρὸς ΤΟ ΑΔΟ ΤΣ. *In resolutione enim data proportio erat quadrati ex* AD *ad quadrata ex* CD DB. *hæc autem eadem est, quam quadratum ex* RT *habet ad quadratum ex* TS, *vt deinceps apparebit.* α

In primo quidem casu maioris ad minus', in secundo autem minoris ad maius] *Corrigendus etiam est hoc loco græcus codex, qui sic habet.* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πρώσεως ἐλάσσων πρὸς μείζονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας μείζων πρὸς ἐλάσσονα. *legendum enim est* ἐπὶ μὲν τῆς πρώτης πτώσεως μείζων πρὸς ἐλάσσονα, ἐπὶ δὲ τῆς δευτέρας ἐλάσσων πρὸς μείζονα. β

Et circa axem GH describatur in primo quidem casu ellipsis, in secundo autem hyperbole] *Describatur in primo casu ellipsis circa axem* HDG, *in secundo autem describatur hyperbole circa axem* GH *productam, hoc est circa* HB, *ita vt punctum* H *sit ipsius vertex.* γ

Ita vt sumpto in ipsa quouis puncto veluti C &c.] *Hoc est ita vt* GH *transuersum figurę latus ad rectum compositam proportionem habeat ex proportione* TS *ad* SY, *& ex proportione* TS *ad* ST, *& ex data proportione, vt enim rectangulum* HDG *ad quadratum ex* DC, *ita transuersum figuræ latus ad rectum ex* 21 *primi libri conicorum.* δ

Quę est quadrati ex RT ad quadratũ ex TS] *græcus codex.* ὅς ἐστὶν ὁ τοῦ ΑΠΟ ΓΣ πρὸς τὸ ΑΠΟ ΤΣ *lege* ὃς ἐστὶν ὁ τοῦ ΑΠΟ ΓΤ *&c.* ε

Dico lineam HK facere id. quod præcipitur] *Hoc est lineam* HCK, *quæ sectionis pars est. græcus codex.* ὅτι ἡ ΒΚ ποιεῖ τὸ ἐπὶ ταγμα *sed legendum arbitror* λέγω ὅτι ἡ ΘΚ *&c.* ζ

Quare proportio quidem DG ad AF eadem erit, quæ GB ad BA] Ex *hoc loco colligitur in secundo casu punctum* G *ad partes* A *sumendum esse, vt supra admonuimus.* η

Et ex data proportione] *Hæc nos addidimus, quæ in græco oodice desiderari videbantur, vt ita legendum sit.* ἀλλ' ἐπεὶ τὸ ὑπὸ ΘΔΗ πρὸς τὸ ΑΠΟ ΔΓ τοῦ συνημμένον ἔχει λόγον ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΓΣ πρὸς ΣΥ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ ΓΣ πρὸς ΣΘ, καὶ ἐξ οὗ ὃν ἔχει ἡ δοθεὶς λόγος, καὶ ἔστιν ὁ δοθεὶς λόγος ὁ τοῦ ΑΠΟ ΓΤ πρὸς τὸ ΑΠΟ ΤΣ. *quæ vero sequuntur* ἐλάσσων πρὸς μείζονα *nos delenda censemus.* θ

Reliqua igitur rectanguli FAE ad quadratum ex DC proportio eadem est, quæ quadrati ex RT ad quadratum ex TS.] *græcus codex.* λοιπὸν ἄρα τοῦ ὑπὸ ΘΔΗ πρὸς τὸ ΑΠΟ ΔΓ λόγος. *legendum autem, vt puto* λοιπὸς ἄρα τοῦ ὑπὸ ΓΔΕ πρὸς τὸ ΑΠΟ ΔΓ λόγος. κ

Hoc est quadrati ex ED ad quadratum ex DB] *græcus codex.* ΤΟΥΤΕΣΤΙ ΤΩ ΤΟΥ ΑΠΟ ΕΔ πρὸς τὸ ΑΠΟ ΑΒ *lege* πρὸς τὸ ΑΠΟ ΔΒ. λ

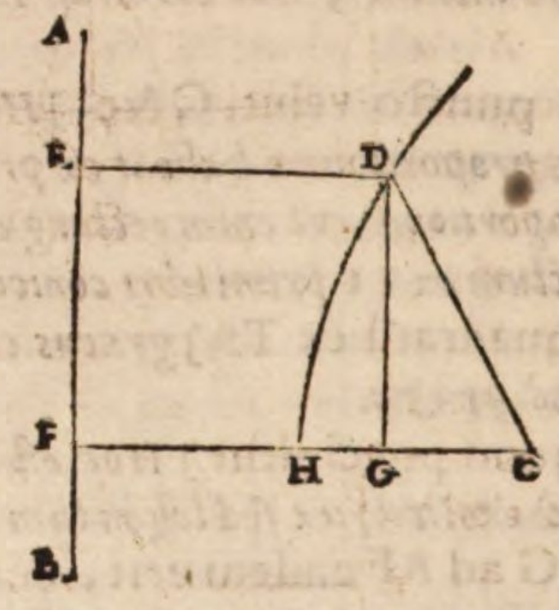
Et omnia ad omnia] *Quoniã enim proportio rectanguli* FAE *ad quadratum ex* DC *eadem est, quæ quadrati ex* RT *ad quadratum ex* TS, *hoc est quadrati ex* ED *ad quadratum ex* DB; *erit omnium antecedentium ad omnia consequentia eadem proportio, videlicet rectanguli* FAE *vna cum quadrato ex* ED, *hoc est quadrati ex* AD *ad quadrata ex* CD DB. μ 22. quinti secũdi.

Ergo vt quadratum ex AD ad quadrata ex CD DB, ita quadratum ex RT ad quadratum ex TS] *græcus codex.* ὡς ἄρα τὸ ΑΠΟ ΑΔ πρὸς τὰ ΑΠΟ ΒΘ. *sed legendum* πρὸς τὰ ΑΠΟ ΓΔ ΑΒ. ν

TEOREMA CCXXII. PROPOS. CCXXXVIII.

His ita habentibus transeamus ad id, quod initio proponebatur.

LEM.V Sit recta linea positione data AB, & datum punctum C, in eodem plano, ducaturque CD, & perpendicularis DE. proportio autem data sit CD ad DE. Dico punctum D coni sectionem contingere, & si quidem proportio sit æqualis ad æquale, erit ea sectio parabole, si vero minoris ad maius, ellipsis; quòd si maioris ad minus erit hyperbole.



Sit primum proportio æqualis ad æquale, hoc est sit primum CD æqualis DE. ostendendum est punctum D parabole contingere. Ducatur perpendicularis CF, ipsi vero AB parallela ducatur DG. & quoniam quadratum ex ED æquale est quadrato ex DC, æqualis autem ED ipsi FG. & quadratum ex DC æquale quadratis ex
A DG GC: erit quadratum ex FG quadratis ex DG GC æquale; atque est recta linea FC data positione; & duo puncta FC data; ergo punctum D parabolen contingit ex eo, quod ante demonstratum est.

Componetur autem hoc modo.

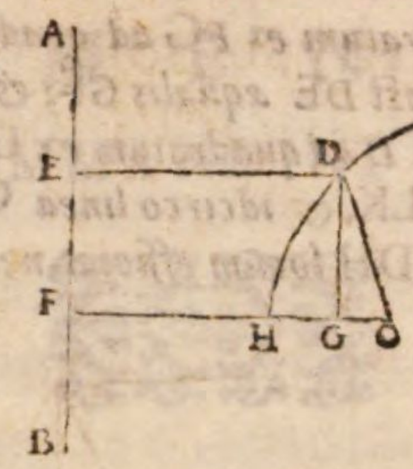
Sit recta linea AB positione data, datumque punctum C, & ducatur prrpendi-
B cularis CF. Itaque cum CF detur positione, & dentur duo puncta F C, inueniatur parabole DH, ita vt sumpto in ea quouis puncto, veluti D, & data DG perpendiculari, quadratum ex FG sit æquale quadratis ex DG GC. Dico lineam DH locum efficere. hoc est ducta quauis linea, vt CD, & perpendiculari DE, lineam CD ipsi DE æqualem esse. ducatur enim perpendicularis DG. ergo propter parabolen quadratum ex FG est æquale quadratis ex DG GC. atque est ipsi quidem FG æqualis ED, quadratis vero ex DG GC æquale quadratum ex D. ergo quadratum ex CD quadrato ex DE est æquale, ac propterea CD ipsi DE æqualis. linea igitur DH, quę est pars sectionis locum efficit.

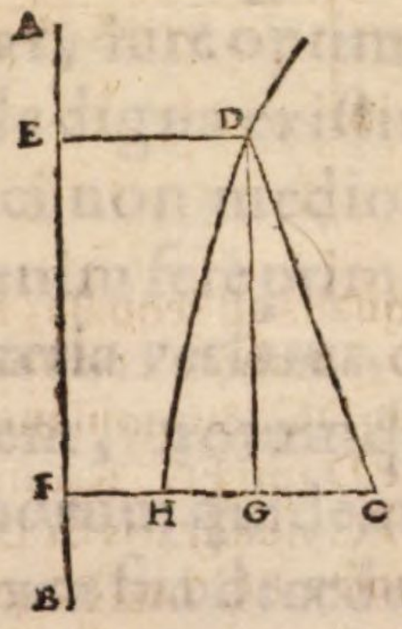
COMMENTARIVS.

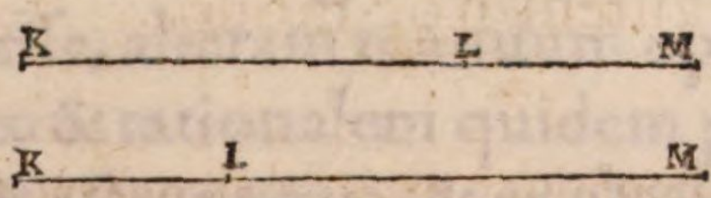
Atque est recta linea FC data positione] Ex 30. *libri datorum*.

Inueniatur parabole DH, ita vt sumpto in ea quouis puncto &c] Ex *ijs, quæ superius tradita sunt* A B

Desideratur vt apparet, vltima pars huius theorematis quam nos supplere aggrediemur.





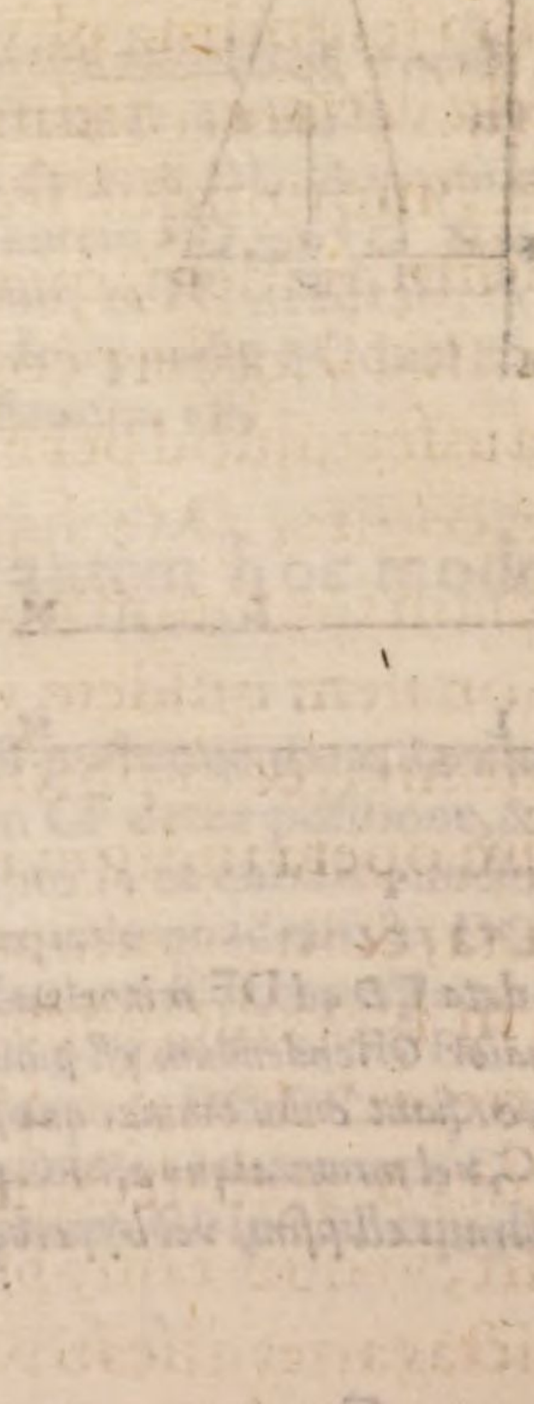


Sint eadem, quæ prius, & sit proportio data CD ad DE minoris ad maius vel maioris ad minus, hoc est sit CD minor, quam DE, vel maior Ostendendum est punctum D in primo casu ellipsim, in secundo autem hyperbolen contingere. fiant enim omnia, quæ superius dicta sunt, erit quadratum ex FG maius quadratis ex DG GC, vel minus atque est FC positione data, & data puncta FC. punctum igitur D ex iam demonstratis ellipsim, vel hyperbolen continget.

Componetur autem in hunc modum.

Sit rursus aecta linea AB positione data, & datum punctum C. sit autem data proportio, quam habet KL ad LM, in primo casu maioris ad minus, in secundo minoris ad maius. ducatur-que perpendicularis CF. & cum CF sit positione data, & data puncta FC, inueniatur ex iam dictis, in primo quidem casu ellipsis, in secundo autem hyperbole DH, ita vt sumpto in ea quo-uis puncto D, & ducta perpendiculari DG, quadratum ex FG ad quadrata ex DG GC eandem proportionem habeat, quam quadratum ex KL ad quadratum ex LM. Dico lineam DH locum efficere. Hoc est *si ducatur quae uis recta linea, vt CD, & perpendicularis DE, lineam CD ad DE eam habere proportionem, quam* L ad LK. *ducatur enim perpendicularis DG. ergo pro pter ellipsim uel hyperbolen quadratum ex FG ad quadrata ex DG GC est ut quadratum ex KL ad quadratum ex BA. atque est DE aequalis GF; & quadratum ex CD quadratis ex DG GC aequale. ergo quadratum ex CD ad quadratum ex DE eam habet proportionem, quam qua-dratum ex ML ad quadratum ex LK. & idcirco linea CD ad DE eandem proportionem habe-bit, quam ML ad LK. linea igitur DH locum efficiat, necesse est.*

SEPTIMI LIBRI FINIS.



PAPPI ALEXANDRINI MATHEMATICARVM COLLECTIONVM

LIBER OCTAVVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI COMMANDINI VRBINATIS.

CVM mechanica contemplatio fili Hermodore multis, & magnis vitæ noſtræ rationibus conducat, iure optimo a philoſophis maxima laude digna exiſtimata eſt: & omnes mathematici non mediocri ſtudio in eam incũbunt; etenim fere prima phyſiologiam, quę in elementorum mundi materia verſatur, attingit. nam cum ſtatum & corporum lationem, motumque ſecundum locum in vniuerſo contempletur, horum quidem, quæ natura ſunt, cauſas reddit; illa autem a natura ſua decedere cogens extra propria loca in contrarios motus transfert, quod per ea theoremata, quę ex ipſa materia decidunt, excogitat. Mechanicæ vero alteram partem rationalem eſſe, alteram manuum opera indigere, ſentit Hero mechanicus. & rationalem quidem partem ex geometria, & arithmetica, & aſtronomia, & ex phiſicis rationibus conſtare: eam vero, quę manuum opera indiget, ex æraria, & ędificatoria & teſtonica, & pictura, & in omnibus manuum exercitatione. atque eum quidem in ſupradictis ſcientijs a prima ętate verſatus ſit, & prædictas artes calluerit, quique acri ſit ingenio, optimum fore & inuentorem, & architectum mechanicorum operum: cum fieri non poſſit, vt quis tantopere in his diſciplinis excellat, ſimulque prædictas artes diſcat. præcipit autem ei,

qui

qui mechanica opera tractare velit, vt proprias artes ad manum habeat, quibus cum opus sit, in singulis vtatur. & maxime omnium necessariæ artes sunt ad vitæ vsus, mechanicę post architectonicam: & ars manganorum, qui & ipsi męchanici ab antiquis appellati sunt. magna enim pondera machinis adhibitis præter naturam in altitudinem tollunt, minori potentia mouẽtes: & ars conficiendi instrumenta ad bellum necessaria, quę & mechanica vocantur. Sagittæ enim, & lapides, & tela, & his similia emittuntur in longissima viæ spacia per cata pultas, quæ ab ipsis construuntur. ad hæc ars, eorum, qui μηχανοποιοὶ, hoc est machinas conficientes appellantur; ex multa enim profundita te aqua facilius attollitur, per instrumenta ad ipsam ex haurien dam excogitata. vocant autem mechanicos antiqui etiam eos, qui admirationem pariunt, quorum alij quidem per spiritus ar tem exercent, vt Hero πνευματικοῖς. alij per neruos, & funes animatorum motus imitari videntur. vt Hero ad τομάτοις καὶ ζυγίοις. alij vero per ea, quę in aqua vehuntur, vt Archimedes ὀχουμένοις; vel horologijs per aquam constructis. vt Hero ὑδρείοις. quæ etiam vidẽtur communem habere rationem cum gnomonica contempla tione. Mechanicos insuper vocant eos, qui nouerunt sphęropæias conficere. a quibus imago cęli constituitur per æqualem, & circularem aquæ motum. Horum autem omnium causſam, & rationem cognouisse aiunt quidam syracusanum Archimedem. is enim solus nostris temporibus varia, & natura, & intelligentia vsus est ad omnia perscrutanda; quemadmodum & Gẽminus mathematicus asserit in libro de mathematicarum disciplinarum ordine. Carpus autem antiochensis quodam in loco dicit Archimedem syracusanum vnum dumtaxat librum mechanicum composuisse de sphęropęia, hoc est de sphęræ constructione. de alijs vero sibi scribendum non existimasse, quamuis apud multos ob mechanicam facultatem summo in honore semper fuerit, & admirabilis magno quodam ingenio habitus sit, adeo, vt adhuc apud omnes homines eius fama mirandum in modum celebretur. sed de ijs quæ præcipua sunt, & geometricam, arithmeticamque contemplationem continent, quamquam ea breuissima videantur esse, diligenter conscripsit, tanto, vt apparet, prędictarum scientiarum amore inflammatus, vt nihil extrinsecus in eas introducendum statuerit. ipse au

tem

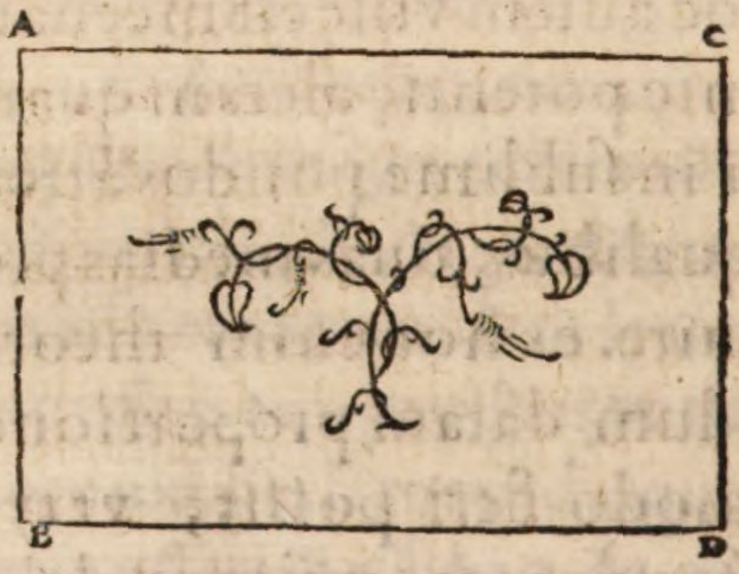
tem corpus,& alij quedam iure optimo vſi ſunt Geometria e-
tiam ad aliquas artes, Geometria enim nihil lęditur, quę multas
artes ſtabilire conſueuit,quando eisadiungatur. Itaque cum ſit
tamquam mater artium non læditur,quod curam habeat orga
nicę, & architectonicę. neque enim propterea quod ſimul ſit
cum ea,quæ terras dimetitur, & cum gnomonica, & mechani-
ca,& ſcenographia aliqua ex parte læditur. ſed contra potius vi
detur eas promouere,quod et honoretur,& ab ipſis pro digni-
tate ornetur,Cum igitur eiuſmodi ſit mechanica ſcientia ſimul
& ars, & in tot partes diuidatur, exiſtimaui recte ſe habere, ſi &
breuius,& apertius conſcripſero ea, quæ ratione geometrica in
contemplationem veniunt, & quæ, quod ad motum grauium
attinent,maxime ſunt neceſſaria. & theoremata tam quę apud
veteres poſita,quam quæ a nobis vtiliter adinuenta ſunt, & ma
gis exquiſita ratione,quam ea,quę a prioribus conſcripta eſt. vt
Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti paralle
lo,& altero plano inclinato, quod ad ſubiectum planum datũ
angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua pondus in plano
inclitato ducatur. hoc autem vtile eſt mechanicis manganarijs,
addentes enim inuentę potentię aleram quandam virorum po-
tentiam confidenter in ſublime pondus attollunt. & Datis dua
bus rectis lineis inęqualibus, duas medias proportionales in cõ
tinua analogia inuenire. ex hoc enim theoremate omnis ſole-
da figura data ſecundum datam proportionem & augetur, &
minuitur. & quomodo fieri poſſit, vt tympano dato ſi &
data multitudine ſcytularum ipſius, vel dentium apponatur
ei tympanum datum habens dentium multitudinem. & appo-
ſiti tympani diameter inueniatur. quod quidem tum ad multa
vtile eſt,tum ad artem eorum,qui machaninas cõficiunt propter
conſtitutionem ſcytulatorum tympanorum. Horum autem v-
numquodque in proprio loco perſpicuum fiet, etiam cum alijs,
quæ architecto,& mechanico vtilia ſunt,ſi prius ea,quæ tracta-
tionem de centro grauium continent, explicauerimus. Quid
igitur ſit graue, & quid leue, & quæ cauſſa ſit, cur corpora ſur-
ſum,& deorſum ferãtur: & hoc ipſum ſurſum, ac deorſum quo
modo intelligatur, & quibus terminis circumſcribatur, nihil a
nobis in præſentia in medium afferri oportet, quoniam hæc

a Pto-

a Ptolemæo in mechanicis declarata sunt. Centrum autem grauitatis vniuscuiusque corporis, quod est principium & elementum tractationis de centro grauium, ex quo & reliquæ mechanicæ partes dependent, quid nam sit, & quid sibi velit, dicendum, ex hoc enim, vt opinor, & reliqua, quæ in hac tractatione considerantur, perspicua erunt. Dicimus autem centrum grauitatis vniuscuiusque corporis esse punctum quoddam intra positum a quo si graue dependens mente concipiatur, dum fertur, quiescit, & seruat eam, quam in principio habebat, positionem, neque in ipsa latione circumuertitur.

PROBLEMA I. PROPOS. I.

Hoc autem punctum non solum in corporibus, quæ certum seruant ordinem, sed etiam in iis, quæ temere & casu formata sunt, iuuenitur, ratione quadam persuasum huius modi.



Ponatur planum rectum ABCD ad mundi centrum vergens, in quo & corpora grauia prorsus inclinationem habere videntur, & sit recta linea AB perpendicularis plano, in quo incedimus. si igitur aliquod corpus graue constituatur in AB recta linea, ita vt omnino a plano producto secetur, habebit aliquando positionem talem, vt maneat immotum, & non decidat. quod cum ita factum sit, si intelligatur planum ABCD productum, secabit vtique super impositum corpus in duas partes æqualium momentorum, quæ circa planum, veluti circa punctum suspentionis in libra, inter se æqueponderabunt. Rursus transpositũ corpus graue in altera parte attingat rectam lineam AB. habebit circumactum aliquando positionem eam, vt dimissum maneat, & non decidat. Itaque si rursus intelligatur planum ABCD productum in partes æqueponderantes corpus secabit, & priori plano secanti occurret. si enim non occurrat, eędem partes interse, & æqueponderantes, & non æqueponderantes erunt. quod est absurdum.

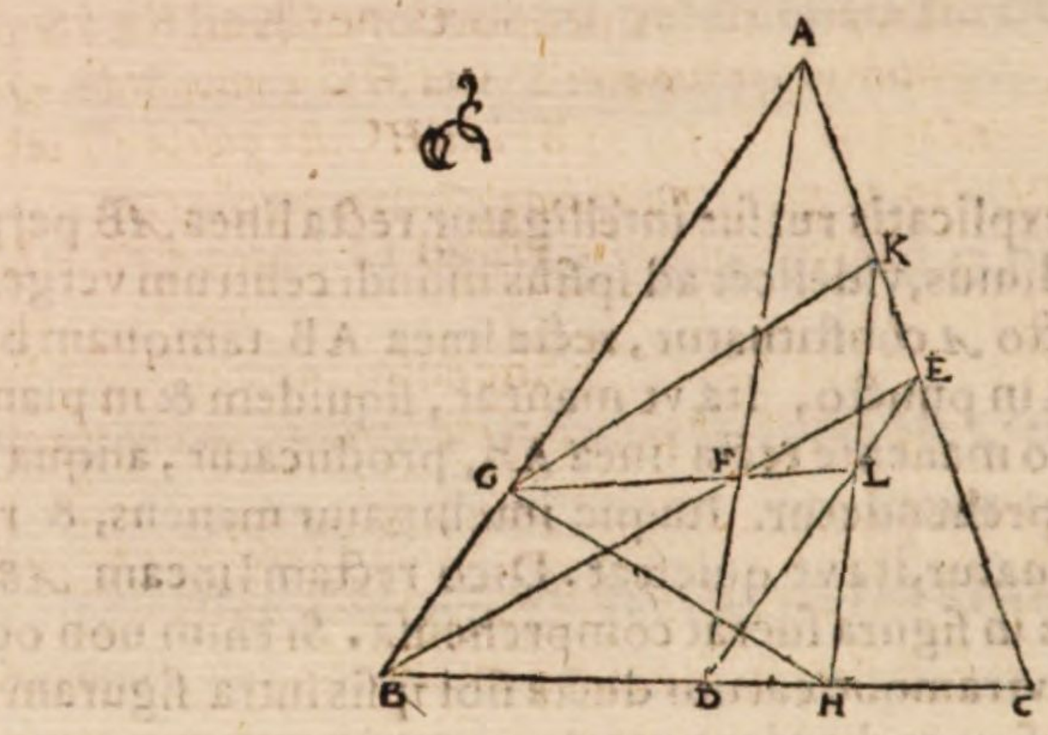
ALITER. His autem explicatis rursus intelligatur recta linea *AB* perpendicularis ad planum, in quo incedimus, videlicet ad ipsius mundi centrum vergens; & similiter corpus graue in puncto *A* constituatur, recta linea AB tamquam basi innixum stabit aliquando corpus in puncto, ita vt maneat, siquidem & in plano ipsius poterat quiescere. Si igitur eo manente recta linea AE, producatur, aliqua pars ipsius in proposita figura comprehendetur. Itaque intelligatur manens, & rursus in alia parte corpus lineæ imponatur, ita vt quiescat. Dico rectam lineam *AB* productam occurrere ei, quæ prius in figura fuerat comprehensa. Si enim non occurret, poterunt quædam plana per vtramque earum ducta sibi ipsis intra figuram non occurrere, & vnumquod quæ ipsorum diuidere corpus graue in partes æqueponderantes, & non æqueponderantes, quod est absurdum. ergo dictæ lineæ intra figuram sibi ipsis occurrent. Similiter, & si iuxta alias positiones corpus in puncto A statuatur, ita vt maneat, producta recta linea AB occurret alijs prius intra figuram comprehensis. quare constat rectas lineas si ita duci intelligantur, sese in vno puncto secare. hoc autem punctum centrum grauitatis appellatur. constat præterea corpus graue, si ex centro appensum mente concipiatur, non circumuerti, sed manere, seruans in latione quamcumque in principio habebat positionem. omnia enim, quæ per ipsum ducuntur plana in partes æqueponderantes corpus diuidunt. neque vlla conuersionis caussa admitti potest, cum iuxta omnem positionem partes ipsius æquepõderantes ex vtraque parte centri constituantur. Hoc igitur est, quod tractationem de centro grauium maxime continet. addisces autem ea, quæ ad elementa pertineat, per hanc demonstrata, si legas Archimedis librum de æqueponderantibus, & Heronis mechanica. Sed quæ non ita multis cognita sunt, deinceps conscribemus, nempe hæc. cõuerti.

COMMENTARIVS.

Habebit aliquãdo positionem talem, vt maneat immotum, & non decidat] *Corpora enim grauia deorsum feruntur secundum rectam lineam ad horizontem perpendicularem; quæ per centrum grauitatis eorum ducitur, quare corpus super impositum plano ad horizontem recto tunc solum manebit, & non decidet, cum centrum grauitatis eius supra planum directe constiterit, quippe a quo vlterius descendere prohibentur. etenim aduertendum autem est, vt cẽtrum grauitatis hoc modo inueniamus, non satis esse corpus graue plano bis imponere: duorum etenim planorum communis sectio est recta linea. Oportebit igitur & tertio idem efficere. & in quo puncto dicta linea a plano secetur, illud grauitatis esse centrum manifestio apparebit.* ✻

THEOREMA I. PROPOS. II.

Sit triangulum ABC cuius latera in eandem proportionem secentur a punctis CHK, sitque AG ad GB, vt BH ad HC, & CK ad KA: & coniungantur GH HK KG. Dico triangulorũ ABC GHK idem esse grauitatis centrum.



Secentur enim BC CA bifariam in punctis DE: & AD BE iungantur. ergo punctum F, in quo conueniunt, est centrum grauitatis trianguli ABC. nam si triangulũ in aliquo plano recto constituatur secundum rectam lineam AD, in neutram partem verget, quod triangulum ABD triangulo ACD sit æquale. similiter triãgulum ABC. secundum rectam lineam BE in plano recto constitutum in neutram verget partem quod æqualia sint triangula ABE BCE. & cum in vtraque rectarum linearum AD BE triangulum æqueponderet, commune ipsorum punctum F grauitatis centrum erit. oportet autem intelligere punctum F, vt antedictum est, in medio triãguli ABC, quod scilicet æque crassum, & æqueponderans ponitur. constat præterea AF ipsius FD duplam esse, & BF duplam FE & vt CA ad AE, ita esse AB ad DE, & BF ad FE, & AF ad FD: propterea quod triangula DFE ABF æquiangula sunt. itemque æquiangula CDE ABC. iungatur igitur DE, quæ secet HK in L. & quoniam proportio BH ad HC composita est ex proportione BH ad HD, & proportione DH ad HC; est autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK, & antecedentium dimidia vt DC ad CH, ita EA ad AK, & per conuersionem rationis vt CD ad DH, ita AE ad EK, sed CD ipsi DB est æqualis, & AE æqualis EC: erit vt BD ad DH, ita CE ad EK: & componendo vt BH ad HD, ita CK ad KE. ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. componitur autem ex eisdem etiam proportio DL ad LE. atque est HL ipsi LK æqualis vt demonstrabitur. quare & vt AG ad GB, ita est DL ad LE. suntque parallelæ AB DE: & iunctæ AD BE se mutuo secãt in F. ergo recta linea est, quæ per puncta GFL transit. hoc enim infra ostendetur, quamquam parui sit momenti. Itaque quoniam vt BF ad FE, ita GF ad FL, & est BF dupla FE; erit & GF ipsius FL dupla. triangulum autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L, estque GF dupla FL. punctum igitur F centrum est grauitatis trianguli GHK. erat autem & trianguli ABC centrum, quod demonstrare oportebat.

A
B
C
D
E
F
G
H

COM-

COMMENTARIVS.

Commune ipsorum punctum F grauitatis centrum erit] Hoc idem Archimedis aliter demonstrauit in libro de æqueponderantibus. A „

Constat præterea AF ipsius FD duplam esse, & BF duplam FE] Quoniam enim BC CA in punctis DE bifariam secantur, erit vt BD ad DC, ita AE ad EC. quare ducta DE ipsi AB parallela erit, & idcirco triangulum CDE simile est triangulo CBA, itemque DFC triangulum triangulo AFB simile. Cum igitur sit vt BC ad CD, ita BA ad DE, erit BA ipsius DE dupla. sed vt BA ad DE, ita AF ad FD, & BF ad FE. ergo AF dupla est FD, & BF ipsius FE. Hoc autem nos aliter demonstrauimus in commentarijs in sextam propositionem libri Archimedis de quadratura parabolæ. B „

Est autem componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK] Ponitur enim vt BH ad HC, ita esse CK ad KA. quare & componendo vt BC ad CH, ita CA ad AK. C „

Ergo & proportio AG ad GB componitur ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC] Ex antedictis sequitur proportionem BH ad HC compositam esse ex proportione CK ad KE, & proportione DH ad HC. sed vt BH ad HC, ita posita est AG ad GB quare & AG ad GB proportio ex eisdem proportionibus componatur, necesse est. D „

Componitur autem ex eisdem etiam proportio DL ad LE: atque est HL ipsi LK æqualis] Hæc duo inferius demonstrantur. E „

Ergo recta linea est, quæ per puncta GFL transit; hoc enim infra ostendetur, quam quam parui sit momenti] Hoc quoque infra ostendit Pappus. græcus autem coaex, vt arbitror, mendosus est. „ F „

Trianguli autem GHK latus HK bifariam diuiditur in L] Hunc locum nos ita restituimus. in græco enim codice legebatur τριγώνου δὴ τοῦ ηθκ διχοτομία τὸ Γ. G „

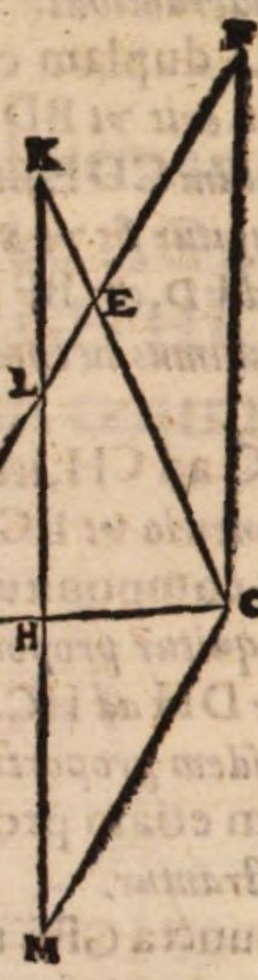
Punctum igitur F centrum est grauitatis trianguli GHK] Ex ante demonstratis. H „

THEOREMA II. PROPOS. III.

Quod autem ante positum est, sic demonstrabitur.

Sit enim vt CD ad DH, ita CE ad EK: & iungantur DE HK sese in puncto L secantes. Dico HL ipsi LK æqualem esse: & proportionem DL ad LE componi ex proportione DH ad HC, & proportione CK ad KE.

Ducatur enim per C ipsi HK parallela CF, quæ lineę DE productæ occurrat



in F. Quouiam igitur duæ rectæ lineæ sunt DL LE, & extrinsecus assumitur LF; erit
a, sexti. proportio DL ad LE composita ex proportione DL ad *L*F, & proportione FL ad LE.
* sed proportio DH ad HC eadem est, quæ proportio *D*L ad L*F*, cum parallelæ sint CF KH. proportio autem CK ad KE eadem est, quæ FL ad LE, quod triangula CEF KEL æquiangula sint. ergo proportio DL ad LE componitur ex proportione DH ad HC, & proportione C*K* ad K*E*. Eadem ratione ostendetur proportio KL ad LH componi ex proportione KE ad EC, & proportione C*D* ad DH, ducta scilicet per C linea CM ipsi ED parallela; quæ lineæ KH productæ occurrat in M. Rursus enim cũ duæ rectæ lineæ sint KL LH, & extrinsecus assumatur LM, proportio KL ad LH componitur ex proportione KL ad L M, & proportione ML ad *L*H. sed proportio KL ad *L*M eadem est, quæ KE ad EC, quod rursus parallelæ sint ED CM. proportio autem ML ad LH est eadem, quæ *C*D ad *D*H, quoniam triangula DHL CHM æquiangula sunt. proportio igitur KL ad *L*H eadem est, quæ componitur ex proportione KE ad *E*C, hoc est *H*D ad D C, & proportione *C*D ad DH, quæquidem proportionem efficit æqualitatis. ergo & proportio K*L* ad L*H* æqualitatis proportio est, & obid K*L* ipsi *L*H est æqualis.

COMMENTARIVS.

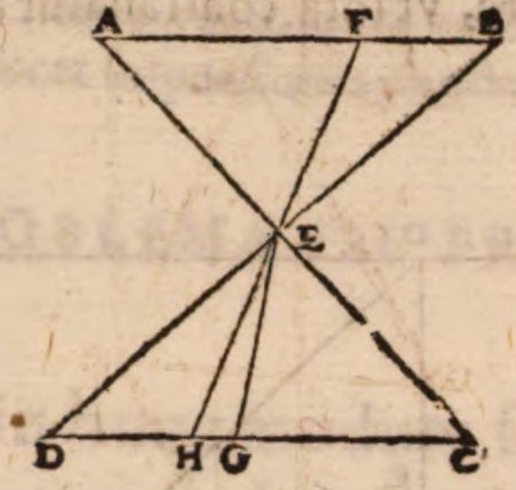
* Proportio autem CK ad KE eadem est, quæ *F*L ad LE, quod triangula CEF K*E*L æquiangula sint.] *est enim* CE *ad* EF, *vt* KE *ad* EL: *permutandoque* C*E ad* EK, *vt* FE *ad* E*L*: *& componendo* CK *ad* KE, *ut* FL *ad* LE.

THEOREMA III. PROPOS. IIII.

Sed quod reliquum, ita demonstratur.

Sit

Sit AB parallela ipſi CD,& vt AF ad FB,ita CH ad HD: inn-
ganturque AC BD ſeſe in puncto E ſecantes. Dico lineam, quæ
per FEH ducitur, rectam eſſe.



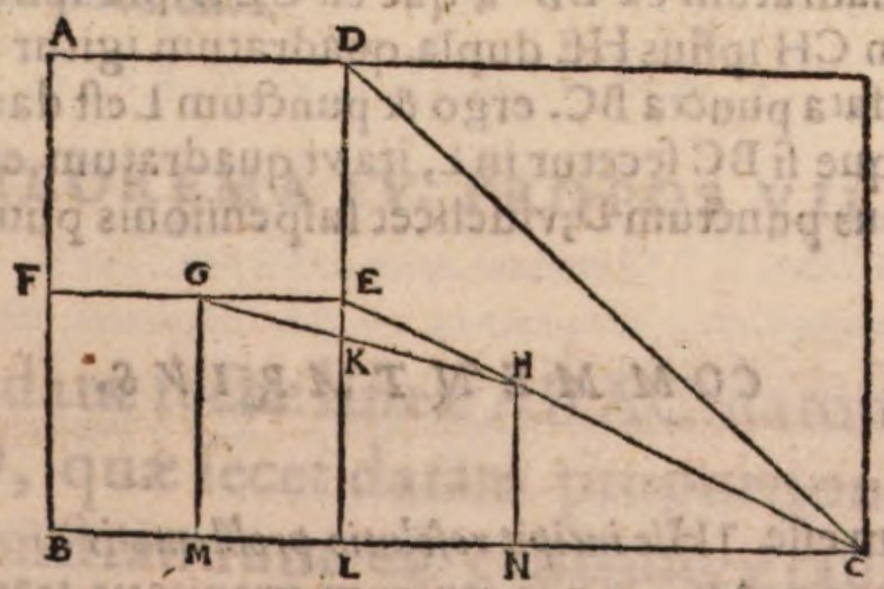
Si enim non. ſit FEG recta. & quoniam vt AF ad CG, ita FE ad EG; vt autem FE ad EG,ita FB ad GD: erit vt AF ad CG ita FB ad GD: & permutando vt AF ad FB,hoc eſt CH ad HD, ita CG ad GD. quod fieri non poteſt. linea igitur, quæ per FEH ducitur, neceſſario recta erit. *

COMMENTARIVS.

Et quoniam vt AF ad CG. ita FE ad EG] *ſi enim FEG recta linea intelligatur, erunt triangula AEF CEG ſimilia: itemque ſimilia inter ſeſe triangula FEB.GED.* *

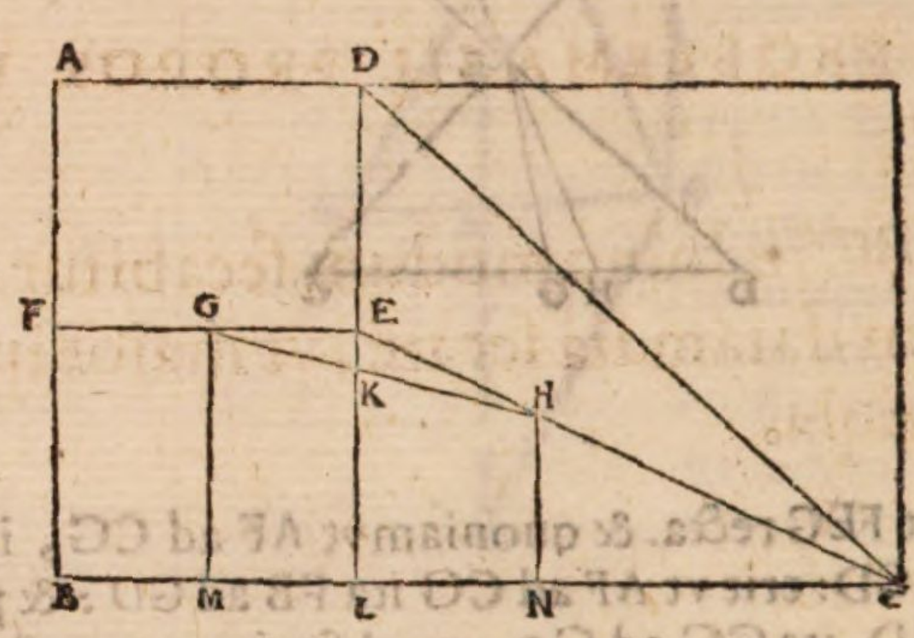
PROBLEMA II. PROPOS. V.

Dato parallelogrammo rectangulo AC ducere rectam lineã DC,ita vt ſi trapezium ABCD expuncto D ſuſpendatur, rectæ lineæ AD BC parallelæ ſint horizonti.



Ponatur iam factum eſſe. ergo recta linea, quæ per D, & per centrum grauita- A B
tis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipſam BC eſt perpendicularis. ſit autem DL, quæ in E. bifariam ſecetur. itemque AB ſecetur bifariam in F: & FE EC iungan tur. ſecetur præterea CE in H, ita vt CH dupla ſit ipſius HE, & EF bifariam ſecetur in G.

C in G iunganturque GH secans DL in K. punctum igitur G est centrum grauitatis pa-
D rallelogrammi BD. & H est centrum grauitatis trianguli CDL. quare totius trapezij grauitatis centrum est in recta linea GH: sed est etiam in ipsa DL. ergo K trapezij ABCD grauitatis centrum erit. parallelogrammi autem BD centrum grauitatis est G: & trianguli DLC centrum H. vt igitur parallelogrammum BD ad triangulum DCL, ita est HK ad KG. Si enim contra intelligamus parallelogrammi quidem BD grauitatem in ipso ita se habere, vt tota contrahatur ad G, trianguli vero DCL



totam grauitatem contractam ad H; erit recta linea GH instar libræ, in cuius extremis partibus dictæ grauitates consistunt. & si GH secetur in K, ita vt quam proportioaem habet grauitas in G ad grauitatem in H, hoc est paralelogrammum BD ad triangulum DCL, eandem habeat HK ad KG, iuxta proportionem distantiarum in
E libra: quæ ex contraria parte grauitatibus respondent: erit punctum K ex quo grauitates ipsæ æqueponderant, ergo & trapezium ABCD æque ponderat ex puncto K suspensum. Ducantur a punctis GH ad BC perpendiculares GM HN. & quoniam vt BD parallelogrammum ad triangulum DCL, ita HK ad KG, vt autem parallelo-
1. sexti. grammum ad triangulum, ita BL ad dimidiam ipsius LC: & vt HK ad KG, ita NL ad LM, propterea quod in lineas parallelas GM EL HN ductæ sunt GKH MLN: erit vt BL ad dimidium LC, ita NL ad LM, hoc est ad dimidium LB. Vt igitur BL ad
16. sexti. LC, ita NL ad duplam ipsius LM, hoc est ad LB; & idcirco quadratum ex BL æquale
F est rectangulo CLN. quare vt CL ad LB, ita BL ad LN. Sed vt CL ad LN, ita quadratum ex CL ad quadratum ex LB atque est CL tripla ipsius LN quoniam & CE tripla est CH. est enim CH ipsius HE dupla. quadratum igitur ex CL triplum est quadrati ex LB. & sunt data puncta BC. ergo & punctum L est datum: ac propterea da-
G tum punctum D. Itaque si BC secetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum sit quadrati ex LB, habebimus punctum D, videlicet suspensionis punctum.

COMMENTARIVS.

A Ponaturiam factum esse] *Hic incipit resolutio problematis.*

B Ergo recta linea, quæ per *D*, & per centrum grauitatis trapezij ducitur ad horizontem, & ad ipsam BC est perpendicularis] *Est enim suspensionis punctum & centrum grauitatis suspensi in eadem recta linea ad horizontem perpendiculari, quod nos demonstrauimus in commentarijs in 6. propositionem libri* Archimedis *de quadratura parabolæ.*

C Punctum igitur G est centrum grauitatis parallelogrammi BD] *Ex nona primi libri* Archimedis *de æque ponderantibus.*

Et

Et H est centrum grauitatis trianguli DCL] Ex *ante demonstratis.* D

Erit punctum *K*, ex quo grauitates ipsæ æqueponderaut] Ex *octaua eiusdem libri* E
Archimedis.

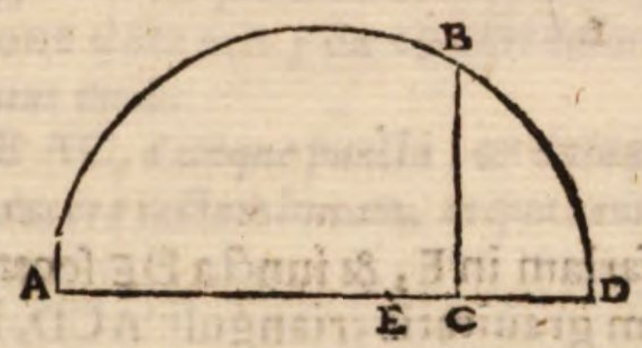
Quare vt CL ad L*B*, ita BL ad *L*N] *Ex* 14. *sexti, quamquam hoc breuius concludi pote-* F
rat. cum enim demonstratum sit, vt BL *ad* LC, *ita esse* NL *ad* LB, *erit conuertendo vt* CL *ad* LB, *ita* BL *ad* LN.

Itaque si BC secetur in L, ita vt quadratum ex CL triplum sit quadrati ex *LB*, ha- G
bebimus punctum D, videlicet suspensionis punctum] *compositio est problematis.*

PROBLEMA III. PROPOS. VI.

At vero linea BC in hunc modum secabitur.

Rectam lineam datam ita secare, vt maior ipsius pars minoris potestate sit triqla.

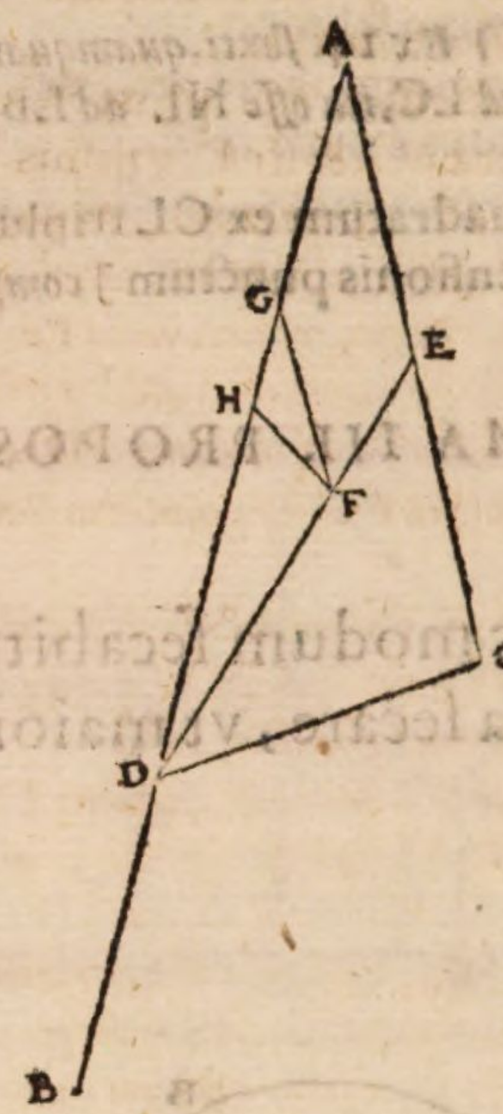


Sit recta linea AD, quæ secetur in C, ita vt AC sit tripla ipsius CD, & in AD descripto semicirculo ABD, ducatur CB ad rectos angulos ipsi AD, fiatque vt AC ad CB, ita AE ad E*D*. Dico *A*E ipsius ED potestate triplam esse. Quoniam enim BC media est proportionalis inter *A*C CD, erit vt AC ad C*D*, ita quadratum ex AC ad quadratum ex C*B*, hoc est quadratum ex AE ad id quod ex ED quadratum. ergo AE ipsius ED potestate est tripla. Similiter etiam in datam proportionem potestate secabitur *A*D, & omnis recta linea date. cor. 20. sexti.

THEOREMA IV. PROPOS. VII.

Sint positione datæ rectæ lineæ AB AC: datumque punctum B: & ducatur CD, quæ secet datam proportionem rectæ lineæ AC ad BD. demonstrandum est centrum grauitatis trianguli ACD consistere in recta linea positione data.

Diuidatur



C D E F G H K L M

Diuidatur AC bifariam in E, & iuncta DE secetur in F, ita vt EF tertia pars sit ipsius ED. erit F centrum grauitatis trianguli ACD, hoc enim superius demonstratum est. ducatur FG parallela ipsi AE, & sit lineæ AB tertia pars AH. est autē & AG tertia pars lineæ AD, quoniam & EF ipsius ED est tertia. reliqua igitur HG tertia est reliquæ BD: & data est proportio BD ad AC: itemque prodortio AC ad FG; est enim AC ipsius FG tripla, cum AD sesquialtera sit ipsius DG, hoc est AE sesquialtera FG, & sit CA ipsius AE dupla. proportio igitur HG ad GF est data, & datus angulus ad G, quoniam & qui ad A. idcircoque angulus GHF est datus: & datum pūctum H. ergo recta linea HF positione data erit. in qua quidem est punctum F, videlicet grauitatis centrum.

COMMENTARIVS.

A Datumque punctum B] *Quoniam enim datur punctum* B, *recta linea* AB *non solum positione, sed etiam magnitudine data erit ex* 26. *libri datorum. punctum vero* C *non est datum, namque* AC *datur positione tantum.*

B Quæ secet datam proportionem lineæ AC ad BD] *Hoc est quæ secet* AB *in* D, *ita vt* AC *ad* BD *quamcumque datam proportionem habeat.*

C Et iuncta DE secetur in F ita vt EF tertia pars sit ipsius ED] *Hunc locum nos ita restituimus, nam in græco codice legitur.* καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ ΔΕ τετμήσθω κατὰ τὸ Ζ, ὥστε τὴν ΕΖ τρίτον μέρος εἶναι τοῦ ΖΔ. *lege* τοῦ ΕΔ. *si enim* EF *tertia pars sit ipsius* FD, *punctum* F *non erit centrum grauitatis trianguli* ABC, *quod ex ante demonstratis perspicue constat.*

E Ducatur FG parallela ipsi AE, & sit lineæ AB tertia pars AH] *Hunc etiam locum nos restituimus. græcus enim codex sic habet.* ἤχθω ἀπὸ τῆς ΑΗ παράλληλος ἡ ΖΗ, καὶ τῆς ΑΕ τρίτον μέρος ἔστω ἡ ΑΘ. *lege* ἤχθω ἀπὸ τῆς ΑΕ παράλληλος ἡ ΖΗ, καὶ τῆς ΑΒ τρίτον μέρος ἔστω ἡ ΑΘ.

Quoniam

Quoniam & EF ipsius ED est tertia] *In græco codice etiam hoc loco mendose legebatur.* ἐπεὶ καὶ ἡ ΕΖ τῆς ΖΔ. *lege* τῆς ΕΔ. E

Et data est propositio BD ad AC.] *In græco codice non nulla desiderari videntur. vt legendum sit* καὶ ὁ λόγος τῆς ΒΔ πρὸς τὴν ΑΓ δοθεὶς. F

Itemque proportio AC ad FG : est enim AC ipsius FG tripla, cum AD sesquialtera sit ipsius DG, hoc est AE sesquialtera FG, & sit CA ipsius AE dupla] *Hęc etiam nos restituimus nam græcus codex corruptus est ; & mancus , in quo legitur .* τῆς ΔΕ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΕ, τριπλάσιον γάρ ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΔΕ τῆς ΔΗ ἡμιόλιά ἐστι, τουτέστιν ἡ ΑΕ ΔΓ διπλῆ. *Sed legendum puto* τῆς ΔΕ ΑΓ πρὸς τὴν ΖΗ, τριπλάσιον γάρ ἐστιν, ὅτι καὶ ἡ μὲν ΔΑ τῆς ΔΗ ἡμιόλιά ἐστι, τουτέστιν ἡ ΑΕ τῆς ΖΗ ἡμιόλιά, ἡ δὲ ΓΑ τῆς ΑΕ διπλῆ. *At vero proportionem AC ad FG datam esse, manifeste patet, vt enim AD ad DG, ita AE ad FG, atque est AD sesquialtera DG. ergo & AE ipsius FG sesquialtera. Sed AC est dupla ipsius AE quare AC ipsius FG tripla erit.* G — 4. sexti.

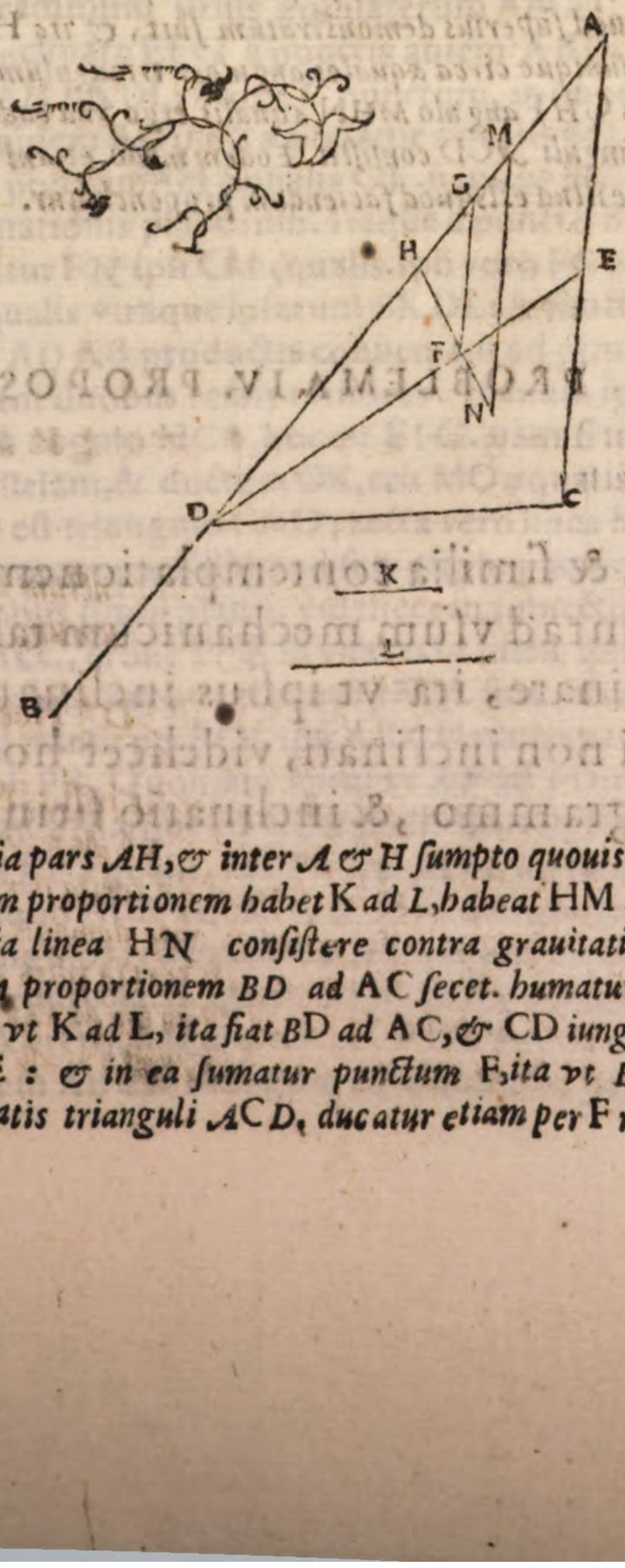
Proportio igitur HG ad GF est data] *Est enim BD tripla HG. & similiter AC ipsius FG tripla : quod iam demonstrauimus , ut igitur BD ad AC, ita est HG ad GF. Sed proportio BD ad AC est data. ergo etiam data erit proportio HG ad GF.* H

Idcircoque angulus GHF est datus] *Nam cum angulus HGF sit datus, & data, proportio HG ad GF , etiam triangulum FGH dabitur specie : & propterea angulus GHF erit datus .* K — 4. datorũ

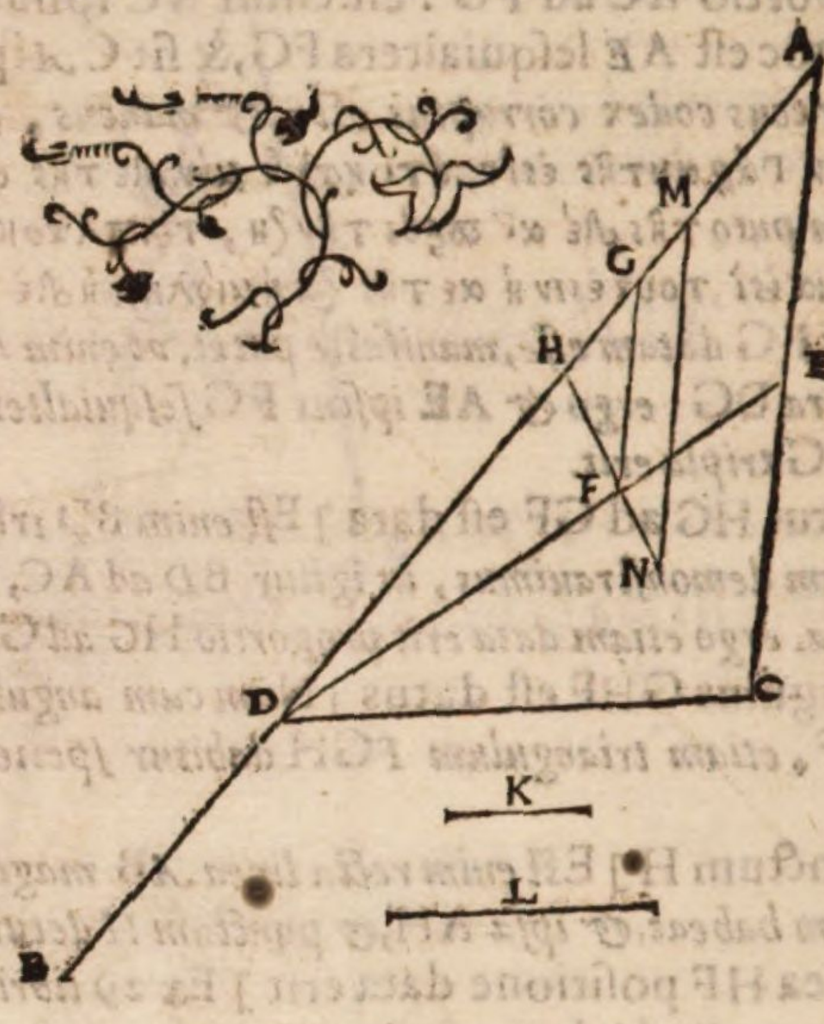
Et datum punctum H] *Est enim recta linea AB magnitudine data : quæ cum ad AH proportionem datam habeat, & ipsa AH, & punctum H detur necesse est .* L — 2. datorũ

Ergo recta linea HF positione data erit] *Ex 29 libri datorum. Itaque his demonstratis problema construere licebit huius modi.* M

Positione datis rectis lineis AB AC, datoque puncto , & data proportione K ad L , quippe quam debet habere BD ad AC, ducere rectam lineam, in qua centra grauitatis triangulorum ACD consistant.



Sit rectæ lineæ AB tertia pars AH, & inter A & H sumpto quouis puncto M, ducatur MN ipsi AC parallela. & quam proportionem habet K ad L, habeat HM ad MN, iunctaque HN producatur . Dico in recta linea HN consistere contra grauitatis triangulorum omnium ACD in quibus CD datam proportionem BD ad AC secet. humatur enim in recta linea AB punctum quodlibet D, & vt K ad L, ita fiat BD ad AC, & CD iungatur . Deinde sesta AC bifariam in E , ducatur DE : & in ea sumatur punctum F, ita vt EF sit tertia pars ipsius ED. erit F centrum grauitatis trianguli ACD, ducatur etiam per F recta linea FG , quę ipsi

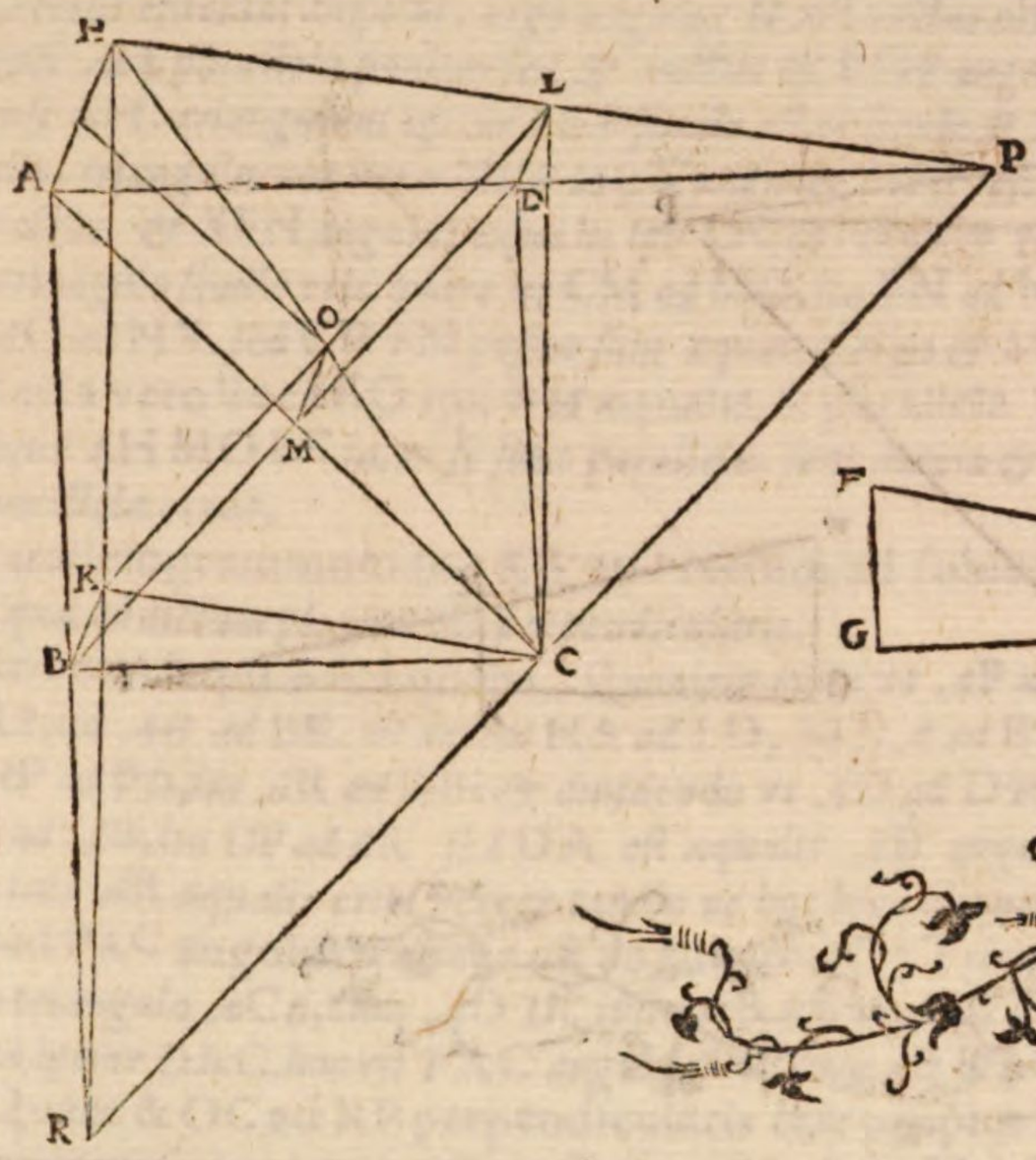


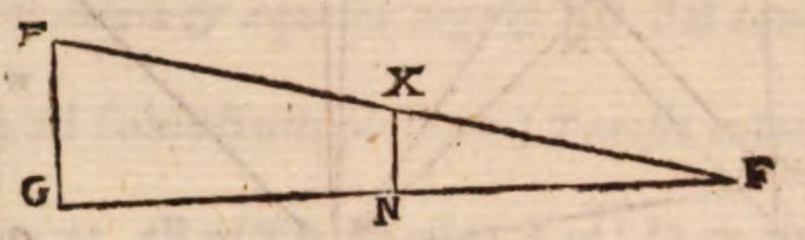
AC sit parallela, & HF iungatur. angulus igitur HGF est æqualis angulo HMN, nã rectæ li
29 30 prim. *neæ GF MN parallelæ ipsi AC etiam interse parallelæ sunt. vt autem BD ad AC, hoc est vt K ad L, ita HG ad GF, quod superius demonstratum fuit, & ita HN ad MN. ergo vt HM ad MN, ita HG ad GF: suntque circa æquales angulos. triangulum igitur HGF simile est trian*
6. sexti. *gulo HMN, & angulus GHF angulo MHN æqualis. ergo vna eademque linea est HFN, in qua centrum grauitatis trianguli ACD consistit. Eodem modo etiam in alijs triangulis contingere demonstrabimus, atque illud est, quod faciendum proponebatur.*

PROBLEMA IV. PROPOS. VIII.

Hæc igitur, & similia contemplationem habent. quæ vero transferri possunt ad vsum mechanicum talia sunt.

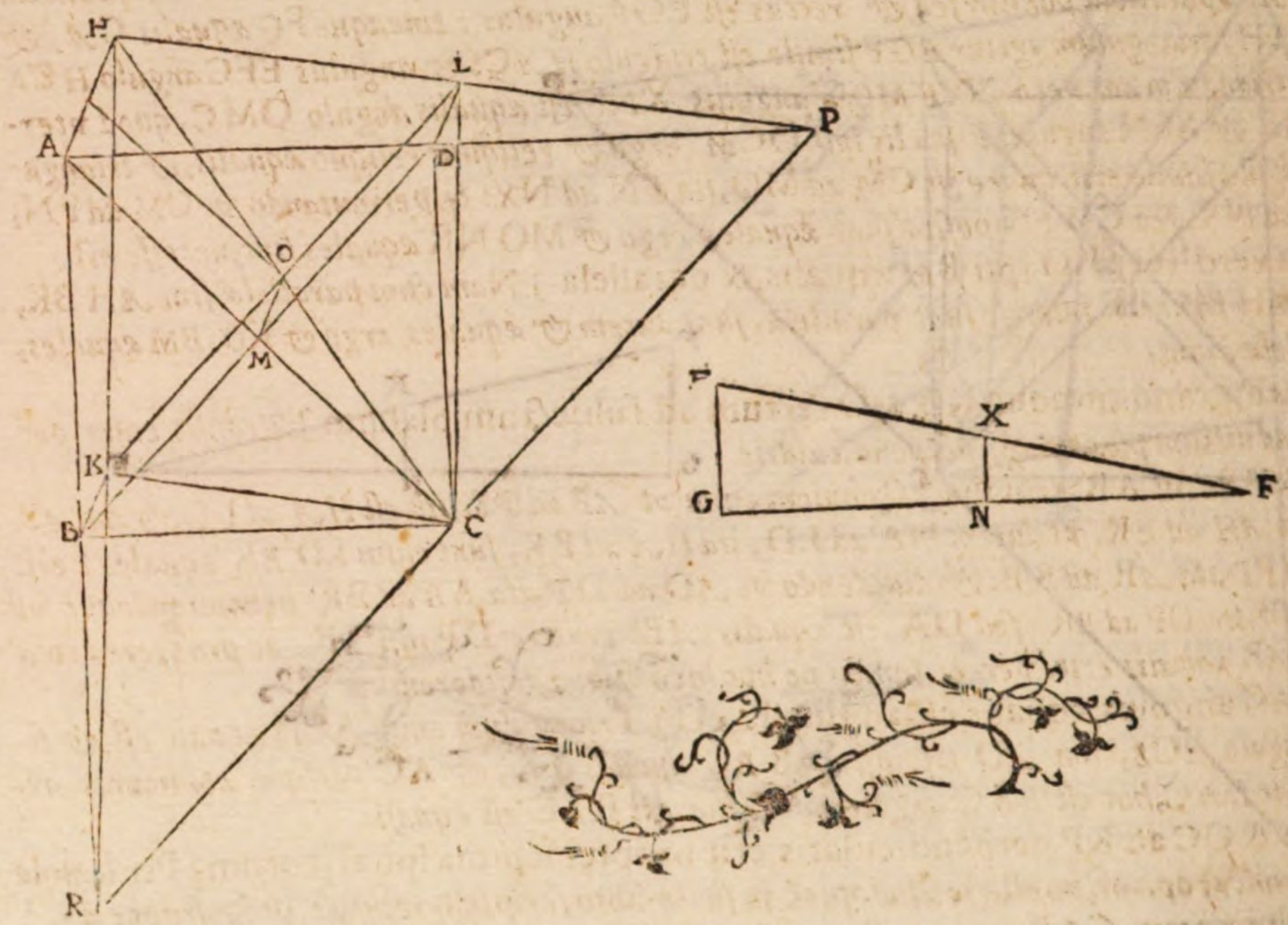
Planum inclinare, ita vt ipsius inclinatio vergat in vnum punctum plani non inclinati, videlicet horizonti æquidistantis, in parallelogrammo, & inclinatio sit in angulo dato.





Sit datum parallelogrammum prius æquilaterum ABCD, & datus angulus, in quo volumus planum inclinare EFG a punctis autem ABD ad rectos angulos subiecto plano ducantur AH BK DL: sitque C punctum, in quod volumus inclinationem vergere; & lineæ quidem AC iunctæ ponatur æqualis FG, ipsi vero FG ad rectos angulos ducatur GE, & ponatur AH æqualis GE. si igitur HC ductam intelligamus erit HCA angulus inclinationis planorum. Itaque a puncto B ad AC perpendicularis ducatur BM, & ponatur FN ipsi CM æqualis, ipsi vero FG ad rectos angulos NX. cui quidem ponatur æqualis vtraque ipsarum BK DL: & iunctæ HL HK producantur, vt cum rectis lineis AD AB productis conueniant ad puncta PR. conuenient enim, cum angulos, faciant duobus rectis minores. planum igitur HKL inclinatum est ad planum ABGD in angulo HCA, hoc est EFG. nam si intelligamus rectam lineam MO ipsi AH parallelam, & ductam OK, erit MO æqualis NX; propterea quod triangulum FNX simile est triangulo CMO; recta vero linea KO ipsi BM æqualis, & parallela, parallelogrammumque KBMO ad subiectum planum rectum. & quoniam puncta PCR sunt in duobus simul planis. videlicet in subiecto plano ABCD, in quo sunt PR, & in plano KHLC, erunt PCR in vna recta linea, quæ est communis sectio dictorum planorum. Eadem ratione & puncta KOL sunt in communi sectione plani KHLC, & plani, quod transit per KOL ipsi AB CD plano parallelum, ita vt recta linea KOL parallela sit ipsi PR. Quoniam igitur vt AP ad PD, ita est HA ad LD; vt autem AR ad RB, ita AH ad BK, atque est DL æqualis BK: erit & AP ipsi AR æqualis, & angulus APR angulo ARP æqualis. sed PAC angulus æqualis est angulo RAC, ergo & reliquus ACP reliquo ACR æqualis, & ob id uterque ipsorum rectus, & linea PE bifariam, atque ad angulos rectos a linea AC secatur. est autem MO ad ipsam, & ad planum ABCD perpendicularis. quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma sphæricorum; & vterq; angulorum ACP OCP rectus. planum igitur KHLC inclinatum est ad planum ABCD in angulo EFG dato. sed sit AB maior, quam AD,

A
B
C
D
E
3. vndec.
16. vndecimi.
4. sexti.
F
G
H
6 diffi. vn deõtmi.



& alia eadē ponātur: Dico angulū ACP acutū esse. Quoniā. n. vt AP ad PD, ita est AG ad DL; vt autē AR ad RB, ita AH ad BK, & æqualis est DL ipsi KB; erit vt AP ad PD, ita AR ad RB, quare diuidendo vt AD ad DP, ita AB ad BR. & permutando vt AD ad AB, ita DP ad BR. sed AD minor est, quam AB. ergo & DP quam BK est minor. tota igitur AP minor est, quam AR; & ideo angulus APR angulo ARP maior. angu-
19 prim. lus autem CAP maior eit angulo CAR. quare trianguli CAP reliquus angulus ACP
K minor est reliquo ACR trianguli CAR. acutus igitur est ACP angulus; & propterea dictorum planorum inclinatio fit ad punctum, quod est inter C & P; ducta scilicet a puncto A ad CP perpendiculari. Itaque constat fieri posse, vt planum in dato angulo ad aliud planum inclinetur. quare & inclinato plano, eius inclinationem inuenire licebit, hoc est in quo angulo inclinatum sit ad planum horizonti parallelū.

COMMENTARIVS.

A A punctis autem ABD ad rectos angulos subiecto plano ducantur AH, BK DL.] *Per subiectum planum intellige planum horizonti parallelum; in quo est parallelogrammum ABCD.*

B Conuenient enim, cum angulos faciant duobus rectis minores] *planum namque* HKCL *inclinatum ponitur ad subiectum planum, & propterea anguli* AHL AHK *acuti sunt.*

Nam

Nim ſi intelligamus rectam lineam MO ipſi AH parallelam, & ductam OR, erit MO æqualis NX] *Rectæ enim lineæ* AH BK *cum ſint perpendiculares ad ſubiectum planum, interſeſe parallelæ ſunt: & ad omnes rectas lineas, quæ in eo plano exiſtentes ipſas contingunt, rectos efficiunt angulos. ergo angulus HAE rectus eſt, itemque rectus* OMC *; quoniam* MO *ipſi* AH *parallela ponitur ſed & rectus eſt* EGF *augulus : tineaque* FG *æqualis* CA, *&* GE *ipſi* AH. *triangulum igitur* EGF *ſimile eſt triãgulo* HAC: *& angulus* EFG *angulo* HCA *æqualis. triangulorum vero* NXF MOC *angulus* XNF *eſt æqualis angulo* OMC, *quod vterque rectus. &* XFN *angulus æqualis ipſi* OCM. *ergo & reliquus reliquo æqualis, & triangulum triangulo ſimile erit quare vt* CM *ad* MO, *ita* FN *ad* NX: *& permutando vt* CM *ad* FN, *ita* MO *ad* NX. *ſed* CM FN *poſitæ ſunt æquales. ergo &* MO NR *æquales ſint, neceſſe eſt.* C — 6. vndecimi.

Recta vero linea KO ipſi BM æqualis, & parallela] *Nam cum parallelæ ſint* AH BK, *itemque* AH MO BK *inter ſe ſunt parallelæ. ſunt autem & æquales. ergo &* KO BM *æquales, & parallelæ erunt.* D — 9. vndecimi.

Parallelogrammumque KB MO rectum ad ſubiectum planum] *Tranſit enim per* BK, *quæ ad dictum planum eſt perpendicularis.* 33. primi E

Erit & AP ipſi AR æqualis] *Quoniam enim vt* AP *ad* PD, *ita eſt* HA *ad* LD, *& vt* AR *ad* RB, *ita* AH *ad* BK. *vt autem* HA *ad* LD, *ita* HA *ad* BK, *ſunt enim* LD BK *æquales : erit vt* AP *ad* PD, *ita* AR *ad* RB: *& diuidendo vt* AD *ad* DP, *ita* AB *ad* BR: *permutandoque vt* DA *ad* AB, *ita* DP *ad* BR *ſed* DA *eſt æqualis* AB. *ergo &* DP *ipſi* BR. *ac propterea tota* AP *toti* AR *æqualis erit. vereor tamen ne hoc loco aliqua deſiderentur.* F

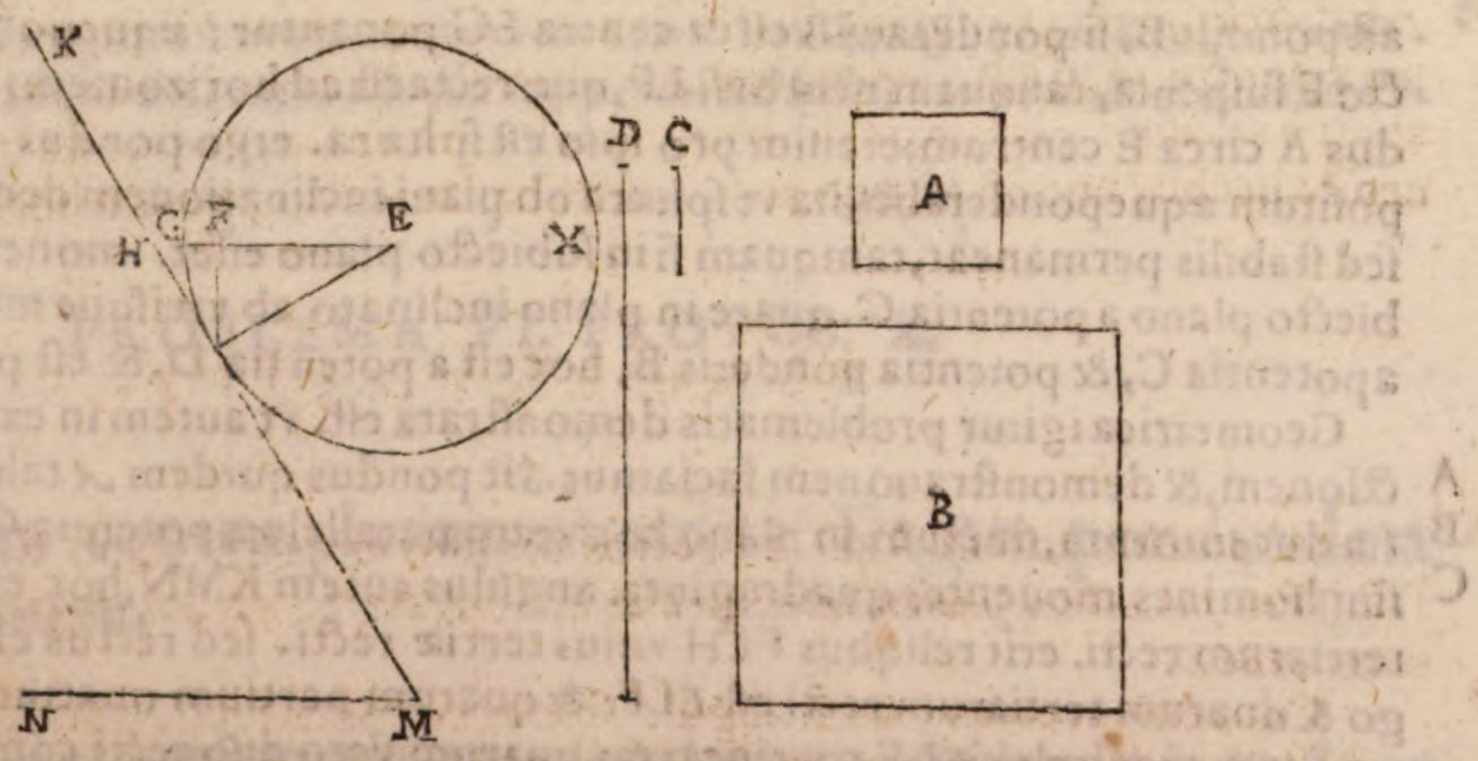
Sed PAC angulus æqualis eſt angulo RAC] *Triangulum enim* ACD *æquale eſt, & ſimile triangulo* ACB, *cum* AD DC *ipſis* AB BC *æquales ſint, &* AC *vtrique communis. angulus igitur* DAC, *hoc eſt* PAC *angulo* BAC, *hoc eſt* RAC *eſt æqualis.* G

Quare & OC ad RP perpendicularis erit propter lemma ſphæricorum] *Per lemma ſphæricorum, vt opinor, intelligit illud, quod in ſexto libro ſcriptum reliquit, propoſitione 42.* H

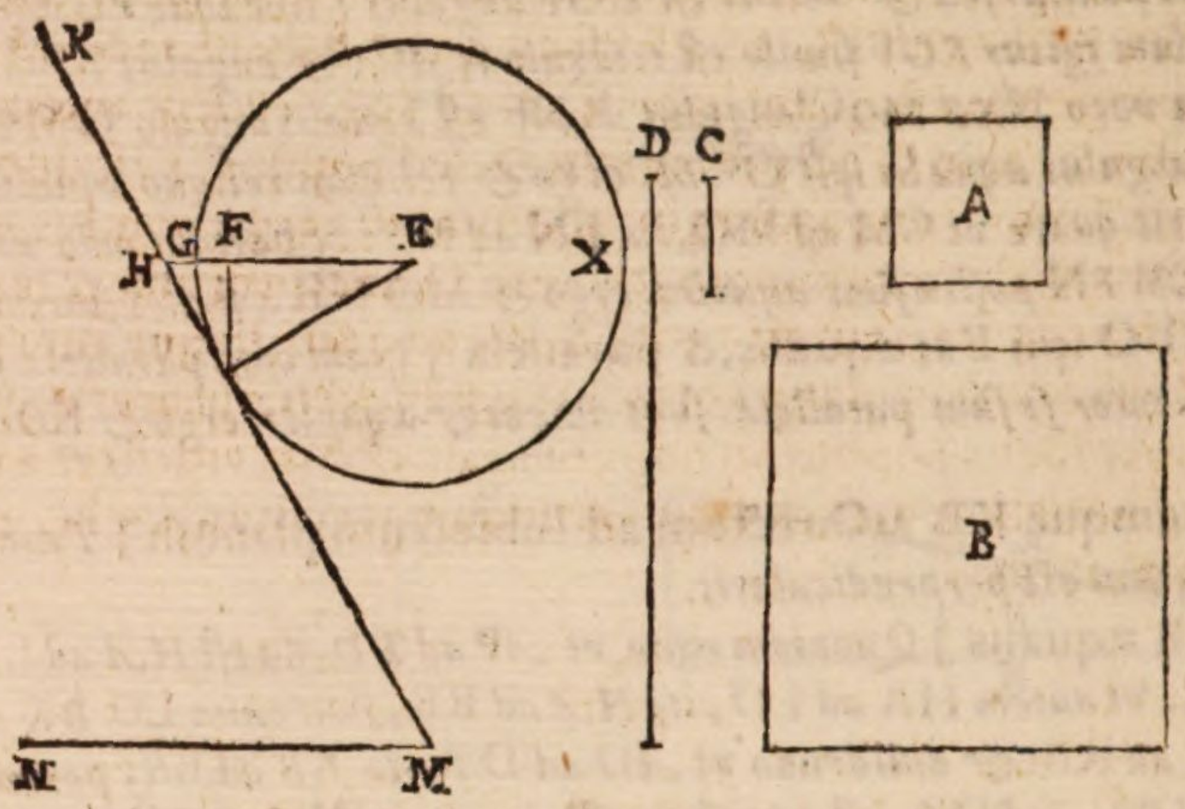
Angulus autem CAP maior eſt angulo CAR] *Quoniam enim* AB *maior eſt, quam* AD, *erit* CAD, *hoc eſt* CAP *angulus maior angulo* CAB; *hoc eſt angulo* CAR. K

THEOREMA V. PROPOS. IX.

Dato pondere a data potentia ducto in plano horizonti parallelo, & altero plano inclinato, quod ad ſubiectum planum datum angulum efficiat, inuenire potentiam, a qua dondus in plano inclinato ducatur.



Sit ſubiectum planum per rectam lineam quidem MN tranſiens, per MK vero planum



planum ad ipſum inclinatum in dato angulo KMN, & aliquod pondus *A* moueatur a potentia C in ſubiecto plano: intelligaturque per *A* ſphæra æque grauis circa E centrum, quæ ponatur in plano per MK, ipſum contingens in L. ergo ducta EL perpendicularis eſt ad planum, vt demonſtratum fuit in quarto theoremate ſphæricorum. & ideo perpendicularis ad ipſam KM. Ducatur per KM EL planum, quod ſectionem faciat in ſphæra circulum LGX: perque centrum E ipſi *M*N parallela ducatur EH: & a puncto L ad EH ducatur perpendicularis LF. Quoniam igitur datus eſt angulus EHL, eſt enim angulo acuto dato KMN æqualis; erit & ELF angulus datus, æqualis ſcilicet angulo EHL, quod triangulum ELF triangulo EHL æquiangulum ſit. ergo triangulum ELF ſpecie datur. & data proportio EL, hoc eſt EG ad EF. quare & reliqua FG ad E*F* proportio data erit. fiat vt GF ad FE, ita pondus A ad pondus *B*, & potentia C ad potentiam D. eſt autem ponderis A potentia C. ergo ponderis B in eodem plano potentia erit D. & quoniam vt recta linea GF ad FE, ita eſt pondus A ad pondus B, ſi pondera *A*B circa centra EG ponantur; æqueponderabunt ex puncto F ſuſpenſa, tanquam nixa baſi LF, quæ recta eſt ad horizontem. ponitur autem pondus A circa E centrum; etenim pro ipſo eſt ſphæra. ergo pondus *B* circa centrum *G* poſitum æqueponderabit, ita vt ſphæra ob plani inclinationem deorſum non feratur, ſed ſtabilis permaneat, tamquam ſi in ſubiecto plano eſſet. monebatur autem in ſubiecto plano a potentia C. quare in plano inclinato ab vtriſque mouebitur, videlicet a potentia C, & potentia ponderis B, hoc eſt a potentia D. & eſt potentia *D* data.

lib. prim. 3 diff. vnde. 29. prim. 8. ſexti.

Geometrica igitur problematis demonſtrata eſt. vt autem in exemplo & conſtructionem, & demonſtrationem faciamus. Sit pondus quidem *A* talentorum verbi gratia ducentorum, ductum in plano horizonti parallelo a potentia C mouente, hoc eſt ſint homines mouentes quadraginta. angulus autem KMN, hoc eſt *E*HL. ſit duarum tertiarum recti. erit reliquus FLH vnius tertiæ recti. ſed rectus eſt *E*LH angulus, ergo & duarum tertiarum recti eſt *E*LF: & quarum partium quattuor recti continent 360. earum angulus *E*LF contineat 60. quarum vero duo recti contineat 360, earum

A
B
C

angulus

angulus ELF 120. quare descripto circa triangulum otthogonium EFL circulo, erit circumferentia, quam subtendit recta linea EF, 120, earum partium, quarum totus circulus est 360. & ipsa EF recta linea est 104 fere earum partium, quarum EL circuli diameter est 120. hæc enim perspicua sunt ex tabula rectarum linearum, quæ D
in circulo describuntur apud Ptolemæum in primo libro mathematicorum. proportio igitur rectæ lineæ EL, hoc est EG ad EF est ea, quam habent 120, ad 104, & ideo reliquæ GF ad FE proportio est, quam habent 16. ad 104. eadem autem est ponde- E
ris D ad pondus B, & potentiæ C ad potentiam D. sed pondus A est ducentorum talentorum, & potentia C mouens quadraginta hominum. ergo pondus quidem B erit mille & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & sexaginta hominum. vt enim 16, ad 104, ita 200, ad 1300, & 40, ad 260. Itaque cum primo pon-
dus ducentorum talentorum in plano horizonti parallelo moueatur a quadraginta F
hominibus, mouebitur idem pondus ab omnibus iam dictis, videlicet a trecentis hominibus in plano ad horizontem inclinato secundum angulum KMN, qui duarum tertiarum recti esse ponitur.

COMMENTARIVS.

Sit pondus quidem A talentorum, verbi gratia ducentorum] *In græcis codicibus mendose, vt opinor, legitur.* ταλάντων ἐι τύχοι Γω, *nam pro* Γω *scribendum* σ. *& ita in sequentibus.* A

Earum angulus ELF contin et 60] *græcus codex corruptus est, in quo legitur,* τοιούτων λκ ἡ ὑπὸ ελξ. *legendum vero* τοιούτων ἡ ὑπὸ ελζ ξ.

Quarum vero duo recti continent 360, earum angulus ELF 120] *Hæc nos restituimus. nam in græco codice legebatur* ὅιων αἱ ὀρθαί τξ, τοιούτων ξκ. *scribendum autem vt arbitror,* ὅ ων δὲ αἱ β ὀρθαὶ τξ τοιούτων ἡ ὑπὸ ελζ ξκ. C

Et ipsa EF recta linea est 104, ferrè earum partium, quarum &c.] *In græco codice pro* ξδ *perperam legitur* ξκ, *dixit autem ferre quoniam in tabulis Ptolemæi constat rectam lineam* ελζ *esse partium* 103, *minutorum* 55, *& secundorum* 23. D

Apud Ptolemæum in libro primo mathematicorum] *In græco codice legitur* ἐν τῶ δευτέρω τῶν μαθηματικῶν. *sed legendum puto* ἐν τῶ πρώτω τῶν μαθηματικῶν, *vt intelligatur Ptolemæi liber, qui græce inscribitur* μεγάλη σύνταξις *vulgo Almagestum vocant.* E

Ergo pondus quidem B erit mille, & trecentorum talentorum, potentia vero D ducentorum, & sexaginta hominum] *græcus codex* ἴσαι ἄρα καὶ τό μὲν β βάρος ταλάντων α τῆ λε' δ δύναμις ἀνθρώπων ωξ. *sed legendum est* ταλάντων α τῆ λε δ δύναμις ἀνθρώπων σξ. F

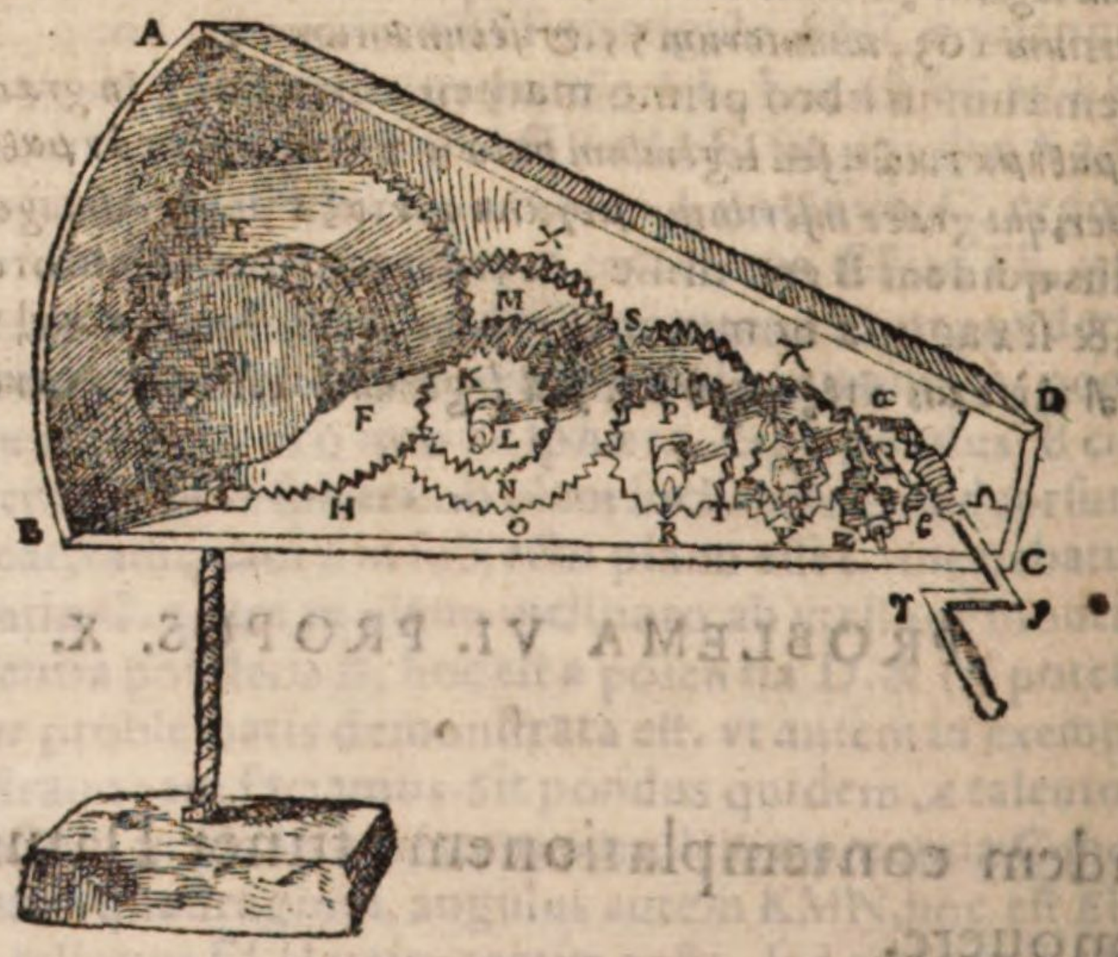
PROBLEMA VI. PROPOS. X.

Ad eandem contemplationem attinet Datum pondus data potentia mouere.

Hoc enim est quadragesimum inuentum mechanicum Archimedis, in qup ferrur dixisse. Da mihi, inquit, vbi consistam, & terram commouebo. Hero autem Alexandrinus constructionem eius in libro, qui inscribitur βαρουλκα manifestissime explicauit, A

mouol

cauit, ſumpto lemmate, quod demonſtrauit in mechanicis. vbi etiam de quinque facultatibus diſſerit; videlicet De cuneo, vecte, cochlea, polyſpaſto, & axe. In libro quidem περὶ τροχιλιῶν, ideſt de Rotulis, pondus datum data potentia ſecundum vnãquamque facultatem mouetur. In eo autem, qui inſcribitur βαρουλκον, per appoſi-
B tionem tympanorum dentatorum datum pondus mouetur data potentia, diametro tympani ad diametrum axis proportionem habente eandem, quam quinque ad unum. & pondus motum ponitur eſſe talentorum mille: potentia vero mouens talentorum quinque. ſed nobis liceat in proportione dupla idem oſtendere. ſitque motum pondus talentorum centum ſexaginta pro mille, & potentia ipſum mouens talentorum quattuor pro quinque, hoc eſt homo mouens poſſit perſe abſque machina trahere talenta quatuor. & ſit dictum ab ipſo Gloſſocomum ABCD: & in eo ad lon
C gos & parallelos parietes ſit axis EF, qui expedite vertatur. huic autem inſertum ſit tympanum dentatum radijs quaſi dentibus GH habens diametrum duplam diametri axis EF iuxta tempora. fit enim quadratus circa medium ad tantam longitudinem, quanta eſt tympani craſſitudo, in quem tute inſeratur. rotundus autem quo-
D dammodo, vel diminutus ex vtriſque partibus tympani. Si igitur ad pondus, quod attrahitur, alligari funes, qui arna vocantur, per quoddam foramen, vel potius perſectionem latam in pariete CB ingredientes circa axem EF ex vtraque parte tympani GH conuoluantur; vertaturque GH tympanum: & hoc ſimul vertet inſertum axem,
E quæ circa extrema mouetur in digitis æreis, & pyxidibus ſimiliter æreis, & poſitis in dictis parietibus ABCD: conuoluti autem funes ex pondere, quod vocatur φορτίον, pondus ipſum mouebunt. ſed vt moueatur tympanum GH, opertebit adhibere po-
F tentiam talentorum octoginta, quod diameter tympani diametri axis ſit dupla hoc enim problema demonſtratum eſt ab Herone in mechanicis. & alia quam plurima problemata vtiliſſima, & vitæ noſtræ rationibus conducentia conſcripta ſunt. Quo-
G niam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, ſed talentorum quattuor, fiat alius axis KL, qui ponatur parallelus ipſi EF, habeatque inſertum tympanum dentatum MN, ita vt eius dentes dentibus tympani GH congruant. hoc autem fiet ſi ſit, vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita multitudo



A dentium GH ad multitudinem dentium MN. quod quidem qua ratione fiat, ex ſequ-
tibus manifeſtum erit. datum eſt igitur etiam tympanum MN. ſed eidem axi KL in-

ſertum

fertum fit aliud tympanum XO diametrum habens duplam diametri tympani MN. quamobrem volenti mouere pondus per tympanum XO, neceſſe erit adhibere potentiam quadraginta talentorum, cum octoginta talenta talentorum quadraginta dupla ſint. Rurſus tympano XO dentato adiaceat aliud tympanum dentatum PR, alij axi inſertum: atque eidem axi inferatur aliud tympanum ST, habens diametrũ ſimiliter duplam diametri tympani PR, cuius dentes dentibus tympani MN non implicentur. ergo potentia mouens pondus per tympanum ST talentorum viginti põdus attraher. erat autem data potentia quattuor talentorum. neceſſe eſt igitur rurſus aliud tympanum dentatum Yφ tympano ST dentato coaptare: & axi tympani Yφ inſerere tympanum χψ dentatum, cuius diameter ad diametrum Yφ eam habeat proportionem, quam duo ad vnum. ergo potentia, quæ per tympanum χψ pondus mouet, erit talentorum decem. Rurſus tympano χψ accommodabimus aliud tympanum dentatum IZ & ipſius axi inferemus tympanum αβ dentatum dentibus obliquis, cuius diameter ad diametrum IZ proportionem habeat eandem, quam decem talenta ad talenta quattuor potentiæ datæ. His igitur cõſtructis, ſi intelligamus gloſſocomum ABCD in ſublimi collocatum, ita vt dimoueri non poſſit: & ex axe quidem EF pondus appendamus: ex tympano autem αβ potentiam attrahentem quattuor talenta, neutram in partem inclinatio fiet, dummodo axes facile uertantur, & tympanorum appoſitio exquiſite congruat. ſed veluti in quadam libra quattuor talentorum potentia centum ſexaginta talentis æqueponderabit. ſi igitur vni ipſorum paruum aliquod pondus addatur, deorſum verget, & præponderabit ex ea parte, ad quam additio facta fuerit. ſi enim, verbi gratia, potentiæ quattuor talentorum addatur pondus vnius minæ exuperabit ea, & pondus centum ſexaginta talentorum attrahet. ſed pro additione coaptetur tympano αβ cochlea ωα habens helicen obliquis dẽtibus ipſius congruentem. hoc autem quomodo fieri oporteat, ſcriptum eſt ab Herone in mechanicis, & nos in ijs, quæ ſequuntur manifeſtius exponemus. Itaque vertetur cochlea expedite circa tormos exiſtentes in foraminibus rotundis, quorum alter excedat in exteriorem partem gloſſocomi iuxta parietem CD, & exceſſus quadratus accipiat anſam rδ. per quam apprehendentes, & vertentes cochleam, vertemus etiã tympanum αβ. & vna tympanum IZ ipſi coniunctum. ergo & appoſitum ei tympanum χψ vertetur. & huic coniunctum Yφ, & appoſitum ipſi ST. & rurſus coniunctum PR, & appoſitum XO: itemque coniunctum MN, & appoſitum GH. quare & ipſi cõiunctus axis EF. circa quem conuoluentes ex pondere funes, pondus ipſum mouebimus. nam ipſum quidem moueri perſpicue conſtat, cum addita ſit altera potentia anſæ, deſcribens circulum, cuius perimeter maior eſt perimetro cochleę. demonſtratũ etenim eſt in libro Archimedis περὶ ζυγῶν id eſt de libra, & in mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idem centrum conuerſio eorum fiat. Hæc igitur ſunt quæ contẽplationẽ mechanicam maxime continent.

H

K

L

COMMENTARIVS.

A In libro, qui inſcribitur βαρόυλκον] *In græco codice legitur* ἐν τῷ καλουμένῳ βαρὸυλκῳ. *ſed vt arbitror legendum* ἐν τῷ καλουμένῳ βαρὸυλκῳ, *vt vnicum ſit verbum & ita in ijs, quæ ſequuntur.*

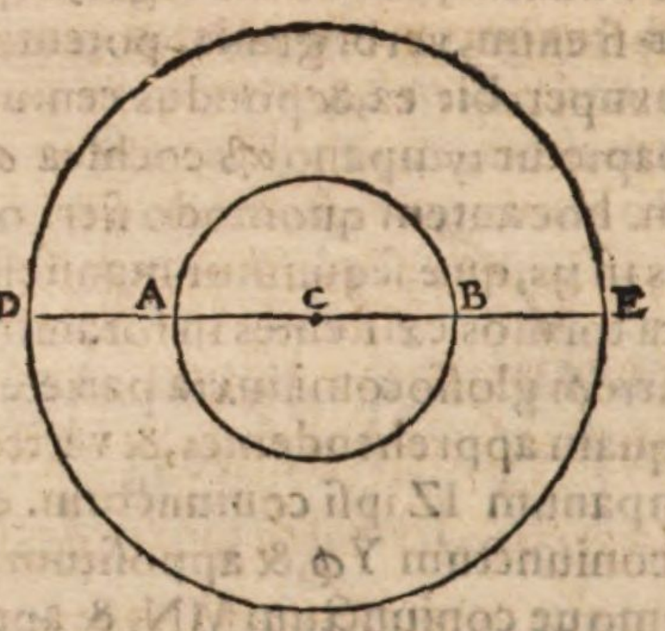
B Et pondus motum ponitur eſſe talentorum mille, potentia vero mouens talentorum quinque] *græcus codex* τοῦ κινουμὶνου βάρους ὑποκειμὲνων ταλάντων χεὶλι ταλὰντων ε. *ſed puto legendum* τοῦ κινουμένου βάρους ὑποκειμὶνου ταλάντων χιλίων, τῆς δὲ κινοὺσης δυνὰμεως ὑποκειμένης ταλὰντων ε.

C Rotundus autem, quodammodo vel diminutus ex vtriſque partibus tympani] *In græco codice ſic legitur.* σφογγύλως δέπως ἠλελωφωμένος ἐκ τῶν ἐφ' ἑνὰτερα τοῦ τυμπὰνου μερῶν. *ego ita legendum exiſtimo* σφογγὺλος δέπως, ἠλελωβωμὲνος *axis enim debet eſſe*

quadratus circa eius medium, vt pote in quod tympanum tuto inseri possit. sed ex vtraque parte quodammodo rotundus, vel diminutus, hoc est vt non sit quadratus, sed excisis angulis ad rotunditatem quandam accedens.

D Et hoc simul vertet insertum axem, qui circa extrema mouetur in degitis æreis, & pyxidibus similiter æreis, & positis in dictis parietibus ABCD] *In græco codice legitur* καὶ σφαῖρα τὸ μὲν τύμπανον, καὶ ἐστὶ τρέφει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα κινούμενον περὶ τὰ ἄκρα ἐν σκυτίνοις χαλκοῖς καὶ πυξίοις ὁμοίως χαλκαῖς κινουμέναις, κειμέναις δὲ ἐν τοῖς εἰρημένοις αβγδ τοίχοις *sed legendum puto* καὶ ἐστὶ στρέφει καὶ τὸν συμφυῆ ἄξονα. *verbum autem illud* κινουμέναις *superfluere videtur, nam pyxides, quæ in parietibus compinguntur, immobiles esse oportet.*

Sed vt moueatur tympanum GH, oportebit adhibere potentiam talentorum octo
E ginta, quod diameter tympani diametri axis sit dupla. hoc enim problema demonstratum est ab Herone in mechanicis.] *in græco codice, mendose legitur* δεήσει δύναμιν παραυχεῖν ταλάντων πλεῖον η. *sed legendum* ταλάντων π. *quod ex sequentibus manifeste apparet. Heronis autem libri, in quibus problema illud demonstratur ad manus nostras non peruenerunt, sed fortasse idem demonstrari poterit in hunc modum.*



Sit diameter axis AB, cuius centrum C, & diameter tympani circa idem centrum DE, sitque DE ipsius AB dupla. & iungatur recta linea DACBE. vt ergo axis AB mouentur, indigebimus potentia centum sexaginta talentorum, nam si ad A pondus sexaginta talentorum, & ad B totidem talentorum potentia intelligatur, æqueponderabunt ea interse se ex puncto C suspẽsa; cum distantiæ AC CB æquales sint. Rursus si ex eodem centro intelligatur ad E pondus octoginta talentorum, æqueponderabit ponderi talentorum centum sexaginta ad A posito. vt enim distantia EC ad CA, ita est pondus ad A ad pondus ad E. sed EC semidiameter tympani DE est dupla ipsius CA semidiametri axis AB, & pondus ad A est talentorum centum sexaginta ergo pondus octoginta talentorum, & eorumdem talentorum potentia ad E ipsi æqueponderabit.

Ex quibus perspicuum est, octoginta talentorum potentiam adhibitam tympano DE sustinere pondus centum sexaginta talentorum, quod quidem ex axe AB dependens ponitur. similiter idem ostendetur data quacumque diametrorum proportione. Si enim diameter DE sit quadrupla diametri AB, potentia quadraginta talentorum adhibita tympano DE, poterit datum pondus talentorum centum sexaginta sustinere. Eadem quoque ratio erit, si sint duo tympana AB DE, quæ vni & eidem axi inserantur.

F Quoniam igitur non habemus datam potentiam talentorum octoginta, sed talen
torũ quattuor] *græcus codex* ἐπεὶ οὖν οὐκ ἔχομεν τὴν δοθεῖσαν δύναμιν τὰ πάντα π, ἀλλὰ ταλάντων δ. *sed legendũ puto.* τὴν δοθεῖσαν δύναμιν ταλάντων π ἀλλὰ ταλάντων δ.

Hoc

Hoc autem fiet, si sit vt diameter tympani GH ad tympani MN diametrum, ita multitudo dentium GH ad multitudinem dentium MN] *græcus codex mancus est, quem nos ita restituendum censemus.* τοῦτο δὲ γίνεται ἐὰν ᾖ ὡς ἡ διάμετρος τοῦ τυμπάνου ΗΘ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ΜΝ, οὕτω τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ΗΘ πρὸς τὸ πλῆθος τῶν ὀδόντων τοῦ ΜΝ. G

Itaque vertatur cochlea expedite circa tormos existentes in foraminibus rotundis] *græcus codex* στρεφέσθω δὲ ὁ κοχλίας εὐλούτως περὶ τόρμους ἐμόντας ἐν τριμασι στρογγύλοις. *sed fortasse legendum erit* περὶ τόρμους ἐνόντας *per* τορμους *autem, vt opinor, intelligit, quos* Hero *Alexãdrinus* κυφόλακας *vocat. eo verbo vtitur etiam Vitruuius in libro decimo, capite 6. quamquam non cnodaces, sed codaces in impressis codicibus legatur.* H

Nam ipsum quidem moueri perspicue constat] *græcus codex* τι γὰρ κινήσεται ἄλλον. *sed puto legendum* ὅτι γὰρ κινήσεται ἄλλον. K

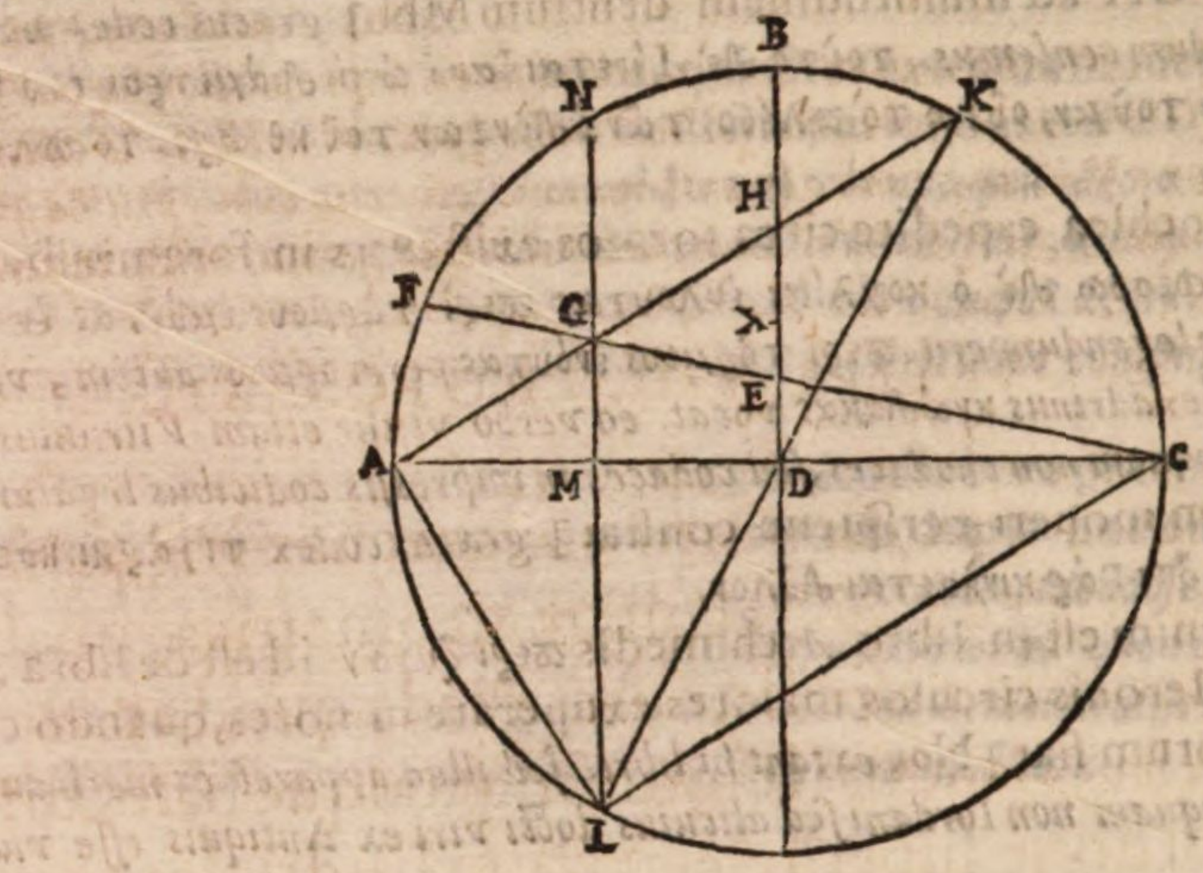
Demonstratum etenim est in libro *Archimedis* περὶ ζυγῶν id est de libra, & mechanicis Philonis, & Heronis circulos maiores exuperare minores, quando circa idē centrum conuersio eorum fiat] *Non extant hi libri. sed illud apparet ex mechanicis Aristotelis, & Iordani, quamquam non Iordani sed alicuius docti viri ex Antiquis esse videntur.* L

PROBLEM. VII. PROPOS. XI.

Organicæ autem multæ sunt species, & partes. alia enim a mechanica, & gnomonica, & ea tractatione, quæ circa aquas versatur, ratione considerata, per instrumenta ab ipsa confecta demonstrantur. multa vero & seorsum a mechanicis extrinsecus ab ea perficiuntur. & non nulla, quæ geometricis rationibus non facilè tractantur, assumens, instrumentis ad faciliorem constructionem perduxit. statim igitur problema, quod deliacum appellatur, cum natura solidum sit, fieri non potest, vt geometricis rationibus innixi construamus; quoniam neque coni sectionis facile est in plano describere. Instrumentis autem mutatum in manuum operationem, & constructionem magis idoneam ea, quæ ab alijs exposita est, sic reducetur propositum. Dico autem cubum cubi duplum inuenire. Non solum autem duplus. inuenitur per subiectum instrumentum, sed etiam generaliter proportionem habens quam cumque datam.

Proble. Deliacũ

Non facile est coni sectiones in plano describere.



Deſcribatur enim ſemicirculus ABC, & a centro D ad rectos angulos ducatur DB: & moueatur regula quædã circa A punctum, ita vt vnus quidẽ eius terminus clauulo quopiam aptetur puncto A; reliqua vero pars circa clauulum, veluti circa cẽtrum inter g C moueatur. His ita conſtructis propoſitum ſit duos cubos inuenire, qui inter ſe datam proportionem habeant. fiat proportio BD ad DE eadem, quæ proportio data: & iuncta CE producatur ad F. moueatur autem regula inter BC, donec pars eius interiecta inter rectas lineas FE EB æqualis ſit ei, quæ inter BE, & circumferentiam BKC interijcitur. hoc enim tentantes ſemper, & regulam transferentes facile aſſequemur. factum igitur iam ſit, & regula poſitionẽ habent AGHK, ita vt GH HK inter ſe ſint æquales. Dico cubum factum ex linea BD ad cubum ex DH datũ habere proportionem, quæ ſcilicet eſt BD ad DE. Intelligatur enim circulus comple
2. ſexti. tus, iunctaque KD producatur ad L, & LG iungatur. ergo LG parallela eſt ipſi BD, propterea quod & KH eſt æquali s HG, & KD ipſi DL. iungantur etiam AL LC. Et quoniam angulus GAL in ſemicirculo rectus eſt, & perpẽdicularis AM, erit vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, hoc eſt, vt CM ad MA, ita quadratum ex AM
cor 8. ad quadratum ex MG, etenim vt LM ad MA, ita AM ad MG. ergo & vt quadratum
1. ſexti. ex LM ad quadratom ex MA, ita quadratum ex AM ad quadratum ex MG, & CM ad
A MA cõmunis apponatur proportio AM ad MG. ergo proportio cõpoſita ex proportione CM ad MA, & proportione AM ad MG. videlicet proportio CM ad MG eadẽ ẽ, quæ componitur ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG x & ex pro-
B portione AM ad MG. Sed proportio compoſita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, & proportione AM ad MG, eadem eſt, quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG. ergo & CM ad MG proportio eadem eſt, quam cubus ex AM habet ad cubum ex MG. vt autem CM ad MG, ita CD ad DE, hoc eſt BD ad
4. ſexti. DE: & vt AM ad MG, ita AD ad DH. ergo vt BD ad DE, quæ eſt proportio data, ita cubus ex BD ad eum, qui fit ex DH cubum.

COMMENTARIVS.

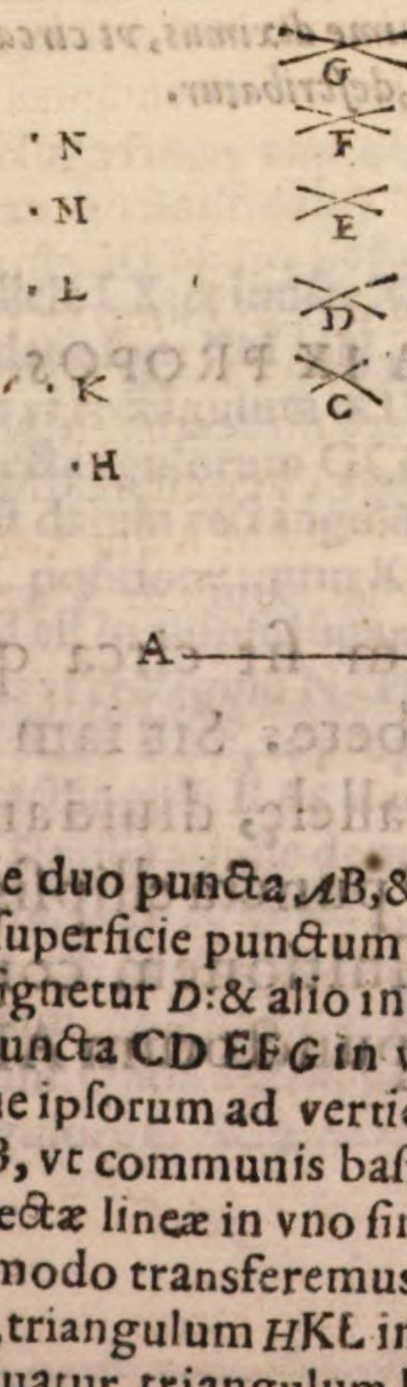
Ergo & vt quadratum ex LM ad quadratum ex MA, ita quadratũ ex AM ad qua-
A dratum ex MG; & CM ad MA] *Rurſus quoniã angulus* ALC *in ſemicirculo rectus eſt, & perpendicularis* LM, *erunt tres rectæ lineæ* CM ML MA *in continua analogia proportionales. quare vt* CM *ad* MA, *ita quadratum ex* CM *ad quadratum ex* ML. *hoc eſt quadratũ ex* LM *ad quadratum ex* MA.
cor. 8. ſexti.
cor. 20. ſexti.

Sed

Sed proportio composita ex proportione quadrati ex AM ad quadratum ex MG, B
& proportione AM ad MG eadem est: quam habet cubus, qui fit ex AM ad cubum, qui ex MG:] *Prismata namque omnia, & pyramides inter se proportionem habent compositam ex proportione basium, & proportione altitudinum: quod nos in libro de centro grauitatis solidorum propositione vigesima prima demonstrauimus. est enim cubus prisma quoddam, cuius basis latus ipsius altitudini est æquale. Hoc idem problema ponitur etiam in tertio libro.*

PROBLEMA VIII. PROPOS. XII.

Organica vero, quæ dicuntur in mechanicis problemata sunt, quod fiunt ablata eis facultate geometrica, qualia sunt, & quæ vno interuallo describuntur: & id, quod ab architectis propositum est in cylindro secundum vtralque bases diminuto voluit enim portione superficiei recti cylindri data, cuius nulla pars in circumferentijs basium integra seruatur, inuenire cylindri crassitudinem, hoc est diametrum circuli, a quo cylindrus ipse ortum habuit. Inuenitur autem methodo inuestigata, hoc pacto.



Sumantur in data superficie duo puncta AB, & ex ipsis AB centris, atque interual lo quopiam signetur in dicta superficie punctum C: & rursus ex eisdem centris AB, interualloque maiori primo signetur D: & alio interuallo signetur E, & alio F. & de- A
nique alio G. erunt quinque puncta CD EF G in vno plano. propterea quod recta linea coniungens vnumquodque ipsorum ad verticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ A B, vt communis basis triangulorum, ad ipsam AB sit B
perpendicularis, & quinque rectæ lineæ in vno sint plano. videlicet ipla CDEFG puncta. Hæc autem in plano hoc modo transferemus. Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta CDE coniungunt, triangulum HKL in plano constituatur: ex tribus vero, C
quæ coniungunt DEF constituatur triangulum KLM, & ex tribus coniungentibus EFG constituatur LMN. erunt triangula HKL KLM LMN pro ipsis CDE DEF EFG triãgulis. si igitur circa puncta HK LMN ellipsim describamus, minor ipsius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.

COM-

COMMENTARIVS.

A Erunt quinque puncta CDEFG in vno plano, propterea quod recta linea coniungens vnum quodque ipsorum aduerticem trianguli æquicruris, & punctum medium ductæ lineæ AB, vt communis basis triangulorum ad ipsam AB sit perpendicularis] *Ductis enim ab ipsis* CDEFG *punctis, hoc est à triangulorum æquicruriũm verticibus ad medium communis basis* AB, *erunt hę ad ipsam* AB *perpendiculares. & idcirco ex secunda propositione vndecimi libri elementorum in vno, & eodem plano. puncta igitur* CDEFG *in vno plano cunsistent. sunt autem ea quidem insuperficiæ curua cylindri, sed tamen omnia in eadem linea, quæ vel recta erit, vel curua. & si quidem recta, est cylindri latus: Si vero curua, portio est circuli, vel ellipsis. nam cum planum per ea transiens parallelum est plano basis, ex sectione ipsa circulus: cum vero non est parallelum, ellipsis efficitur. quæ omnia in primo libro Sereni demonstrata sunt.*

B Ex tribus quidem rectis lineis, quæ puncta CDE coniungunt, triangulum in plano constituatur.] *Atqui non semper posunt ex his triangula constitui, quando scilicet ea*

C *puncta in recta linea, hoc est in cylindri latere collocantur.*

Si igitur circa puncta HKLMN ellipsim describamus, minor ipsius axis erit diameter circuli, qui cylindrum perficit.] Hoc *demonstratur a Sereno in 9. propositione primi libri. fieri tamen potest, quod proxime diximus, vt circa dicta puncta non ellipsis, sed circumferentia circuli, qui est basi æqualis, describatur.*

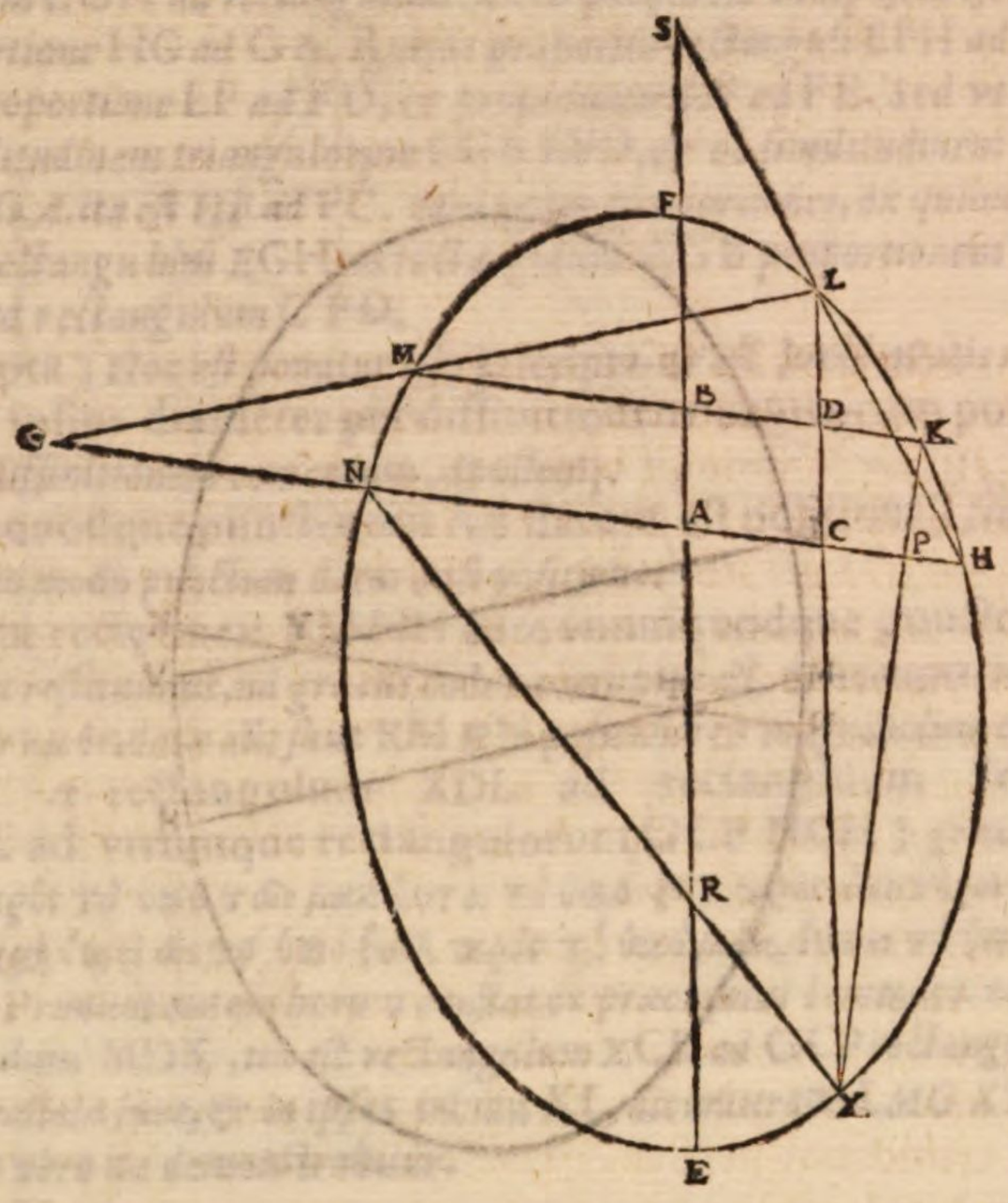
PROBLEMA IX PROPOS. XIII.

A Cum autem quæsitum sit circa quinque data puncta HKLMN ellipsim describere. Sit iam descripta: & iunctæ

B MK NH primum sint parallelę, diuidanturque bifariã in puncțis AB. & ducta AB ad EF puncta ellipsis producatur. est igitur

C EF ipsius diameter per diffinitionem conicorum positione data. etenim vnumquodque punctorum AB datum est positione.

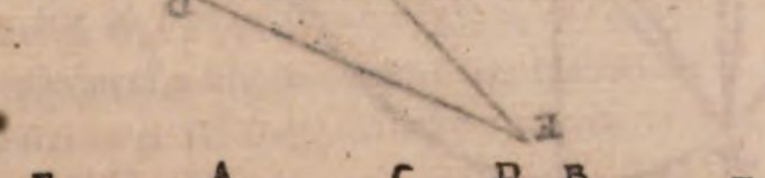
Duæ



Ducatur per L ipsi EF parallela LX: & iunctę XK LM occurrant rectę lineæ HN perductę in punctis PG. ergo datæ sunt KM HN, cum vnumquodque punctorum KM HN sit datum. Et quoniam vt rectãgulum XDL ad rectangulum MDK, ita est rectãgulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCP, NCH erit GCP rectangulum rectangulo NCH æquale. atque est datum rectãgulũ NCH, vtraque enim NCCH data est. ergo & P est datum. sed & K. positione igitur KPX data erit. data autẽ est & LCX. quare & punctũ X dabitur, quod est in ellipsi. Iũgantur NX LH: & diametro *EF* productæ occurrãt in RS. erit rursus vt rectãgulũ NCH ad rectangulũ XCL ita rectãgulũ NAH ad vtrũque rectangulorũ RAS EAF, ac propterea rectangulũ RAS est æquale ipsi EAF rectangulo atque est rectangulũ RAS datum; datæ enim sunt RA AS. rectãgulum igitur EAF datum erit. Simili ratione demonstrabitur rectangulum quoque *E*BF datum. & dantur *A*B puncta. ergo & ipsa E*F*, vt deinceps ostendemus. quare & EF diameter magnitudine data est; & diameter ipsi coniugata, cum detur proportio transuersi lateris EF ad rectum. eadem enim est, quam rectangulum EAF habet ad id, quod fit ex AN quadratum. Quod autem positum est, sic demonstrabitur.

E 9 quĩti. F G H K L 9 quĩti. M N O

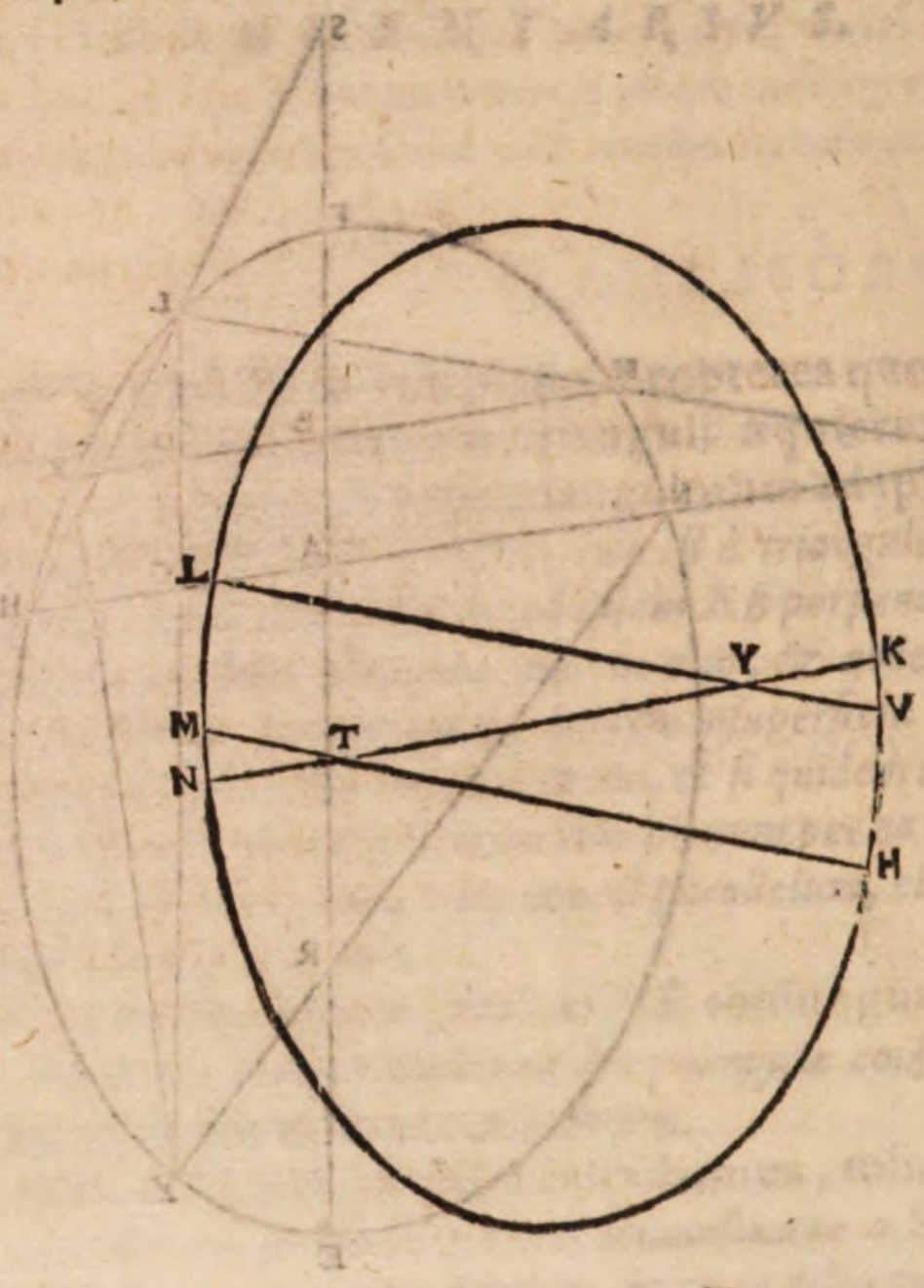
Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB; & data CD puncta. dico puncta AB data esse.



Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale; rectangulo autem P

ADB

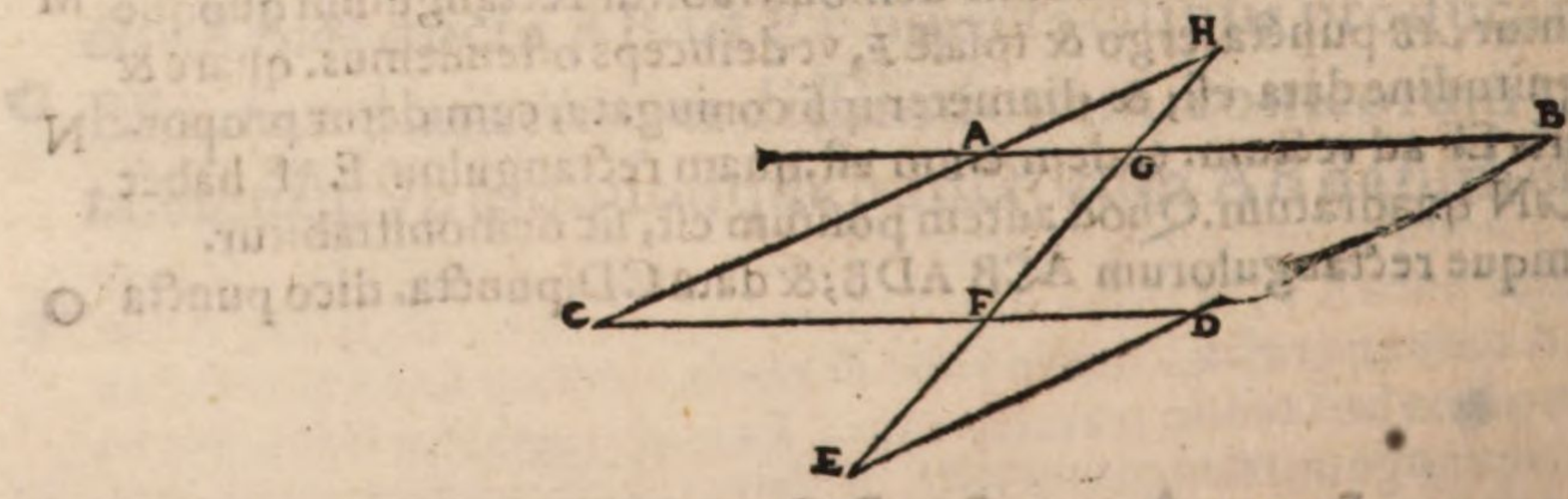
ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FD: nam ob constructio
Q nem vtraque proportio eadem est ei, quæ CB ad BD. rectangulum igitur conten-
tum EC FD æquale est rectangulo EAF. quare datum erit punctum A. similiter & ip-
sum B datum,



Sed non sint parallelæ rectæ linæ, quæ puncta NH, MK in ellipsi data coniungunt
& ductis NK MH sese in puncto T secantibus, ducatur per L recta linea LYV ipsi
R MTH parallela. erit proportio rectanguli NYK ad rectangulum LYV data. eadem
S T enim est, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH. & datum est NYK rectangu
lum. ergo & ipsum LYV. sunt autem puncta LY data. datum igitur est punctum V.
V quare deuenimus ad illud, quod ante dictum est. nam cum parallelæ sint inter se MH
LV, circa quinque data puncta NMLVH quemadmodum tradidimus, ellipsim de-
scribemus.

COMMENTARIVS.

Ad eorum, quæ hoc loco traduntur, demonstrationem, sequens lemma præmittimus.



Sint duæ rectæ lineæ inter se parallelæ AB CD, *in quas incidat recta linea* EFGH: *& a qui-*
bus

buslibet eius punctis EH *ex altera quidem parte ducatur* HAC, *ex altera vero* EDB, *quæ eadem parallelas quomodocumque secent. Dico vt rectangulum* EGH *ad rectangulũ* AGB, *ita esse rectangulum* EFH *ad* CFD *rectangulum.*

Rectanguli enim EGH *ad rectangulum* AGB *proportio composita est ex proportione* EG 23 sexti.
ad GB, *& proportione* HG *ad* GA. *Rursus proportio rectanguli* EFH *ad rectangulum* CFD *componitur ex proportione* EF *ad* FD, *& proportione* HF *ad* FE. *Sed vt* EG *ad* GB, *ita est* EF *ad* FD, *ob similitudinem triangulorum* EGB EFD, *& ob similitudinem triangulorũ* AGH CFH, *vt* HG *ad* GA. *ita est* HF *ad* FC. *cum igitur proportiones, ex quibus componuntur eædem sint, habebit rectangulum* EGH *ad rectangulum* AGB *proportionem eandem, quam rectangulum* EFH *ad rectangulum* CFD.

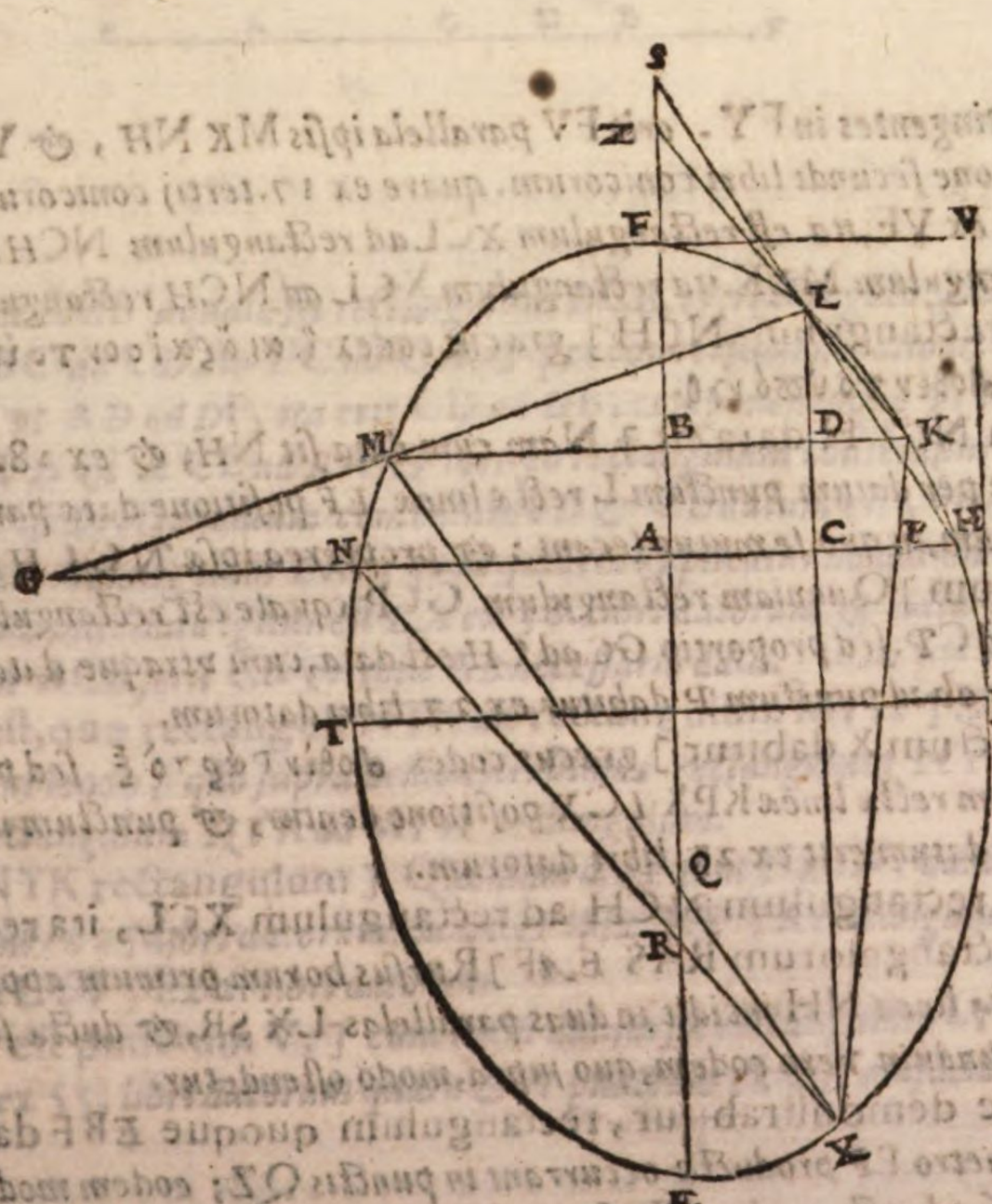
Sit iam descripta] *Hoc est ponatur esse descripta. & est problematis resolutio.* A

Est igitur *EF* ipsius diameter per diffinitionem conicorum positione data] *per decimam scilicet diffinitionem conicorum Apollonij.* B

Etenim vnamquodque punctorum AB datum est positione] *frustrà additur positione, non enim alio modo punctum datur, nisi positione.* C

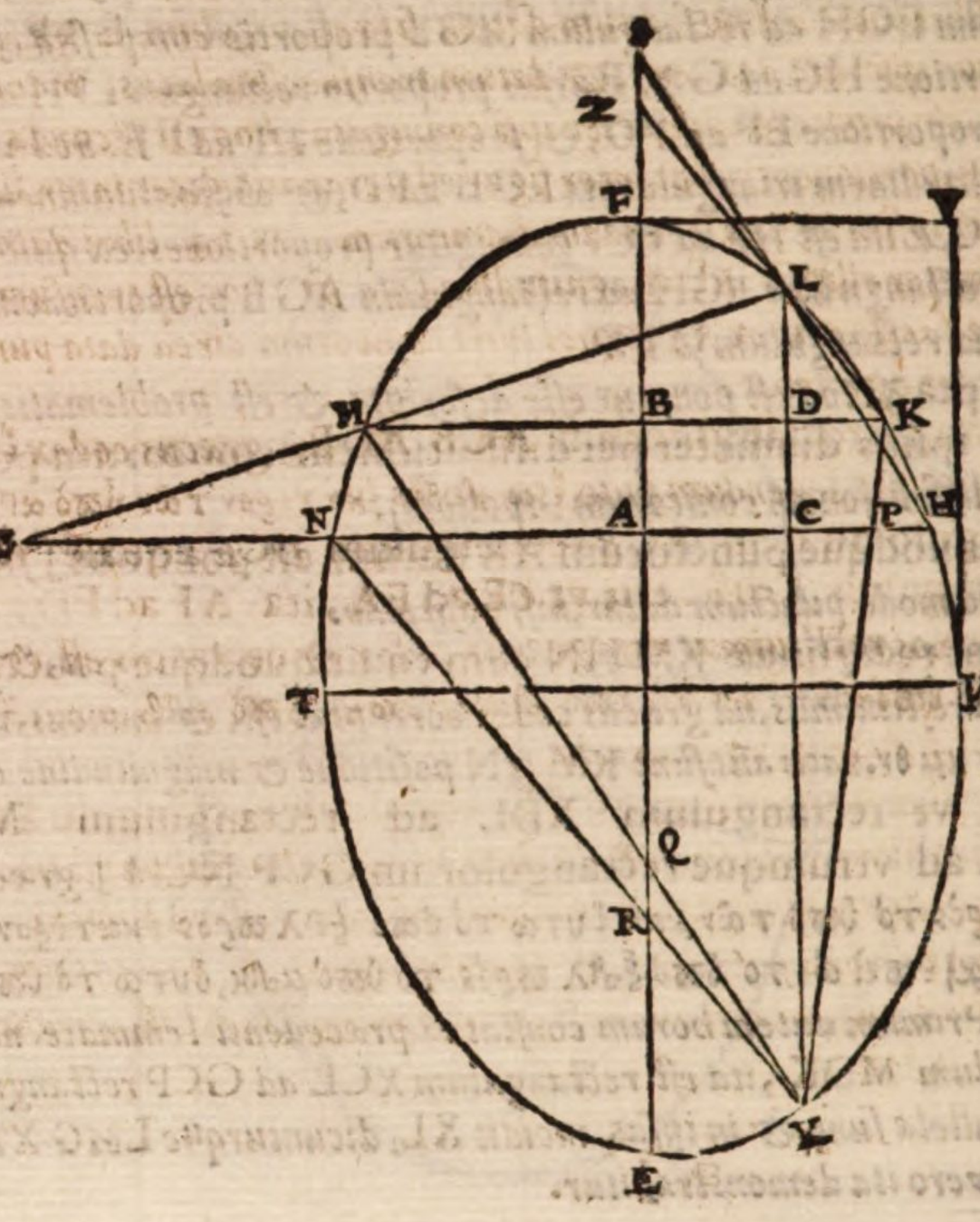
Ergo datæ sunt rectę lineæ KM HN cum vnnmquodque punctorum, KMHN sit datũ] *Nos hæc ita restituimus, nã græcus codex corruptus est, & mancus, vt opinor, qui sic habet.* λοιὲν ἄρα τῶν κμ θν. *datæ aũt sunt* KM HN *positione & magnitudine ex 26 libri Datorũ.* D

Et quoniam vt rectangulum XDL ad rectangulum MDK ita est rectangulum XCL ad vtrumque rectangulorum GCP NCH] *græcus codex.* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν μδκ οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκατέρον τῶν ὑπὸ ηγω νγθ. *sed legendum est* καὶ ἐπεὶ ὡς τὸ ὑπὸ ξδλ πρὸς τὸ ὑπὸ μδκ, οὕτω τὸ ὑπὸ ξγλ πρὸς ἑκατέρον τῶν ηγω νγθ *Primum autem horum constat ex præcedenti lemmate. nam vt rectangulum* XDL *ad rectangulum* MDK, *ita est rectangulum* XCL *ad* GCP *rectangulum. rectæ enim lineæ* MK GP *parallelæ sunt, & in ipsas incidit* XL, *dicunturque* LMG XPK, *quæ parallelas secant. Secundum vero ita demonstrabitur.* E



M

Sit recta linea TY *ellipsis diameter, ipsi diametro* EF *coniugato, & ducantur* FV



YV *sectionem contingentes in* FY. *erit* FV *parallela ipsis* MK NH, *&* YV *parallela ipsi* EF *ex quinta propositione secundi libri conicorum. quare ex* 17. *tertij conicorum, vt quadratum ex* YV *ad quadratum ex* VF, *ita est rectangulum* XCL *ad rectangulum* NCH. *vt igitur rectangulum* XCL *ad rectangulum* MDK, *ita rectangulum* XCL *ad* NCH *rectangulum.*

11. quiti.

F Et est datum rectangulum NCH] *graecus codex* ἔστι ἄρα ἴσον τὸ ὑπὸ νγε. *sed videtur legendum* καὶ ἔστι δοθὲν τὸ ὑπὸ νηθ.

G Vtraque enim NC CH data est] *Nam cum data sit* NH; *& ex* 28. *libri datorum data* LCX, *quippe quæ per datum punctum* L *rectæ lineæ* EF *positione datæ parallela ducitur : erit & punctum* C *datum, in quo se mutuo secant : & propterea ipsæ* NC CH *dabuntur.*

25. dato.

H Ergo & P datum] *Quoniam rectangulum* GCP *æquale est rectangulo* NCH, *vt* GC *ad* CH, *ita erit* NC *ad* CP. *sed proportio* GC *ad* CH *est data, cum vtraque data sit, & data* NC. *ergo & ipsa* CP, *& ob id punctum* P *dabitur ex* 27. *libri datorum.*

14. sexti. 2 datorũ

K Quare & punctum X dabitur] *græcus codex* δοθὲν γὰρ τὸ ξ. *sed puto legendum* δοθὲν ἄρα τὸ ξ *Nam cum rectæ lineæ* KPX LCX *positione dentur, & punctum in quo conueniunt interse, videlicet* X *datum erit ex* 25. *libri datorum.*

L Erit rursus vt rectangulum NCH ad rectangulum XCL, ita rectangulum NAH ad vtrumque rectangulorum RAS EAF] *Rursus horum primum apparet ex lemmate antecedenti, nam recta linea* NH *incidit in duas parallelas* LX SR, *& ductæ sunt* HL, NRX, *quæ eadem secant. secundum vero eodem, quo supra, modo ostendetur.*

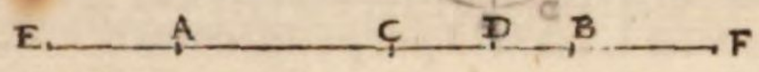
M Simili ratione demonstrabitur, rectangulum quoque EBF datum] *Iunctis enim* MX, KL, *quæ diametro* EF *productæ occurrant in punctis* QZ; *eodem modo demonstrabitur vt rectangulum* MDK *ad rectangulum* XDL, *ita esse rectangulum* MBK *ad vtrumque rectangulorum* QBZ EBF. *quare rectangulum* EBF *rectangulo* QBZ *est æquale, atque est rectangulum* QBZ *datum. datum igitur & ipsum* EBF.

Et diameter ipsi coniungata, cum detur proportio transuersi lateris EF ad rectũ. N
eadem enim est quam rectangulum EAF habet ad id quod fit ex AN quadratum] *Namque vt rectangulum EAF ad quadratum ex AN, ita est transuersum figuræ latus ad rectum. ex 21. primi libri conicorum. sed cum datum sit rectangulum EAF, & quadratum ex AN, proportio quoque ipsorum data erit. & datum transuersum latus, videlicet diameter EF. ergo & latus rectum, & propterea diameter ipsi coniugata; hoc est secunda diameter, quæ ex* I datoru
diffinitione mediam proportionem habet inter figuræ latera; videlicet inter EF & latus rectum. dabitur enim proportio ipsius EF ad secundam diametrum. ex 24. libri datorum. Cum igitur per resolutionem diameter ellipsis EF magnitudine data sit, hoc est transuersum figuræ latus. itemque latus rectum, facile erit ex 54. primi libri conicorum circa data puncta ellipsim describere. quod ipsum facere oportebat. O

Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB] *græcus codex* ἔσω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αβ Γ αβΔ. *sed legendum puto* ἔσω δοθὲν ἑκάτερον τῶν ὑπὸ αΓβ αΔβ. P

Sit enim rectangulo quidem ACB rectangulum DCE æquale, rectangulo autem ADB æquale rectangulum CDF. erit vt CE ad EA, ita AF ad FD. nam ob constructionem &c.] *Hæc nos restituimus nam græcus codex & corruptus est, & mancus, qui sic habet.* ἴσῳ γὰρ τῷ μὲν ὑπὸ αβΓ ἴσον τὸ ὑπὸ ΔΓε, τῷ δὲ ὑπὸ αΔβ ἴσον τὸ ὑπὸ ΓΔζ πρὸς τὸ ελ, οὕτως ἡ αζ πρὸς ζΔ διὰ τὴν κατασκευήν. Q

Rectangulum igitur contentum ECFD æquale est rectangulo EAF. quare datum erit pgnctum A. similiter & ipsum B datum] *Corruptus etiam est hoc loco græcus codex in quo sic legitur.* ἴσον ἄρα τὸ ὑπὸ βΓΔ τῷ ὑπὸ εΔζ. ὥστε καὶ τὸ α σημεῖον. ὁμοίως καὶ τὸ β. *sed cum hæc demonstratio obscura nimis, & concisa sit, nos eam apertissime, & planissima explicare conabimur. Sit datum vtrumque rectangulorum ACB ADB, & data sint CD puncta. Dico etiam puncta AB data esse.*



Rectangulo enim ACB æquale sit rectangulum DCE, & rectangulo ADB æquale rectangulum CDF. erit vt BC ad CD, ita EC ad CA. & per conuersionem rationis vt CB ad BD, ita CE ad EA. Rursus vt AD ad DF, ita erit CD ad DB, componendoque vt AF ad FD, ita CB ad BD. quare AF ad FD est vt CE ad EA, & idcirco rectangulum contentum FD & CE æquale est rectangulo EAF. sed rectandulum contentum FD & CE datum est, vtraque enim est data. ergo datum est etiam rectangulum EAF, quod quidem applicatur ad datam rectam lineam EF, deficiens figura quadrata. data igitur est EA ex 38. libri datorum, & data AC. Quod cum datum sit rectangulum ACB, erit CB & tota AB necessario data. R

Eadem enim est, quæ rectanguli NTK ad rectangulum MTH] *Nam ex 17. tertii libri conicorum eodem modo, quo supra demonstrabimus rectangulum NYK ad rectangulum* H
LYV *ita esse, vt rectangulum NTK ad MTH rectangulum.*

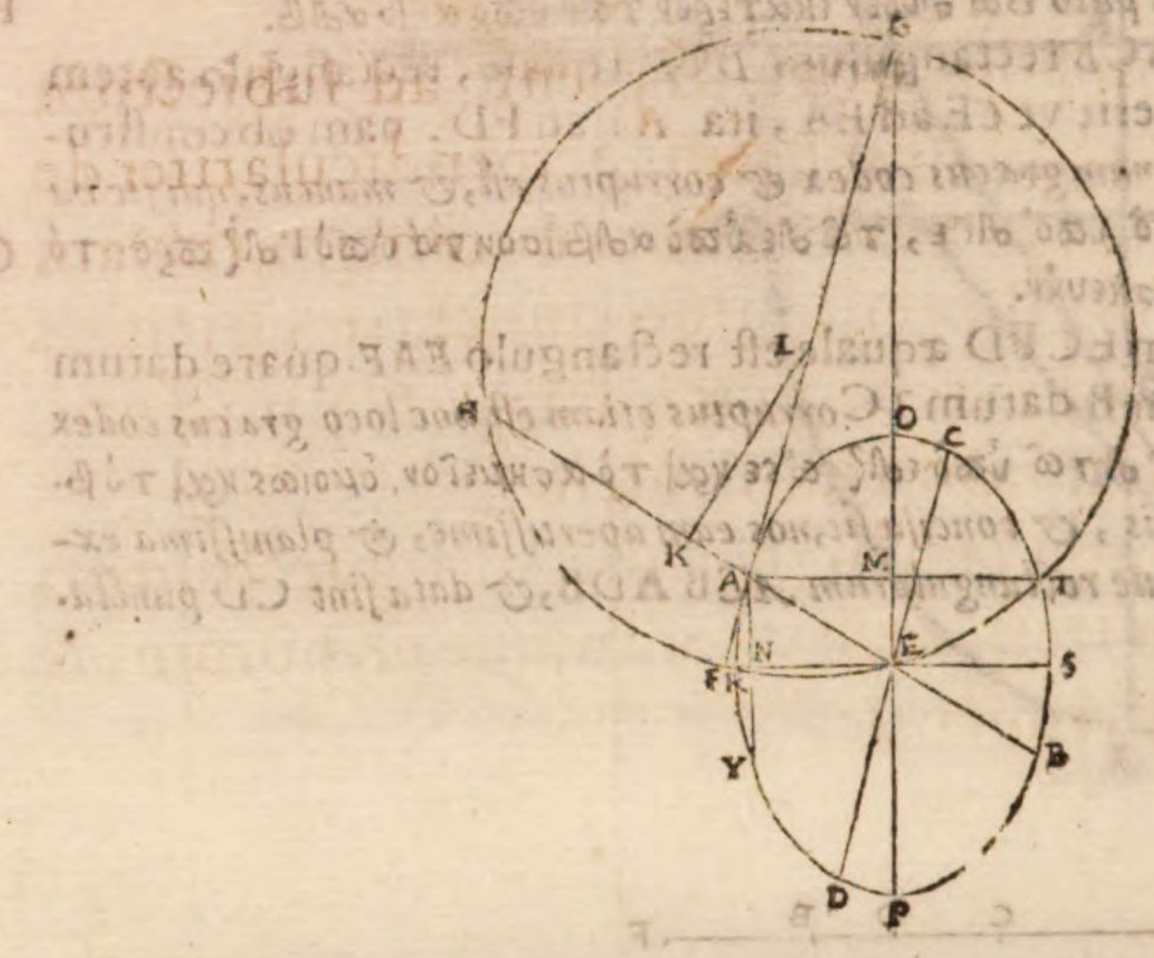
Et datum est NYK rectangulum] *Quoniam datæ sunt NK LV, dabitur etiam punctum Y, in quo conueniunt ex 25. libri datorum. quare & ipsæ NY YK rectangulum continentes.* T

Ergo & ipsum LYV] *Ex 2. libri datorum.* V

Datum igitur est punctum V.] *cum enim datum sit rectangulum LYV, & data LY, dabitur quoque YV ex 55. libri datorum quare & V punctum ex 27. eiusdem.*

PROBLEMA X. PROPOS. XIV.

Facile autem est inuentis quibuscumque coniugationibus diametrorum ellipsis, axes eius organice inuenire. quod quidem hac ratione fiet.



Exponantur prius inuentæ diametri coniugatæ ellipsis, quæ sint AB CD, sese in puncto E bifariam secantes. & per A quidem ipsi CD parallela ducatur FG: quadrato autem ex DE æquale ponatur rectangulum EAH: & EH bifariam secetur in K, cum sit DE maior, quam EA. deinde a puncto K ipsi HE ad rectos angulos ducatur KL. quæ rectam lineam FG in L secet. & ex centro L per E circuli circumferentia describatur, secans ipsam FG in F G. punctis: iunctæque EF, EG producãtur, & ad ipsas agantur perpendiculares AM AN. rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorum ex EO EP. & rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex OR OS. Inuenti igitur erunt axes ellipsis OP RS. quorum minimus crassitudini cylindri est æqualis: vt in principio dictum fuit.

A
B

COMMENTARIVS.

A Rectangulo autem GEM æquale ponatur vtrumque quadratorũ, ex EO ES. Et rectangulo FEN ponatur æquale vtrumque quadratorum ex ER ES.] *graecus codex corruptus & mancus est hoc loco, quem nos restituimus, sic enim habet.* καὶ τὸ μὲν ὑπὸ ΗΕ μῖσον κἰσοῖω ἑκάτεγον τὰν ὑπὸ ΕΕ ΕΩ, τῶ δὲ ὑπὸ ΕΘ Θσ. *lege* καὶ τῶ μὲν ὑπὸ ΗΕ μῖσον κεἰσοῖω ἑκάτεγον τῶν ὑπὸ ΕΟ ΕΩ, τῶ δὲ ὑπὸ ΖΕ ἶσον κἰσοῖω ἑκάτεγον τὰν ΕΡ ΕΣ.

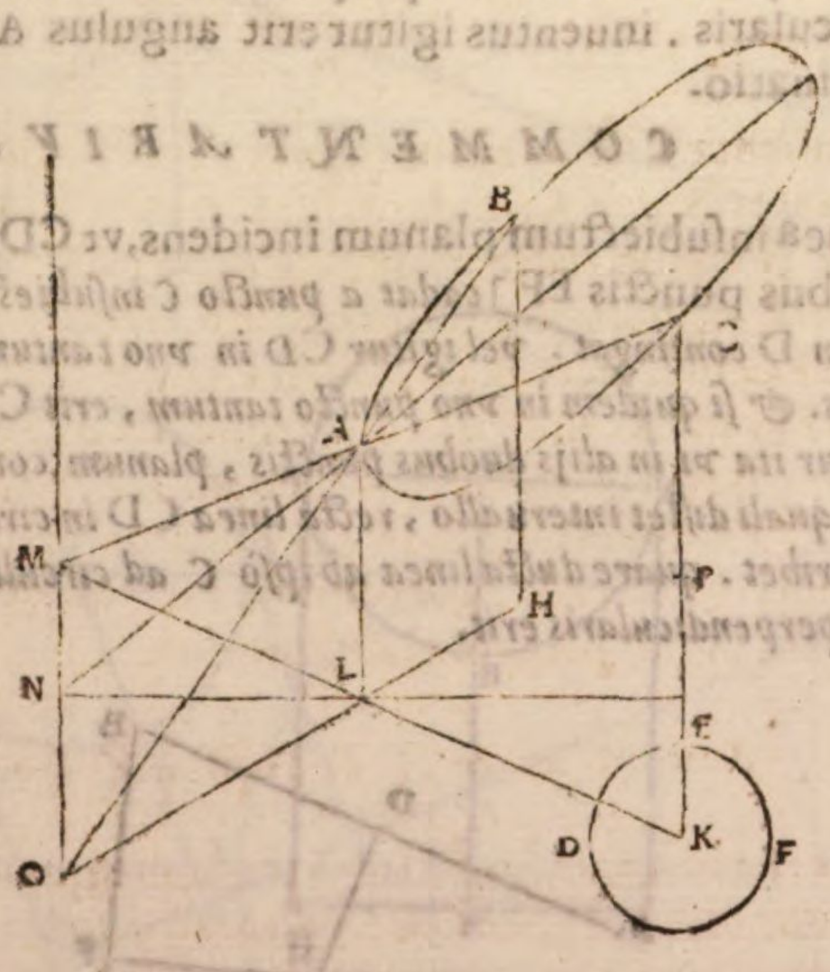
B Inuenti igitur erunt axes ellipsis OP RS.] *Producatur AM vsque ad T, ita vt TM ipsi MA sit æqualis. producatur etiam AN vsque ad Y vt YN sit æqualis NA. erunt puncta TY in ellipsi, ex iis, quæ demonstrata sunt ab Apollonio in propositione 4ª secundi libri conicorum. Sed RS parallela est ipsi AT, est enim angulus GEF in semicirculo rectus, quare*

quare & OP ipsi AY parallela erit. Quoniam igitur CD ad AB ordinatim est applicata, quæ per A ipsi DC parallela ducitur, videlicet FG sectionem in puncto A continget. & cum G sectionem contingens diametro occurrat in G, & AM ordinatim applicetur, erit ex 37. primi libri conicorum rectangulum GEM æquale quadrato ex EO, vel EP Eadem quoque ratione cum AN ordinatim applicetur, rectangulum EN quadrato ex ER vel ES est æquale. ergo OP RS ellipsis coniugati axes erunt. mirum autem est Pappum alioqui diligentissimum huius problematis demonstrationem non attulisse.

PROBLEMA XI. PROPOS. XV.

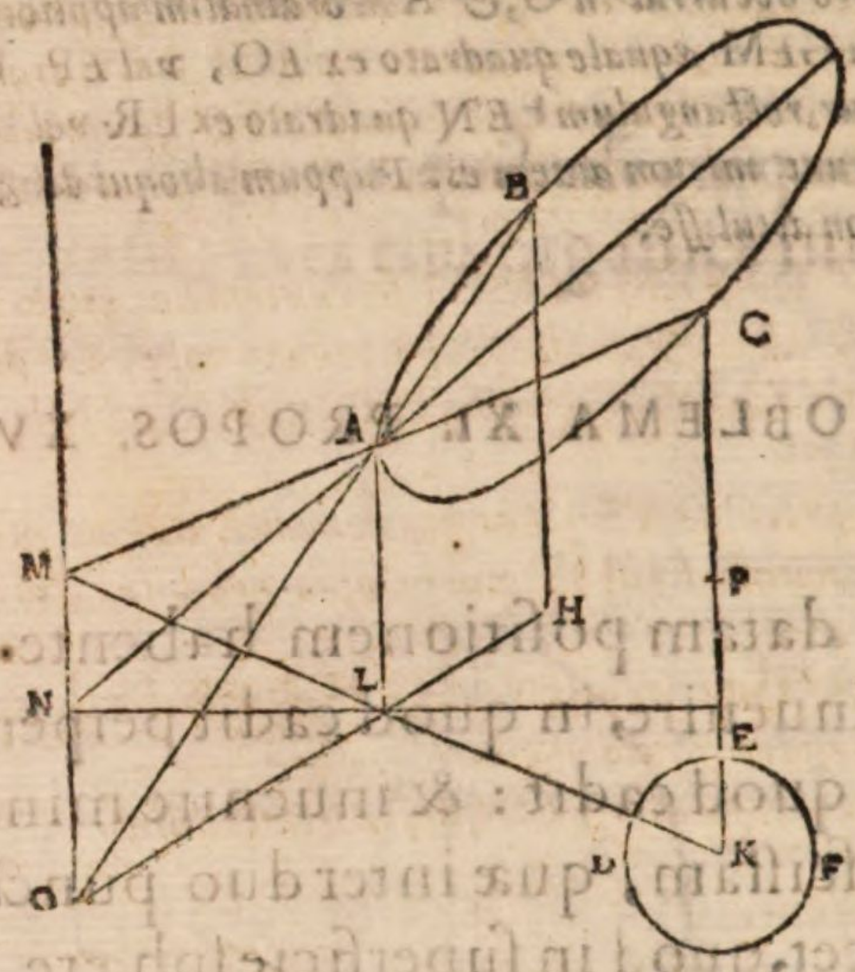
Sphæra sublimi datam positionem habente ad subiectum planum, punctum inuenire, in quod cadit perpendiculariter demissa; & secundum quod cadit: & inuenire minimam lineam a perpendiculari abscissam, quæ inter duo puncta interijcitur. inter punctum scilicet, quod in superficie sphærę, & punctum, quod in plano continetur. præmittitur autem hoc.

Dato circulo sublimi, non tamen in plano ad subiectum planum recto, communem sectionem vtrorumque planorum, & eorumdem inclinationem inuenire.



Sit circulus sublimis in quo tria puncta ABC sumantur: & ab ipsis ducentur per A
pendiculares ad subiectum planum. ducentur autem hoc modo. A' puncto C recta
linea in subiectum planum incidens, vt CD, admoueatur, & tangat planum in alijs B
duobus punctis EF. sumaturque. circuli circa DEF centrum, quod sit K, ergo quæ a

puncto



puncto C perpendicularis ducitur, in K punctum cadet, & data erit CK. demittan-
C tur etiam a punctis AB similiter perpendiculares BH AL. iunctæque KL HL produ-
cantur, & fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML: vt autem BH ad AL, ita HO ad
D OL. quare data erunt puncta MO. erenim in nobis erit eiusmodi perpendiculares su-
mere, ita vt ipsarum vna videlicet AL minima sit. rectæ igitur lineæ sunt MAC OAB
E suntque in plano circuli ABC, & idcirco communis sectio ipsius & subiecti plani est
F recta linea MO. ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur erit
& AN ad MO perpendicularis. inuentus igitur erit angulus ANL, qui quidem est
ipsorum planorum inclinatio.

COMMENTARIVS.

A' puncto C recta linea in subiectum planum incidens, vt CD admoueatur, & tan-
A gat planum in alijs duobus punctis EF] *cadat a puncto C in subiectum planum recta linea*
quædam CD *ita vt ipsum in* D *contingat. vel igitur* CD *in vno tantum puncto planum contin-*
get, vel in pluribus punctis. & si quidem in vno puncto tantum, erit CD *ad ipsum perpendicu-*
laris, sin minus, transferatur ita vt in alijs duobus punctis, planum contingat. cum enim pun-
ctum C *a subiecto plano æquali distet interuallo, recta linea* CD *in circuli ambitu feretur, &*
coni recti superficiem describet. quare ducta linea ab ipso C ad circuli centrum, quæ est axis
coni, ad dictum planum perpendicularis erit.

B Sumaturque circuli circa DEF, centrum, quod sit K.] *illud autem hoc modo fiet. Sint*
data

data puncta ABC, & iuncta AB bifariam secetur in D, atque ipsi ad rectos angulos ducatur DE. erit in recta linea DE ipsius circuli centrum, ex corollario primæ tertij elementorum. Rursus iuncta BC secetur bifariam in F, & per F ipsi BC ad rectos angulos ducatur FG, quæ secet DE in H. Dico punctum H esse centrum circuli, qui per puncta ABC transit. est enim centrum in recta linea DE, vt ostensum est, & eadem ratione in ipsa FG, quare erit in puncto H, in quo scilicet ipsæ DE FG conueniunt. hoc autem nihil aliud est, nisi circa datum triangulum circulum describere:

Et fiat vt CK quidem ad AL, ita KM ad ML] *fiet autem hoc modo. Secetur CK in puncto P, ita vt PK sit æqualis ipsi AL: & quam proportionem habet CP ad PK, habeat KL ad LM. erit enim componendo vt CK ad KP, hoc est ad AL, ita KM ad ML. & eodem modo fiet, vt BH ad AL, ita HO ad OL.* C 10. sexti.

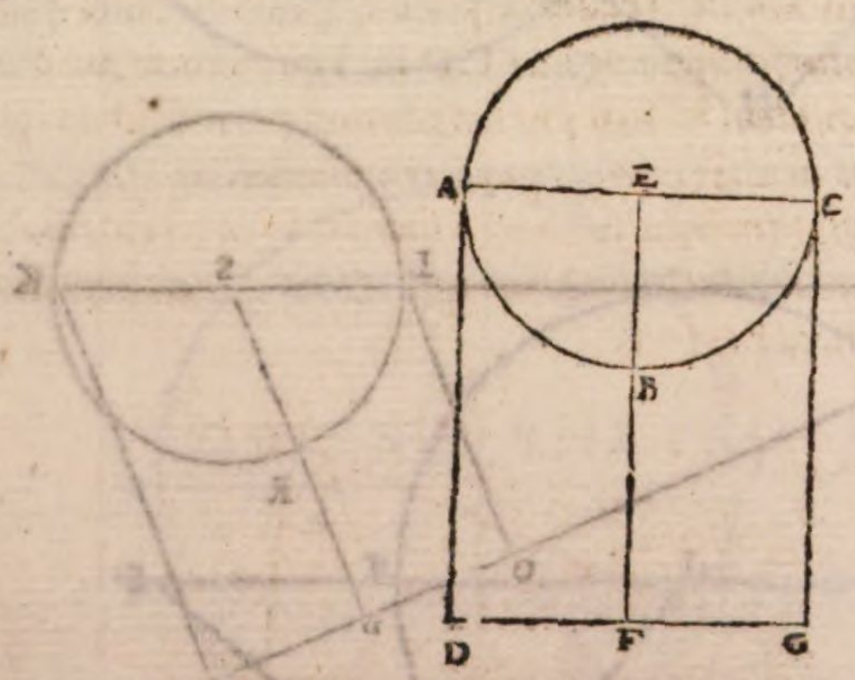
Rectæ igitur lineæ sunt MACOAB] *Hoc nos demonstrauimus in commentarijs in 10. propositionem secundi libri Archimedis de ijs, quæ in aqua vehuntur, vi delicet in primo lemmate.* D

Ducatur a puncto L ad MO perpendicularis LN, & AN iungatur] *Addita hæc sunt a nobis, quæ in græco codice desiderari videbantur.* E

Erit & AN ad MO perpendicularis] *Ex 42. sexti libri huius.* F

PROBLEMA XII. PROPOS. XVI.

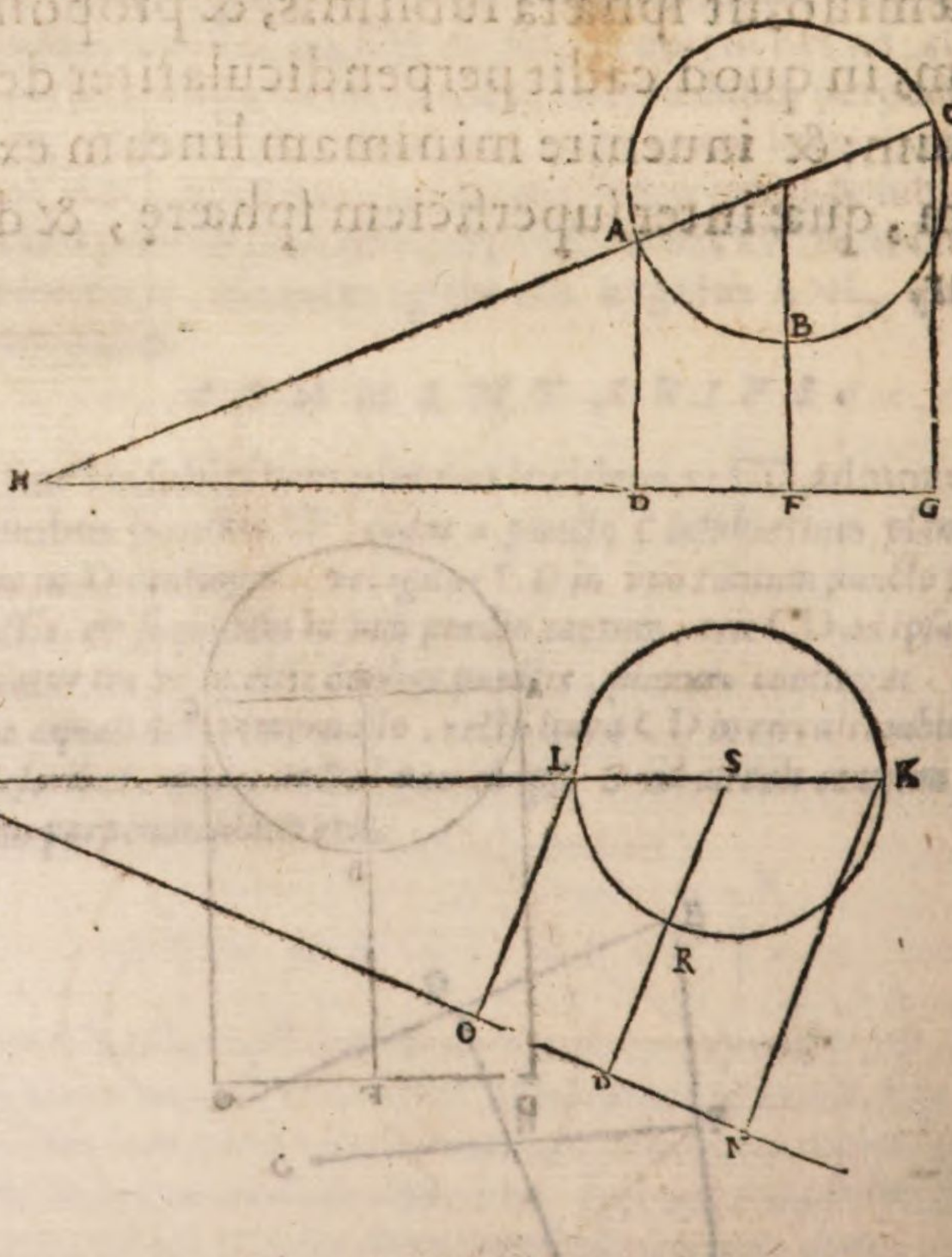
Hoc præmisso, sit sphæra sublimis, & propositum sit inuenire punctum, in quod cadit perpendiculariter demissa in subiectum planum: & inuenire minimam lineam ex perpendiculari abscissam, quæ inter superficiem sphæræ, & dictum planum interijcitur.



Sit sphæra sublimis posita circa centrum E, & in ipsa maximus quedam circulus describatur ABC. An vero sit in plano ad subiectum planum recto, an non, hoc modo cognoscemus. Sumantur in circumferentia circuli tria quæuis puncta, a quibus ad subiectum planum perpendiculares ducantur, vt didicimus, & si quidem puncta in quę perpendiculares cadunt, sint in eadem recta linea, erunt plana ad sese recta, sin minus A B

inclina-

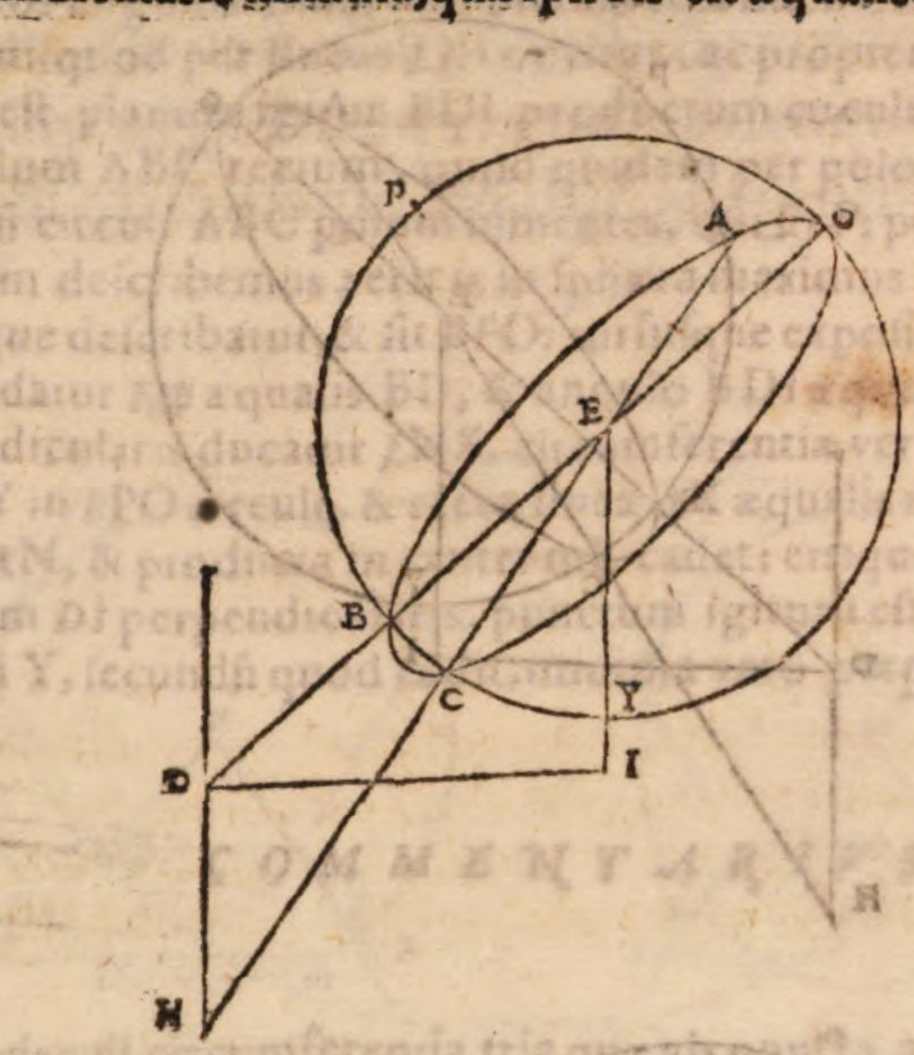
inclinata, sint autem primum recta: & a punctis AC perpendiculares ducantur AD CG, quæ vel æquales erunt, vel inæquales. Sint primum æquales, & iuncta DG bifariam secetur in F. erit igitur F punctum in plano, quod quærimus; & punctum B circumferentiæ ABC medium, quod in superficie sphærę puncto F respondet: & BF per-

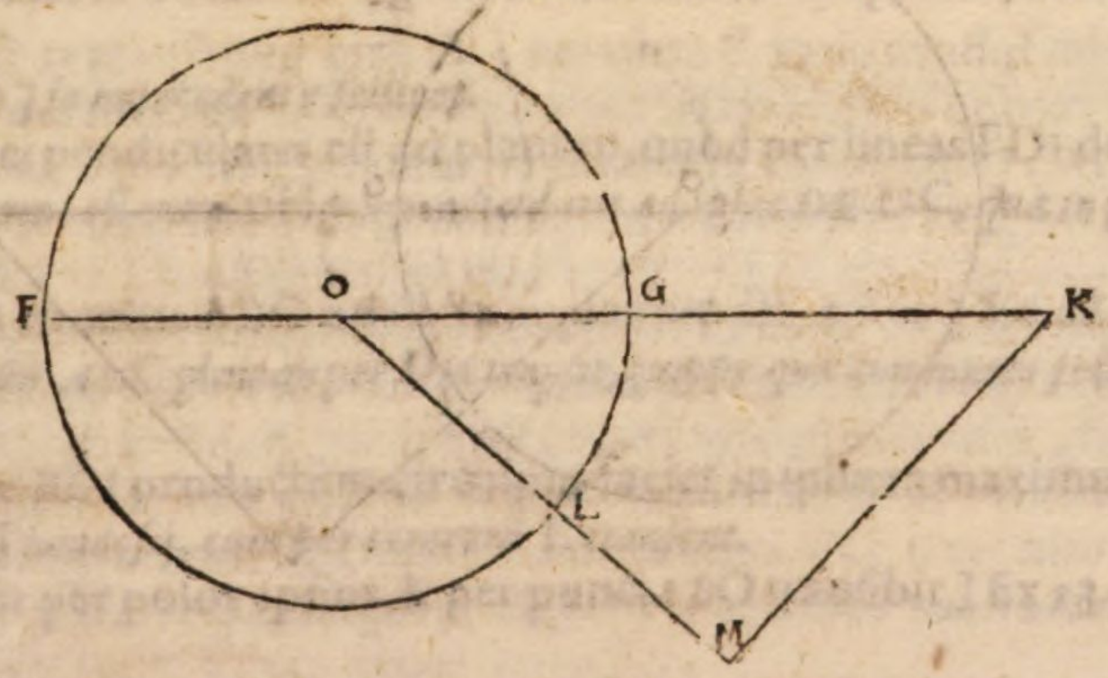


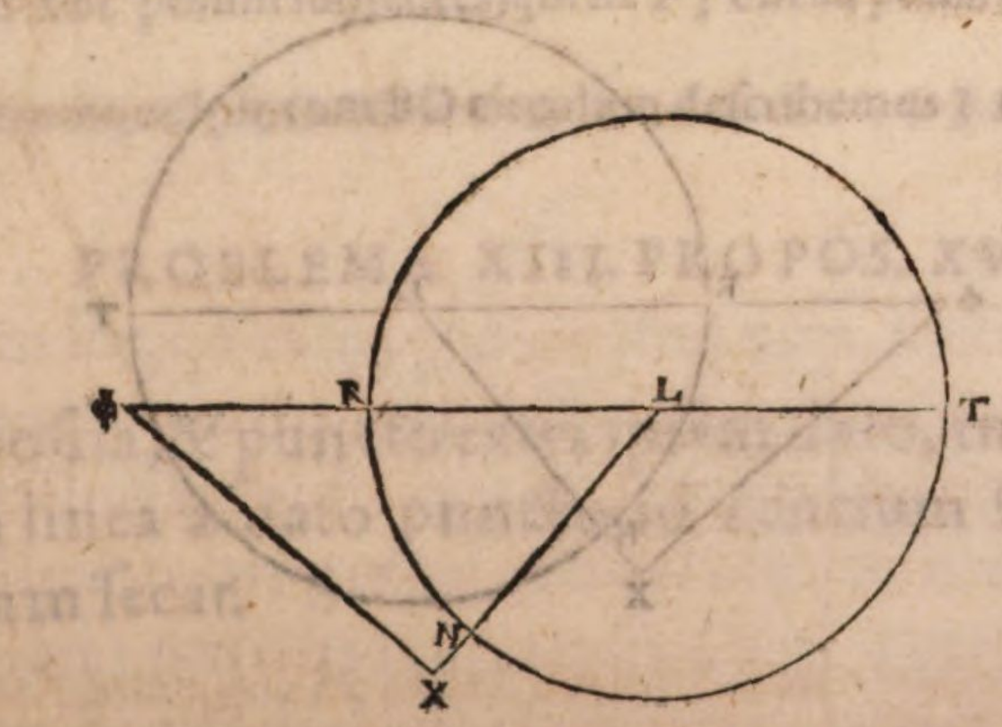
pendicularis minima, vt ante dictum est. Sed non sint æquales, sitque AD minor: & producta GD, fiat vt CG ad AD, ita GH ad HD. erit punctum H, in quo recta linea a puncto C ad A ducta, subiecto plano occurrit. & tum recta linea AH, tum angulus AHD dabitur. His ita constitutis exponatur circulus circa diametrum KL, æqualis maximo circulo ABC: & producta KL adiungatur LM æqualis AH: angulo; AHD æqualis fiat angulus KMN. a punctis autem KL perpendiculares demittantur KN

LO, &

LO, & a centro S perpendicularis SP, quæ circumferentiam circuli in puncto R secet deinde circumferentiæ LR æqualis sumatur circumferentia AB: & rectæ lineæ OP æqualis recta DF: quod idem est ac si diceremus recta linea DG bifariam secetur in F. erit igitur F punctum, in quod sphæra demissa cadet, & punctum B in superficie sphæræ: & perpendicularis minima, quæ ipsi RP est æqualis.

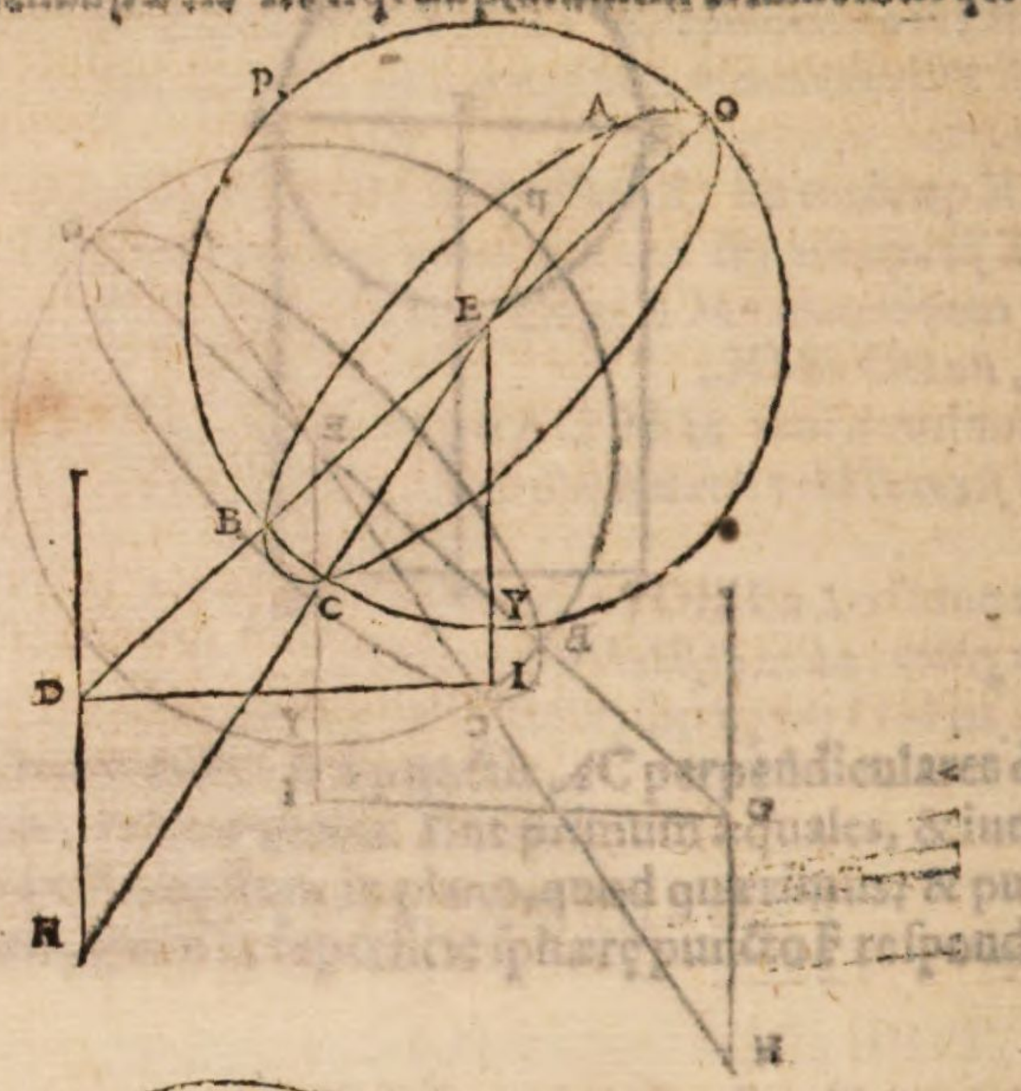


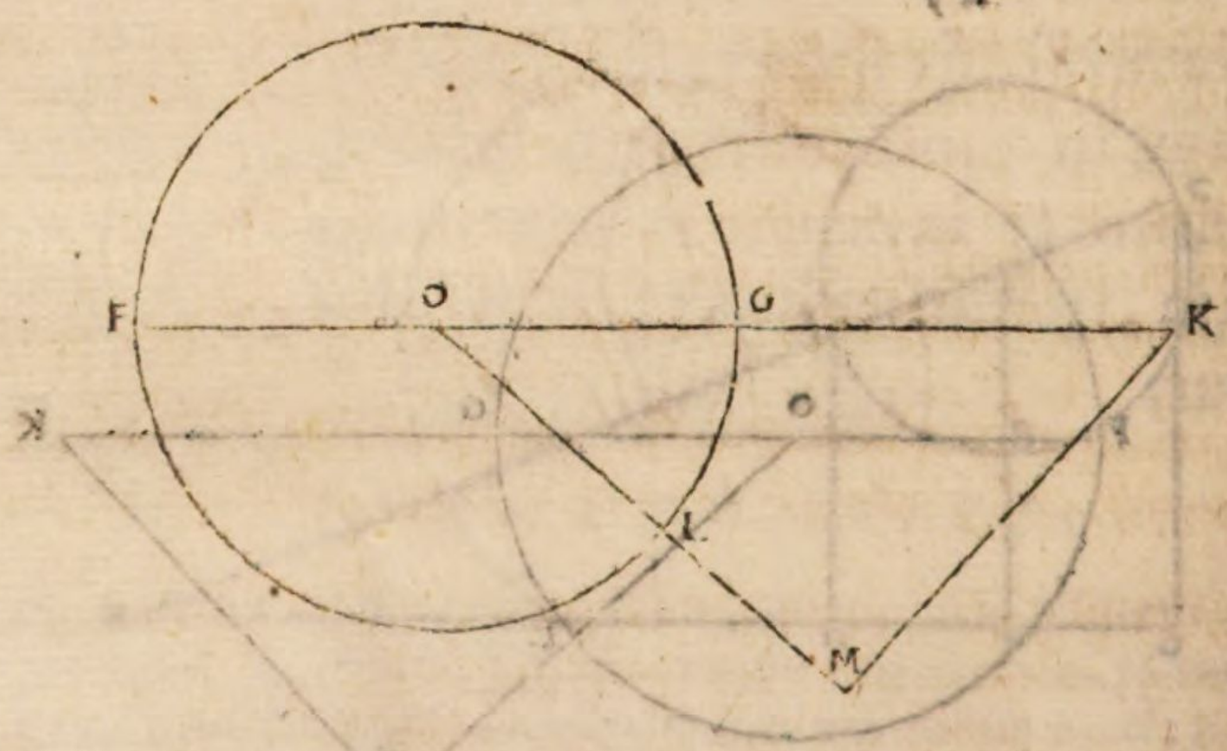


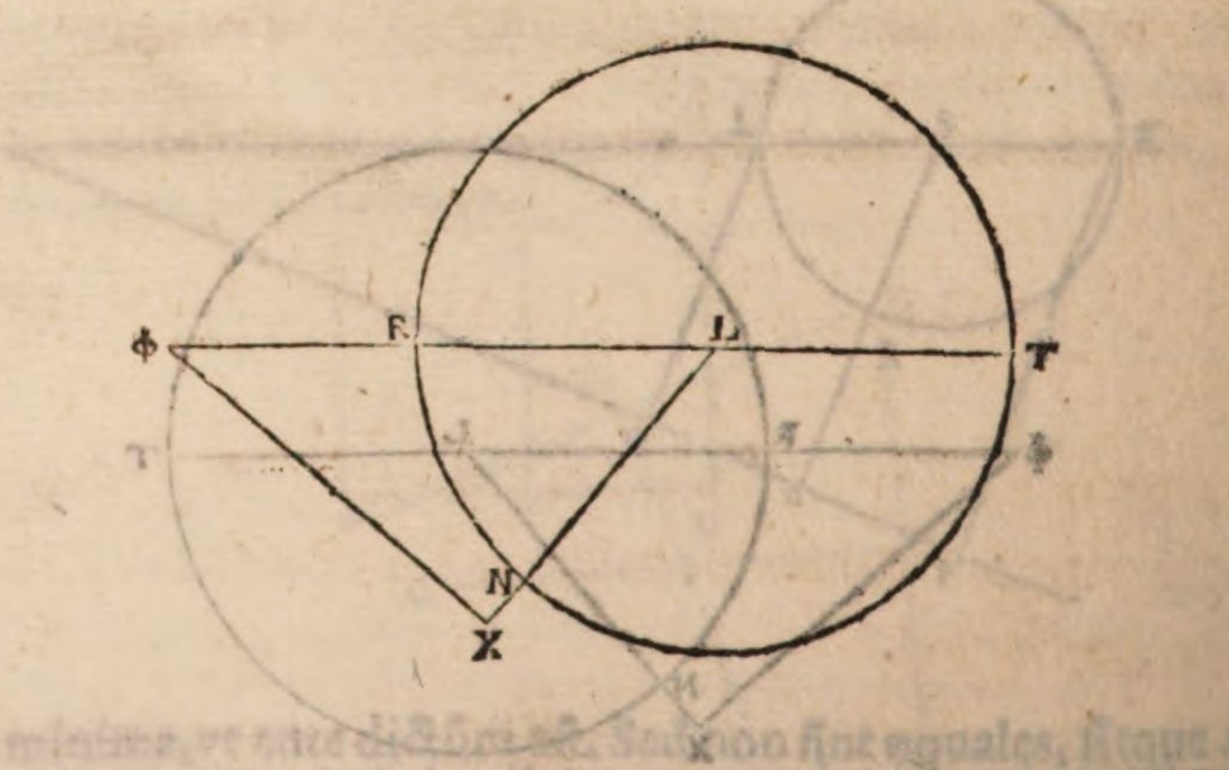


Non sit autem circulus ABC in plano ad subiectam planum recto: sumaturque

ipſorum communis ſectio DH: & in circulo ABC ſumantur puncta AC ſecundum diametrum oppoſita, ita vt recta linea coniũgens puncta AC communi ſectioni DH occurrat. quod quidem facile fieri poteſt, cum linea ſit in circuli ABC plano. Itaque







occurrat in H. data igitur erit AH, & angulus AHD datus. ducatur a centro E ad DH perpendicularis EBD, quę quidem ducetur hoc modo. Exponatur circulus EIG circa FG diametrum maximo circulo ABC ęqualis: & adiungatur GK æqualis CH, anguloque

anguloque AHD æqualis conſtituatur angulus FKM: & a centro O perpendicularis OL M. poſtea circumferentiæ GL æqualis abſcindatur circumferentia CB, & rectæ lineę KM æqualis recta BD. ergo DB ipſi ML æqualis erit: & ad HD perpendicularis; ac producta in centrum E cadet. hæc enim ex ſimilitudine perſpicua ſunt. ducatur ipſi DH ad rectos angulos in ſubiecto plano recta linea EE. quare DH perpendicularis eſt ad planum, quod per lineas EDI ducitur. ac propterea circulus ABC ad dictũ planum rectus eſt. planum igitur BDI productum circulum faciet in ſpæra maximum, ad circulum ABC rectum. quod quidem per polos ipſius & per puncta BO tranſibit. ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P; per P & per vtrumque ipſorum BO circulum deſcribemus; erit is in ſphæra maximus, & erit in plano per ODI tranſeunte. itaque deſcribatur, & ſit BPO: rurſuſque expoſito circulo RNT circa RT diametrum, addatur RΦ æqualis BD, & angulo BDI æqualis fiat angulus RΦX: & a cento L perpendicularis ducatur LNX. circumferentiæ vero RN ſumatur æqualis circumferentia EY in BPO circulo. & rectæ lineæ ΦX æqualis recta DI. ergo iuncta IY æqualis erit ipſi XN, & producta in centrum E cadet: eritque ad ſubiectum planum & ad rectam lineam DI perpendicularis. punctum igitur I eſt illud, in quod ſphæra cadit: & punctum Y, ſecundũ quod cadit. minima vero perpendicularium eſt ipſa YI.

G D E F G H

COMMENTARIVS.

Sumantur in circuli circumferentia tria quæ vis puncta, a quibus ad ſubiectum planum perpendiculares ducantur] *græcus codex hoc loco deprauatiſsimus eſt, quem nos reſtituimus.* A

Vt didicimus] *in antecedente ſcilicet.* B

Quare DH perpendicularis eſt ad planum, quod per lineas EDI ducitur] Ex 4. *vndecimi elementorum. eſt enim* DH *perpendicularis ad ipſas DE* DC, *quæ in puncto D ſe mutuo ſecant.* C

Ac propterea circulus ABC ad dictum planum eſt rectus] Ex 18. *vndecimi elemen torum. Nam circuli* ABC *planum per* DH *tranſit, quippe quæ communis ſectio eſt ipſius & ſubiecti plani.* D

Planum igitur BDI productum circulum faciet in ſphæra maximum] Ex 6. *primi libri ſphæricorum Theodoſij, cum per centrum* E *tranſeat.* E

Quod quidem per polos ipſius, & per puncta BO tranſibit] Ex 13. *primi liqri ſphæricorum eiuſdem.* F

Ergo ſi circuli ABC polum ſumentes, qui ſit P] *Circuli polum inueniemus ex 21. primi libri ſpæricorum.* G

Per P & per vtrumque ipſorum BO circulum deſcribemus] *Ex 29. eiuſdem libri.* H

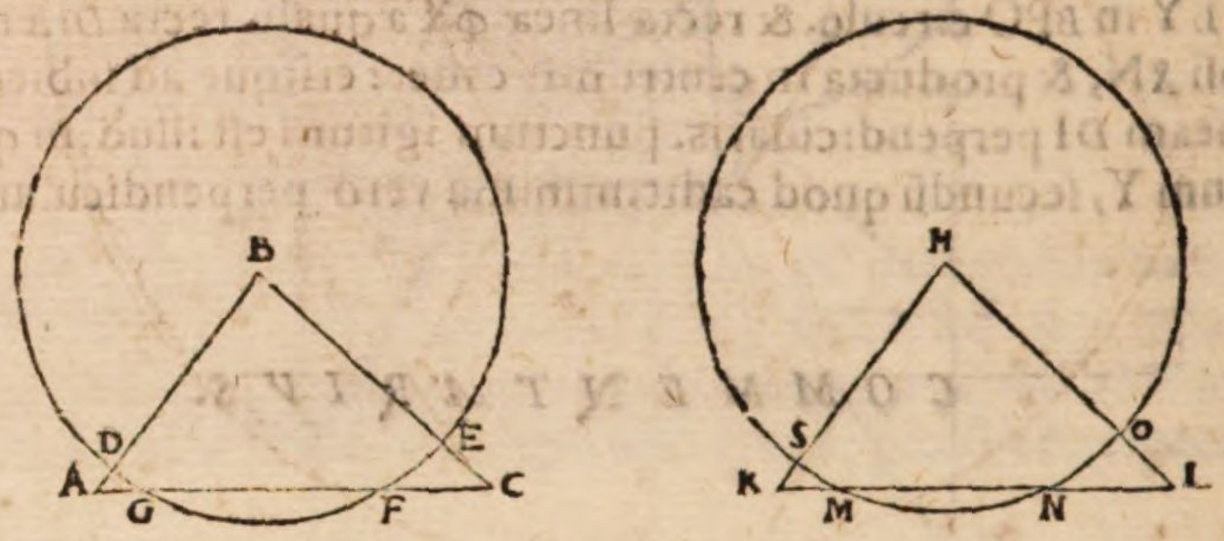
PROBLEMA XIII. PROPOS. XVII.

Sphæra poſita, & puncto extra ipſam dato, inuenire punctũ, in quo recta linea a dato puncto ad centrum ſpærę ducta circumferentiam ſecat.

Hoc autem perſpicuum eſt. ſi enim a dato puncto recta linea in circumferentiam incidens conuertatur, & ipſa circulum deſcribet: & polus ipſius erit punctum illud, quod quæritur.

PROBLEMA XIV. PROPOS. XVIII.

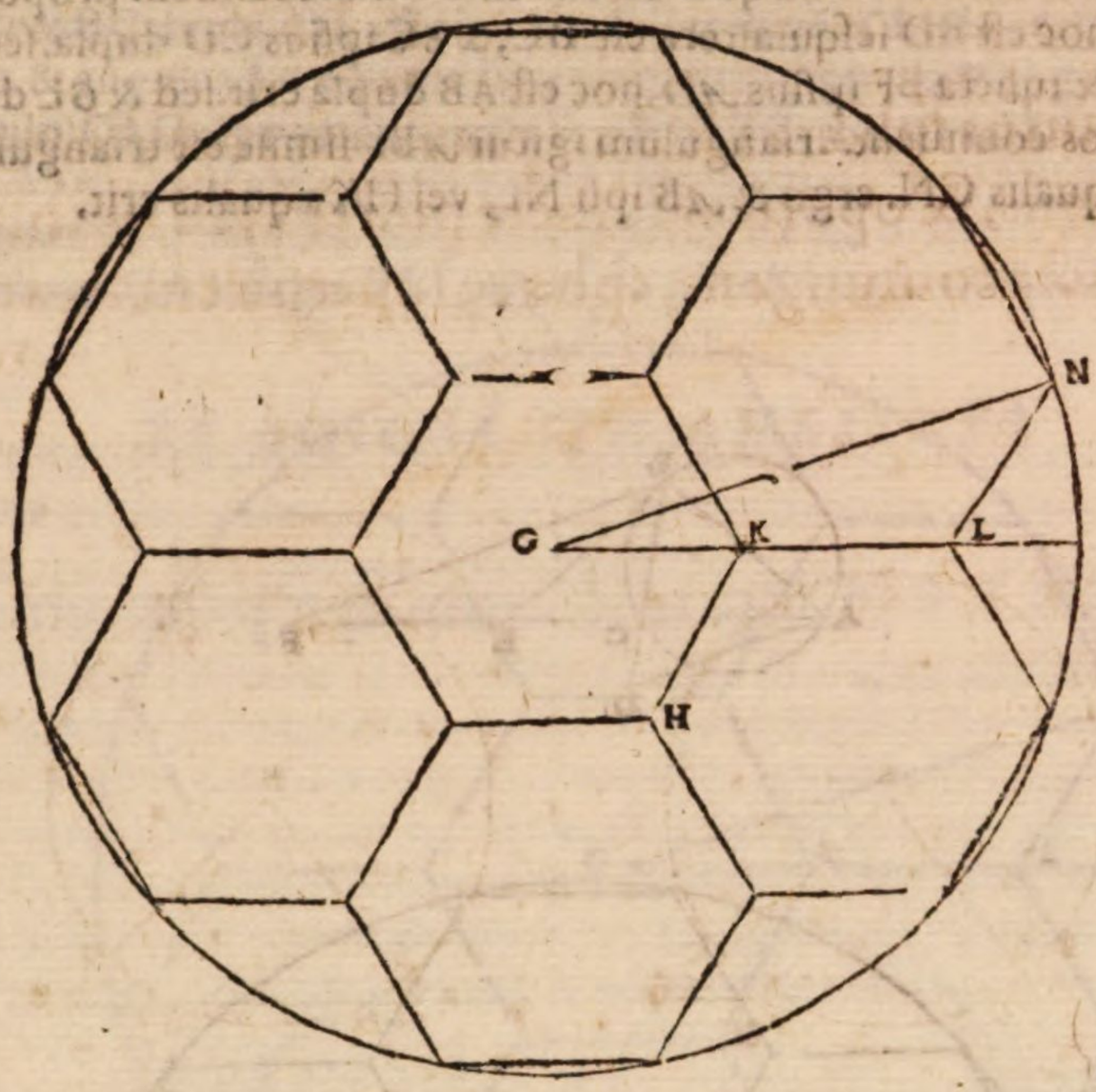
Ponatur rursus sphæra: & duo puncta dentur, vtraque extra superficiem eius, & oporteat sumere puncta, in quibus recta linea data puncta coniungens, sphærę superficiem secat.



Ponatur enim sphæra circa B centrum: & data puncta extra superficiem eius sint AC. puncta vero, in quibus rectæ lineæ a punctis AC ad centrum B ductæ superficiei occurrunt DE. Describatur maximus circulus DEFG. ergo datæ erunt AD, CE rectæ lineæ. & cum data sit sphæræ semidiameter, totæ AB CB dabuntur. itemque ea, quæ data puncta AC coniungit. Ex tribus igitur rectis lineis AB AC CB triangulum HKL constituatur, & circa centrum H describatur SMNO circulus; circulo DEFG æqualis. Si ergo is circulus secat KL, manifestum est rectam lineam, quæ puncta AC coniungit, sphæram ipsam secare, sin minus, non secare. Itaque circulus secet KL in MN punctis: & circumferentiæ SM æqualis abscindatur circumferentia DG; circumferentiæ vero ON æqualis abscindatur EF. constat igitur puncta GF ea esse, in quibus recta linea coniugens AC sphærę superficiem secat,

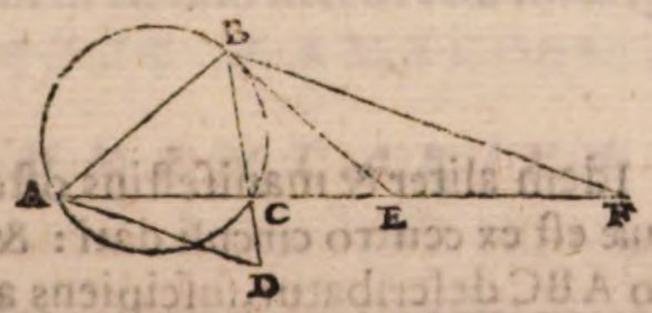
PROBLEMA. XV. PROPOS. XIX.

Vtilia etiam sunt, quæ proprie organica appellantur; & maxime quando ad id, quod facile est a resolutione manuducta experientiam proportione respondentem effugere possint. vt exempli gratia. In dato circulo septem hoxagona describere, vnum quidem circa idem, quod est circuli centrum: reliqua vero sex a medijs lateribus, quæ opposita latera habent ad circuli circumferentiam aptata.



Sit datus circulus, cuius centrum G, & circa idem centrum ponatur latus hexagoni HK, ita vt hexagonum, quod ab HK describitur, latus LN ad circuli circumferentiam aptatum habeat: & iungatur GK. ergo GK in eadem recta linea constituitur in qua latus hexagoni K, propterea quod angulus quidem GKH duas tertias recti, angulus vero HKL rectum, ac recti tertiam continet: & iuncta GN, cum GK KL æquales sint, erit GL dupla ipsius LN. estque angulus ad L datus, quippe qui continet rectum, ac recti tertiam. triangulum igitur GLN specie datur. & datur proportio GN ad NL. sed data est GN. ergo & NL, videlicet hexagoni latus, data erit.

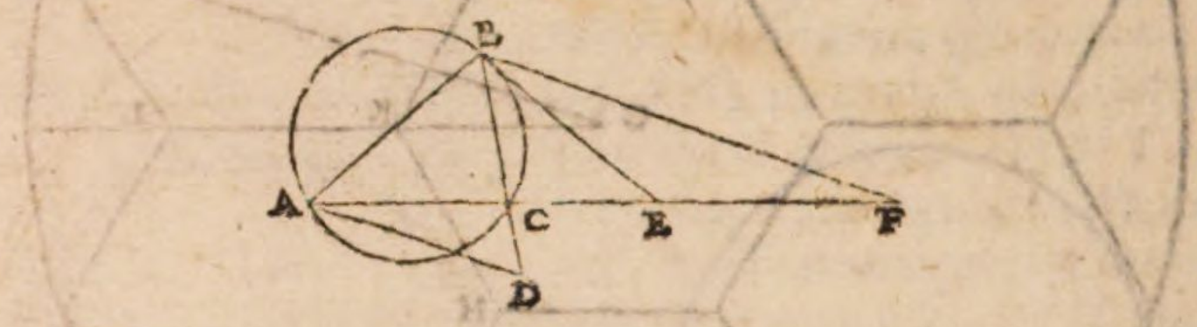
Organicum vero hoc modo.

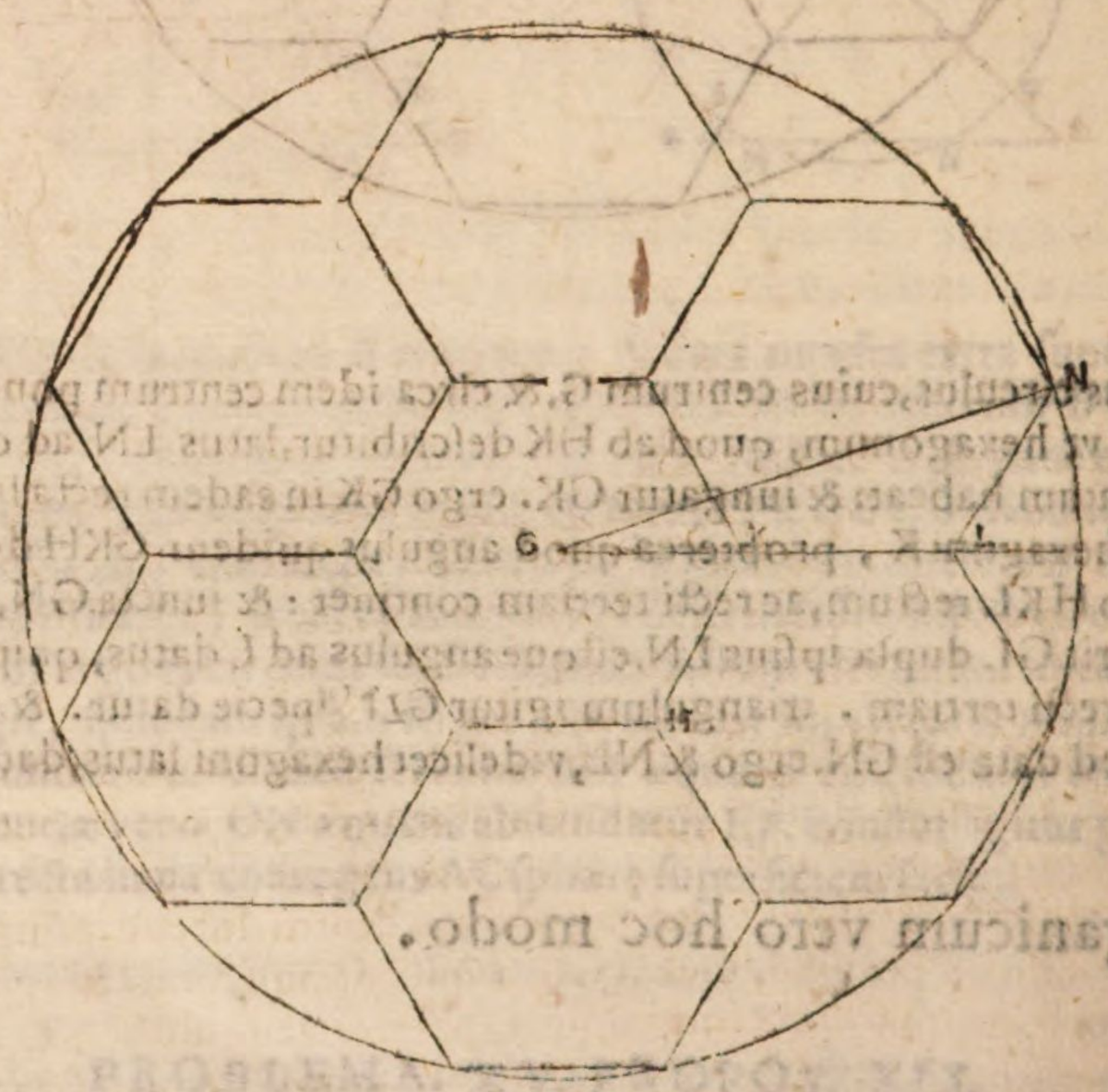


Exponatur rectę lineæ, quæ est ex cētro circuli, tertia pars AC, in qua circuli portio ABC describatur, duarū tertiarū recti angulū suscipiēs. & quarū partiū recta linea AE est nouem, earum quattuor abscindatur CE: & BE contingens ducatur. Dico iunctā AB hexagoni lateri HK æqualē esse. producatur. n. BC, & ipsi AB, æqualis ponatur

BD.

BD. ergo triangulum ABD æquicrure est: & recta linea AF æqualis ei, quæ est ex cen
A tro circuli. Quoniam igitur AE ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor, & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit. quare AB, hoc est BD sesquialtera est BC, & BC ipsius CD dupla. sed & FC dupla est CA. ergo & iuncta BF ipsius AD, hoc est AB dupla erit. sed & GL dupla est LN & æquales angulos continent. triangulum igitur ABF simile est triangulo NLG: & recta linea AF æqualis GN. ergo & AB ipsi NL, vel HK æqualis erit.

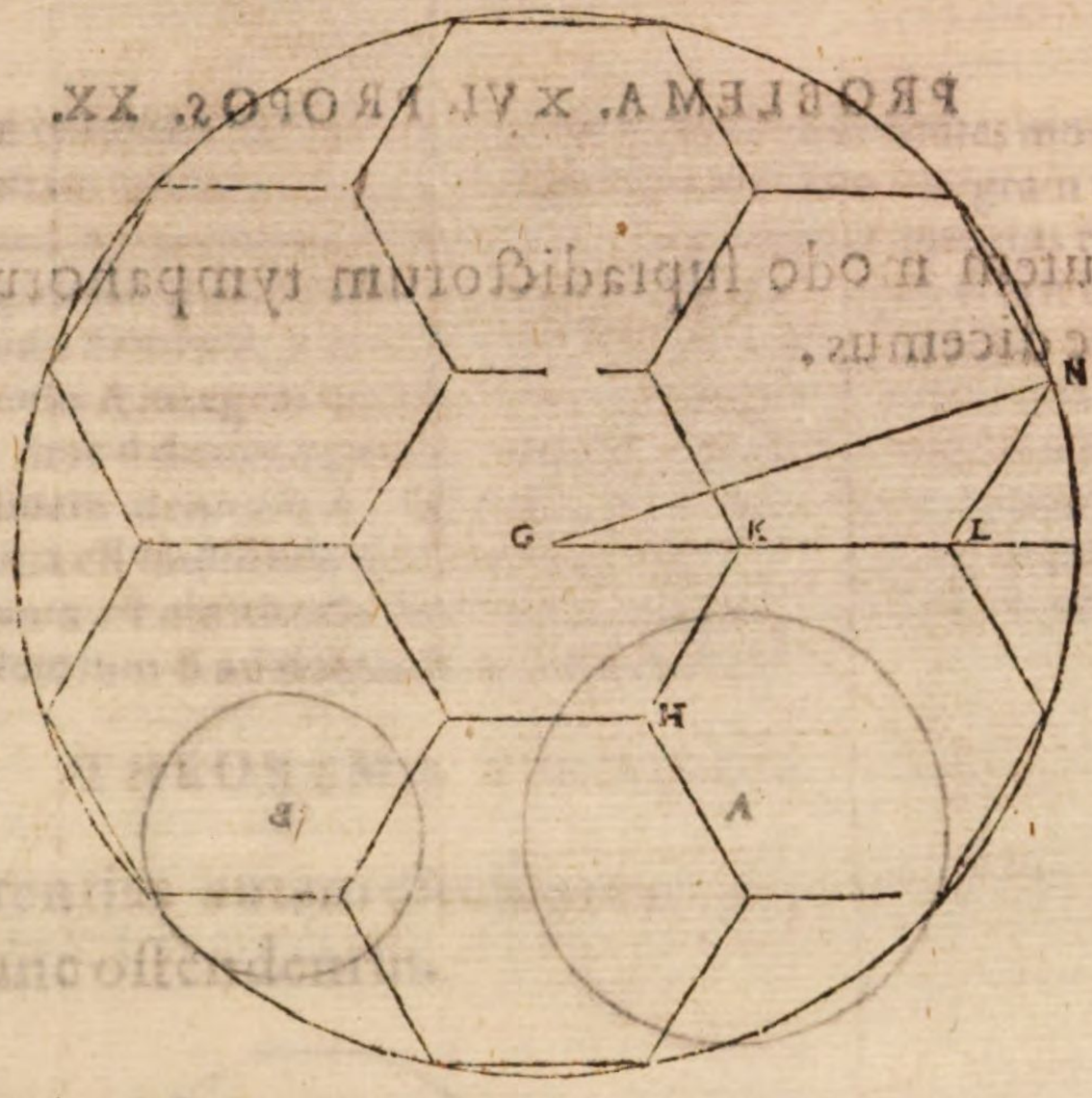




ALITER. Idem aliter & manifestius ostendemus.

Sit AF æqualis ei, quæ est ex centro circuli dati: & abscindatur ipsius tertia pars AC, in qua circuli portio ABC describatur, suscipiens angulum duarum tertiarum re
B cti. & quarum AC est quinque, earum quattuor ponatur CE: ducaturque EB portio nem contingens. & iunctis AB BF BC producatur BC ad D, ita vt BD sit æqualis BA,
C & AD iungatur. Quoniam igitur in circulum ductæ sunt EC AEB, quarum altera quidem secat, altera vero circulum contingit; erit rectangulum AEC æquale quadra to ex EB. ergo vt AE ad EB, ita BE ad EC: propterea que CBE triangulum triangulo ABE æquiangulum erit. & vt EA ad AB, ita EB ad BC. vt igitur quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC. sed vt quadratum ex AE

ex AE ad quadratum ex EB, ita AE ad EC. quare vt AE ad EC, ita quadratũ ex AB, hoc est BD ad quadratum ex BC. quadratum igitur ex DB ad quadratum ex BC proportionem habet eandem, quam nouem ad quattuor. & id circo DB sesquialtera est ipsius BC: & BC dupla CD. est autem & FC ipsius CA dupla. ergo vt FC ad CA, ita BC ad CD. & anguli ad C æquales sunt. angulus igitur ad D angulo FBC: & angulus ad F angulo CAD est æqualis. quare vt FB ad BC, ita AD ad DC: & permutando D E



vt FB ad AD, ita BC ad CD. sed BC est dupla CD. ergo & FB ipsius AD, hoc est AB dupla erit. angulus autem ad D est duarum tertiarum recti. quare & duarum tertiarum recti est FBC: & totus ABF vnius recti, ac tertiæ. Itaque si habeamus circulum circa centrum G, cuius semidiameter sit æqualis AF; a centro autem ipsius ducamus GL, quæ sit æqualis FB, & ad rectam lineam GL, atque ad punctum L angulum constituamus GLN ipsi FBA æqualem, & iungamus GN: erit triangulum NLG triãgulo ABA æquiangulum. estque AF æqualis GN. ergo & NL ipsi AB æqualis erit. constat igitur descriptionem sex hexagonorum in circulo fieri a recta linea ipsi AB æquali.

COMMENTARIVS.

Quoniam igitur AE ad EC eam habet proportionem, quam nouem ad quattuor; & quadratum ex AB ad quadratum ex BC hanc eandem proportionem habebit. A

Omnia hæc, & quæ deinceps sunt, paulo post apertius explicabuntur.

Vt igitur quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita quadratum ex AB ad quadratum ex BC] *Quoniam enim vt* EA *ad* AB, *ita* EB *ad* BC, *erit permutando vt* AE *ad* EB, *ita* AB *ad* BC; *& ideo vt quadratum ex* AE *ad quadratum ex* EB, *ita quadratum ex* AB *ad quadratum ex* BC. B 22 sexti.

Sed

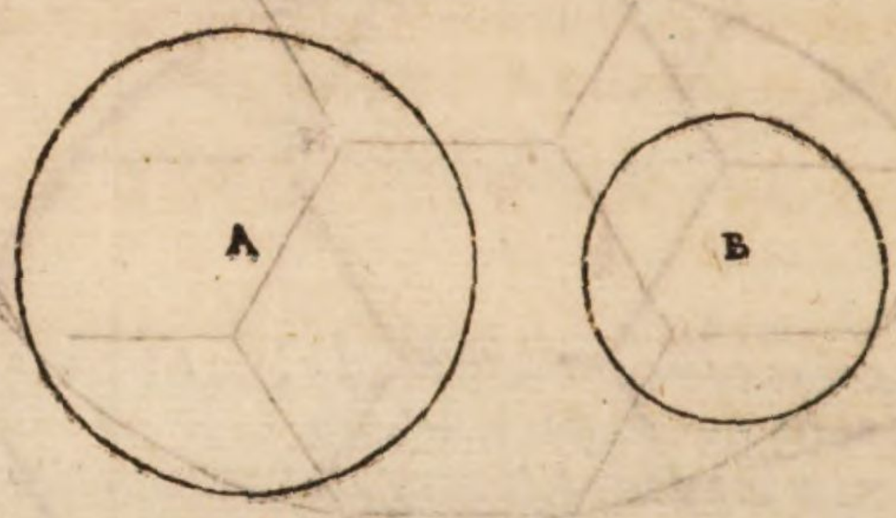
C Sed vt quadratum ex AE ad quadratum ex EB, ita est AE ad EC] *Ex corollario 20. sexti elementorum. nam vt AE ad EB, ita BE ad EC. quod superius demonstratum est.*

D Et idcirco DB sesquialtera est ipsius BC] *vt enim nouem ad sex, ita sex ad quattuor. & cum quadratum ex DB ad quadratum ex BC sit vt nouem ad quattuor, erit DB ad BC, vt nouē ad sex; vel vt sex ad quattuor. ergo DB ipsius BC sesquialtera erit.*

E Angulus igitur ad D æqualis est angulo FBC, & angulus ad F angulo CAD est æqualis] *Quoniam vt FC ad CA, ita BC ad CD, erit permutando vt FC ad CB, ita AC ad CD.* 15. prim. 6. sexti. *atque est angulus BCF æqualis ipsi DCA. triangulum igitur BCF simile est triangulo DCA: & ob id angulus FBC æqualis angulo ADC; angulusque EFC angulo CAD æqualis.*

PROBLEMA. XVI. PROPOS. XX.

Quo autem modo supradictorum tympanorum appositio fiat, nunc dicemus.

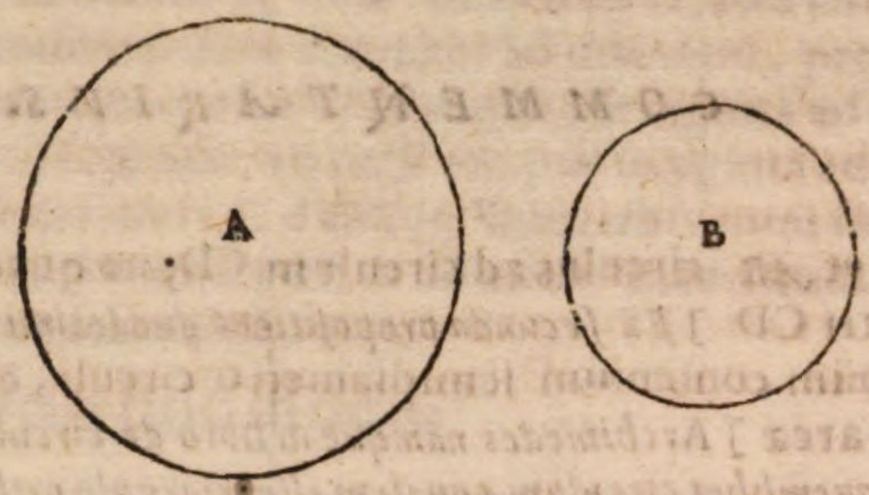


Sint duo tympana tornara, & sibi ipsis apposita AB: & sit vt diameter tympani A ad diametrum tympani B, ita multitudo dentium A ad multitudinem dentium B. sic enim tympanorum appositio seruatur; propterea quod vt circumferentia circuli ad circuli circumferentiam, ita est diameter ad diametrum, hoc enim infra demonstrabitur.

THEOREMA V. PROPOS. XXI.

Ponatur tympanum quidem A dentium sexaginta, tympanum vero B dentium quadraginta. Dico vt velocitas tympani A ad velocitatem tympani B, ita esse dentium B multitudinem ad multitudinem dentium A.

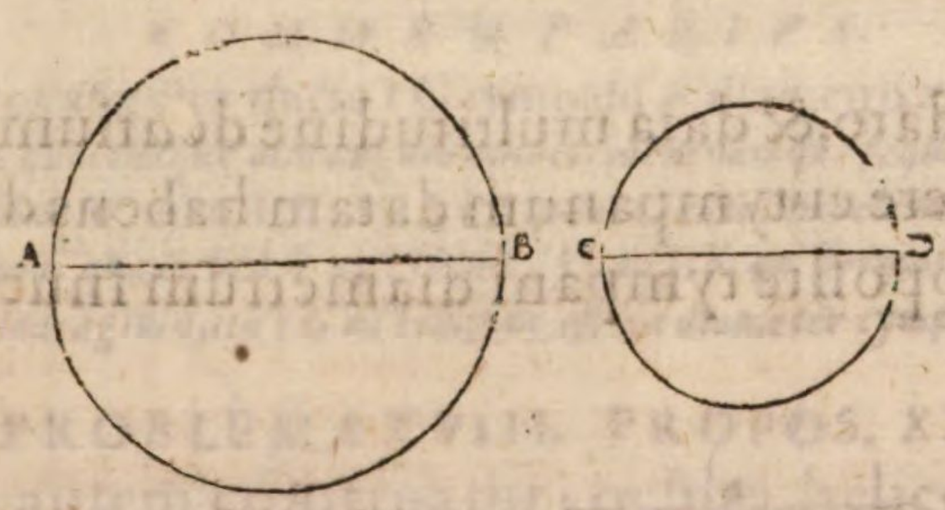
Quoniam



Quoniam enim tympana AB sibi ipsis apposita sunt, quot dentes mouetur B, totidem mouebitur etiam ipsum A. quando igitur B conuersum integram reuolutionē fecerit, tunc A quadraginta dentes motum erit. & quando B integras reuolutiones sexaginta fecerit, quanta est multitudo dentium A, tunc A motum erit dentes 2400, quanta est multitudo dentium A in multitudinem denrium B ducta: simili ratione ostendetur, & quando A integras reuolutiones quadraginta fecerit; quanta est multitudo dentium A, tunc B dentes 2400 motum esse, quanta est multitudo dentium B ducta in multitudinem dentium A. Quando igitur A integras resolutiones fecerit quadraginta, quanta est multitudo dentium B, tunc & B integras reuolutiones sexaginta fecerit, quanta est multitudo dentium A. ergo vt velocitas A ad velocitatem B, ita multitudo dentium B ad dentium A multitudinem.

THEOREMA VII. PROPOS. XXII.

Circumferentias autem circulorum interse ua esse, vt eorum diametri, nunc ostendemus.



Sint enim duo circuli AB CD circa AB CD diametros. Dico vt circuli AB circumferentia ad circumferentiam circuli CD, ita esse AB diametrum ad diametrum CD. Quoniam enim vt AB circulus ad circulum CD, ita quadratum diametri AB ad quadrarum diametri CD. sed circuli AB quadruplum est rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur. circuli vero CD quadruplum. est rectangulum, quod continetur diametro CD, & CD circumferentia. rectangulum enim contentum semidiametro circuli, & ipsius circumferentia duplum est circuli areæ, vt ab Archimede, & in commentario in primum mathematicorum, & a nobis vno theoremate demonstratum est. vt igitur rectangulum, quod diametro AB, & AB circumferentia continetur, ad rectangulum contentum CD diametro & circumferentia CD, ita quadratum ex AB ad quadratum ex CD: permutandoque vt rectangulum contentum circumferentia AB & AB diametro ad quadratum ex AB, ita quod circumferentia CD, & CD diametro continetur ad quadratum ex CD. ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad CD diametrum. hoc enim perspicuum est, & in elementis sumitur. quare & permutando vt AB circumferentia ad circumferentiam CD, ita diameter AB ad diametrum CD.

COMMENTARIVS.

A Quoniam enim vt *AB* circulus ad circulum CD; ita quadratum diametri AB ad quadratum diametri CD] *Ex secunda propositione duodecimi libri elementorum.*

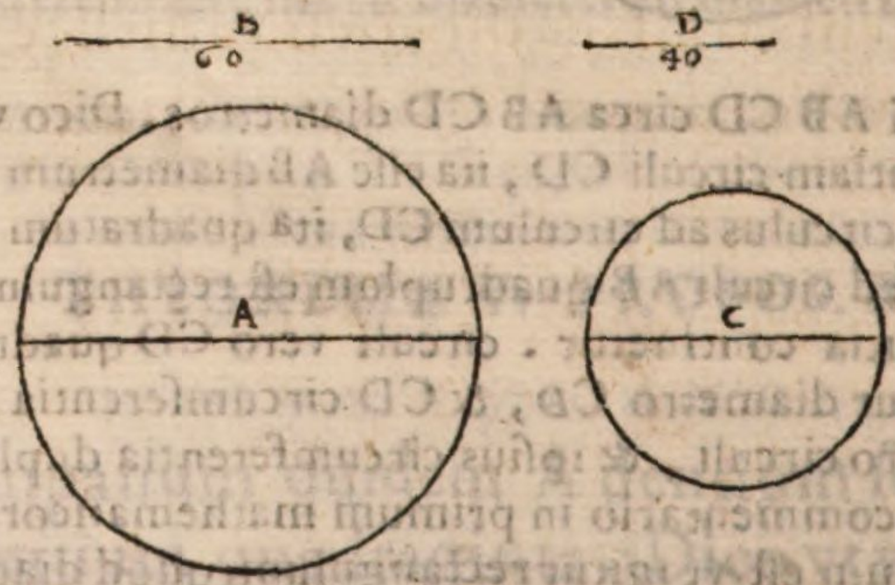
B Rectangulum enim contentum semidiametro circuli, & ipsius circumferentia duplum est circuli areæ] *Archimedes namque in libro de circuli dimeasione, propositione prima demonstrauit quemlibet circulum æqualem esse triangulo orthogonio, cuius simidiameter quidem vni laterum, quæ circa rectum angulum sunt, circumferentia vero basi eius est æqualis. Sed rectangulum contentum semidiametro circuli & eius circumferentia dicti trianguli est duplum. quare sequitur ipsius quoque circuli duplum esse.*

C Ergo vt circuli AB circumferentia ad diametrum AB, ita circumferentia circuli CD ad *CD* diametrum.] *Est enim rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita rectangulum contentum circumferentia circuli CD, & CD diametro ad quadratum ex CD. Sed vt rectangulum contentum circumferentia circuli AB, & AB diametro ad quadratum ex AB, ita est circumferentia circuli AB ad AB diametrum ex prima sexti libri elementorum. habent enim eandem altitudinem, videlicet rectam lineam AB. & simili ratione vt rectangulum contentum circumferentia circuli CD & CD diametro ad quadratum ex CD, ita circuli CD circumferentia ad diametrum CD. quare vt circumferentia circuli AB ad AB diametrum, ita circumferentia circuli CD ad diametrum CD.*

11. quinti.

PROBLEMA XVII. PROPOS. XXIII.

Tympano dato, & data multitudine dentium ipsius, propositum sit apponere ei tympanum datam habens dentium multitudinem, & appositæ tympani diametrum inuenire.

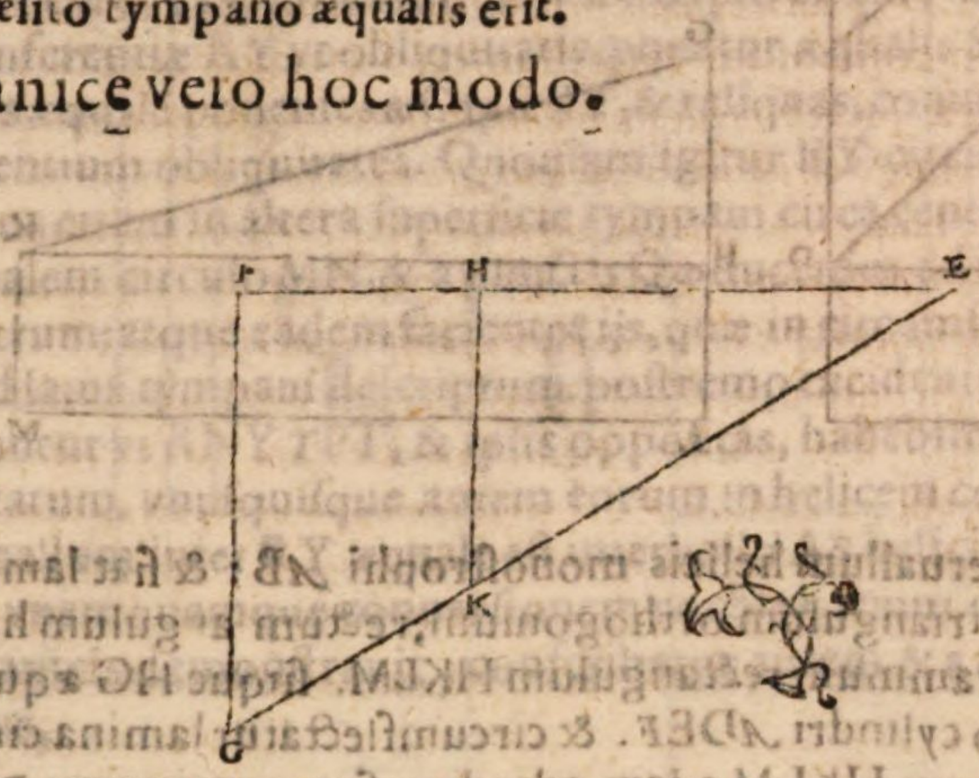


Sit tympanum *A*, cuius dentium multitudo sit numerus B, vnitatũ videlicet sexaginta. & ipsi A apponatur tympanum C, cuius multitudo dentium sit D numerus vnitatum quadraginta. Itaque oportet tympani C diametrum inuenire. Quoniam enim numerus B est multitudo dentium tympani A, & numerus D multitudo dentium tympani C, est que multitudo dentium tympani C ipsius circumferentia:

erit

erit vt B numerus ad numerum D, ita circumferentia A ad circumferentiã C. sed vt circũferentia ad circumferentiã, ita diameter ad diametrũ. proportio autem numeri B ad D numerũ est data; cum data sit proportio sexaginta ad quadraginta. ergo & diametri A ad diametrũ C proportio eadẽ est, quæ sexaginta ad quadraginta. & data est diameter A. ergo & diameter C dabitur. Oportebit enim facere, vt numerus sexaginta ad quadraginta, ita diametrum A ad aliam diametrum, circa quam circulus descriptus quæsito tympano æqualis erit. 2. datorũ

Organicè verò hoc modo.



Exponatur recta linea EF, diuisa in totidem partes æquales, quot dentes sunt tympani A, hoc est in sexaginta. atque ipsi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur: iungaturq; EG: & quarũ partiũ EF est sexaginta, earũ quadraginta sumatur EH; quãta scilicet est multitudo denuũ tympani C. deinde per H ipsi FG parallela ducatur HK. erit igitur HK tympano C æqualis. etenim demõstratio manifesta est. A B

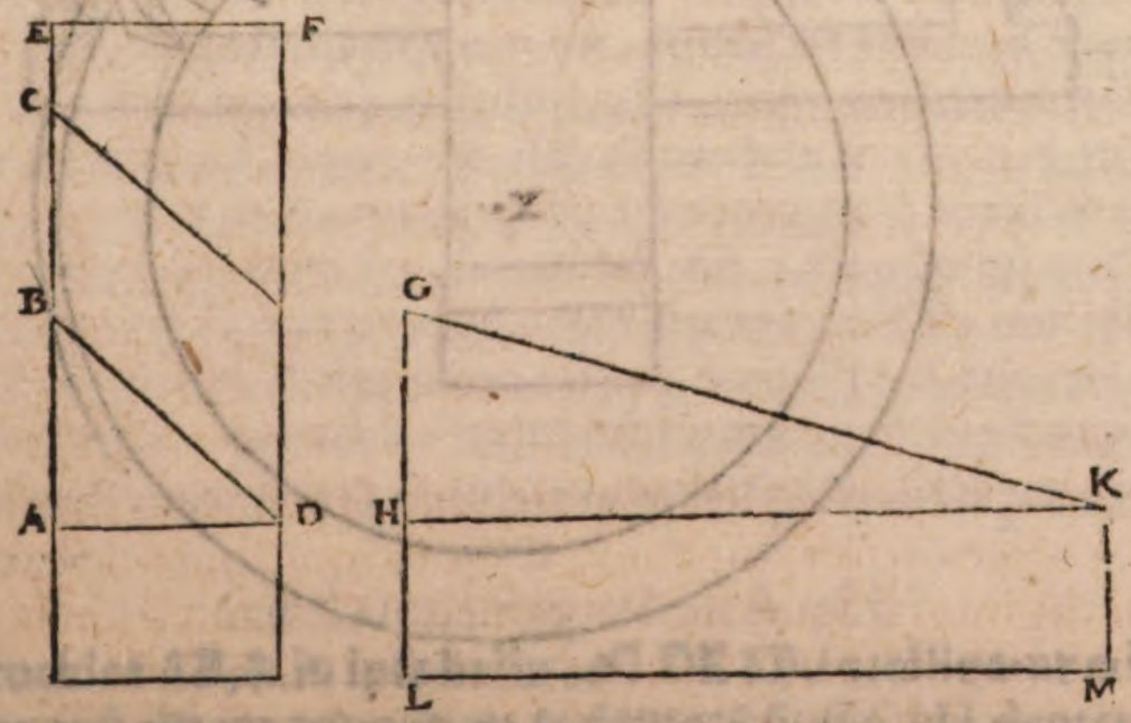
COMMENTARIVS.

Atq; ipsi ad rectos angulos ducta FG tympani A diametro æqualis ponatur] *Potest FG ad EF etiã in quodcumque alio angulo aptari. idem namque sequatur necesse est.* A

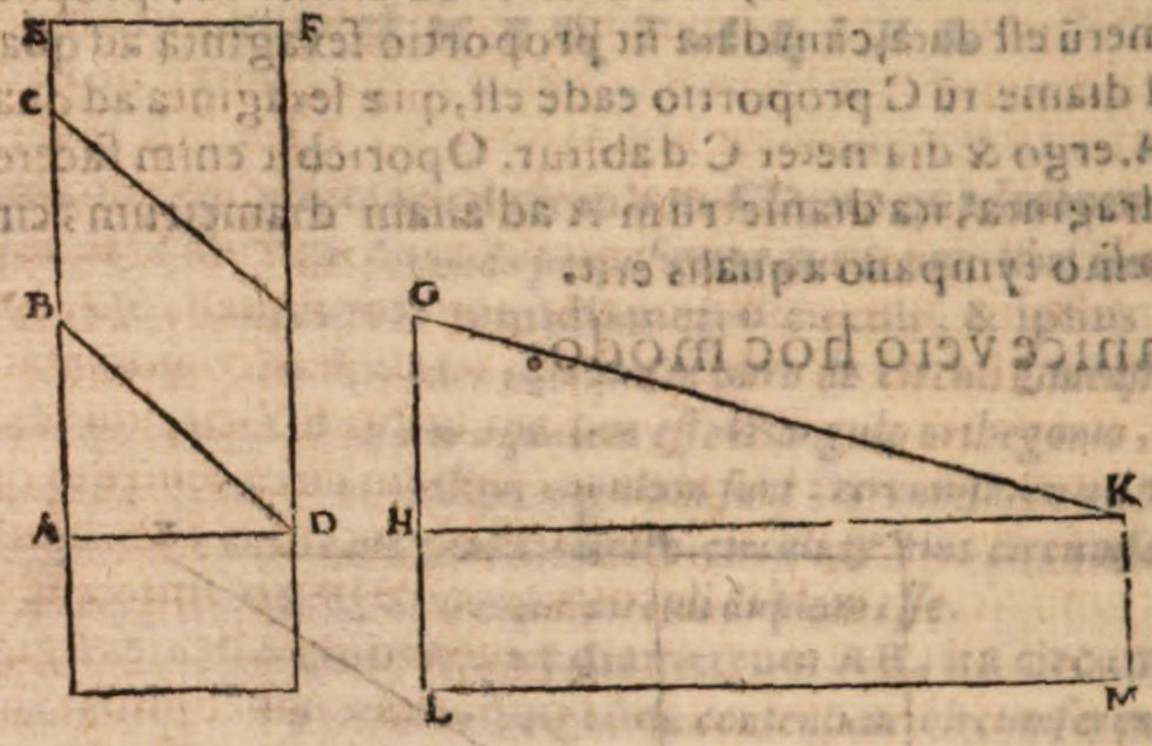
Etenim demonstratio manifesta est] *Ex quarta sexti libri elementorum. triangula enim EFG EHK similia sunt. quare vt FE ad FG, ita EH ad HK: & permutando vt FE ad EH, hoc est vt sexaginta ad quadraginta, ita FG ad HK; hoc est ita diameter tympani A ad tympani C diametrum.* B

PROBLEMA XVIII. PROPOS. XXIV.

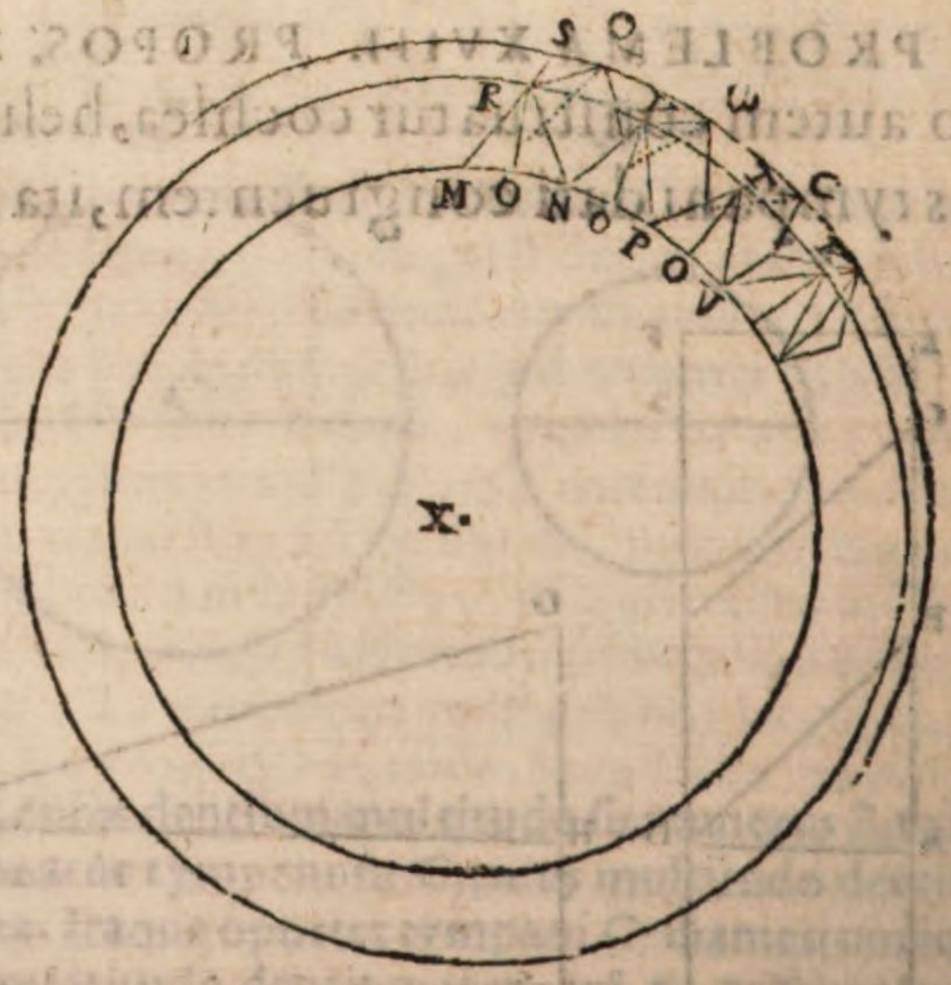
Quomodo autem construatur cochlea, helicem habens obliquis dentibus tympani dati congruentem, ita manifestum erit.



Intelligatur cylindrus æquali crassitudine tornatus ad EF cuius latus AE, sumaturque



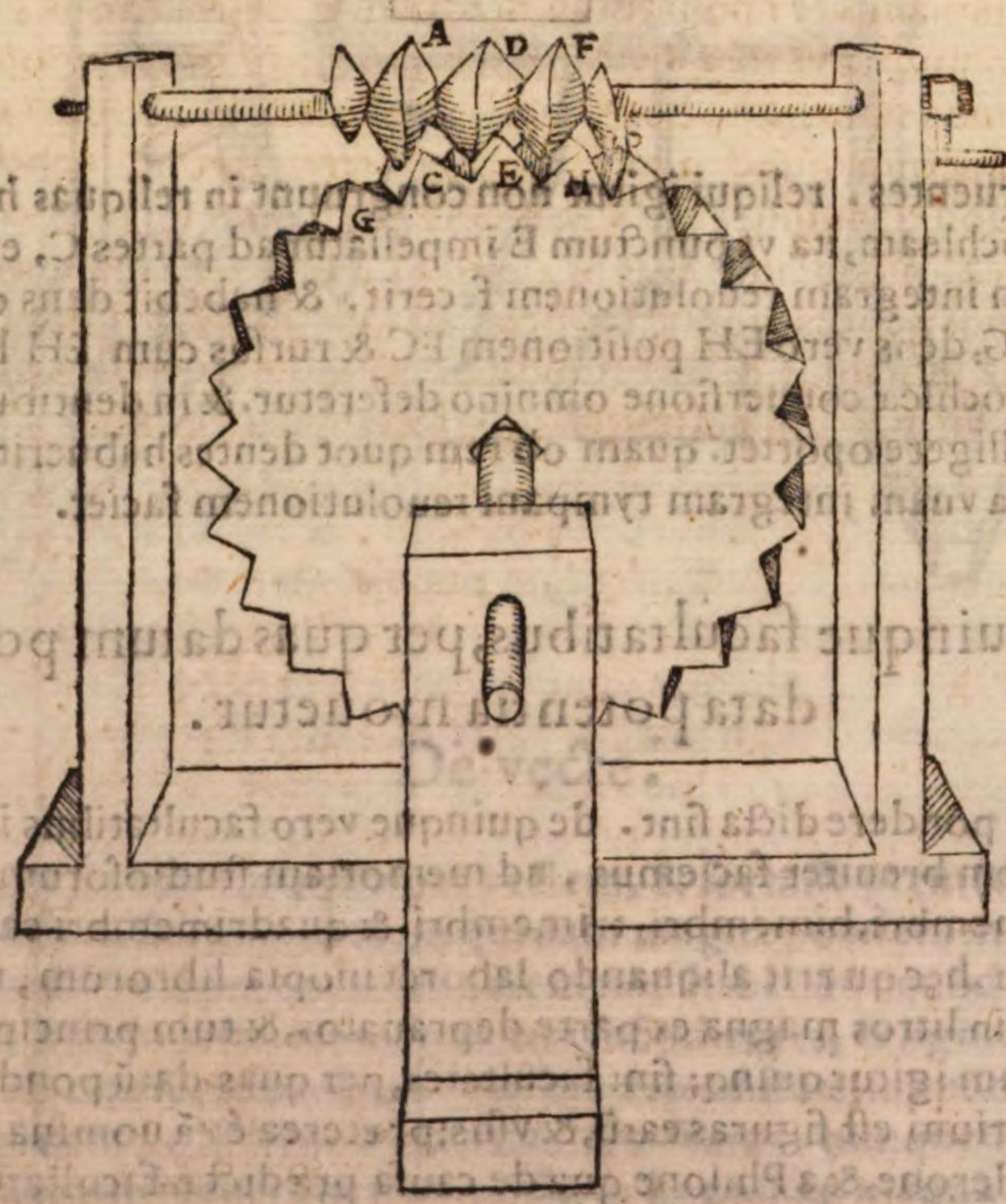
maturque in ipso interuallum helicis monostrophi AB: & fiat lamina ærea, cuius pars quidem GHK sit triangulum orthogonium, rectum angulum habens ad H; reliqua vero parallelogrammum rectangulum HKLM. sitque HG æqualis ipsi AB, & HK æqualis perimetro cylindri ADEF. & circumflectatur lamina circa cylindrum, ita vt parallelogrammum HKLM etiam cylindrus fiat, contingens DE quando introductum fuerit. ponatur autem H in A, & G in B, & sic per GK subtensam angulo recto atque inflexam describemus helicem, quæ monostrophos appellatur, vt BD. & rursus trâsponentes laminam, vt H ponatur in B, & G in C, describemus per GH alterâ helicem monostrophon, ita vt tota distrophos sit. in quo enim tempore A ad B accedit, cum æqualiter moueatur, in hoc & AB mota in superficie cylindri ad eundem locum reuertitur, & punctum, quod in recta linea AB ferri diximus helicem monostrophó describet. id, quod demonstrauit Apollonius pergeus; si igitur & vtramque lenearum AB BC, & eas, quæ deinceps sunt vsque ad E bifariam secemus: & per puncta lamina describamus helices monostrophos, ab ipsis autem profunditatem quancumque voluerimus, sumamus, & a profunditate reliquum descriptæ helicis, facile helicem lenticulari forma, cum polierimus, perfectam habebimus.



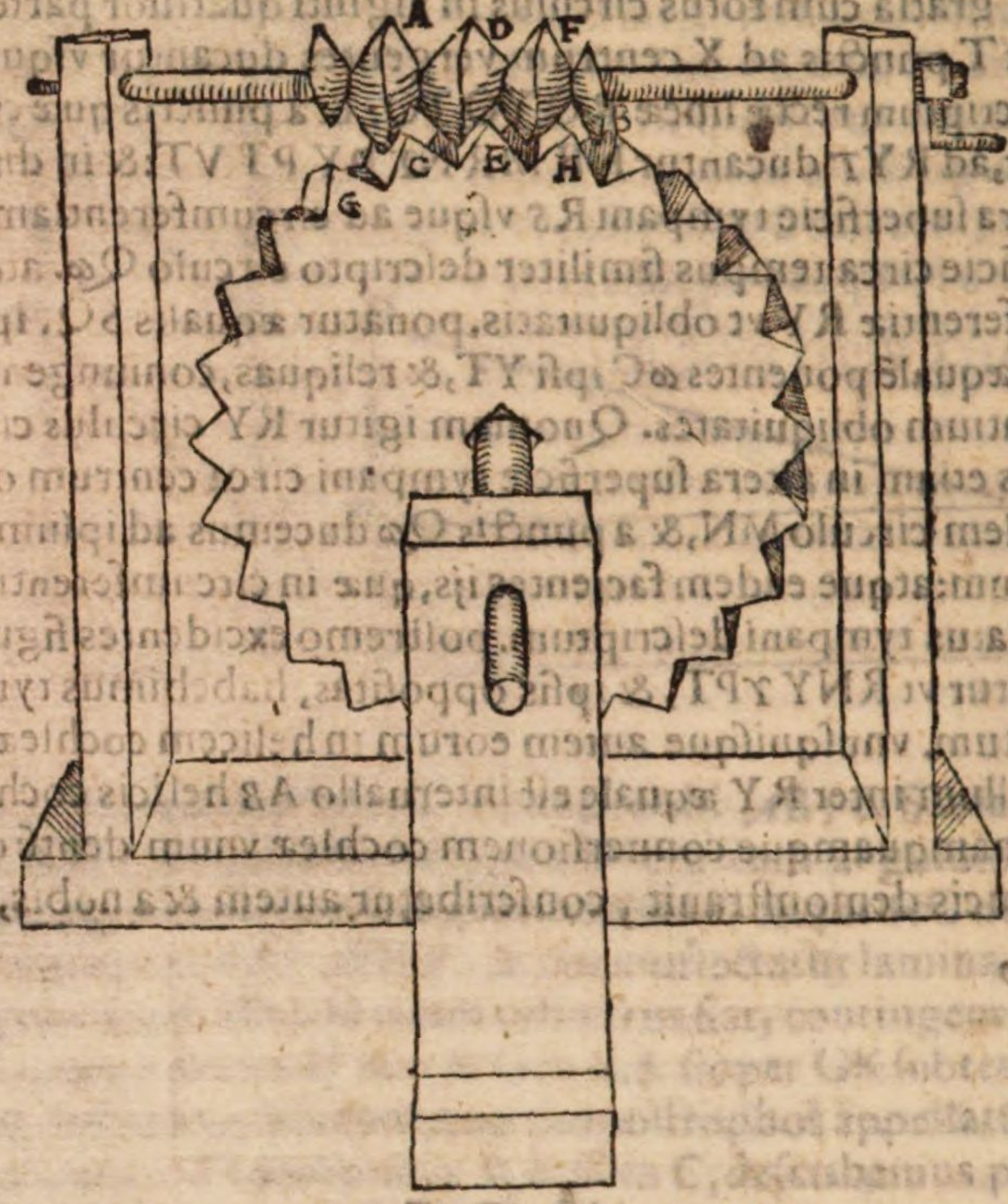
X.

Rursus in altera superficie dati tympani circa tempus intelligatur circulus, cuius

ius circumferentia RYTK, & centrum X, punctaque RYT æquali ſpacio inter ſeſe diſtantia, verbi gratia cum totus circulus in viginti quattuor partes diuiſus fuerit. ab ipſis autem RYT punctis ad X centrum vergentes ducantur vſque ad circulum MN PV circa X deſcriptum rectæ lineæ RO YO TO: & a punctis quæ circumferentias OO bifariam ſecant, ad RYT ducantur NR MR NY PY PT VT: & in directum ipſi OR ducatur in conuexa ſuperficie tympani RS vſque ad circumferentiam, quæ eſt in altera tympani ſuperficie circa tempus ſimiliter deſcripto circulo Qω. atque a puncto S memorati circumferentiæ RY vt obliquitatis, ponatur æqualis SQ, ipſi autem RY Qω: & ita deinceps æqualē ponentes ωC ipſi YT, & reliquas, coniungentesque RQ Yω TC habebimus dentium obliquitates. Quoniam igitur RY circulus circulo Qω eſt æqualis, deſcribemus etiam in altera ſuperficie tympani circa centrum oppoſitum puncto X, circulū æqualem circulo MN, & a punctis Qω ducemus ad ipſum rectas lineas, vergentes in centrum: atque eadem facientes ijs, quæ in circumferentia circuli RYT, habebimus aliud latus tympani deſcriptum. poſtremo excidentes figuras, quæ inter lineas interiiciuntur vt RNY YPT, & ipſis oppoſitas, habebimus tympanum obliquis dentibus dentatum. vnuſquiſque autem eorum in helicem cochleæ ingreditur, quoniam & interuallum inter RY æquale eſt interuallo AB helicis cochleæ: & manifeſtū eſt ſecundum vnamquamque conuerſionem cochleæ vnum dentē deferri. Hoc enim Hero in mechanicis demonſtrauit, conſcribetur autem & a nobis, vt nihil extrinſecus inquiremus,



Intelligatur cochlea AB, & in ipſa helix AC DE FB. intelligatur etiã monoſtrophi dictę helicet, tympanū autem appoſitum & dentatū ſit GCEH, dentes habens GC CE EH



EH helici congruentes. reliqui igitur non congruunt in reliquas helices. Itaque ſi conuertamus cochleam, ita vt punctum E impellatur ad partes C, erit *E* in C, quando cochlea vnam integram reuolutionem fecerit. & habebit dens quidem *CE* poſitionem ipſius CG, dens vero EH poſitionem EC. & rurſus cum EH habuerit poſitionem CE in vna cochleæ conuerſione omnino deferetur. & in dentibus, qui deinceps ſunt eadem intelligere oportet. quam ob rem quot dentes habuerit tympanum, toties cochlea mota vnam integram tympani reuolutionem faciet.

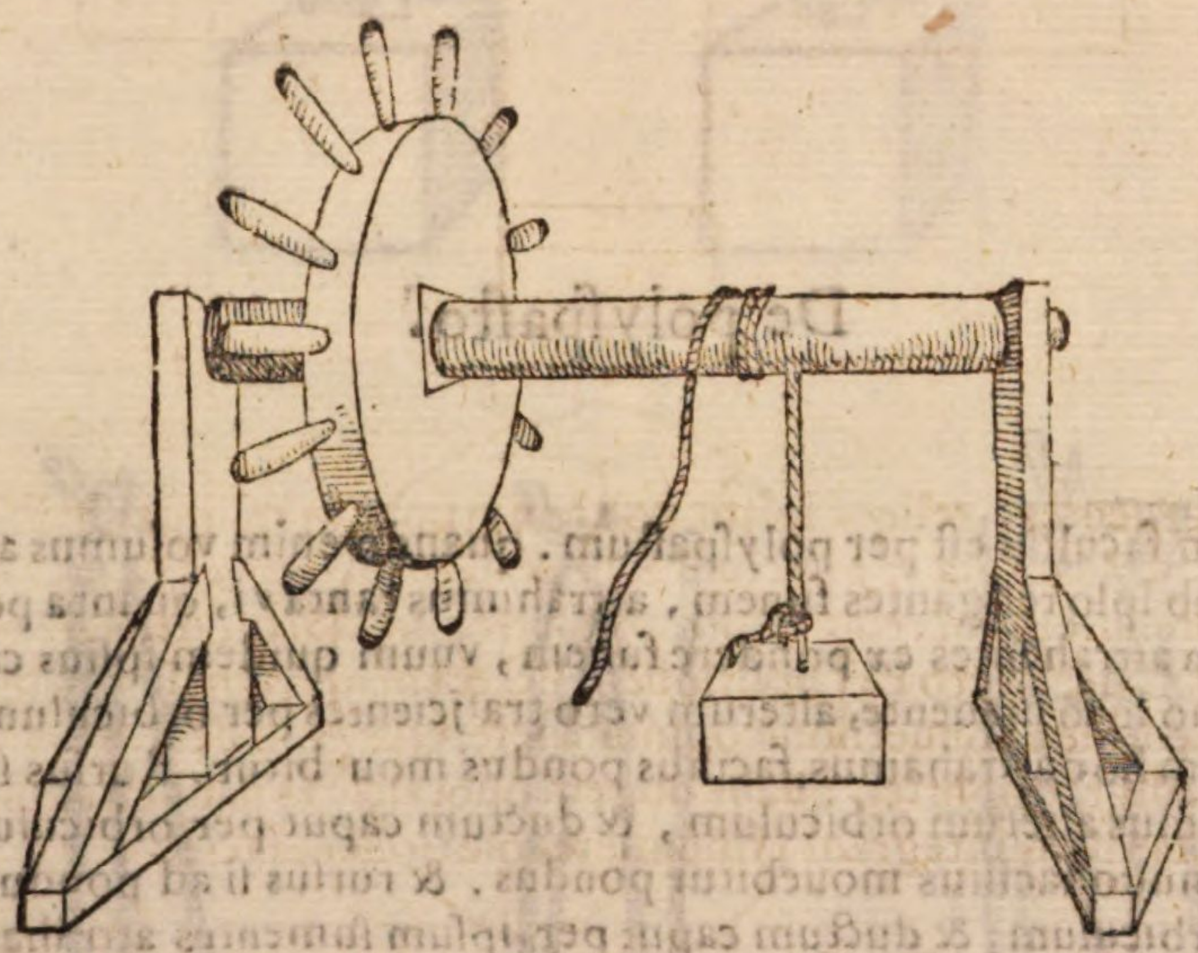
De quinque facultatibus, per quas datum pondus data potentia mouetur.

Hæc igitur de pondere dicta ſint. de quinque vero facultatibus iam dictis ex Herone ex poſitionem breuiter faciemus, ad memoriam ſtudioſorum, addentes etiam de machina vnimembri, bimembri, trimembri & quadrimembri ea, quæ neceſſario dicuntur. ne qui hęc quærit aliquando laboret inopia librorum, in quibus ſcripta ſunt. etenim nos in litros magna ex parte deprauatos, & tum principio, tum fine carẽtes incidimus. Cum igitur quinq; ſint facultates, per quas datũ pondus data potentia mouetur, neceſſarium eſt figuras earũ, & vſus; præterea etiã nomina exponere. Traditum autẽ eſt ab Herone, & a Philone qua de cauſa prædictæ facultates in vnam reducentur naturã, quamquã figuris multum inter ſe diſtantes. Nomina igitur hæc ſunt. Axis in peritrochio, vectis, polyſpaſton, cuneus, & pręter hęc quę *A*ppellatur infinita cochlea.

De Axe in peritrochio.

Axis igitur in peritrochio hoc modo conſtruitur. Lignum accipere oportet firmum,

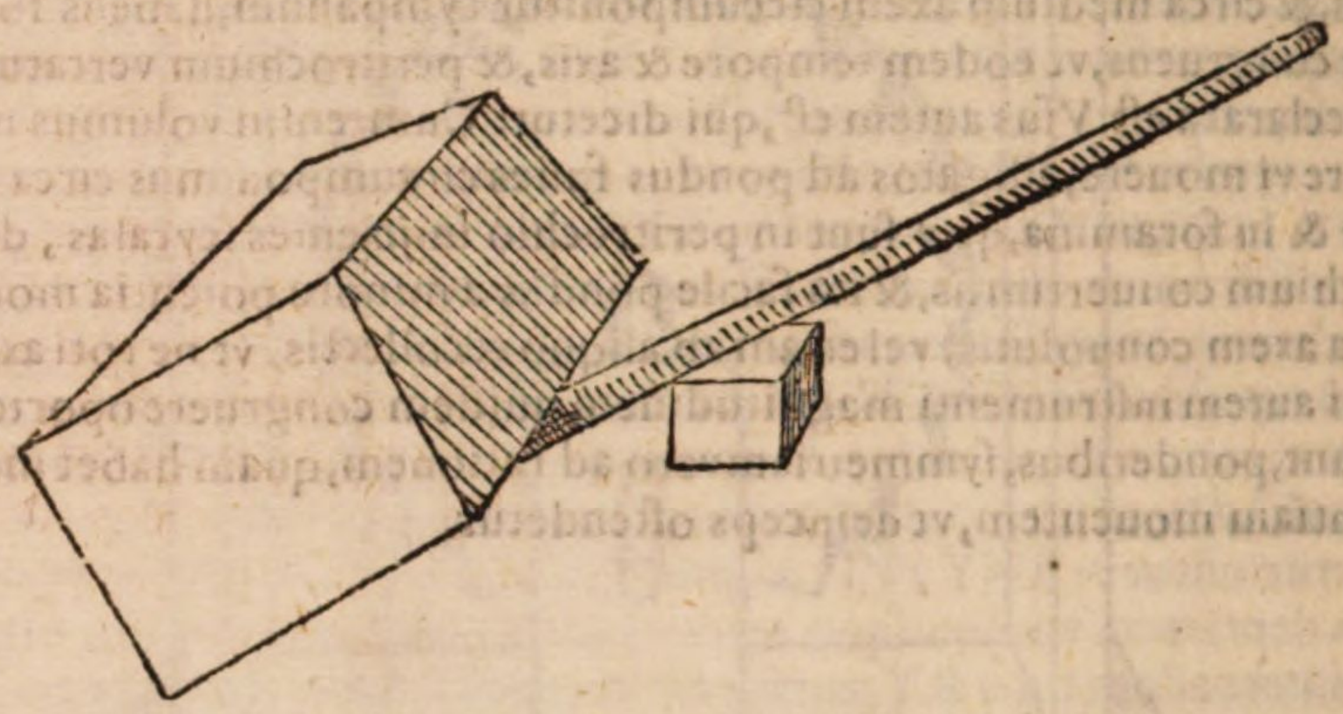
firmum, quadratum perinde ac tignum: eiusque extrema contorquentes rotunda facere, & choinicidas circumponere æreas coagmentatas axi, ita vt in iectæ in foramina rotunda in immoto quodam pegmate expedite vertantur, cum foramina habeant τρήβεῖς æreos choinicidibus subiectos. Vocatur autem id lignum, quod dictũ est, Axis, & circa medium axem circumponitur tympanum, habens foramen quadratum axi congruens, vt eodem tempore & axis, & peritrochium vertatur. Constructio igitur declarata est. Vsus autem est, qui dicetur. Cum enim volumus magna pondera minore vi mouere, alligatos ad pondus funes circumponimus circa de prestas partes axis: & in foramina, quæ sunt in peritrochio inijcientes scytalas, deducentesque peritrochium conuertimus, & ita facile pondus a minore potentia mouebitur, funibus circa axem conuolutis, vel etiam ab aliquo recollectis, vt ne toti axi circumponãtur. dicti autem instrumenti magnitudinem quidem congruere oportet ijs, quæ mouenda sunt, ponderibus, symmetriam vero ad rationem, quam habet motum pondus ad potentiam mouentem, vt deinceps ostendetur.



De vecte.

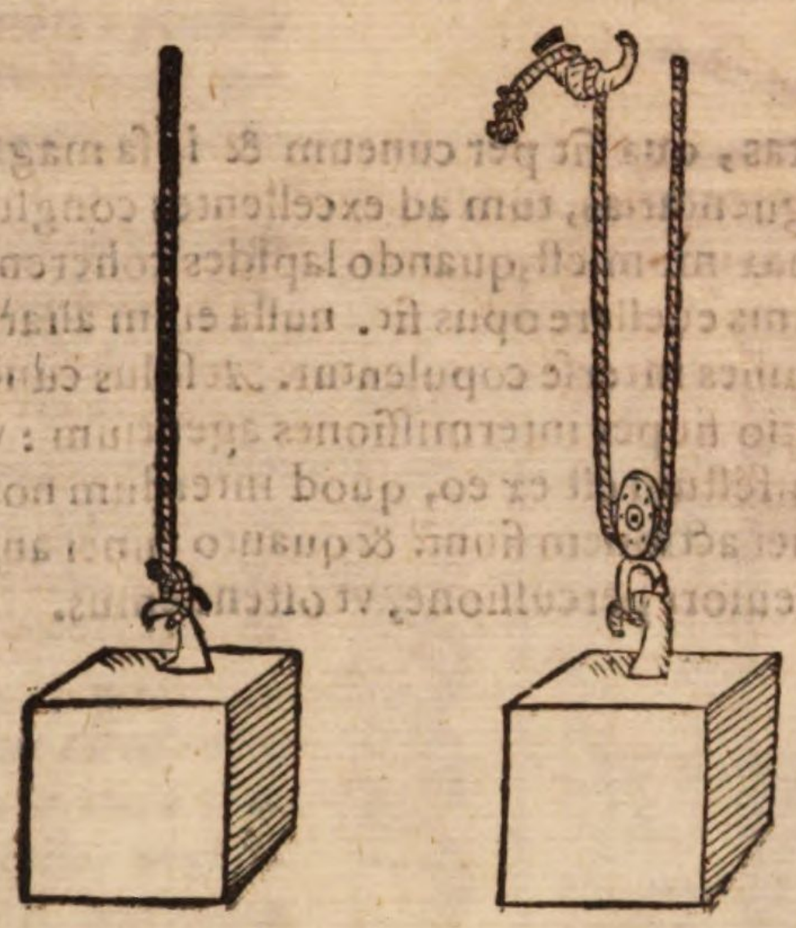
Erat autem secunda facultas, quæ per vectem, & fortasse præmeditatio motus circa excedentia pondera statuentes enim quidam magna pondera mouere, quoniam primum a terra attollere oportet, ansas autem non habebunt, quod omnes partes basis ipsius ponderis solo incumberent, paulum suffodientes, & ligni longi extremitatem subijcientes sub onus, adducebant ex altera extremitate, supponentes ligno propè ipsum onus lapidem, qui hypomochlium appellatur. cumque illis visus esset hic motus valde facilis, existimauerunt fieri posse, vt hoc pacto magna pondera mouerentur. vocatur autem tale lignem vectis, siue quadratum, siue rotandum sit. & quanto propinquius oneri ponitur hypomochlium, tanto facilius pondus mouetur, vt deinceps ostendemus.

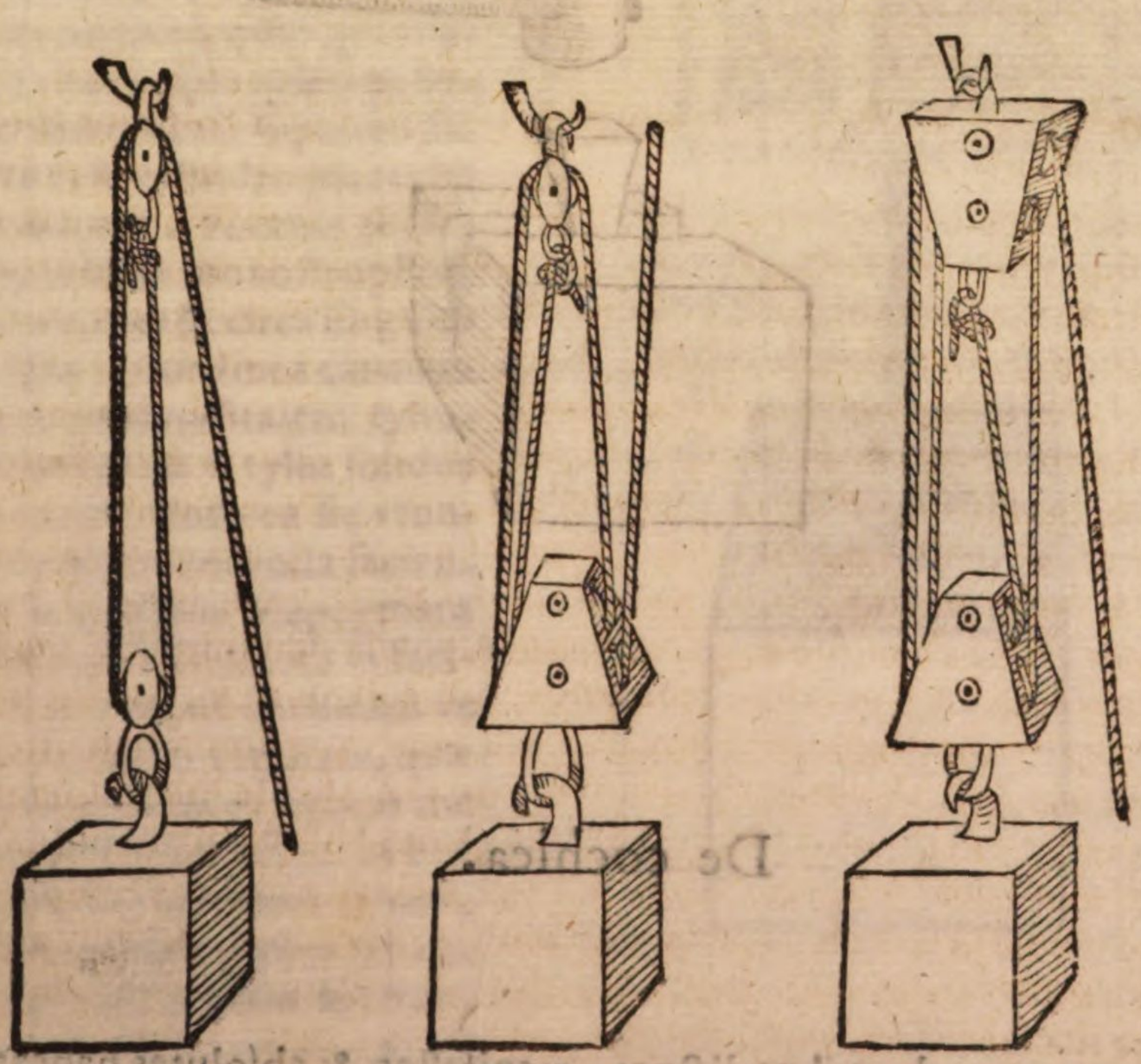
De



De polyſpaſto.

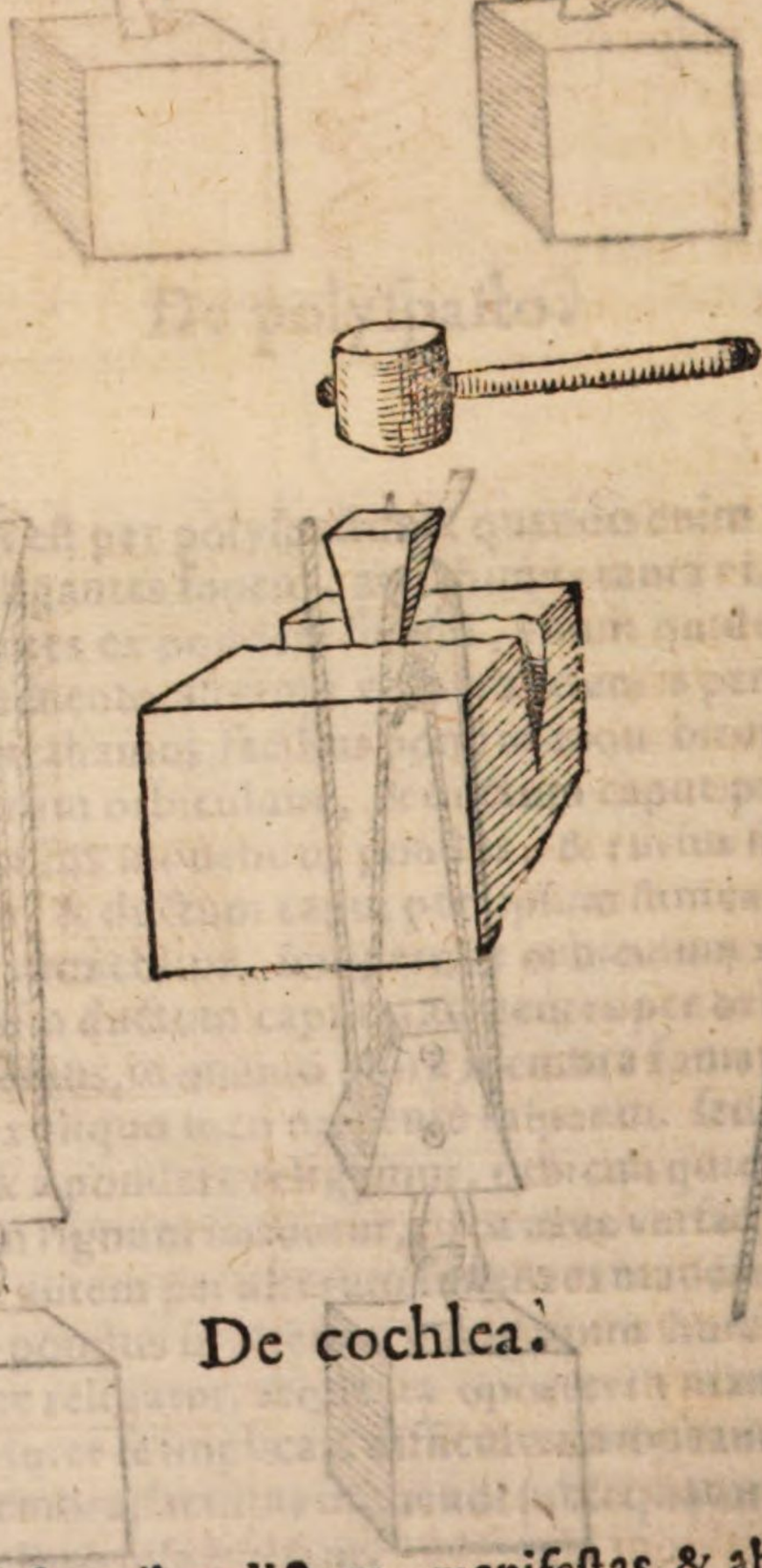
Tertia autem facultas eſt per polyſpaſtum. quando enim volumus aliquod pondus attrahere ab ipſo religantes funem, attrahimus tanta vi, quanta ponderi eſt æqualis. Si autem attrahentes ex pondere funem, vnum quidem ipſius caput ſuſpendamus ex aliquo loco manente, alterum vero trajcientes per orbiculum ad pondus religatum, etiam hoc attrahamus, facilius pondus mouebitur. Rurſus ſi ex loco manente ſuſpendamus alterum orbiculum, & ductum caput per orbiculum ſumentes attrahamus, multo facilius mouebitur pondus. & rurſus ſi ad pondus religauerimus alterum orbiculum, & ductum caput per ipſum ſumentes attrahamus, adhuc multo facilius pondus mouebitur. ſemperque orbiculum a manente loco & a pondere religantes, & viciſſim ductum caput trajcientes per orbiculos, facilius pondus mouebitur: & tanto facilius, in quanto plura membra funis inflectetur. oportet autem religatum caput ex aliquo loco manente ſuſpendi. ſed ſingulos orbiculos ſeorſum a manente loco, & a pondere religemus, orbiculi quidem, qui dicuntur inmanente loco eſſe, in vnum lignum induntur, circa axes verſationes habentes, quod mãganum appellatur, hoc autem per alterum funem ex manente loco ſeſpenditur. orbiculi vero, qui ſunt ad pondus in alterum manganum huic æquale induntur: quod rurſus ſolum a pondere religatur. atque ita oportet in manganis diſpoſitos eſſe orbiculos, vt ne membra inter ſe implicata difficulter moueantur. Quam autem ob cauſam cum plura ſint membra, facilitas mouendi ſubſequatur, oſtendemus, & cur alterum caput ex manente loco ſuſpendatur.





De Cuneo.

Sequens autem facultas, quæ fit per cuneum & ipſa magnas vtilitates affert, tum ad compreſſiones vnguentarias, tum ad excellentes conglutinationes per tecto nicam. Omnium autem maximum eſt, quando lapides coherentes cum partibus inferioribus ex ipſis lapicidinis euellere opus ſit. nulla enim aliarum facultatum hoc efficere poteſt; neque ſi omnes interſe copulentur. At ſolus cuneus efficax eſt quali bet ratione: & nulla ceſſatio fit per intermiſſiones agentium: valida autem fit contentio quod quidem manifeſtum eſt ex eo, quod interdum non percuſſo cuneo ſonitus, & ruptiones per cunei actionem fiunt. & quanto cunei angulus minor eſt, tanto facilius agit. videlicet leuiori percuſſione, vt oſtendemus.

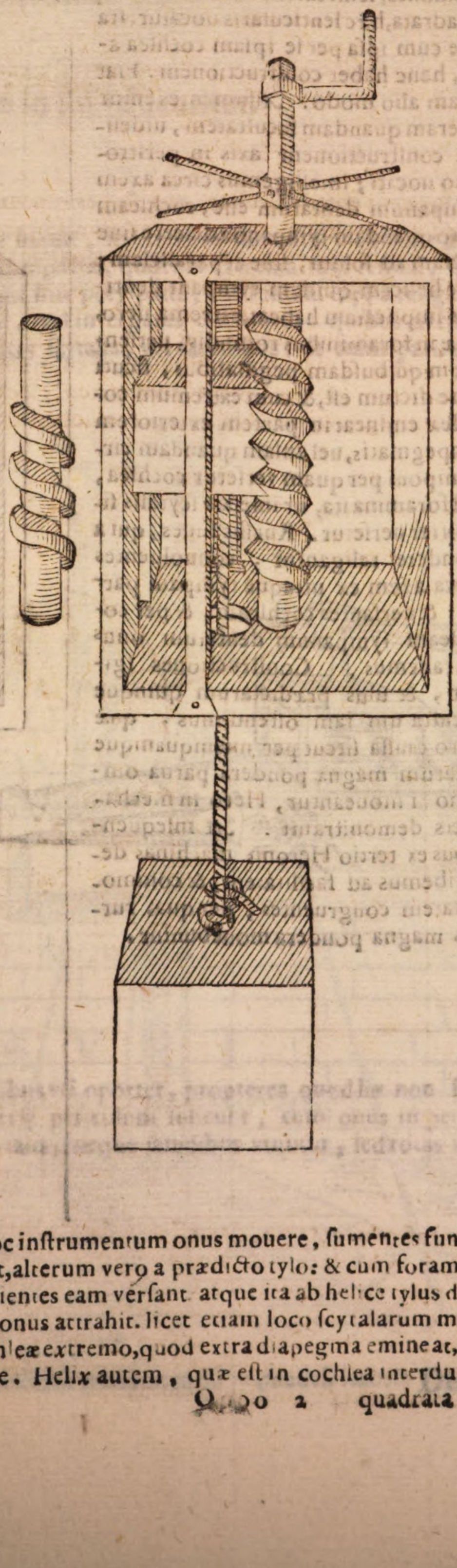


De cochlea.

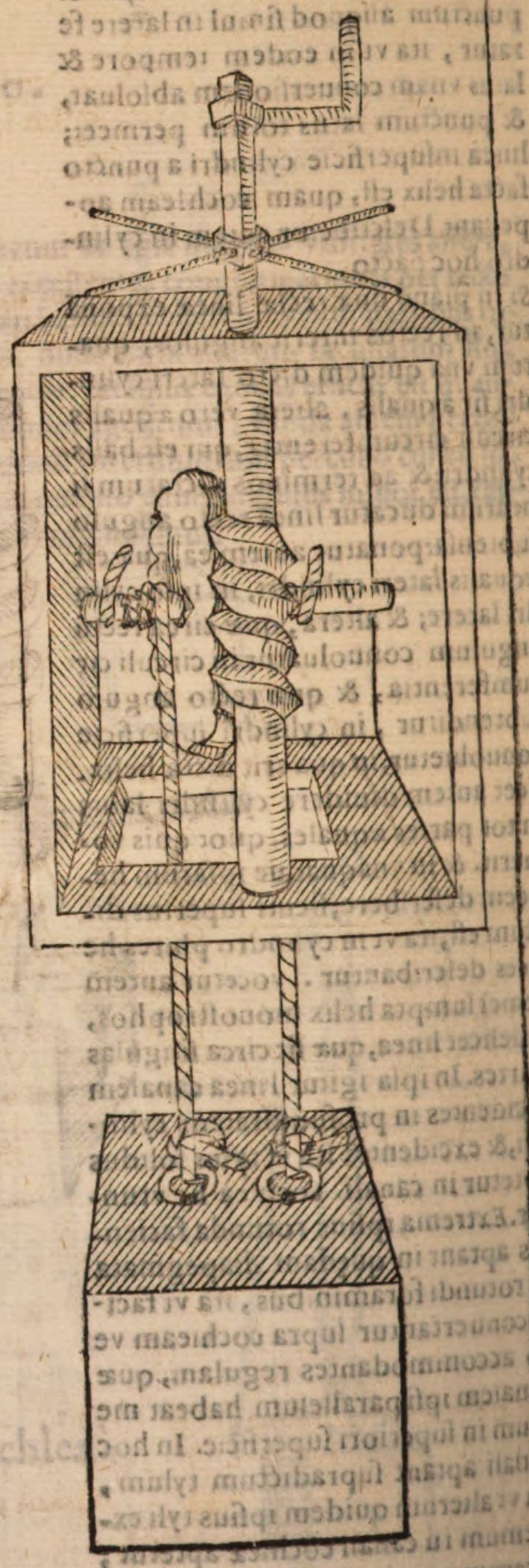
Inſtrumenta vero, de quibus dictum, manifeſtas, & abſolutas habeat conſtructiones, quæ per ſæpe in ipſo vſu apparent. Sed cochlea neſcioquid difficile habet. tum ad conſtructionem tum ad vſum. Interdum enim ipſa per ſe ipſam ſola agit: interdum vero aliam quoque facultatem aſſumens; quamquam nihil aliud fit cochlea, quam aſſumptus cuneus expers percuſſionis; per vectem quoque motionem efficiens Hoc autem manifeſtum erit ex ijs, quæ dicentur. Natura quidem conſiderationis, quæ circa ipſam, eiuſmodi eſt

Si cylindri latus feratur insuperficie cylindri; a termino autipsius. punctum aliquod simul in latere feratur, ita vt in eodem tempore & latus vnam conuersionem absoluat, & punctum latus totum permeet; linea insuperficie cylindri a puncto facta helix est, quam cochleam appellant. Describetur autem in cylindro hoc pacto.

Si in plano duæ rectæ lineæ exponãtur, ad rectos interse angulos, quarum vna quidem dicto lateri cylindri sit æqualis, altera vero æqualis circuli circumferentiæ, qui est basis cylindri: & ad terminos dictarum linearum ducatur linea recto angulo subtensa: ponatur autem ea, quæ est æqualis lateri cylindri, in ipso cylindri latere; & altera, quæ circa rectũ angulum conuoluatur in circuli circumferentia, & quæ recto angulo subtenditur, in cylindri superficie conuoluetur, in qua erit dicta helix. licet autem diuidere cylindri latus in tot partes æquales, quot quis voluerit. & in vnaquaque ipsarum helicem describere, sicuti superius dictum est, ita vt in cylindro plures helices describantur. vocetur autem semel sumpta helix monostrophos, videlicet linea, quæ fit circa singulas partes. In ipsa igitur linea canalem incidentes in profunditatem cylindri, & excidentes ita vt tylus solidus aptetur in canali. cochlea sic vtuntur. Extrema ipsius rotunda facientes aptant in quędam diapegmata in rotundi foraminibus, ita vt facile conuertantur supra cochleam vero accommodantes regulam, quæ canalem ipsi parallelum habeat medium in superiori superficie. In hoc canali aptant supradictum tylum, ita vt alterum quidem ipsius tyli extremum in canali cochleæ aptetur, alterum vero in dicto canali, qui est regula. Quando igitur volunt per hoc instrumentum onus mouere, sumentes funẽ, vnum ipsius caput a pondere religant, alterum vero a prædicto tylo: & cum foramina sint in capite cochleæ scytalas iniicientes eam versant atque ita ab helice tylus deductus in canali funem, & per funem onus attrahit. licet etiam loco scytalarum manubrium quoddã circumponere cochleæ extremo, quod extra diapegma emineat, & ita versantes cochleam onus attrahere. Helix autem, quæ est in cochlea interdum

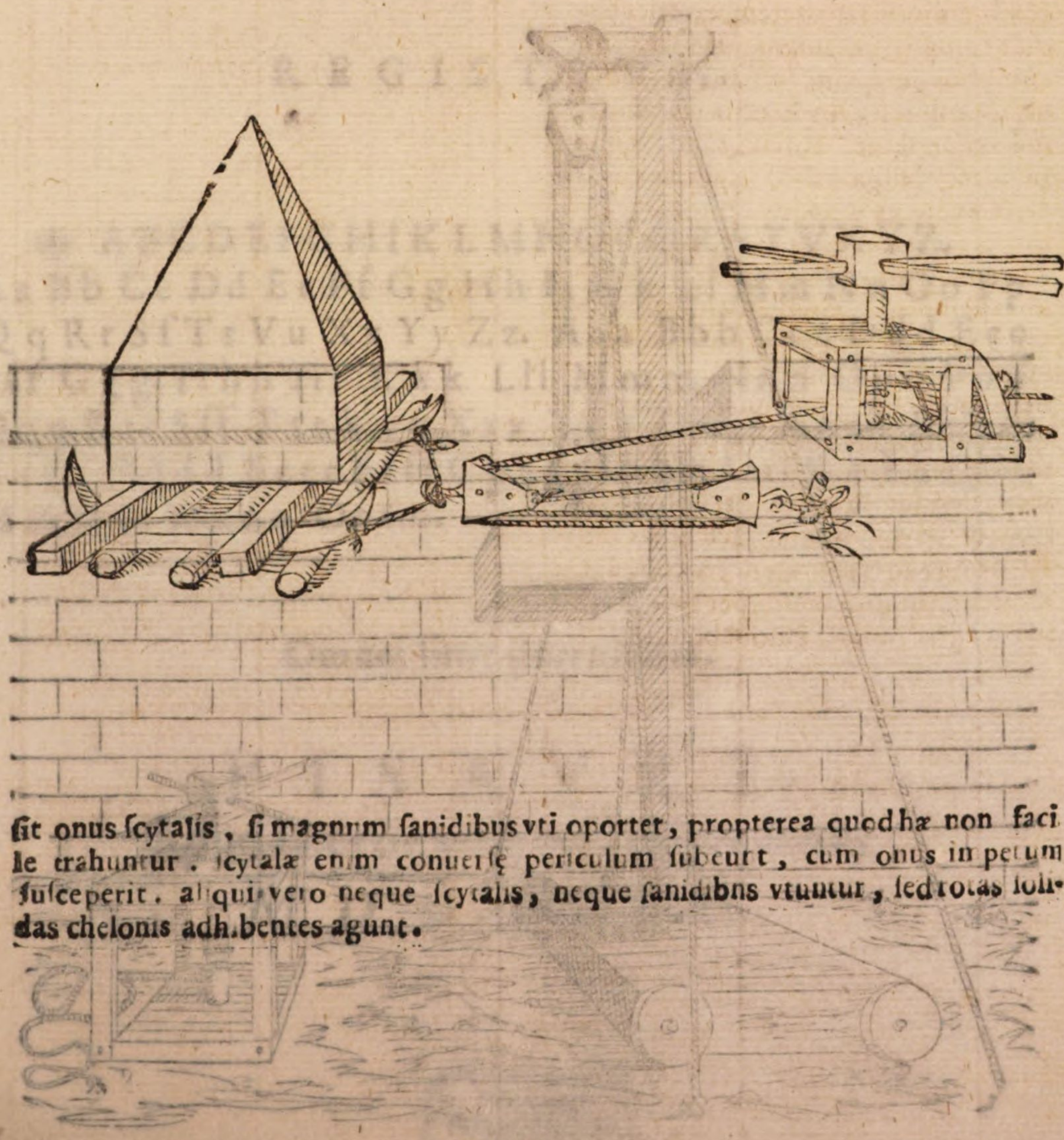


quadrata fit, interdum lenticularis: quadrata quidem, cum ea canalis rectas habent incisiones, lenticularis vero cum obliquas; & in una lineam desinentes. quarum illa quadrata, hæc lenticularis uocatur. Ita que cum ipsa per se ipsam cochlea agit, hanc habet constructionem. Fiat etiam alio modo. Assumentes enim alteram quandam facultatem, uidelicet constructionem axis in peritrochio uocati; intelligemus circa axem tympanum dentatum esse, cochleam uero quandam tympano adiacere siue rectam ad solum, siue ei parallelam; quæ helicem quidem tympani dentibus implicatam habeat, extrema uero, quæ in foraminibus rotundis, uersentur in quibusdam pegmatibus, sicuti ante dictum est, & cum extremum cochleæ emineat in partem exteriorem diapegmatis, uel ansam quandam circumponi per quam versetur cochlea, uel foramina ita, ut iniectis scytalis similiter uersetur. Rursus funes, qui a pondere religantur, conuoluentes circa axem ex utraque tympani parte: & uersantes cochleam, & per cochleam tympanum dentatum onus attrahemus. Constructiones igitur, & usus prædictarum quinque facultatum iam ostendimus. quæ uero causa sit cur per unamquamque ipsarum magna pondera parua omnino ui moueantur, Hero in mechanicis demonstrauit. At insequentibus ex tertio Heronis machinas describemus ad facilitatem, & commoditatem congruentes, per quas rursus magna pondera mouebuntur.



De ijs, quæ in solo ducuntur.

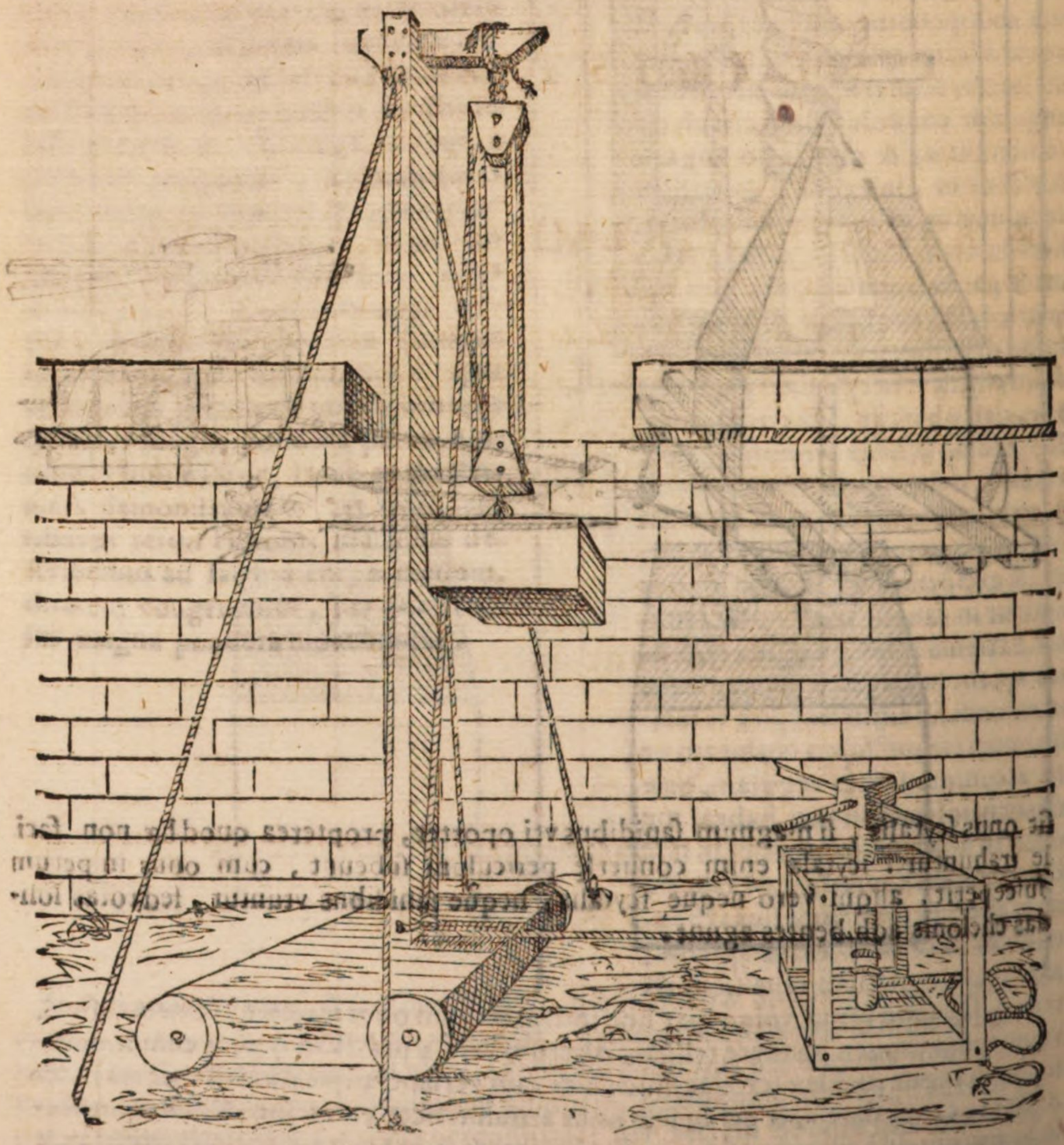
Quæ igitur in solo ducuntur, vt inquit, in chelonis ducuntur. chelone autem machina est ex quattuor lignis compacta, quorum extrema sunt resima. his onera imponunt, & ad earum extrema siue polyspasta, siue funium capita religantur. hęc autem vel manu trahuntur, vel in ergatas referuntur. quibus circumactis chelone in solo trahitur suppositis scytalis, vel sanidibus. Si enim paruum



sit onus scytalis, si magnum sanidibus vti oportet, propterea quod hæ non facile trahuntur. scytalæ enim conuersę periculum subeunt, cum onus impetum susceperit. aliqui vero neque scytalis, neque sanidibus vtuntur, sed rotas solidas chelonis adhibentes agunt.

De ijs, quæ in altum tolluntur.

Sed in ijs oneribus, quæ in altum tolluntur, vt inquit, machinæ fiunt, aliæ quidem vnimembres, aliæ bimembres, aliæ trimembres, aliæ vero quadrimembres. vnimembres igitur hoc modo. Lignum firmum sumitur, altitudinem habens maiorem, quam quo volumus onus eleuare. & si ipsum quidem per se firmum fuerit, sumentes funem, circaque ipsum stringentes, & pertexentes iuxta conuolutionem constringunt. interuallum autem, quod inter conuolutiones interijcitur, non sit maius quattuor palmis, & ita lignum firmius efficitur. & funis conuolutiones tamquam gradus vtiles erunt ijs, qui agunt, & volunt in superiorem partem onus eleuare. Si autem lignum non sit firmum ex pluribus coagmentetur. & expendere oportet one-



ra, quę eleuari debent, vt ne membrum debilius sit. stat enim membrum rectum in ligno

ligno aliquo: & ad extremam ipſius partem funes religantur tres, vel quattuor, & demiſſi referuntur ad aliqua loca permanentia, vt lignum quo quis impulerit, non cedat, ab extentis funibus contentum. ex ſuperiori autem ipſius parte polyſpaſta ſuſpenduntur, & ducentes ad vnus attrahunt, ſiue manu. ſiue ad ergatas referentes. & quando onus in ſublime eleuatum ſit, oporteatque lapidem parieti imponere, vel vbi quis voluerit, relaxantes vnum aliquē funem ex ijs, qui in extremo religantur, videlicet eum, qui eſt ad alteras partes oneris, membrum inclinant, vel ſcytalas ſupponentes oneri in ijs partibus, in quibus funda lapidi non obuoluitur, laxant agentia polyſpaſta, quouſque onus ſcytalis inſideat; deinde ſoluentes fundam, vectibus mouent onus, adeo vt in quem velint locum transferant; vel rurſus ſubiectum membro lignum funibus manu attrahentes ad alteram ædificij partem tandem adducunt, ſimul remittentes funes, & rurſus religantes vtuntur, ſicuti ante dictum eſt.

OCTAVI LIBRI FINIS.

REGISTRVM.

Omnes ſunt duerniones.

PISAVRI.
Apud Hieronymum Concordiam;
M D LXXXVIII.

OCTAVI LIBRI FINIS.

REGISTRVM.

* ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVXYZ.
Aa Bb Cc Dd Ee FF Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp
Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz. Aaa Bbb Ccc Ddd Eee
FFF Ggg Hhh Iii Kkk Lll Mmm Nnn Ooo Ppp
Qqq Rrr Sss Ttt Vuu Xxx Yyy Zzz. Aaaa Bbbb
Cccc Dddd Eeee FFFF Gggg Hhhh Iiii Kkkk Llll
Mmmm Nnnn Oooo.

Omnes sunt ductiones.

PISAVRI.

Apud Hieronymum Concordiam.

M D LXXXVIII.

Commandino, Federico,

Federici Commandini Commentaria in octo mathematicarum collectionum Pappi Alexandrini

Pisaurum 1602

2 A.gr.b. 804
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10209723-4